

С3536

И - 811

2740/2-74 .

СООБЩЕНИЯ  
ОБЪЕДИНЕННОГО  
ИНСТИТУТА  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ  
ДУБНА



P9 - 7951

А.Ш.Иркегулов, Э.И.Уразаков, А.Б.Швачка,  
О.А.Швачка

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ  
РАССЕЯНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН  
НА КОЛЬЦЕВОМ СГУСТКЕ ЧАСТИЦ  
I. РАСЧЕТ КОЭФФИЦИЕНТОВ  
УРАВНЕНИЙ РАССЕЯНИЯ

**1974**

ЛАБОРАТОРИЯ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ  
ТЕХНИКИ И АВТОМАТИЗАЦИИ

P9 - 7951

А.Ш.Иркегулов,\* Э.И.Уразаков,\* А.Б.Швачка,  
О.А.Швачка

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ  
РАССЕЯНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН  
НА КОЛЬЦЕВОМ СГУСТКЕ ЧАСТИЦ  
I. РАСЧЕТ КОЭФФИЦИЕНТОВ  
УРАВНЕНИЙ РАССЕЯНИЯ

---

\* лян нияф мгу

Объединенный институт  
ядерных исследований  
БИБЛИОТЕКА

Иркегулов А.Ш., Уразаков Э.И., Швачка А.Б., Швачка О.А.

P9 - 7951

Численное исследование рассеяния электромагнитных волн на кольцевом сгустке частиц

1. Расчет коэффициентов уравнений рассеяния

В работе проведены расчеты коэффициентов рассеяния электромагнитных волн на кольцевом сгустке частиц и дан анализ этих величин в зависимости от физических факторов волны и сгустка.

В некоторых частных случаях удается получить конечную систему уравнений для амплитуд волн. Приведено физическое обсуждение результатов.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований  
Дубна, 1974

Irkegulov A.Sh., Urazakov E.I., Shvachka A.B.,  
Shvachka O.A.

P9 - 7951

Numerical Study of the Electromagnetic Wave  
Scattering by a Ring Bunch of Particles.

I. Calculation of the Scattering Equation Coefficients

The coefficients are calculated for the scattering of electromagnetic waves by a ring bunch of particles, and the analysis of these values is made depending on the physical factors of a wave and a bunch. In some particular cases one succeeds in obtaining a final system of equations for the wave amplitudes. Physical discussion of results is presented.

Communications of the Joint Institute for Nuclear Research.  
Dubna, 1974

В в е д е н и е

Как показано в /1/, описание стационарного процесса рассеяния электромагнитных волн на изотропном ограниченном сгустке сводится к решению системы линейных дифференциальных уравнений для амплитуд полей волн.

Коэффициенты системы линейных дифференциальных уравнений для амплитуд волн являются функциями электрических свойств сгустка, его симметрии, а также волновых векторов падающего и рассеянного полей.

Решение системы линейных дифференциальных уравнений можно получить, задавая граничные по  $Z$  значения амплитуд полей в местах вхождения их в сгусток.

Система уравнений для амплитуд полей волн, рассеиваемых на сгустке, имеет вид:

$$\frac{d}{dz} f_i^{\alpha} = -\frac{1}{2w_i} \left[ \sum_k A_{ik}^{\alpha\alpha} f_k^{\alpha} - A_{ik}^{\alpha\alpha} \frac{d}{dz} f_k^{\alpha} + \right. \\ \left. + i (A_{ik}^{\alpha m} f_k^m - A_{ik}^{\prime \alpha m} \frac{d}{dz} f_k^m) \right], \quad (I)$$

$$\frac{d}{dz} f_i^m = -\frac{1}{2w_i} \left[ \sum_k A_{ik}^{mm} f_k^m - A_{ik}^{mm} \frac{d}{dz} f_k^m - \right. \\ \left. - i (A_{ik}^{m\alpha} f_k^{\alpha} - A_{ik}^{\prime m\alpha} \frac{d}{dz} f_k^{\alpha}) \right],$$

где коэффициенты системы с учетом симметрии сгустка приведены в /1/.

При рассеянии волн на кольцевом азимутально-симметричном плазменном ( $\epsilon = \epsilon(r, \varphi, \omega)$ ) сгустке коэффициенты уравнений (I) таковы:

$$A_{1ik}^{эз} = i (\sqrt{\rho i} + W_{\rho i} W_{\rho k}) \cdot J_{1ik}^{эз}(\epsilon),$$

$$A_{1ik}^{мэ} = W_{\rho k} \cdot J_{1ik}^{мэ}(\epsilon),$$

$$A_{1ik}^{mm} = i k^2 \cdot J_{1ik}^{mm}(\epsilon),$$

$$A_{2ik}^{эз} = i (W_{\rho i} W_{\rho k} + W_{\rho k}^2) \cdot J_{2ik}^{эз}(\epsilon),$$

$$A_{2ik}^{mm} = i k^2 \cdot J_{2ik}^{mm}(\epsilon), \quad (2)$$

$$A_{2ik}^{эм} = i k n (W_{\rho i} + W_{\rho k}) \cdot J_{2ik}^{эм}(\epsilon),$$

$$A_{2ik}^{мэ} = i k \rho W_{\rho k} \cdot J_{2ik}^{мэ}(\epsilon).$$

### 1. Рассеяние электромагнитных волн на кольцевом сгустке.

Изучается рассеяние волноводных волн в круглой трубе на кольцеобразном сгустке частиц конечной толщины по  $r$ . Сгусток по  $z$  имеет конечную длину и расположен симметрично относительно оси волновода, т.е. ось сгустка совпадает с осью волновода<sup>\*</sup>). Свойства сгустка однородны по длине.

Коэффициенты рассеяния и интегральные множители, входящие в них, для всех видов волн рассчитывались численно на ЭВМ СДС I604-A.

Так как коэффициенты рассеяния фактически определяются интегральными множителями  $J_{2ik}(\epsilon)$ , характеризующими свойства и симметрию сгустка  $I$ , то рассмотрим полученные результаты применительно к этим характеристикам.

### 2. Зависимость коэффициентов (интегралов) рассеяния от положения сгустка в волноводе

В задаче рассматривается плоское кольцо, для которого

<sup>\*</sup> В работе используется цилиндрическая система координат  $\{r, \varphi, z\}$ .

