

СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА



с345e

0-587

12/61-74

P9 - 7836

2347/2-74

Л.М.Онищенко

ВОЗМОЖНЫЕ СПОСОБЫ УВЕЛИЧЕНИЯ
ДЛИТЕЛЬНОСТИ ПУЧКА В СИНХРОЦИКЛОТРОНЕ

1974

ЛАБОРАТОРИЯ ЯДЕРНЫХ ПРОБЛЕМ

P9 - 7836

Л.М.Онищенко

**ВОЗМОЖНЫЕ СПОСОБЫ УВЕЛИЧЕНИЯ
ДЛИТЕЛЬНОСТИ ПУЧКА В СИНХРОЦИКЛОТРОНЕ**

1. Введение

Временная структура пучка ускоряемых в фазотроне частиц определяется двумя факторами. Первый из них связан с тем, что область фаз, пригодных для ускорения частиц высокочастотным полем, всегда меньше 2π и определяет микроструктуру пучка. Второй определяет макроструктуру пучка и связан с импульсным характером работы фазотрона. |

Для характеристики временной структуры пучка обычно вводят коэффициент заполнения (duty factor), определяемый как отношение длительности импульса тока к периоду следования импульсов. У действующих синхротронов * на большие энергии этот коэффициент обычно равен $0,25 \div 0,5$ для микроструктуры и $0,05$ для макроструктуры.

В то же время для многих физических экспериментов желательно иметь пучки ускоренных частиц с возможно более высоким коэффициентом заполнения /растянутый во времени пучок/. Поскольку процесс ускорения частиц в фазотроне сопровождается возникновением как микро-, так и макроструктуры, единственная возможность увеличения коэффициента заполнения состоит в предварительном накоплении ускоренных частиц на промежуточной орбите и последующем доведении их до конечной орбиты с необходимой скоростью. Накопление частиц на промежуточной орбите достигается прекращением ускорения частиц в тот момент, когда они оказываются на промежуточной орбите, для чего в этот момент выключается ускоряющее напряжение.

* Синхротроном, в соответствии с принятой терминологией, мы называем фазотрон с аксиально-симметричным магнитным полем.

Достоинствами такого способа /по сравнению, скажем, с накоплением выведенного пучка в специальном накопительном кольце/ являются простота его осуществления, отсутствие дополнительного дорогостоящего устройства и накопление практически ста процентов ускоренных частиц.

Накопленный пучок частиц характеризуется амплитудными спектрами вертикальных и радиальных бетатронных колебаний и энергетическим спектром синхротронных колебаний. Поскольку синхротронные колебания энергии сопровождаются колебаниями радиуса, энергетический спектр может быть также представлен как амплитудный спектр радиально-фазовых колебаний.

Любой из возможных способов увеличения коэффициента заполнения основан на преобразовании распределения частиц по амплитудам колебаний во временное распределение *. Это преобразование осуществляется путем постепенной выборки /и использования/ из накопленного пучка частиц с различными амплитудами от максимальной до минимальной. Приемы, с помощью которых осуществляется такая выборка, можно разделить на три класса:

1. Надвигание мишени на пучок.
2. Надвигание пучка на мишень без его ускорения.
3. Доускорение пучка.

Первые два приема могут использовать как вертикальный, так и радиальный амплитудные спектры, последний - только спектр радиальных амплитуд. Из сказанного выше ясно, что ток растянутого пучка зависит от формы амплитудного спектра и равен

* Если частицы накопленного пучка невозможно было бы отличить друг от друга ни по одному параметру, то возможны были бы только такие механизмы, действие которых приводило бы к возникновению таких различий. Одним из примеров является рассеяние частиц на газе, в результате которого некоторые частицы получают достаточное отклонение, чтобы достигнуть конечной орбиты.

$$i(t) = e \frac{dN}{dt} = e \frac{dN}{dA} \cdot \frac{dA}{dt} . \quad /1/$$

Под $\frac{dA}{dt}$ здесь нужно понимать скорость продвижения пучка по радиусу /по вертикали/; из /1/ видно, что для постоянства $i(t)$ эта скорость должна быть обратно пропорциональна числу частиц с данной амплитудой. /

Рассмотрим теперь возможные схемы растяжки пучка более подробно с тем, чтобы оценить их сравнительные преимущества и недостатки и возможности практического использования. При численных оценках мы будем исходить из параметров сильноточного фазотрона Лаборатории ядерных проблем ОИЯИ /1/, которые приведены в табл. 1.

1. Вибрирующая мишень

Наплывающая на пучок мишень может использовать для растяжки пучка спектр как вертикальных, так и радиальных амплитуд. Использование спектра вертикальных амплитуд кажется более предпочтительным как из-за меньшей величины необходимого перемещения мишени /амплитуды вертикальных колебаний обычно меньше амплитуд радиальных колебаний/, так и из-за меньшего влияния вертикального /по сравнению с радиальным/ перемещения мишени на интенсивность вторичных пучков.

Величина необходимого перемещения мишени зависит от максимальной амплитуды колебаний, а частота вибраций определяется частотой модуляции синхроциклотрона. Сообщения об использовании подвижных мишеней содержатся в работах /2÷4/. Для перемещения мишени в колумбийском синхроциклотроне, где такая схема растяжки применялась до реконструкции /2/, используется поворот катушки с током в магнитном поле ускорителя; мощность питания катушки относительно невелика, однако получение необходимой частоты вибраций при высокой частоте модуляции фазотрона вызывает определенные трудности.

