

С 3536

Б-742

2738/2-74

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА



Р9 - 7988

И.Л.Боголюбский, В.Г.Маханьков

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭВОЛЮЦИИ
СФЕРИЧЕСКИ-СИММЕТРИЧНЫХ ПАКЕТОВ
ЛЕНГМЮРОВСКИХ ВОЛН

1974

ЛАБОРАТОРИЯ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ
ТЕХНИКИ И АВТОМАТИЗАЦИИ

И.Т.Боголюбский, В.Г.Махашков

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭВОЛЮЦИИ
СФЕРИЧЕСКИ-СИММЕТРИЧНЫХ ПАКЕТОВ
ЛЕНГМЮРОВСКИХ ВОЛН

§1. ВВЕДЕНИЕ

Одним из важнейших вопросов теории турбулентной плазмы в настоящее время является вопрос об эффективных механизмах диссипации энергии ленгмювской (ℓ) турбулентности в длинноволновой части спектра, где линейное затухание мало. В качестве такого механизма В.Е.Захаровым был предложен механизм "схлопывания" сферически-симметричных пакетов ленгмювских колебаний, названных "клетками ленгмювских волн" (КЛВ), и, как следствие, диссипации энергии колебаний^{/1/}. В этой работе было предложено упрощенное описание динамики турбулентности, приводящее к нелинейному уравнению типа Шрёдингера с самосогласованным потенциалом. Этот потенциал определяется из волнового уравнения, которое описывает генерацию ионозвуковых (S) волн в процессе эволюции пакетов ℓ -волн.

Физическое рассмотрение показывает, что картина процесса достаточно сложна и не может быть описана автомодельными решениями^{/2/}. Поэтому четкий ответ на вопрос об эффективности КЛВ может дать лишь моделирование на ЭВМ.

§ 2. Основные уравнения и некоторые оценки

В сферически-симметричном случае предлагаемое в работе^{/1/} описание эволюции пакетов осуществляется системой уравнений

$$i \frac{\partial E}{\partial t} + \Delta_{zz} E - \frac{2}{z^2} E = VE$$

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \Delta_{zz} \right) V = \Delta_{zz} |E|^2. \quad (1)$$

Здесь введены следующие обозначения: $\Delta_{zz} = \frac{1}{z^2} \frac{\partial}{\partial z} z^2 \frac{\partial}{\partial z}$, t , z , E , V - безразмерные время, радиус, электрическое поле и возмущение плотности. Они связаны с соответствующими размерными величинами следующим образом:

$$t = \frac{2}{3} \alpha_p \mu c_p, \quad z = \frac{2}{3} \frac{\sqrt{q\mu}}{\alpha_e} z_p, \quad V = \frac{3}{4} \frac{\delta n}{n_0 q \mu},$$

$$E^2 = \frac{3}{64} \frac{E_p^2}{q \mu \pi n_0 T}, \quad T = T_e + T_i, \quad q = \frac{T}{T_e}, \quad \mu = \frac{m_e}{m_i}, \quad d_e = \frac{v_{Te}}{\omega_{pe}}$$

$$\omega_{pe} = \sqrt{4\pi e^2 n_0 / m_e}, \quad v_{Te} = \sqrt{T_e / m_e}.$$

Кроме того: K - характерный волновой вектор пакета ℓ -волн, $v_g = 3K v_{Te}^2 / \omega_{pe}$ - групповая скорость волн в линейном приближении, $v_s = \sqrt{T / m_i}$.

Если в системе (1) перейти к квазистатическому описанию, т.е. положить $V = -|E|^2$, получим уравнение типа Шредингера с самосогласованным потенциалом

$$i \frac{\partial E}{\partial t} + \Delta_{zz} E - \frac{2}{z^2} E + |E|^2 E = 0. \quad (2)$$

Это уравнение имеет следующие эволюционные инварианты^{/1/}:

$$S_1 = \int_0^{\infty} z^2 |E|^2 dz \quad (3)$$

$$S_2 = \int_0^{\infty} \left((zE)_z^2 + 2|E|^2 - \frac{1}{2} z^2 |E|^4 \right) dz. \quad (4)$$

Уравнение (2) допускает автомодельное решение $\psi = f(\xi)$, из которого следует, что, если существует интеграл энергии в виде закона сохранения энергии, то имеет место зависимость $W_m \sim \xi_m^{-2}$ (ξ_m — радиус, при котором достигается W_m).