Радиус волновода берется равным 1.

$$\epsilon = \begin{cases} 1, & x_4 - \frac{d}{2} \leq r \leq x_4 + \frac{d}{2} \\ 0, & x_4 - \frac{d}{2} > r > x_4 + \frac{d}{2}, \end{cases}$$

толщина кольца по радиусу  $d = 0,1a$ , где  $a$  - радиус волновода. Средний радиус кольца при расчете менялся в пределах

$$0,15 \leq x_4 \leq 0,85.$$

Проведенные расчеты показали, что:

а. Величина коэффициентов рассеяния с ростом азимутального волнового числа уменьшается.

$$\frac{J_n(\rho=5)}{J_n(\rho=0)} \approx \frac{J_n(\rho=15)}{J_n(\rho=5)} \approx 10^{-1}. \quad (3)$$

б. На сгустках, расположенных ближе к оси волновода, рассеяние высших типов волноводных волн ничтожно мало (т.е. интегралы рассеяния близки к нулю для всех типов волн). Рассеяние этих волн максимально на сгустке, расположенном у стенок волновода ( $x_4 = 0,85$ ).

в. Для каждого вида и типа рассеяния имеется соответствующий резонансный сгусток, коэффициенты рассеяния для которого максимальны по величине. Например, в случае рассеяния магнитной волны в магнитную для значений индексов  $\rho = 5$ ,  $i = 5$  и  $K = I$  резонансный сгусток находится в области  $x_4 = 0,45$  (см. ПРИЛОЖЕНИЕ I, рис.5). Для рассеяния магнитной волны в электрическую при  $\rho = 5$ ,  $i = I$  и  $K = I$  резонансный сгусток локализован в области  $x_4 = 0,75$ . Зависимость интегралов рассеяния от среднего радиуса сгустка  $x_4$  приведена на рис. 1-8 (см. ПРИЛОЖЕНИЕ I).

Максимальное рассеяние на кольцевых сгустках наблюдается для рассеяния магнитных волн в магнитные (второй тип симметрии) за счет радиальной неоднородности сгустка. Как правило, минимальные значения коэффициентов рассеяния наблюдаются при рассеянии электрических волн в электрические (первый тип симметрии).

С ростом радиального индекса падающей волны коэффициенты рассеяния уменьшаются. Особенно резкое падение величины коэффициентов наблюдается при  $15 \leq i \leq 20$  (см. ПРИЛОЖЕНИЕ I, рис. 4-8).

**2.1.** Поведение интегралов рассеяния  $J_{2ik}(\epsilon)$  для ступки, находящегося у стенок волновода ( $\chi_4 = 0,85$ ), можно проследить по табл. I-8 (см. ПРИЛОЖЕНИЕ П). В табл. I-8 приведены значения интегралов  $J_{2ik}(\epsilon)$  для электрических и магнитных волн в зависимости от радиальных индексов  $i$  ( $K$ ). При этом азимутальный индекс  $\rho$  выбирался последовательно равным 1, 5, 15 и 20. Анализ показал, что для ступки, расположенного у стенок волновода ( $\chi_4 = 0,85$ ), с ростом радиального волнового числа  $K$  для рассеянных волн интегралы  $J_{11K}(\epsilon)$ , характеризующие превращение магнитных волн в магнитные и электрических в электрические, резко уменьшаются. При  $K \gg 10$  эти интегралы практически обращаются в нуль. Подобным же образом ведут себя интегралы рассеяния в зависимости от радиального индекса  $i$  рассеиваемых волн (см. ПРИЛОЖЕНИЕ П, табл. 9, 10).

При рассеянии волноводных волн на неоднородном по  $r$  ступке интегралы  $J_{2ik}(\epsilon)$  с ростом  $K$  убывают более медленно, чем интегралы  $J_{11K}(\epsilon)$ , имея осциллирующий характер.

Для ступки с  $\chi_4 = 0,85$  интегралы рассеяния всех типов для конкретных волн имеют один и тот же порядок величины, в отличие от ступки с  $\chi_4 = 0,15$ .

Необходимо отметить, что для ступки, расположенного у стенок волновода, интеграл, характеризующий рассеяние магнитных волн в электрические, при падении волны с  $\rho = 15$ ,  $K = 1$  равен 0. Таким образом, указанная волна магнитного типа не рассеивается в волны электрического типа.

Соответствующие интегралы для ступки, расположенного в центре волновода ( $\chi_4 = 0,15$ ), для значений индексов  $\rho = 0$  и  $K = 1$  приведены в табл. 13 (см. ПРИЛОЖЕНИЕ П). Как видно из таблицы, интегралы рассеяния, имея также осциллирующий характер, по порядку величины равны  $10^{-2}$ . Для высших несимметричных типов волн рассеяние на этом ступке ничтожно мало.

**2.2.** Интегралы рассеяния  $J_{2ik}(\epsilon)$  вычислены также для широкого ( $d = 0,7$ ) и узкого ( $d = 0,01$ ) кольцевых ступков. Величины этих интегралов для электрических и магнитных волн, а также их отношение при  $\rho = 0$  и  $K = 1$  приведены в табл. II-13 (см. ПРИЛОЖЕНИЕ П).

Из таблиц видно, что для толстого ступка интегралы рассеяния по абсолютной величине на порядок больше, чем соответствующие интегралы для узкого ступка. Интегралы, характеризующие рассеяние магнитных волн в магнитные и электрических волн в электрические первого типа симметрии (без учета неоднородности среды), малы по сравнению с другими интегралами. Интегралы рассеяния для  $\rho = 0$  и  $i = 1$  также имеют осциллирующий характер, причем период осцилляций в зависимости от радиального индекса  $K$  для узкого ступка больше, чем для широкого.

**2.3.** Рассматривалось также рассеяние волноводных волн на системе двух ступков. Широкий ступок выбран с параметрами  $\chi_4 = 0,65$ ,  $d = 0,3$  и узкий - с  $\chi_4 = 0,105$ ,  $d = 0,01$ . Так, например, зависимость интегралов  $J_{2ik}(\epsilon)$  от азимутального индекса  $\rho$  для электрической и магнитной волн при  $i = 1$  и  $K = 1$  приведена на рис. 9 (см. ПРИЛОЖЕНИЕ I).

Из вышеизложенного следует, что с ростом индекса  $\rho$  все интегралы рассеяния убывают по абсолютной величине и при  $\rho \gg 20$  практически равны нулю. При этом максимальное значение имеют интегралы, соответствующие превращению магнитных волн в магнитные (второй тип симметрии). Минимальные коэффициенты рассеяния наблюдаются для превращения магнитных волн в электрические (второй тип симметрии).