Зависимость отклонения мишени от времени имеет синусоидальный характер, в связи с чем время прямого

Таблица I

Параметры установки "Ф"

№ пп	Параметры	Обозначения	Единиц. изм.	в начале ускорения	в конце ускорения	
1.	Энергия частиц полная	E	МэВ	938	1620	
		относительная	γ	1	173	
2.	Радиус	R	см		270	
3.	Магнитное поле					
	Величина среднего поля	$B_z (R)$	Гс	11900	16276	
	Показатель роста	n	-	0	0,15±0,14	
	Параметр автофазировки	K	-	0,32	0,85±0,89	
4.	Ускоряющее напряжение					
	Частота	f_0	1/сек	18,2·10 ⁶	14,4·10 ⁶	
	макс.набр энергия	eV	кэВ	100	100	
	равновесный "	$eV_{\text{сост.}} \varphi_z$	кэВ	40	40	
5.	Вертикальные бетатронные колебания	частота	Q_z	-	0,05	0,26±0,22
		амплитуда	β	см	1,3	1,0
6.	Радиальные бетатронные колебания	частота	Q_r	-	1,00	1,11±1,07
		амплитуда	α	см	3,3	2,5
7.	Синхротронные колебания	амплитуда колеб. радиуса	s	см	-	1,7
		" " энергии	ΔE	МэВ	9,2	7,7
		период малых колебаний	τ_p	мксек	25	25
8.	Скорость изменения энергии	dE/dt	МэВ/см	-	4,7	
9.	Время ускорения	t_y	мксек	-	1035	
10.	Период модуляции	T	мксек		1600	
11.	Длительность импульса тока на мишени	τ	мксек		36	

хода /длительность растянутого пучка/ не превышает половины периода модуляции.

Применение вибрирующей мишени для растяжки пучка колумбийского синхротрона позволило получить увеличение длительности пучка с 0,5 до 4 мсек при снижении средней интенсивности на 20%.

Достоинствами схемы растяжки пучка с вибрирующей мишенью являются простота реализации и относительно высокая эффективность. К главным ее недостаткам можно отнести невозможность использования для растяжки выведенного пучка и тяжелые условия эксплуатации, особенно при большой величине тока.

II. Методы, основанные на сдвиге частиц без их ускорения

В рассматриваемых в гл. II методах предполагается, что пучок накоплен и свободно циркулирует на промежуточной орбите. Микроструктура в циркулирующем пучке исчезает за сравнительно короткое время /несколько сот оборотов/ за счет разницы в частотах обращения частиц. Растяжка пучка осуществляется в результате воздействия на частицы магнитного или электрического поля.

1. Вертикальный сдвиг

Для сдвига частиц пучка на мишень, расположенную над /под/ орбитой накопленного пучка, можно использовать:

а/ Сдвиг орбиты как целого за счет возбуждения постоянной составляющей горизонтальной компоненты магнитного поля B_{r0} на орбите. Величина B_{r0} должна быть по необходимости периодической функцией времени, причем время прямого хода определяется длительностью растяжки. Максимальный необходимый сдвиг орбиты при этом должен быть равен максимальной амплитуде свободных вертикальных колебаний. Уравнение вертикального движения в присутствии $B_{r0}(t)$ имеет вид

$$\frac{d^2 z}{d\phi^2} + Q_z^2 z = -R\delta_0(t), \quad \delta_0(t) = \frac{B_{r0}(t)}{B_z(R)}. \quad /2/$$

Так как $\delta_0(t)$ - медленно меняющаяся функция времени, частное решение /2/ имеет вид

$$z(t) = -\frac{R\delta_0(t)}{Q_z^2}. \quad /3/$$

При параметрах установки "Ф" максимальная требуемая величина B_{r0} равна примерно 2,5 Гс.

Для сдвига орбиты может быть использовано также постоянное вдоль азимута аксиальное электрическое поле $\epsilon_{z0}(t)$. Вызываемый этим полем сдвиг равен

$$z(t) = \frac{e\epsilon_{z0}(t)}{m_0 \gamma Q_z^2 \omega_0^2}, \quad \omega_0 = 2\pi f_0, \quad /4/$$

где e и m_0 - заряд и масса покоя протона и необходимая величина электрического поля составляет $\epsilon_{z0max} = 570$ В/см.

б/ Возбуждение вынужденных колебаний за счет создания на орбите низших гармоник радиальной составляющей магнитного поля с амплитудой $B_{rk}(t)$. Уравнение движения в этом случае имеет вид

$$\frac{d^2 z}{d\phi^2} + Q_z^2 z = -R\delta_k(t) \cdot \sin(k\phi + \phi_0),$$

$$\delta_k(t) = \frac{B_{rk}(t)}{B_z(R)}. \quad /5/$$

Решение этого уравнения в том же приближении, что и выше,

$$z(t) = -\frac{R\delta_k(t)}{Q_z^2 - k^2} \sin(k\phi + \phi_0), \quad /6/$$

представляет собой вынужденные колебания пучка с частотой и фазой вынуждающей силы и амплитудой, пропорциональной амплитуде вынуждающей силы. Если мишень установлена на азимуте максимального отклонения на расстоянии от медианной плоскости, равном максимальной амплитуде свободных колебаний, то необходимое значение $V_{rk\max}$ при $k=1$ равно примерно 55 Гс.