С другой стороны, имеют место следующие оценки:

$$W_m \xi_m^2 \Delta \xi \approx S, \quad (5)$$

$$\Delta \xi \sim W_m^{-1/2}, \quad (6)$$

где $\Delta \xi$ — характерная поперечная величина. Оценка (5) вытекает из закона сохранения числа квантов центробежных квантовых (3). Зависимость (6) получена для парных солитонов (см. например [15, 21]); очевидно, ее можно использовать при $\Delta \xi \ll \xi_m$ и в радиосимметричном случае, тем более, что по мере уменьшения радиуса влияния сферичности уменьшается, т.е. $\Delta \xi \ll \xi_m \sim W_m^{-1/2}$.

Из этих оценок получаем $W_m \sim \xi_m^{-4}$. Наличие противоречия с полученной из автомодельной предположения зависимостью $W_m \sim \xi_m^{-2}$.

Таким образом, либо не существует автомодельного решения, удовлетворяющего нулевым условиям для Γ при $\xi \rightarrow 0$ и $\xi \rightarrow \infty$, либо это автомодельное решение характеризуется инвариантом $S_1 = 0$ (см. также [21]).

Для дальнейшего исследования удобно ввести

$$\Psi = E \cdot \xi = \Psi_0(\xi) e^{i\omega \xi} + \text{c.c.} + \gamma_0(\xi) e^{i2\xi - i\Omega \xi}. \quad (7)$$

Здесь введена безразмерная частота $\omega = \Omega \rho / \omega_{pe}$, $\xi = \rho^2 / 2\rho_M$.

Первое уравнение системы (1) примет вид:

$$i \frac{\partial \Psi}{\partial \xi} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \xi^2} - \frac{2}{\xi^2} \Psi = V \Psi. \quad (8)$$

Рассмотрим начальную стадию движения пакета, пренебрегая в ну-

левом приближении эффектом сферичности. Переходя в систему координат $\xi = r - v_g t$, получим для ψ_0 уравнение:

$$\left(\Omega + \frac{\partial \Omega}{\partial t} \cdot t\right) \psi_0 + \frac{\partial^2 \psi_0}{\partial \xi^2} + \left(2\kappa \frac{\partial \Omega}{\partial z} t - \kappa^2 - \frac{2}{z^2}\right) \psi_0 = \nu \psi_0. \quad (9)$$

В ходе вычислений был приравнен 0 коэффициент при $\frac{\partial \psi_0}{\partial \xi}$ (т.к. O_ξ - собственная система координат сферитона), что дает

$$v_g = v_g(z=0) + \frac{dv_g}{dz} \cdot z = 2\left(\kappa - t \cdot \frac{\partial \Omega}{\partial z}\right). \quad (10)$$

Ограничиваясь статическим случаем $V = -|E|^2 = -\frac{|V_0|^2}{z^2} = -\frac{|\Phi_0|^2}{z^4}$, из (9) легко получить

$$\Omega = -\Omega'_z \cdot t + \kappa^2 - 2\kappa \Omega'_z \cdot t + \frac{2}{z^2} - \frac{1}{2} \frac{|\Phi_0|^2}{z^4}, \quad (11)$$

откуда найдем

$$\frac{\partial \Omega}{\partial z} \approx -\frac{4}{z^3} + \frac{2|V_0|^2}{z^6} = -\frac{4}{z^3} + \frac{2|E|^2}{z}.$$

Окончательно получим для v_g , используя (10):

$$v_g = 2 \left[\kappa + t \left(\frac{4}{z^3} - \frac{2|E|^2}{z} \right) \right]. \quad (12)$$

Для того, чтобы сферитон как целое начал двигаться к центру, необходимо (при $\kappa=0$) выполнение при $t=0$ неравенства

$$|E|_m > \sqrt{2}/z_m. \quad (13)$$

Однако условия (13) недостаточны для того, чтобы сферитон начал самосогласованное движение к центру. Помимо этого, должно быть выполнено условие неустойчивости $\frac{W}{zT} > \alpha(\Delta \kappa d_0)^2$ (α - численный коэффициент), что приводит, как и в плоском случае, к требованию $E_m > \sqrt{2}/\Delta z$. Физически выполнение критерия неустойчивости означает, что начальный пакет составлен из плазмонов с достаточно близкими волновыми числами (т.е. достаточно широк в конфигурационном

пространстве) – иначе вследствие линейного дисперсионного расплывания пакета, которое не может быть остановлено нелинейным притяжением между плазмонами, происходит развал сферитона.