#### З а к л ю ч е н и е

Рассматривались характеристики рассеяния волноводных волн на симметричном кольцеобразном ступке частиц конечных размеров по  $z$  для различных локализаций и поперечных размеров ступка. Рассматривалась также система ступков.

Указанные расчеты могут быть применены для ступков, обладающих свойствами проводников, диэлектриков (с потерями и без потерь), плазмы, заряженных частиц.

Вычисления показали, что в общем случае рассеяния на подобном классе ступков картина рассеяния сложная и определяется как свойствами и симметрией ступка, так и волновыми свойствами падающего поля.

При этом можно отметить следующие общие закономерности для такого взаимодействия:

а) интегралы  $J_{ijk}(\epsilon)$  с увеличением азимутальных и радиальных волновых чисел уменьшаются по модулю;

б) для сгустков, локализованных вблизи центра волновода, интегралы  $J_{ijk}(\epsilon)$  с ростом индексов  $\rho$  и  $i$  резко уменьшаются, причем для периферийных сгустков эта тенденция выражена слабее.

При рассеянии волноводных волн на кольцевом азимутально-симметричном плазменном сгустке система дифференциальных уравнений для амплитуд полей волн редуцируется до 20 уравнений (с относительной погрешностью не более 5%).

Подбором физических параметров волны (длина волны) и волновода (радиус волновода, заполнение) можно уменьшить число уравнений, входящих в систему. В этом случае "усеченная" система уравнений решается численно на ЭВМ и ее решение дает распределение поля в волноводе при наличии указанного сгустка, что описывается во второй части настоящей работы.

Авторы выражают благодарность Е.П.Лидкову и участникам семинара ОНМУ ОИЯИ за интерес к работе и полезные обсуждения.

#### Л и т е р а т у р а

1. А.Ш.Иркегулов, Э.И.Уразаков, А.Б.Швачка. Численное исследование рассеяния электромагнитных волн на кольцеобразном плазменном сгустке. Доклад на Советании по программированию и математическим методам решения физических задач, ОИЯИ, Д10-7707, Дубна, 1973.

Рукопись поступила в издательский отдел  
16 мая 1974 года.

#### ПРИЛОЖЕНИЕ I

Интегралы рассеяния как функции среднего радиуса сгустка  $X_{\mu}$  при фиксированных значениях радиальных и азимутальных индексов

Ниже используются следующие обозначения для интегралов рассеяния, приведенных на рисунках:

1 -  $J_{11k}^{MM}$ , 2 -  $J_{11k}^{EE}$ , 3 -  $J_{21k}^{MM}$ , 4 -  $J_{21k}^{EE}$ , 5 -  $J_{21k}^{EM}$ ,  
6 -  $J_{21k}^{ME}$ .

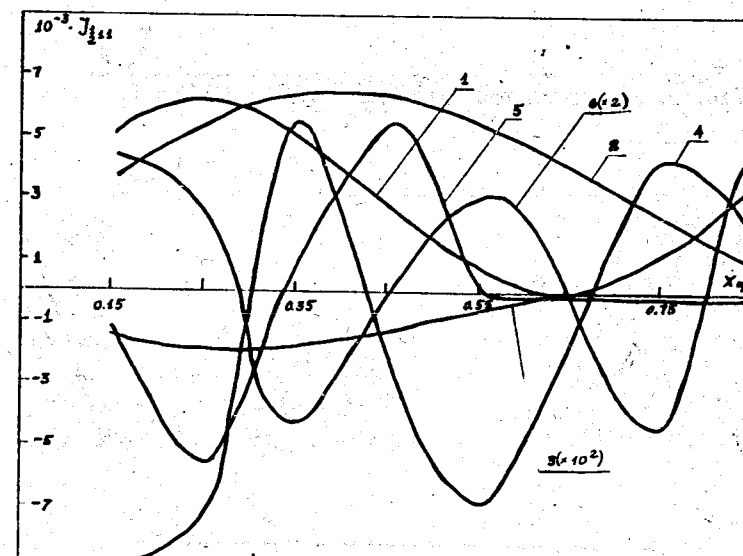


Рис. 1. Интегралы рассеяния для  $\rho = 0$ ,  $i = 1$ ,  $k = 1$ .

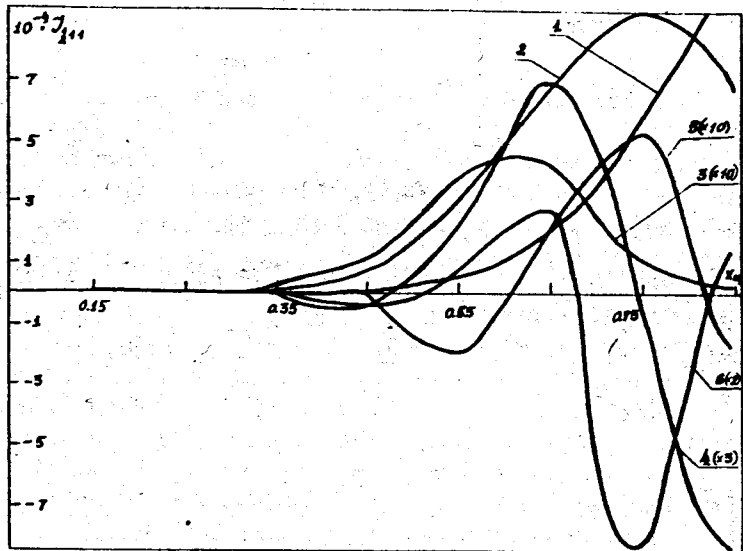


Рис. 2. Интегралы рассеяния для  $\rho = 5$ ,  $i = 1$ ,  $\kappa = 1$ .

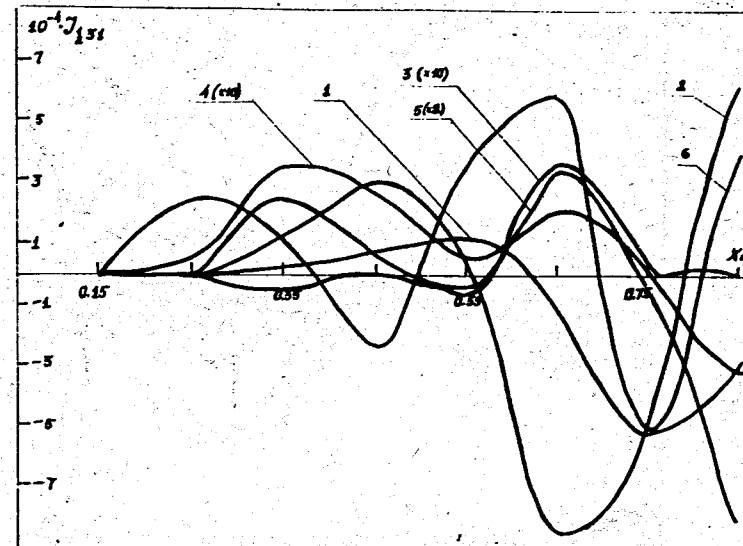


Рис. 4. Интегралы рассеяния для  $\rho = 5$ ,  $i = 3$ ,  $\kappa = 1$ .