в/ Возбуждение свободных когерентных колебаний путем возбуждения простого резонанса с помощью высокочастотного /изменяющегося с частотой $Q_z \omega_0$ / электрического поля ϵ_z , направленного вдоль вертикальной оси. Поскольку такое поле практически может быть создано только на ограниченном по азимуту участке траектории частиц, уравнение движения в этом случае имеет вид

$$\frac{d^2 z}{dt^2} + Q_z^2 \omega_0^2 z = \frac{e \epsilon_z}{m_0 \gamma} f(t) \cos(\omega t + \phi_0), \quad /7/$$

где $f(t)$ имеет вид прямоугольных импульсов единичной амплитуды, длительность которых t_u равна времени пролета частиц в области поля, а частота следования совпадает с частотой обращения f_0 .

Решение этого уравнения имеет вид свободных колебаний с частотой $Q_z \omega_0$, амплитуда которых линейно нарастает во времени, а фаза сдвинута на $\pi/2$ относительно фазы возмущения

$$z(t) = \frac{e \epsilon_z t_u}{4\pi m_0 \gamma Q_z} t \sin(|\omega \pm n\omega_0| t + \phi_0),$$

$$|\omega \pm n\omega_0| = Q_z \omega_0, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots,$$

/8/

где $t_u = a/\omega_0$, a - угловая протяженность поля ϵ_z . Максимальное значение $z_{\max} = b$ должно быть достигнуто за время растяжки t , которое для оценки мы будем полагать равным периоду модуляции. Необходимое для этого значение $\epsilon_z = 0,3$ В/см при $a = 1$ рад.

Если частота возбуждающего поля ($|\omega \pm n\omega_0|$) отличается от резонансного значения на величину Ω , то решением уравнения /7/ являются свободные колебания,

амплитуда которых испытывает биения с частотой $\Omega/2$. Поскольку увеличение амплитуды должно произойти за то же время, то $\Omega_{\max} \cdot t = \pi$ и $\frac{\Omega_{\max}}{Q_z \omega_0} = 1,2 \cdot 10^{-4}$. При

постоянной частоте возмущения это накладывает жесткое ограничение на спектр частот вертикальных колебаний

$$\frac{\Delta(Q_z \omega_0)}{Q_z \omega_0} < 1,2 \cdot 10^{-4}$$

г/ Возбуждение свободных некогерентных колебаний путем возбуждения параметрического резонанса. Схема при этом остается такой же, как и в случае "в", однако напряженность электрического поля должна быть пропорциональна отклонению от медианной плоскости $\epsilon_z = \lambda z$, а его частота равна двойной частоте вертикальных колебаний. Уравнение движения в этом случае может быть записано в виде

$$\frac{d^2 z}{dt^2} + Q_z^2 \omega_0^2 \left[1 - \frac{e\lambda \cdot f(t)}{m_0 \gamma \omega_0^2 Q_z^2} \cos(\omega t + \phi_0) \right] z = 0. \quad /9/$$

Решением этого уравнения при $|\omega \pm n\omega_0| = 2Q_z \omega_0 \pm \Omega$ являются свободные колебания с экспоненциально увеличивающейся во времени амплитудой

$$z = z_0 e^{st}, \quad s = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{e\lambda \alpha}{4\pi m_0 \gamma Q_z \omega_0} \right)^2 - \Omega^2 \right]^{1/2}, \quad /10/$$

где z_0 - начальная амплитуда, Ω - расстройка частоты возбуждающего поля от резонансного значения, равного $2Q_z \omega_0$. Для того, чтобы увеличить за время t начальную амплитуду в e^2 раз при точной настройке в резонанс, необходима величина градиента $\lambda = 1$ В/см; при этом допустимая расстройка частоты $\Omega_{\max}/Q_z \omega_0$ не превосходит $1,4 \cdot 10^{-4}$.

Рассмотренными четырьмя приемами, по-видимому, исчерпываются возможности использования спектра ам-

плитуд вертикальных колебаний для увеличения коэффициента заполнения /растяжки/ пучка. Следует отметить, что ни один из рассмотренных приемов не был использован практически. Что касается двух последних /пункты "в" и "г"/, то основное препятствие их применению жесткое ограничение на допустимую полосу частот вертикальных колебаний, примерно на два порядка превосходящее реальный разброс, который возникает из-за разброса частот обращения частиц.

Общим недостатком всех способов растяжки, основанных на использовании спектра вертикальных амплитуд, является то, что при применяемых схемах вывода пучка они могут обеспечить увеличение длительности только вторичных пучков, образующихся на внутренней мишенев. При существующей тенденции к увеличению тока пучка фазотронов и увеличению коэффициента вывода этот недостаток становится еще более ощутимым.

В то же время во всех действующих и реконструируемых фазотронах используются /или предполагается использовать/ внутренние мишени. В некоторых случаях может оказаться целесообразным применение разных механизмов для растяжки внутреннего и выведенного пучка. Так, например, при использовании С-электрода /см. ниже/ в растянутом пучке сохраняется микроструктура. Механизм, описанный в параграфе "а", позволит в этом случае получать растянутый внутренний пучок без микроструктуры.