Пакеты, удовлетворяющие при $t=0$ условию (I3), будем называть сверхкритическими.

Поскольку для квазиплоских пакетов выполнено условие $z_m \gg \Delta z$, существует область значений $|E|_m(t=0)$: $\frac{\sqrt{z}}{\Delta z} > E_m > \frac{\sqrt{z}}{z_m}$, при которых в начальный момент может происходить уменьшение z_m расплывающегося пакета.

Отметим еще, что условие $S_1 < 0$, которое может быть оценочно записано в виде $|E|_m^2 > \frac{6}{z^2} + \frac{4}{z\Delta z} + \frac{2}{(\Delta z)^2}$, гарантирует как выполненные условия неустойчивости, так и условия (I3), но не является для этого необходимым, что подтверждено расчетами.

Соотношение (I2) показывает, что движение сверхкритического пакета с достаточной полушириной при данном значении W_m начинается как равноускоренное.

Сказанное выше требует существенной оговорки. Дело в том, что произвольный сверхкритический пакет вначале не является самосогласованным. Поэтому его эволюция начинается с процесса формирования самосогласованного сферитона, аналогичного тому, который имеет место в плоском случае /4-5/, сопровождающегося излучением S-волн. Подчеркнем, что как и в плоском случае /4/, при эсс формирования принципиально не может привести к образованию самосогласованного пакета в квазистатическом приближении. Следует отметить, что самосогласование пакета является достаточно быстрым процессом и с заметной скоростью к центру движутся уже самосогласованные пакеты. Заключение о равноускоренном характере движения было сделано в квазистатической моде; в дальнейшем картина усложняется и статическое приближения является совершенно неприемлемым.

Существование равноускоренной стадии движения было подтверждено численным расчетом в работе /6/.

В настоящей работе проведено моделирование задачи о КЛВ с учетом генерации S -волн (в гидродинамическом приближении).

§ 3. Математическая постановка задачи и методика расчета

Необходимо решить систему уравнений (I) при некоторых начальных данных $E(0, z)$, $V(0, z)$ с граничными условиями $E(0) = E(\infty) = 0$. Требование $E(0) = 0$ является следствием векторного характера задачи и сферической симметрии.

Условие $E(\infty) = 0$ должно быть заменено некоторым условием при конечном радиусе z_g ; кроме того, при z_g нужно поставить условие для плотности V . Формальное перенесение нулевых граничных условий на конечный радиус имеет весьма ограниченный физический смысл. Дело в том, что даже пакеты, удовлетворяющие при $z=0$ нулевым граничным условиям при $z = z_g$, впоследствии уже не будут удовлетворять этим условиям из-за прихода на сферу $z = z_g$ волн плотности и ступков в.ч. электрического поля.

Отразившись от закрепленного конца ($E(z_g) = V(z_g) = 0$), волны плотности (например, S -волны, в том случае, когда отщепление в.ч. поля от основного ступка мало) вернутся назад, к исходному пакету, что приведет к принципиальному искажению физической картины. Так, эти отраженные волны плотности могут уже сформированный пакет превратить в несамосогласованный; кроме того, они будут эффективным "поршнем", ускоряющим движение сферитона к центру.

Условие $E(z_g) = 0$ даже в том случае, когда отщепление в.ч. поля на бесконечность мало, может привести к нефизическому искажению плотности.