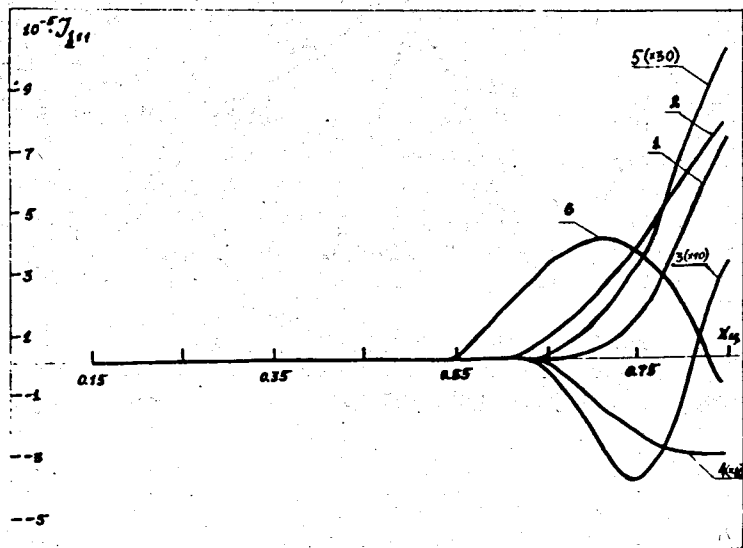


Рис. 3. Интегралы рассеяния для  $\rho = 15$ ,  $i = 1$ ,  $\kappa = 1$ .

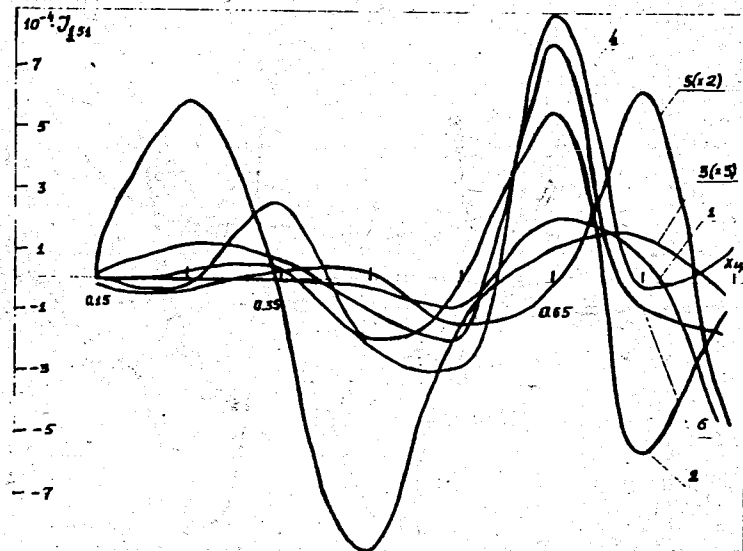


Рис. 5. Интегралы рассеяния для  $\rho = 5$ ,  $i = 5$ ,  $\kappa = 1$ .

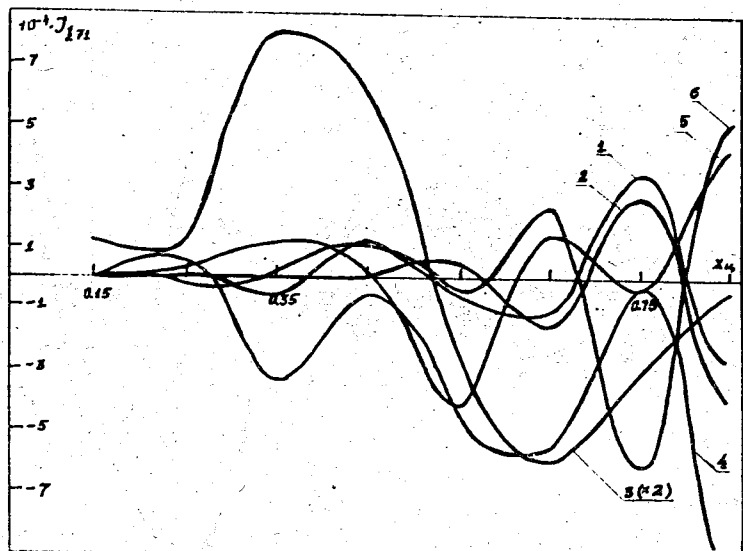


Рис. 6. Интегралы рассеяния для  $\rho = 5$ ,  $i = 7$ ,  $\kappa = 1$ .

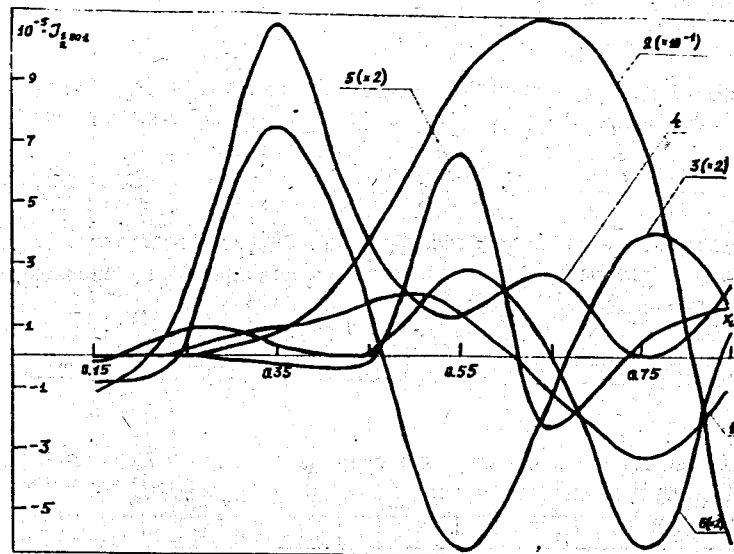


Рис. 8. Интегралы рассеяния для  $\rho = 5$ ,  $i = 20$ ,  $\kappa = 1$ .