2. Радиальный сдвиг

Для сдвига пучка на мишень /под мишенью здесь можно понимать также и выводное устройство/, расположенную на радиусе $R=R_H + \Delta R$, где R_H - радиус промежуточной орбиты, а $\Delta R = 2c + a$ - радиальная ширина пучка, определяемая амплитудами радиальных /бетатронных и синхротронных/ колебаний, можно использовать:

а/ Увеличение радиуса орбиты за счет возбуждения на орбите постоянной составляющей $V_{20}(t)$, мед-

ленно изменяющейся во времени. Уравнение радиального движения при этом имеет вид *

$$\frac{d^2 x}{d\phi^2} + Q_r^2 x = -R \delta_0(t), \quad \delta_0(t) = \frac{B_{z0}(t)}{B_z(R)}, \quad /11/$$

где x - отклонение от орбиты радиуса R_H . Если $\delta_0(t)$ - медленно меняющаяся функция времени, решение /11/ описывает увеличение радиуса орбиты

$$x(t) = - \frac{R \delta_0(t)}{Q_z^2}. \quad /12/$$

Видно, что для расширения орбиты ($x > 0$) необходимо, чтобы меняющаяся во времени добавка к основному полю $B_{z0}(t)$ была направлена против поля. Максимальная величина $B_{z0}(t)$ при $x_{\max} = 2c + a = 6$ см составляет 420 Гс /эта величина, конечно, совпадает с простой оценкой необходимого уменьшения поля по соотношению $p = eBR = \text{const} /$.

б/ Возбуждение вынужденных колебаний за счет создания низших гармоник вертикальной составляющей магнитного поля. Соответствующее уравнение движения имеет вид

$$\frac{d^2 x}{d\phi^2} + Q_r^2 x = -R \delta_k \sin(k\phi + \phi_0), \quad \delta_k = \frac{B_{zk}(t)}{B_z(R)}, \quad /12 /$$

а его решение

$$x(t) = \frac{R \delta_k(t)}{k^2 - Q_r^2} \sin(k\phi + \phi_0) \quad /13/$$

* Строго говоря, изменение магнитного поля во времени приводит к возникновению бетатронной ЭДС. Так как, однако, предполагается, что изменение поля происходит в узкой кольцевой зоне по радиусу ΔR , эффект бетатронного ускорения в этом случае пренебрежимо мал.

представляет собой вынужденные колебания, фаза которых совпадает с фазой возмущения, а амплитуда пропорциональна величине возмущения. При $K=1/13$ описывает сдвиг орбиты в направлении возмущения. Чтобы максимальная величина сдвига равнялась ΔR , необходимо, чтобы $V_{z1 \max}$ равнялось 73 Гс.

Этот метод используется в настоящее время на синхроциклотроне Лаборатории ядерных проблем ОИЯИ для растяжки внутреннего пучка $^{5-7}$. Чтобы использовать этот механизм для растяжки выведенного пучка, необходимо согласовать взаимное азимутальное положение устройства для растяжки пучка и выводного устройства, что может вызвать конструктивные трудности /по крайней мере при регенеративном методе вывода/, особенно при проектировании растяжки пучка для уже работающего ускорителя. Так как обычно в действующих ускорителях внутренняя мишень и выводное устройство имеют различное азимутальное положение, одновременное использование основанного на этом принципе устройства для растяжки как внутреннего, так и выведенного пучков сопряжено со значительными трудностями.

в/ Возбуждение свободных когерентных колебаний путем возбуждения простого резонанса. Резонанс можно возбудить, как и для вертикальных колебаний, с помощью высокочастотного поля ϵ_r . Требуемая величина поля в этом случае оказывается в $10 \div 100$ раз большей как из-за большей величины Q_r /по сравнению с Q_z /, так и из-за большей величины амплитуд радиальных колебаний.

Другим возможным способом возбуждения простого резонанса радиальных колебаний является модуляция продольного импульса /энергии/ частиц с частотой $\omega = |Q_r \pm n| \omega_0$.

Уравнение радиальных колебаний при отклонении импульса от равновесного имеет вид

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + Q_r^2 \omega_0^2 x = \omega_0^2 R \frac{\Delta p}{p}. \quad /14/$$

При модуляции энергии дополнительным электродом с угловой протяженностью α , с напряжением на нем $U \cos \omega t$

Таблица 2. Экспериментальные данные по системам растяжки

№ пп	Местонахождение синхротронного	E_s МэВ	f_s МГц	V_s кВ	f_s' Гц	τ мксек	Вид растяжки	Принцип растяжки
1.	Фэвис, Колумбия США	385	17	10	60	500	подвижная мишень	—
2.	Харуэли, Англия	160	18,8	8	200	70	подвижная мишень С-электрод	синхротронное ускорение
3.	Орсе, Франция	160	20,5	25	420	25	С-электрод $P=3$ кВт	СЦ ускорения стох. ускор.
4.	Дубна, СССР	680	14,0	18	111	600	катодка с переменным магн. полем С-электрод	возбужд. вынужденных колебаний СЦ ускорения
5.	Гатчина, СССР	1000	13,4	5	50	н	С-электрод	СЦ ускорения
6.	Чикаго, США	450	18,2	14	90	н	С-электрод $P=10$ кВт	Многократное СЦ ускорения
7.	CERN	600	16,4	5	54	н	С-электрод	Многократное СЦ ускорения стох. ускор.
8.	Беркли, США	740	19	10	64	н	С-электрод	н
9.	Токио, Япония	57	20	10	715	н	С-электрод	стох. ускорения
10.	Рочестер, США	240	18,5	15	200	100	С-электрод	стох. ускорения
11	Ливерпуль, Англия	385	18,0	5	115	н	С-электрод	н
12	Питсбург, США	450	19,5	7	200	100	С-электрод	стохаст. ускорения
13.	Гарвард, США	160	23,5	9	300	н	С-электрод	стохаст. ускорения

н - нет данных.
нн - модуляция частоты осуществляется пилообразным сигналом, и двумя синусоидальными.