Эти рассуждения приводят к необходимости задавать при $\gamma \ll \gamma_c$ условия, моделирующие уход волн плотности и сгустков в.ч. поля из области решения. В том случае, когда $|\epsilon|_k^2 \ll V_c^2$, т.е. уносятся либо "чистые" S -волны, либо околосвуковые сгустки в.ч. поля, реальную картину будут хорошо моделировать звуковые условия, т.е.

$$E, V(t + \Delta t, z_c) = E, V(t, z_c - \Delta t).$$

Для получения достоверных результатов необходимо построить схему 2-го порядка точности по t (в противном случае не сохраняются инварианты S_1 и S_2).

Априорные оценки показывают, что при движении к центру сферитон будет сильно сжиматься. Это может привести к тому, что на основную энергосодержащую область будет приходиться незначительная доля счетных точек. Поэтому была построена сетка с переменным шагом, сгущающаяся в области максимума плотности энергии. Эта сетка при движении сферитона подстраивается под него, причем параметр сгущения регулируется оптимальным образом на основе оценок (5), (6).

Отметим, что при решении системы уравнений (1) возникают вычислительные трудности, связанные с особенностью коэффициентов типа z^{-1} . Поэтому на ЭВМ решалась преобразованная система

$$i \frac{\partial \Psi}{\partial t} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} - \frac{2}{z^2} \Psi = V \Psi \quad (14)$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = \frac{\partial^2 w}{\partial z^2}. \quad (15)$$

Здесь обозначены $\psi = V \cdot z$, $w = W \cdot z$, $W = i \epsilon V^2$.

После разделения $\Psi = A + iB$ в (14) получим

$$\begin{aligned} \frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial^2 B}{\partial z^2} - \frac{2}{z^2} B &= VB \\ -\frac{\partial B}{\partial t} + \frac{\partial^2 A}{\partial z^2} - \frac{2}{z^2} A &= VA. \end{aligned} \quad (16)$$

Зведем некоторые обозначения: h_i - шаг по z , $\rho_i = h_i/h_{i-1}$,
 $S_i = h_i(h_i + h_{i-1})/2$, $\tau = t_{j+1} - t_j$, $\tau_0 = t_j - t_{j-1}$, $t_p = \tau/2\tau_0$,
 $S_i = \tau(\tau + \tau_0)/2$, $g_i = (1 + \rho_i)/2 + S_i/\tau^2$, i - текущий ин-
декс по оси z , j - по оси t , \hat{A}, \hat{B} - значения A, B
при $t = t_j + \tau$, A_0, B_0 - при $t = t_j - \tau_0$, $\bar{A}, \bar{B}, \bar{V}$ - при
 $t = t_0 + \tau/2$.

Схема второго порядка точности, используемая в работе, в
матричных обозначениях принимает вид:

$$\vec{Y}_{i..} - 2\bar{B}_i \vec{Y}_i + C_i \vec{Y}_{i-1} = -\vec{F}_i,$$

где матрицы \bar{B}_i , C_i суть

$$\bar{B}_i = \begin{pmatrix} g_i & S_i/\tau \\ -S_i/\tau & g_i \end{pmatrix}, \quad C_i = \rho_i E,$$

а вектора

$$\vec{F}_i = 2S_i \begin{pmatrix} B_i/\tau - \bar{V}_i \bar{A}_i \\ -A_i/\tau - \bar{V}_i \bar{B}_i \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} A_{i+1} - 2g_i A_i + \rho_i A_{i-1} \\ B_{i+1} - 2g_i B_i + \rho_i B_{i-1} \end{pmatrix}, \quad \vec{Y} = \begin{pmatrix} \hat{A} \\ \hat{B} \end{pmatrix}.$$

Для нахождения \bar{V} , \bar{A} , \bar{B} была использована экстраполя-
ляция с предыдущего слон, например:

$$\bar{A} = A + t_p (A - A_0).$$

Этот метод дает очевидно значения \bar{A} , \bar{B} , \bar{V} с точно-
стью $O(\tau^2)$, что достаточно для построения схемы второго порядка.
Предлагаемый прием может в сложных случаях почти вдвое сократить
объем вычислительной работы.

Для расчета волнового уравнения использовалась явная пятиточеч-
ная схема.

При увеличении W_m минимальный шаг сетки по z уменьшается,
шаг по времени при этом тоже уменьшается; необходимо при этом сле-
дить, чтобы выполнялось условие устойчивости Куранта для волнового
уравнения $h_{min} > \tau$.