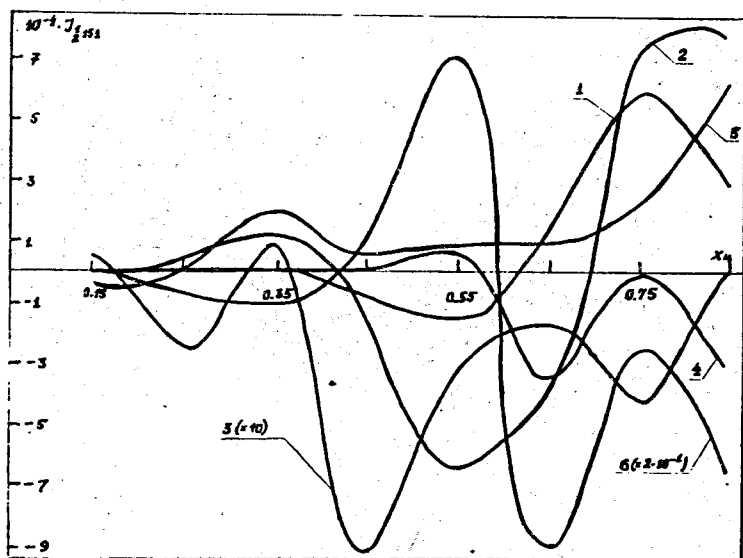


Рис. 7. Интегралы рассеяния для  $\rho = 5$ ,  $i = 15$ ,  $\kappa = 1$ .

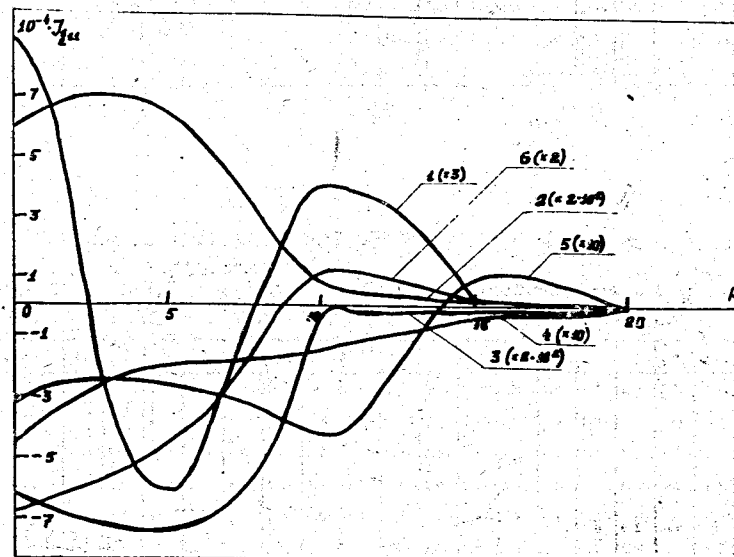


Рис. 9. Интегралы рассеяния как функции азимутального индекса  $\rho$  при  $i = 1$ ,  $\kappa = 1$ .



ПРИЛОЖЕНИЕ П

Таблицы интегралов рассеяния как функций радиальных индексов падающей ( $i$ ) и рассеянных ( $\kappa$ ) волн при фиксированном значении азимутального индекса  $\rho$ .

Таблица 1. Интегралы рассеяния для ступки с  $\chi_4 = 0,85$ ,  $d = 0,1$  для значений индексов  $i = 1$ ,  $\kappa = 1 - 20$ ,  $\rho = 0$ .

$J_{i\kappa}^{d=0}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
$J_{11}^{00}$	3.8	0.7	0	0.2	0.3	0.2	0.2	0.1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$J_{12}^{00}$	0.9	0.6	0.5	0.3	0.1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$J_{13}^{00}$	-0.9	5.1	-8.3	9.3	7.8	4.2	0.2	4.2	6.8	7.4	6.2	-3.9	1.3	0.9	2.1	2.3	1.8	1.0	-0.3	-0.1
$J_{14}^{00}$	2.0	-2.0	0.7	1.0	2.4	3.2	-3.1	2.1	-0.7	1.6	1.5	-1.8	1.6	1.9	-0.6	-0.5	1.3	-1.3	0.8	0
$J_{15}^{00}$	-0.6	-0.4	1.2	-1.5	1.3	0.3	0	0.3	-0.5	0.3	0	0	0	0.2	-0.4	0.5	-0.4	0.2	0.1	-0.3
$J_{16}^{00}$	4.7	-3.2	1.1	1.2	-3.0	4.0	-3.6	2.5	-1.1	0	0.2	-0.1	0.3	0.7	-0.7	0.4	0	-0.3	0.7	-0.3

Таблица 2. Интегралы рассеяния для ступки с  $\chi_4 = 0,85$ ,  $d = 0,1$  для значений индексов  $i = 1$ ,  $\kappa = 1 - 20$ ,  $\rho = 5$ .

$J_{i\kappa}^{d=5}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
$J_{11}^{50}$	1.2	-0.1	-0.2	0.2	-0.2	0.2	-0.1	0	0	-0	0	-0	0	-0	0	0	-0	0	0	-0
$J_{12}^{50}$	1.9	-1.0	0.5	-0.2	-0.1	0.2	-0.2	0.1	-0.1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$J_{13}^{50}$	-0.5	0.1	0.4	-0.3	-0.5	1.5	-2.3	2.8	-2.6	2.0	-1.0	1.0	-0.9	0.7	-0.6	-0.9	0.7	-0.6	0.5	-0.5
$J_{14}^{50}$	3.2	2.1	-0.2	-1.6	2.7	-2.8	2.2	-1.0	-0.3	1.2	-1.6	1.5	-1.0	0.4	-0	0.2	-0.2	0.1	0	-0.2
$J_{15}^{50}$	-1.7	2.8	-2.6	1.5	0.2	-1.7	4.1	-4.1	3.0	-1.5	0	0.8	-1.1	0.8	-0.4	0	0	0	-0	-0
$J_{16}^{50}$	0.3	-1.4	2.1	-2.3	2.0	-1.4	0.6	0.1	-0.7	0.4	-0.9	0.6	-0.4	0.2	-0	0	0	0	-0	0

Таблица 3. Интегралы рассеяния для ступки с  $\chi_4 = 0,85$ ,  $d = 0,1$  для значений индексов  $i = 1$ ,  $\kappa = 1 - 20$ ,  $\rho = 15$ .