Δf , кГц	V_c , кВ	$F_{\text{раст}}$, Гц	Эффектив- ность, %	Макро- структура %	Микро- структура %	Литература и год публикации
—	—	60	60	30	■	/2/, 1960 г.
—	—	200	50	30	100	/4/, 1963 г.
300	3+6	200	80 внутр. пучок 45 внешн.	70	■	/11/, 1963 г.
100	■	до 10^4 больше 10^4	50 25	■ 100	■ ■	/10/ 1960 г.
—	—	III	70	65	100	/5+7/ 1965г
300	10	III	90	65	■	/13/ 1973 г.
250	1,5	50	65	50	■	/12/ 1972 г.
650	■	900	50 75	50 25	■	/14/ 1964 г.
300	■	220	■	■	60	/15/ 1967 г.
"		$2 \cdot 10^3$	60	65+70	90	
■	■	■	50	50	■	/24/, 1964г.
400	3	715 $5 \cdot 10^5$ 10^5	35	100	20	/19/ 1963 г.
600	4	$10^5, 200$ $5 \cdot 10^5$	50	90	20	/21/ 1965 г.
■	■	■	75	30	■	/23/ 1964г.
300	2	$10^5, 200$ $5 \cdot 10^5$	60+70	100	50	/20/ 1964 г.
■	■	■	80	15	■	/22/ 1964 г.

решением уравнения /14/ являются свободные колебания с линейно нарастающей во времени амплитудой

$$x(t) = \frac{R}{4\pi Q_r} \cdot \gamma \frac{e U_a}{(\gamma^2 - 1) E_0} \omega_0 t \sin(Q_r \omega_0 t + \phi_0),$$

$$|\omega \pm n\omega_0| = Q_r \omega_0. \quad /15/$$

При тех же значениях параметров, что и прежде, и $x_{\max} = 6$ см необходимая величина U равна 2,4 кВ. Как и прежде, при отличии частоты от резонансного значения на величину Ω решением уравнения /14/ являются свободные колебания, амплитуда которых испытывает биекции с частотой $\Omega/2$. При этом максимальное допустимое отличие частоты от резонансной равно

$$\frac{\Omega_{\max}}{Q_r \omega_0} = 2 \cdot 10^{-5}.$$

Метод, описанный в этом параграфе, при его относительной простоте обладает рядом недостатков. Главный из них - очень узкая "полоса" частот радиальных колебаний, для которых происходит рост амплитуды. Эта полоса определяется временем растяжки /обратно пропорциональна ему/ и при растягивании пучка на период модуляции составляет всего лишь $2 \cdot 10^{-5}$ от частоты радиальных колебаний.

К другим, может быть, менее важным недостаткам, относится появление в растянутом пучке дополнительной временной структуры с периодом, равным половине периода прецессии *.

г/ Возбуждение свободных некогерентных колебаний путем возбуждения параметрического резонанса. Для возбуждения параметрического резонанса можно использовать, как и в случае "в", модуляцию энергии частиц, с той разницей, что частота модуляции

* Это замечание справедливо также и для вертикальных колебаний.

должна вдвое превышать частоту радиальных колебаний. Уравнение колебаний в этом случае имеет вид /8/

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + Q_r^2 \omega_0^2 \left(1 - \frac{\Delta p}{p} \Gamma\right) x = 0. \quad /16/$$

Величина коэффициента Γ зависит от структуры магнитного поля *, в частности, в случае азимутально-симметричного поля $\Gamma = 1$.

Решением этого уравнения являются свободные колебания с экспоненциально нарастающей амплитудой

$$x = x_0 e^{st}, \quad s = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{h Q_r \omega_0}{2} \right)^2 - \Omega^2 \right]^{1/2}, \quad /17/$$

где x_0 - начальная амплитуда, а Ω - расстройка частоты от резонансной. При применении той же схемы, что и в пункте "в", входящая в /17/ величина h примерно равна

$$h \approx \frac{\gamma e U \alpha}{2\pi(\gamma^2 - 1) E_0}. \quad /18/$$

При точной настройке в резонанс для увеличения амплитуды колебаний в e^2 раз необходима величина $U = 94$ кВ, что делает применение этого способа нереальным.

Из рассмотренных способов растяжки, использующих спектр радиальных амплитуд, наиболее простым представляется способ, основанный на возбуждении вынужденных колебаний; однако возможность его использования в поле с периодической структурой вызывает сомнение /по крайней мере при больших начальных амплитудах радиальных колебаний/ из-за связи с вертикальным движением. Способ, рассмотренный в пункте "а", лишен этого недостатка, однако он требует создания на порядок большего переменного магнитного поля. С учетом необходимости изменять это поле с достаточно большой частотой /500 Гц/ реализовать этот способ непросто. Нельзя сбрасывать со счета и метод, рассмотренный

* В работе /9/ приводится величина Γ для серпуховского синхрофазотрона: $\Gamma = 11$.

в пункте "в", несмотря на то, что ему присущ целый ряд недостатков. Дело в том, что реализация этого способа не требует никакого дополнительного оборудования по сравнению с методом растяжки, основанном на доускорении пучка с помощью С-электрода. Это позволяет провести испытание метода без увеличения затрат, если будет реализована растяжка пучка с помощью С-электрода.

III. МЕТОДЫ РАСТЯЖКИ ПУЧКА, СВЯЗАННЫЕ С ЕГО УСКОРЕНИЕМ

1. Бетатронное ускорение с идейной точки зрения представляется наиболее подходящим механизмом для извлечения частиц из накопленного пучка, так же как и расширение орбиты за счет введения постоянной составляющей $B_{z0}(t)$. К сожалению, необходимое для этого изменение магнитного поля слишком велико, чтобы оно могло быть реализовано. Действительно, если предположить, что поле на орбите не изменяется, то необходимое изменение потока $\Delta\phi$ внутри орбиты определяется как

$$\Delta\phi = \frac{\Delta E}{ef_0}, \quad /19/$$

где ΔE - необходимый набор энергии, который при $\Delta R = 6$ см составляет 28 МэВ. При этом необходимое среднее изменение магнитного поля внутри орбиты составит около 870 Гс. Такое изменение поля практически невозможно реализовать за время порядка 1,5 мсек, кроме того, это приведет к нарушению процесса ускорения, т.к. поле нужно менять во всей плоскости орбиты.