§ 4. Стационарные решения

В тех случаях, когда в процессе эволюции пакета вблизи центра не образуется узких слоев с большими локальными плотностями энергии, задачу удается исследовать на ЭВМ вплоть до установления квазистационарной картины. Сферитон останавливается на некотором расстоянии z_{st} от центра, определяемом величиной инварианта S_1 . Полного установления картины не происходит, если не вводить затухания S -волн. Однако даже при наличии этих незатухающих волн сферитон после достижения z_{st} не смещается, что указывает на устойчивость достигнутого положения равновесия. Стационарное решение имеет вид квази-плоского сферитона (рис. I г), у которого $\Delta z \sim \frac{\sqrt{2}}{\epsilon_m}$.

Покажем, что можно получить однопараметрическое семейство стационарных состояний, если считать, что $S_2 \sim \frac{1}{z_{st}^2}$. Действительно, при этом уравнение (2) допускает группу преобразований $z^* = z/q$, $E^* = E \cdot q$, так что, если стационарный сферитон описывается некоторой функцией $|E(z)|$, то функция $|q E(z/q)|$ тоже описывает стационарный сферитон, причем

$$\frac{S_2^*}{S_2} = \frac{S_1}{S_1^*} = q, \quad \text{т.е.}$$

$$\frac{S_1^*}{S_1} = \frac{S_2}{S_2^*} = \frac{z_{st}^2}{z_{st}^{*2}} \quad (17)$$

и

$$\frac{|E^*|_m}{|E|_m} = \left(\frac{W_m^*}{W_m} \right)^{1/2} = \frac{z_{st}}{z_{st}^*}. \quad (18)$$

Полученные нами на ЭВМ стационарные состояния удовлетворяют соотношениям (17) и (18) (см. табл. I).

Будем искать стационарные состояния для уравнения Шредингера с потенциалом $V = \frac{2}{z^2} - \frac{|V|^2}{z^2}$: $i \frac{\partial \Psi}{\partial t} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} = V \Psi$, полагая $\Psi = y \exp(i c t)$ (C - уровень энергии).

Получаем задачу на собственные значения:

$$y'' + \frac{y^2 - 2}{\zeta^2} y + C y = 0, \quad y(0) = 0, \quad y(\infty) = 0.$$

Найденные нами стационарные состояния соответствуют решениям этого уравнения при $C < 0$.

Подчеркнем, что при $W_m \rightarrow \infty$ и, соответственно, при $\zeta_{st} \rightarrow 0$ локализованная в сферитоне энергия стремится к нулю. Можно представить себе квазистационарное состояние, представляющее набор достаточно удаленных друг от друга, по сравнению с их полушириной, концентрических сферитонов. Тенденцию к образованию стационарной системы, состоящей из двух и более шаровых слоев, мы наблюдали на ЭВМ. При данном S_1 в зависимости от начальных параметров пакет может по-разному разбиться на шаровые слои. Удаленность отдельных слоев для существования квазистационарного режима необходима, чтобы нелинейное притяжение между плазмонами, принадлежащими разным слоям, было мало.

Рассмотрение вопроса об устойчивости полученного квазистационарного решения относительно угловых возмущений, по-видимому, приведет к заключению о своеобразной угловой модуляции, схожей с процессами, происходящими в плоском случае при периодической модуляции плотности энергии $|E|^2$ и приводящими к образованию структур типа нестационарных нелинейных волн, приближающихся к солитонным.

Следует отметить, что запертые в области от 0 до ζ_{st} незатушающие S -волны могут отщеплять от сферитона порции в.ч. поля и доставлять их на меньшие ζ , что может привести к появлению узких слоев с очень большими плотностями W (но содержащих малую долю всех плазмонов начального пакета!).

Сохраняя S_1 , пакет в принципе может разбиться на автономные слои с меньшими, не равными друг другу S_{i1} , которые будут расположены ближе к центру, нежели исходный пакет.

Приведем таблицу, характеризующую стационарные состояния, к которым эволюционируют пакеты вида $E = C \cdot \exp(-(\tau - \tau_0)^2 / 2d^2)$ ($\tau_0 = 30$).