$J_{i\kappa}^{d=15}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
$J_{11}^{150}$	1.5	1.0	-1.1	0.7	-0.3	0	0.2	-0.2	0.2	-0.1	0	-0	0	0	-0	0	-0	0	-0	0
$J_{12}^{150}$	7.7	-1.9	-0.8	1.7	-1.6	1.1	-0.4	0	0.3	-0.3	0.3	-0.1	0	-0	0	-0	0	-0	0	-0
$J_{13}^{150}$	3.2	-3.9	-0.1	0.5	0.9	-1.6	0.5	1.5	-3.1	3.1	-1.6	0.3	-0.9	0.5	0.2	-0.5	-0.1	1.1	-1.8	1.7
$J_{14}^{150}$	-3.1	-1.4	6.0	7.9	-5.8	1.5	2.2	-3.5	2.6	-1.0	-0	0	0.3	-0.5	0.1	0.4	-0.6	0.1	0.7	-1.1
$J_{15}^{150}$	31.7	-11.5	-6.6	13.3	-9.3	1.8	1.9	0.4	-5.6	9.1	-8.6	5.2	-1.7	0.1	-0.1	0.1	2.9	-2.3	0.5	0.4
$J_{16}^{150}$	0.7	-1.1	0.7	0	0.1	-1.0	2.2	-2.8	2.2	-1.0	2.2	-0.5	-0.3	-1.1	1.8	-1.0	-0	0.1	0.3	0.5

Таблица 4. Интегралы рассеяния для ступки с  $\chi_4 = 0,85$ ,  $d = 0,1$  для значений индексов  $i = 1$ ,  $\kappa = 1 - 20$ ,  $\rho = 20$ .

$J_{i\kappa}^{d=20}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
$J_{11}^{200}$	0.7	0.8	-0.6	0.3	-0	-0.1	0.2	-0.2	0.1	-0	0	-0	-0	0	-0	0	-0	0	-0	0
$J_{12}^{200}$	5.0	-0.3	-1.3	1.5	-1.0	0.4	0	-0.2	0.3	-0.2	0.1	-0	0	-0	0	-0	0	-0	0	-0
$J_{13}^{200}$	-5.6	3.3	3.8	-5.2	2.9	-0.5	-0	0.7	1.5	-1.1	-0.2	1.4	1.4	-3.6	-0.1	0.5	-0.4	-0	0.2	0.3
$J_{14}^{200}$	-1.7	0	-2.1	2.4	0.7	0.8	-2.5	3.1	-2.4	1.2	-0.3	-0	0	-0	0	-0.5	1.3	-1.0	0.2	0.3
$J_{15}^{200}$	-13.4	0.9	13.1	-18.6	14.3	-5.7	-0.5	1.0	0.7	-2.7	2.9	-1.8	1.3	-1.9	2.8	-2.6	1.3	1.2	1.2	-2.6
$J_{16}^{200}$	2.5	-0.1	-0.4	-1.5	2.2	-0.9	-0.7	1.2	-0.6	0	-0.3	0.5	0.4	-1.1	1.4	-0.7	0	0.2	0.4	-1.1

Таблица 5. Интегралы рассеяния для ступки с  $\chi_4 = 0,85$ ,  $d = 0,1$  для значений индексов  $i = 1 - 20$ ,  $\kappa = 1$ ,  $\rho = 0$ .

$J_{i\kappa}^{d=0}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
$J_{11}^{00}$	3.8	0.0	0.1	1.0	-1.7	1.9	-1.7	1.2	-0.5	-0	0.4	-0.6	0.7	-0.6	0.4	-0.2	0	0	-0	0
$J_{12}^{00}$	9.0	-1.2	1.2	-1.0	0.7	-0.3	-0.1	0.4	-0.5	0.5	-0.3	0.2	-0	-0.1	0.2	-0.2	0.1	-0	-0	0
$J_{13}^{00}$	-0.9	0.2	-0.6	-1.5	-0.5	1.6	2.8	1.9	0.3	-0.2	0.9	2.0	1.9	0.9	0	0.2	0.7	0.8	0.3	-0
$J_{14}^{00}$	2.1	4.7	5.9	4.6	2.0	0.2	0.3	1.9	3.2	3.0	1.6	2.9	9	0.7	1.3	1.2	0.6	0.1	0	0.2
$J_{15}^{00}$	-0.7	-0.9	0.1	1.7	2.9	2.9	1.9	0.5	-0.2	0	0.9	1.7	1.8	0.1	0.7	0.2	-0	0	0.1	0
$J_{16}^{00}$	0.5	3.5	1.9	0.6	-0	0.1	0.6	0.9	0.8	0.4	0	-0.2	-0.1	0	0.1	0	-0	-0.7	-0.2	-0.2

Таблица 6. Интегралы рассеяния для ступки с  $\chi_4 = 0,85$ ,  $d = 0,1$   
для значений индексов  $i = 1 - 20$ ,  $\kappa = 1$ ,  $\rho = 5$ .

$J_{i\kappa}^{10^2}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
$J_{11}^{10^2}$	1.2	-0.2	-0.3	0.5	-0.5	0.4	-0.3	0.1	0	-0.1	0.2	-0.2	0.1	-0.1	0	0	-0	0	0	-0
$J_{21}^{10^2}$	1.9	-1.1	0.6	-0.2	-0.1	0.3	-0.4	0.4	-0.3	0.1	0	-0.1	0.1	-0.1	0.1	-0	-0	0	-0	-0
$J_{31}^{10^2}$	-0.3	0.1	0.1	0	-0.2	-0.2	-0.1	0	0	-0.1	-0.2	-0.3	-0.2	0	0	0	0	-0	0	0
$J_{41}^{10^2}$	-3.2	-5.7	-3.0	-0.4	0.2	-0.8	-1.9	-2.0	-1.0	-0.1	0.2	-0.2	-0.6	-0.6	-0.3	-0	0	-0	-0	0
$J_{51}^{10^2}$	-1.7	-1.3	-1.8	-1.8	-1.0	-0.1	0.4	0.2	-0.5	-1.1	-1.2	-0.8	-0.3	0	0.1	-0	-0.1	-0	0	0
$J_{61}^{10^2}$	0.3	1.0	0.4	-0.2	-0.2	0.3	0.5	0.2	-0.2	-0.3	-0.1	0.1	0.1	0	-0.1	-0.1	0	0	-0	0

Таблица 7. Интегралы рассеяния для ступки с  $\chi_4 = 0,85$ ,  $d = 0,1$   
для значений индексов  $i = 1 - 20$ ,  $\kappa = 1$ ,  $\rho = 15$ .