2. Синхроциклотронное ускорение представляет собой первый по времени появления способ растяжки пучка ^{/10/}. Идея состоит в том, чтобы, начиная с некоторого момента цикла ускорения, уменьшить набор энергии частицами за оборот /и соответственно прирост радиуса/. При этой новой величине набора энергии частицы приобретают оставшуюся часть энергии за вре-

мя, сравнимое с периодом модуляции. Для достижения указанной цели обычно применяют вспомогательный электрод /С-электрод/, частота и амплитуда напряжения на котором изменяются по определенной программе при помощи отдельного высокочастотного генератора.

В идеальном случае процедура состоит в перехвате ускоряемых частиц из области устойчивости основного дуанта в область устойчивости С-электрода и их последующем ускорении с помощью С-электрода до радиуса мишени /вывода/. Достигается это синхронизацией напряжения С-электрода по частоте и фазе с напряжением основного дуанта при постепенном уменьшении амплитуды напряжения на нем и одновременному увеличению ее на С-электроде.

Фазовый размер области устойчивости определяется условием $-\phi_s < \phi < \phi_1$, причем ϕ_1 находится из уравнения*

$$\sin \phi_s + \sin \phi_1 - (\phi_s + \phi_1) \cos \phi_s = 0, \quad /20/$$

а величина ϕ_s связана с параметрами ускорителя соотношением

$$eV \cos \phi_s = - \frac{E_s}{K f_s^2} \frac{df_0}{dt}, \quad /21p$$

где E_s и f_s - равновесные значения энергии и частоты обращения, а параметр автофазировки K равен

$$K = - \frac{E_s}{f_s} \left(\frac{\partial f}{\partial E} \right)_s = 1 - \frac{n \gamma^2}{(1+n)(\gamma^2-1)}; \quad n = \frac{R}{B} \frac{\partial B}{\partial R}. \quad /22/$$

Для растяжки пучка необходимо уменьшить набор энергии $(eV \cos \phi_s)_c$ от вспомогательного электрода по сравнению с набором энергии $(eV \cos \phi_s)_g$ от основного дуанта. Этого можно достичь либо за счет уменьшения eV при постоянном $\cos \phi_s$, либо за счет уменьшения $\cos \phi_s$ при постоянном eV , либо, наконец, за счет одновременного умень-

*Здесь принята система обозначений, при которой набор энергии за оборот $eV \cos \phi_s$ достигает максимума при $\phi_s = 0$.

шения eV и $\cos\phi_s$. В любом случае фазовый размер области устойчивости, как следует из /20/, не уменьшается.

Что касается энергетического размера области фазовой устойчивости, который равен /половинный размах/

$$\Delta E_{\text{обл.уст.}} = 2\beta(\phi_s) \left[\frac{eV E_s}{2\pi K} \right]^{1/2},$$

$$\beta(\phi_s) = (\sin\phi_s - \phi_s \cos\phi_s)^{1/2}, \quad /23/$$

то он увеличивается при уменьшении $\cos\phi_s$ и уменьшается с уменьшением амплитуды ускоряющего напряжения. Это позволяет уменьшать в определенных пределах набор энергии за оборот, сохраняя неизменным энергетический размер области устойчивости. Так, например, если принять для дуанта $eV = 100$ кэВ и $\cos\phi = 0,4$, а для С-электрода $\cos\phi_s = 0,02$, то для сохранения энергетического размера области устойчивости необходимо $eV_c = 47$ кэВ. При этом степень растяжки $m = (eV \cos\phi_s)_g / (eV \cos\phi_s)_c \approx 42$ оказывается близкой к желаемой, однако величина напряжения на С-электроде /с учетом его меньшей по сравнению с даунтом угловой протяженности θ и зависимости величины набора энергии от θ /оказывается трудно реализуемой.

Проведенное рассмотрение носит статический характер. На самом деле, уменьшение ускоряющего напряжения вызывает не только уменьшение энергетического размера области устойчивости, но также и затухание энергетических колебаний частиц, что позволяет допустить некоторое уменьшение $\Delta E_{\text{обл.уст.}}$ без потери частиц, если изменение набора энергии происходит достаточно медленно, чтобы процесс можно было считать адиабатическим *.

* Речь идет, таким образом, о медленном /по сравнению с периодом фазовых колебаний/ уменьшении ускоряющего напряжения дуанта перед его отключением /при одновременном уменьшении df_0/dt /. Период фазовых колебаний в установке "Ф" составляет около 25 мксек и "медленность" обеспечивается естественным затуханием колебаний в резонансной системе с добротностью 3000.