	S	τ_m	W_m	$\frac{W_m}{W_m(t=0)}$	$ E _m \cdot \tau_m$
$d=10$ $c=0.2$	640	7.77	23	575	37
$d=10$ $c=0.25$	990	11.6	11	176	38.2
$d=10$ $c=0.3$	1350	15.1	6.5	72	38.4
$d=5$ $c=0.2$	1370	16.8	437	1.1104	38.2

Таблица I

Как видно из таблицы,

$$|E|_m \approx \frac{38}{\tau_m} \quad (19)$$

Из соотношения (13) при $\kappa=0$ в квазистатическом приближении, как и раньше, последовала бы необходимость равноускоренного движения к центру. При варьировании начальных данных $\int_0^{\tau_{st}} V \cdot \tau^2 d\tau$ в стационарном состоянии не всегда является положительной величиной. Отсюда, по-видимому, следует сделать заключение, что появляется эффективное волновое число K , компенсирующее нелинейную групповую скорость, направленную к центру, так что $U_g = U_g^{NL} + U_g^{MC} = 0$.

§ 5. Эволюция пакетов

Опишем полученную на ЭВМ динамику сверхкритических пакетов вида $E = c \cdot \exp(-(z-z_0)^2/2d^2)$, удовлетворяющих критерию неустойчивости. На первой стадии (самофокусировки пакета) генерируются S -волны разрежения, одна - идущая к центру, другая - уходящая на бесконечность (рис. I а). Очевидно, в силу сферической геометрии амплитуда волн, уходящих на бесконечность, уменьшается по мере удаления от центра.

Эта стадия быстро сменяется следующей - движением пакета к центру. При этом сферитон играет роль поршня, движущегося под действием центробежной силы (о которой говорилось в § 2) и испытывающего при этом силу сопротивления, обусловленную реакцией уходящих к центру S -волн сжатия (рис. I б). За сферитоном, наоборот, образуется область пониженной плотности.

Как показывают расчеты, сначала происходит ускоренное движение сжимающегося по мере приближения к центру пакета, которое затем сменяется равномерным, и потом резко останавливается при z_{st} (рис. 4). Резкая остановка указывает на устойчивость достигнутого стационарного положения сферитона.

Незадолго до момента остановки начинается интенсивная генерация S -волн с длиной волны порядка ширины сферитона, причем преимущественно уходящих на бесконечность (рис. I в). После достижения z_{st} происходит существенное (почти двойное) увеличение величины W_m , которая затем практически не изменяется, лишь слегка осциллирует.

Далее, цуг S -волн при $z > z_{st}$ отрывается от сферитона и уходит

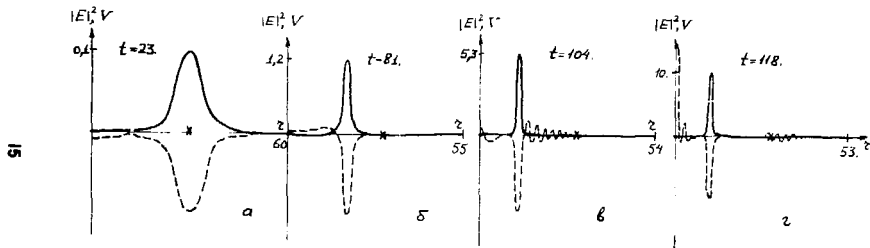


Рис. 1. Эволюция пакета $E=c \cdot \exp(-(\tau - \tau_0)^2 / 2d^2)$ при $c=0,25$, $d=10$, $\tau_0=30$.

и бесконечности, а волны, локализованные при $\gamma > \gamma_c$, оказываются в основном локализованы внутри сферитона, достигая больших амплитуд при колебании центра (рис. 1, г). Строго говоря, их нельзя рассматривать как локализованные, здесь следует ожидать появления ударных δ -волн.

Будем считать, что в течение достаточно больших отрезков времени в заметной окрестности стационарного сферитона с большой точностью выполняется $V = \dot{\gamma}^2/2$. Это показывает, что причиной остановки сферитонов является наличие в квазистатистическом приближении стационарного решения (но при установлении этого решения принципиальную роль играют δ -волны (см. [1]).

Эти результаты приведены при различных γ_c , $\dot{\gamma}_0 = 30$ приведены на рис. 1.