$J_{i\kappa}^{10^2}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
$J_{11}^{10^2}$	1.5	1.1	-1.2	0.9	-0.4	-0	0.3	-0.4	0.4	-0.3	0.2	-0.1	0	0	-0	0	-0	0	-0.1	0.1
$J_{21}^{10^2}$	7.7	-1.4	-0.6	1.5	-1.5	1.1	-0.5	-0	0.3	-0.4	0.4	-0.2	0.1	-0	0	-0.1	0.1	-0.2	0.1	-0
$J_{31}^{10^2}$	3.2	2.3	-1.1	-1.0	0.7	1.3	0.6	-0.1	-0	0.3	0.4	0.2	0	0	0	0.1	0	-0	-0	0
$J_{41}^{10^2}$	-3.1	-5.7	-0.4	0.2	-0.9	-1.7	-1.6	-0.7	0.1	0.4	0.3	0	-0	-0.2	-0.2	-0.2	-0.3	-0.3	-0.2	-0
$J_{51}^{10^2}$	31.7	0.2	-2.1	1.8	3.2	0.8	-2.3	-3.5	-2.5	-1.0	-0.1	0	-0	-0	-0.2	-0.2	0.2	1.0	1.9	2.0
$J_{61}^{10^2}$	-0.1	-0	0	-0	-0	-0	-0	-0	-0	-0	-0	-0	-0	-0	-0	-0	0	0	0	0

Таблица 8. Интегралы рассеяния для ступки с  $\chi_4 = 0,85$ ,  $d = 0,1$   
для значений индексов  $i = 1 - 20$ ,  $\kappa = 1$ ,  $\rho = 20$ .

$J_{i\kappa}^{10^2}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
$J_{11}^{10^2}$	0.7	0.8	-0.1	0.3	-0	0.9	0	-0.2	0.2	-0.1	0	-0	-0	0	-0	0	-0	0	-0.1	0.1
$J_{21}^{10^2}$	5.0	-0.2	-1.0	1.1	-0.8	0	0	-0.2	0.3	-0.2	0.1	-0.1	0	-0	0.1	-0.1	0.1	0	-0	0.1
$J_{31}^{10^2}$	-5.6	0.5	2.9	-0.3	-1.8	0.1	-0.1	0.6	-0	-0.4	-0.2	0	-0	-0.1	-0	0	0.1	-1.1	-0.1	0
$J_{41}^{10^2}$	-1.7	-1.2	0	-0.7	-1.3	0	0.1	0	0.2	0	-0.2	-0.2	-0.2	-0.2	-0.1	-0	0	-0	-0.1	0
$J_{51}^{10^2}$	-13.4	1.1	-2.1	-2.3	0.1	0.3	0.4	0.5	0	0	0.1	0.1	0.1	0.1	-0.2	-0.6	-0.9	0.2	0.3	0.1
$J_{61}^{10^2}$	2.3	-0	0.4	0.8	0.6	-0.9	0.2	-0	0	0.1	0.2	0.2	0.1	-0.1	-0.2	-0.2	-0.1	0.1	0.1	0

Таблица 9. Интегралы рассеяния для ступки с  $\chi_4 = 0,15$ ,  $d = 0,1$   
для значений индексов  $i = 1$ ,  $\kappa = 1 - 20$ ,  $\rho = 0$ .

$J_{i\kappa}^{10^2}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
$J_{11}^{10^2}$	5.0	1.7	0.7	0.2	-0	-0.2	-0.2	-0.2	-0.1	-0	-0	0	0	0	0	0	0	-0	-0	-0
$J_{21}^{10^2}$	0.4	0.2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$J_{31}^{10^2}$	-16.1	-25	-18.6	-25.3	-16.8	-5.5	5.5	13.5	17.0	15.3	10.3	3.5	-2.7	-6.6	-7.6	-6.1	-3.2	-0.4	1.2	1.1
$J_{41}^{10^2}$	-2.8	-5.7	-5.7	-2.9	1.5	5.8	4.7	9.3	7.5	4.2	0.5	-2.5	-4.2	-8.7	-6.8	-3.7	-0.7	1.1	1.5	0.4
$J_{51}^{10^2}$	-0.2	-0.8	-1.2	-1.1	0.3	1.2	2.2	2.3	1.8	0.9	-0.2	0	-0.1	-0.4	-0.7	-0.7	-0.3	0.1	0.4	0.4
$J_{61}^{10^2}$	0.4	0.2	-0.1	-0.6	-1.1	-1.2	-1.1	-0.6	0	0.4	0.8	0.8	0.6	0.2	-0.1	-0.2	-0.2	-0.2	-0.1	0.1

Таблица 10. Интегралы рассеяния для ступки с  $\chi_4 = 0,15$ ,  $d = 0,1$   
для значений индексов  $i = 1 - 20$ ,  $\kappa = 1$ ,  $\rho = 0$ .

$J_{i\kappa}^{10^2}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
$J_{11}^{10^2}$	5.0	0.4	2.6	1.1	-0.3	-1.2	-1.7	-1.7	-0.1	-0.1	-0.1	0.3	0.6	0.6	0.5	0.3	0	-0	-0	-0
$J_{21}^{10^2}$	0.4	0.3	0.2	0.1	0	-0.1	-0.1	-0.1	-0.1	-0.1	-0	0	0	0	0	0	0	-0	-0	-0
$J_{31}^{10^2}$	16.1	25.5	-25.7	-18.4	-8.4	-0.9	1.5	-0.3	-3.3	-4.6	-3.2	-0	2.8	3.7	2.9	1.3	0.2	0	0.2	0.2
$J_{41}^{10^2}$	-2.8	-4.3	-4.0	-2.5	-0.8	0.2	0.6	0.4	0.1	-0.2	-0.2	-0.1	0	0.2	0.3	0.3	0.1	-0	-0.1	0
$J_{51}^{10^2}$	-0.2	-0.1	-0.1	-0.1	0.1	0.3	0.5	0.4	0.2	0	0	0.2	0.3	0.2	0.1	-0	-0	0	0	0
$J_{61}^{10^2}$	0.4	0.6	0.5	0.3	0	-0.1	0	0.2	0.3	0.3	0.1	-0.1	-0.2	-0.1	-0	0	0	-0	-0	-0

Таблица 11. Интегралы рассеяния для ступки с  $\chi_4 = 0,45$ ,  $d = 0,7$   
для значений индексов  $i = 1$ ,  $\kappa = 1 - 20$ ,  $\rho = 0$ .