Рассмотрение этой проблемы в терминах гамильтоновского формализма в предположении независимости периода фазовых колебаний от их амплитуды /что достаточно хорошо выполняется до амплитуд, составляющих три четверти от максимально возможной/ дает следующую зависимость амплитуды колебаний энергии частиц от параметров ускорителя:

$$\Delta E_{\max} = \text{const} \left[\frac{e V \sin \phi_s E_s \omega_s^2}{2\pi K} \right]^{1/4}. \quad /24/$$

Значение константы в /24/ можно определить, считая, что в начале ускорения максимальная амплитуда колебаний энергии равна энергетическому размеру области устойчивости. При этом

$$\Delta E_{\max} = 2\beta(\phi_{s0}) \left[\frac{e V_0 \cdot e V \cdot E_{s0} E_s \sin \phi_s f_s^2}{(2\pi)^2 K_0 K \sin \phi_{s0} f_{s0}^2} \right]^{1/4}, \quad /25/$$

где индекс "0" относит переменные к началу ускорения. При значениях параметров, указанных в табл. 1, $\Delta E_{\max} = 7,7 \text{ МэВ}$.

Потери частиц при уменьшении напряжения будут отсутствовать, если /25/ будет равно /23/ /при приравнивании величины с индексами следует отнести к дуанту, а без индекса - к С-электроду/. Из этого условия величина $e V_c$ определится как

$$\frac{e V_c}{e V_g} = \frac{K E_{s0}}{K_0 E_s} \cdot \left(\frac{f_s}{f_{s0}} \right)^2 \cdot \frac{(\sin \phi_s)_c}{(\sin \phi_s)_g} \cdot \left[\frac{\beta(\phi_s)_g}{\beta(\phi_s)_c} \right]^4. \quad /26/$$

Подбирая величину $(e V \cos \phi_s)_c$ так, чтобы обеспечить требуемую степень растяжки ($m = 40$), найдем из /26/, что при $(\cos \phi_s)_c \approx 0,04$ требуемая величина $(e V)_c$ составит 25 кэВ.

Что касается необходимого диапазона изменения частоты С-электрода, то он определяется суммарной амплитудой бетатронных и синхротронных колебаний и равен

$$\frac{\Delta f}{f} \approx \left[\left(\frac{E_0}{E_s} \right)^2 (1 + n) - 1 \right] \cdot \frac{c + a}{R}. \quad /27/$$

При параметрах установки "Ф" /см. табл. 1/ необходимая полоса частот $\Delta f \approx 140 \text{ кГц}$.

Достоинством такой схемы растяжки является ее стопроцентная эффективность - все ускоренные частицы захватываются С - электродом. Принципиальным недостатком схемы является сохранение микроструктуры пучка. Сведения об использовании этого метода содержатся в работах /11 ÷ 13/.

3. Многократное синхроциклотронное ускорение использовалось для растяжки пучка на синхроциклотронах Орсе¹⁰, Чикаго¹⁴, CERN¹⁵. Оно позволяет заметно снизить требования к необходимой величине напряжения на С - электроде. Идея состоит в том, чтобы "вычерпать" накопленный пучок с помощью нескольких областей фазовой устойчивости в отличие от предыдущего случая, когда накопленный пучок перехватывался одной областью фазовой устойчивости. Для осуществления такого режима необходимо, чтобы период модуляции С - электрода был в несколько (N) раз меньше периода основного цикла ускорения.

Если энергетический разброс в накопленном пучке равен $2\Delta E$, а энергетический размер сепаратрисы равен $2\Delta E_c$, необходимо, чтобы

$$\Delta E = N \Delta E_c = 2N \beta(\phi_s) \left(\frac{e V_c E_s}{2\pi K} \right)^{1/2}. \quad /28/$$

Здесь энергетический размер сепаратрисы С - электрода определен в соответствии с /23/. Уравнение /28/ при известном $\Delta E / 7,7 \text{ МэВ}$ в установке "Ф" / дает связь между неизвестными величинами N, $\beta(\phi_s)$ и $e V_c$. Второе условие, накладываемое на величину набора энергии, есть обычное синхроциклотронное условие *

* Здесь величина df_0/dt определена приблизительно как $N\Delta f/T$.

$$eV_c = \frac{N \Delta f E_s}{T f^2 K \cdot (\cos \phi_s)_c} \quad /29/$$

Величина Δf в /29/ отличается от определенной в /27/ для случая синхронизованного синхроциклотронного ускорения из-за того, что необходимое смещение частиц по радиусу теперь равно $(2c + a)$ и соответствующая полоса частот при параметрах установки "Ф" оказывается равной $\Delta f \approx 200$ кГц.

Необходимая величина eV_c , как видно из /28/, будет тем меньше, чем больше произведение $N\beta$. Из сравнения /28/ и /29/ найдем

$$N\beta(\phi_s) = \left[\frac{2\pi}{16} \frac{Tf^2}{\Delta f} \left(\frac{2K\Delta E}{E_s} \right)^2 \beta(\phi_s) \cos \phi_s \right]^{1/3} =$$

$$\approx 0.84 (\Delta E_{\text{МЭВ}})^{2/3} (\beta \cos \phi_s)^{1/3}, \quad /30/$$

$$eV_{\text{кЭВ}} = \left[\frac{2\pi}{16} \frac{E_s}{K} \left(\frac{2\Delta E \Delta f}{Tf^2 \beta \cos \phi_s} \right)^2 \right]^{1/3} = 1.12 \left(\frac{\Delta E_{\text{МЭВ}}}{\beta \cos \phi_s} \right)^{2/3}.$$

/31/

Величина $N\beta$ достигает максимума, а eV_c - минимума при максимуме $\beta \cos \phi_s$. В свою очередь, максимальное значение функции $\beta \cos \phi_s$ достигается при $\phi = 2/3 \text{tg} \phi_s = 0.97$ ($\cos \phi_s = 0.565$) и равно $(\beta \cos \phi_s)_{\text{max}} = 0.296$. При этом $(N\beta)_{\text{max}} = 2.18$; $N = 4$ и $eV_c \approx 10$ кэВ. Таким образом, многократное синхроциклотронное ускорение позволяет заметно /в 2,5 раза/ снизить требуемую величину напряжения на С-электроде. Если так же, как и в предыдущем случае, перед выключением основной программы использовать затухание синхротронных колебаний энергии за счет адиабатического уменьшения ускоряющего напряжения, то требуемая величина напряжения на С-электроде уменьшится еще на 25%, т.е. составит около 7,5 кВ.