На рис. 2 будет также введены эволюция пакетов, для которых не выполняются условия устойчивости $\dot{\gamma}_m = \dot{\gamma}^2/2$, при выполнении условия движения в центре (13). Эволюция таких пакетов в зависимости от начальных данных приводит к различным результатам (см. рис. 2, 3). Сначала в оболочке сферитона происходит стадия уменьшения γ_m , соответствующая разложению, полученная нами аналитически (см. § 2).

Мы исследовали также динамику пакетов, не являющихся квази плоскими при $t \rightarrow \infty$, например, $\delta(\mathbf{r}, t) = C_0 \exp(-\gamma^2/2d^2)$. Эволюция таких пакетов была прослежена на ЭВМ авторами работы [12]. Результаты их расчетов качественно совпадают с нашими. Следует отметить, что такие пакеты в силу полученной в § 4 зависимости $\gamma_c = const \cdot S_1$, как легко убедиться, должны увеличивать свой радиус центра тяжести. Это и происходит в действительности, причем начальный пакет распадается на практически автономные шаровые слои, ширина которых $\Delta \gamma$ возрастает, а плотность энергии W_m падает при переходе от слоев к слоям на большие γ , что хорошо согласуется с проведенными в § 4 рассуждениями.

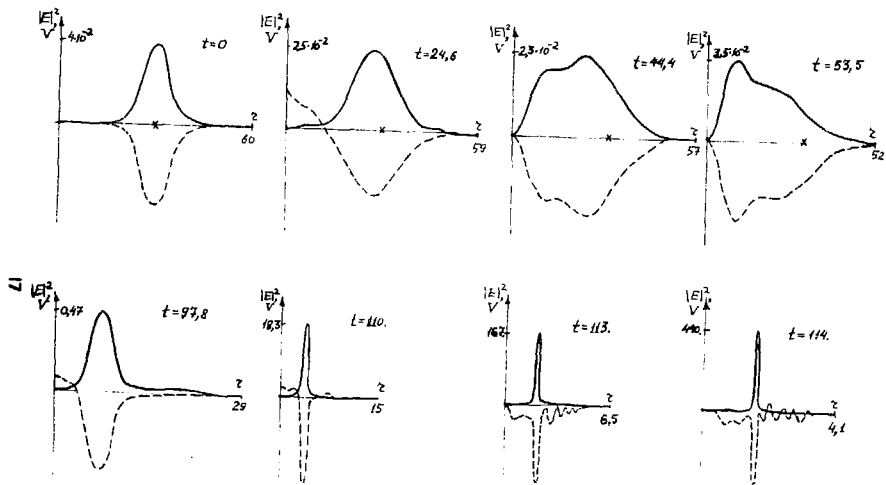


Рис.2. Эволюция пакета $E = c \cdot \exp(-(\tau - \tau_0)^2 / 2d^2)$ при $c = 0,2$, $d = 5$, $\tau_0 = 30$. Начальный пакет уже самосогласованного. При $t = 114$ в области $z \leq 4,1$ сосредоточено 40% плазмонов начального пакета.

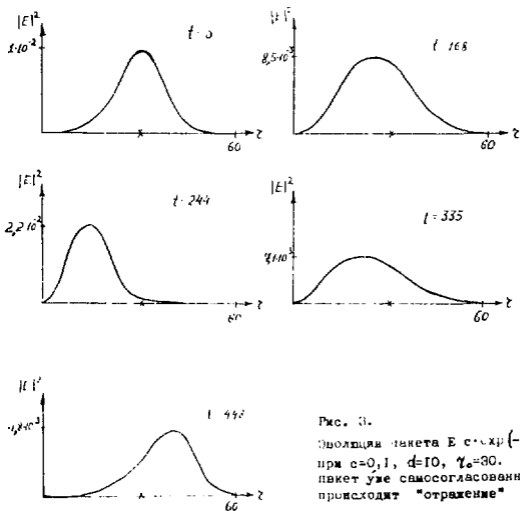


Рис. 3.

Эволюция пакета E с $\exp(-(\tau-\tau_0)^2/2d^2)$ при $c=0,1$, $d=10$, $\tau_0=30$. Начальный пакет уже самосогласованного: происходит "отражение" от центра.