$J_{i\kappa}^{10^2}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
$J_{11}^{10^2}$	2.1	0.2	-0.1	-0	-0	-0	-0	-0	-0	0	-0	0	-0	0	0	0	0	0	0	0
$J_{21}^{10^2}$	3.3	0.1	-0.1	0	-0	-0	-0	-0	-0	-0	0	-0	0	0	-0	0	0	0	0	-0
$J_{31}^{10^2}$	-80.3	-53.7	-19.6	-11.0	-1.1	2.5	6.6	8.1	7.5	8.3	5.9	4.6	2.0	0.1	-1.5	-4.0	-5.2	-7.7	-2.7	2.7
$J_{41}^{10^2}$	-3.4	-12.4	-12.3	2.0	8.9	8.0	8.3	6.6	5.3	3.3	1.0	-0.6	-3.0	-8.1	-13.5	-6.4	3.8	3.6	0.8	0.3
$J_{51}^{10^2}$	-0.4	-1.9	-4.6	-2.2	5.5	5.5	-5.3	-7.7	-4.8	-3.2	-1.2	0.7	4.9	4.2	-2.8	-3.8	-0.7	0.3	0.6	0.4
$J_{61}^{10^2}$	0.1	0.5	0.3	-0.3	0.4	-1.6	-4.7	-1.4	3.5	-0.2	-0.8	4.0	0.7	-2.0	-0.2	-0.2	-0	0	-0.1	0

Таблица 12. Интегралы рассеяния для ступки с  $\chi_4 = 0,105$ ,  $d = 0,01$  для значений индексов  $i = 1, \dots, \kappa = 1 - 20, \rho = 0$ .

$J_{i\kappa}^{10^2}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
$J_{11}^{10^2}$	0.4	0.2	0.1	0	0	0	0	-0	-0	-0	-0	-0	-0	-0	-0	0	0	0	0	0
$J_{22}^{10^2}$	0.3	0.1	0.1	0	0	0	0	-0	-0	-0	-0	-0	-0	-0	-0	0	0	0	0	0
$J_{33}^{10^2}$	-11.9	-20.3	-26.4	-29.7	-29.8	-26.7	-20.7	-12.6	-3.2	6.3	15.0	21.6	25.6	26.5	24.1	18.7	10.9	1.8	-7.7	-16.5
$J_{44}^{10^2}$	-2.7	-6.5	-8.9	-9.5	-8.1	-4.7	0.1	5.7	11.5	16.5	20.0	21.4	20.4	14.7	9.6	3.2	-4.0	-11.1	-17.3	-21.9
$J_{55}^{10^2}$	0.6	1.8	2.7	3.1	2.9	1.6	0.7	-0.6	-1.8	-3.0	-3.9	-4.4	-4.4	-3.8	-2.9	-1.5	0	1.6	3.0	4.1
$J_{66}^{10^2}$	0.1	0.1	0	0	-0	-0.1	-0.2	-0.2	-0.2	-0.2	-0.1	-0.1	0	0.2	0.3	0.3	0.4	0.4	0.4	0.4

Таблица 13. Отношение интегралов рассеяния для ступок с  $\chi_4 = 0,105$ ,  $d = 0,01$  и  $\chi_4 = 0,45$ ,  $d = 0,1$  соответственно для значений индексов  $i = 1, \dots, \kappa = 1 - 20, \rho = 0$ .

$J_{i\kappa}^{10^2} / J_{i\kappa}^{10^2(0)}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
$J_{11}^{10^2} / J_{11}^{10^2(0)}$	0	0.1	-0.1	-0	-0	-0	-0	0	0	-0	0	-0	0	-0	-0	-0	0	0	0	0
$J_{22}^{10^2} / J_{22}^{10^2(0)}$	0	0.1	-0.1	0	-0	-0	-0	0	0	0	-0	-0	-0	0	0	-0	0	0	0	-0
$J_{33}^{10^2} / J_{33}^{10^2(0)}$	0	0	0.1	0.3	2.7	1.1	-0.3	-0.2	-0	0.1	0.3	0.3	1.3	26.5	-16.1	-0.5	-0.2	-0	0.4	-0.6
$J_{44}^{10^2} / J_{44}^{10^2(0)}$	0.1	0.1	0.1	-0.5	-0.1	-0.1	0	0.1	0.2	0.5	2.0	-3.6	-0.7	-0.2	-0.1	-0.1	-0.1	-0.3	-2.2	-7.3
$J_{55}^{10^2} / J_{55}^{10^2(0)}$	-1.5	-0.1	0.6	-0.1	0.1	0	-0	-0.1	0.4	0.3	0.3	6.4	-0.1	-0.1	0.1	0	-0	0.1	0.5	1.0
$J_{66}^{10^2} / J_{66}^{10^2(0)}$	0.1	0	0	-0	-0	0.1	0	0	-0	0.1	0	-0	0	-0.1	-0.2	-0.2	-0	0	-4.0	-0

Таблица 14. Интегралы рассеяния для ступки с  $\chi_4 = 0,15$ ,  $d = 0,1$  для значений индексов  $i = 1 - 20, \kappa = 1, \rho = 5$ .

$J_{i\kappa}^{10^2}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
$J_{11}^{10^2}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-0	-0	-0	-0	-0	-0
$J_{22}^{10^2}$	0	0	0	0	0	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0	-0	-0	-0	-0	-0	-0	0
$J_{33}^{10^2}$	0	0	0.4	1.8	5.8	14.4	27.4	40.7	46.3	38.0	17.7	-3.6	-13.0	-6.8	5.7	11.1	4.8	-5.3	-8.2	-1.3
$J_{44}^{10^2}$	0	0	0	0	0.1	0.3	0.6	0.8	0.7	0	-1.2	-2.7	-3.8	-3.9	-3.0	-1.5	-0.2	0.2	-0.3	-1.1
$J_{55}^{10^2}$	-0	-0	-0	-0	-0.1	-0.2	-0.4	-0.5	-0.6	-0.5	-0.3	-0.1	-0	0	0	0	0.1	0.1	0	0
$J_{66}^{10^2}$	-0	-0	-0	-0.1	-0.2	-0.7	-1.7	-3.5	-5.9	-8.6	-10.5	-10.2	-7.1	-1.6	4.7	9.5	10.9	6.6	4.0	-0.4