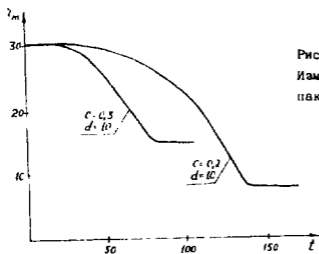


Рис. 4.

Изменение $\zeta_m(t)$ для различных пакетов при $\tau_0=30$.

Заметим, что в процессе эволюции система (I) сохраняет, помимо S_1 , имеющего прежний вид, видоизмененный инвариант

$$S_2 = \int \left\{ |(E_z)'_z|^2 + 2|E|^2 + z^2 V |E|^2 + \frac{V^2}{2} z^2 + \frac{u^2 z^2}{\varepsilon} \right\} dz,$$

где
$$\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{z^2} \frac{\partial (z^2 u)}{\partial z} = 0.$$

§ 6. Краткие выводы

Полученные результаты позволяют заключить, что, во-первых, схлопывание сферитонов, т.е. сферически-симметричных пакетов ленгмюровских волн (если таковые образуются) проходит две стадии (ускоренного и равномерного движения) и прекращается. Сферитон останавливается в определенном положении, зависящем от содержащейся в нем энергии, причем, чем больше эта энергия, тем больше стационарный радиус, так что $S_1 / r_{st} = const$; величина константы получена с помощью численного моделирования.

Во-вторых, достигаемые при остановке плотности энергии, как правило, относительно малы $\frac{W}{n_0 T} < 1$, а ширина стационарного сферитона Δz больше d_e , и, следовательно, $k d_e < 1$. Это означает, что поглощение Ландау энергии таких образований мало. Поэтому греться в основном будут надтепловые электроны из хвостов максвелловского распределения, что приведет, как в плоском случае^{/7/}, к появлению относительно небольшой доли весьма быстрых электронов.

Эти выводы относятся к изученному случаю сферически-симметричных возмущений. Вопрос о динамике неоднородных волновых пакетов остается в настоящее время открытым. Это, в частности, связано с существенным влиянием на поведение ленгмюровских пакетов генерируемых в процессе эволюции ионозвуковых волн, что приводит к несохранению

квазистатического инварианта S_2 и возможности расщепления образовавшихся сгустков в ч. поля ионозвуковыми волнами (для одномерного случая (см. ^{15/})).

В результате отщепления S -волн и дальнейшего их поглощения ионами в случае $T_e \sim T_i$ будет происходить подогрев ионной компоненты.

Авторы выражают свою глубокую благодарность Е.П.Дидкову за интерес к работе и ценные замечания, М.Г.Мещерякову за постоянное внимание и поддержку. Один из нас В.Г.Маханьков весьма признателен В.Н.Штовичу, т.к. совместное сомнение в возможности КЛЗ явилось стимулом для выполнения этой работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. В.Е.Захаров, ЭТФ, 62, 1745, 1972.
2. А.Г.Литвак, Г.М.Фрайман, А.Д.Юнаковский. Письма ЭТФ, 19, 23, 1974.
3. Л.И.Рудаков. ДАН, 207, 821, 1972.
4. Kh. O.Abdulloev, I.L.Bogolubskii, V.G.Makhankov.
Preprint JINR E9 - 7717, Dubna, 1974.
5. Л.М.Дегтярев, В.Г.Маханьков, Л.И.Рудаков. Препринт ИГиЛ АН СССР
E8, 1974.
6. Х.О.Абдуллоев, И.Л.Боголюбский, В.Г.Маханьков. Собрание по программированию и математическим методам решения физических задач. Дубна, 30 октября - 4 ноября 1973 года. Издание ОИЯИ Д10-7707, Дубна, 1974.
7. S.Kaines, J.Dawson, T.Coffey, Physics of Fluids, 15, 2419, 1972.
W.Kruer, K.Estabrook, J.Thompson, Preprint UCRL-74947, Lawrence Livermore Laboratory, 1973. R.N.Sudan. Proceedings of VI European Plasma Physics Conference, Moscow 1973.

Рукопись поступила в издательский отдел
28 мая 1974 года.