Следует, однако, помнить, что это достигается ценой снижения эффективности. В самом деле, в режиме многократного синхроциклотронного ускорения перед началом работы С - электрода фазовая группировка частиц исчезает, поэтому площадь, занимаемую частицами на фазовой плоскости, можно считать равной

$$S_{\text{пучка}} = 2\pi \cdot 2\Delta E = 4\pi \Delta E. \quad /32/$$

В то же время суммарная площадь N областей фазовой устойчивости С - электрода равна

$$S_{\text{обл.уст.}} = 8 \frac{\alpha(\phi_s)}{\beta(\phi_s)} \cdot \Delta E, \quad /33/$$

где

$$\alpha(\phi_s) = \frac{1}{8} \int [2\{\beta(\phi_s) + \sin \phi - \phi \cos \phi_s\}]^{1/2} d\phi. \quad /34/$$

Если определить эффективность как отношение

$$\frac{S_{\text{обл.уст.}}}{S_{\text{пучка}}} = \frac{2}{\pi} \frac{\alpha(\phi_s)}{\beta(\phi_s)}, \quad /35/$$

то даже при $\cos \phi_s = 0$ эта величина не превышает 65%; при полученной же в расчете величине $\cos \phi_s \approx 0,565$ определенная таким образом эффективность составит около 35%. С этой точки зрения простое понижение напряжения С - электрода в режиме синхронизованного синхроциклотронного ускорения оказывается более выгодным, так как уменьшение eV_c в 2,5 раза, как видно из сравнения /23/ и /33/, уменьшает площадь области фазовой устойчивости только в 1,58 раза, т.е. понижает эффективность до 64%.

4. Фазовое смещение может быть использовано как механизм, позволяющий ускорить частицы накопленного пучка до конечной энергии. Речь идет о смещении по энергии, которое испытывают частицы накопленного пучка при прохождении "сквозь пучок" области фазовой устойчивости. Это смещение для частиц, движущихся несинхронно с высокочастотным полем, т.е. находящихся вне области фазовой устойчивости, в среднем равно /16/

$$\delta E = \frac{S}{2\pi},$$

/36/

где S - площадь области фазовой устойчивости. Знак δE противоположен направлению движения области фазовой устойчивости. Так, если частота модулируется в направлении, противоположном ускоряющему /сепаратриса движется вниз по энергии/, то частицы пучка ускоряются в среднем на величину δE . Требуемая величина напряжения и девиации частоты С-электрода в этом случае такие же, как и для многократного синхроциклотронного ускорения.

Эффективность такого способа растяжки может быть, по-видимому, определена только численными расчетами. В работе Линдбэка^{/17/} приводятся данные, согласно которым эффективность в этом случае несколько выше, чем в случае многократного синхроциклотронного ускорения.

5. Стохастическое ускорение впервые было предложено использовать для растяжки пучка в работе^{/18/}. В чистом виде для стохастического ускорения предполагается, что напряжение на электроде изменяется случайным образом, так что получаемое частицей за один оборот приращение энергии с равной вероятностью может быть как положительным, так и отрицательным. Практически это означает, что к ускоряющему электроду должно быть подведено напряжение со спектром частот, значительно превышающим необходимое изменение частоты при синхроциклотронном ускорении, что сопряжено со значительными техническими трудностями. Кроме того, время ускорения частиц в стохастическом режиме по крайней мере на три порядка превышает время синхроциклотронного ускорения и сравнимо с временем жизни пучка. Поэтому практически используются квазистохастические режимы. В частности, в работах^{/15, 19 ÷ 23/} были использованы устройства фазотронного типа, но с быстрым изменением частоты, заведомо нарушающим условие автофазировки ($\cos \phi_s > 1$). Девиация частоты в таких схемах та же, что в схемах, использующих синхроциклотронное ускорение, однако амплитуда напряжения, подводимого к электроду, значительно ниже, чем необ-

ходимо для синхроциклотронного способа ускорения. В таких схемах средняя энергия пучка остается неизменной, но его энергетический разброс увеличивается, при этом энергия некоторой части частиц возрастает. Эффективность, достигнутая экспериментально в упомянутых выше работах, составляет около 35%.

IV. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотренными схемами в значительной мере исчерпываются возможные способы увеличения коэффициента заполнения синхроциклотронов. Практическое применение из рассмотренных схем нашли подвижная мишень, возбуждение вынужденных колебаний созданием на орбите первой гармоники магнитного поля и ускорение с помощью С-электрода почти во всех режимах /кроме "фазового смещения"/.

На стр. 14-15 приводится табл. 2, в которой собраны данные о действующих схемах растяжки на различных синхроциклотронах. Как видно из этой таблицы, наибольшее распространение получили системы, основанные на использовании С-электрода, что решает проблему растяжки как внутреннего, так и выведенного пучка протонов.

В заключение автор благодарит доктора физ.-мат. наук В.В.Кольгу за замечания, высказанные при обсуждении этой работы.

Литература

1. А.А.Глазов и др. ОИЯИ, 9-3951, Дубна, 1968.
2. J.Rosen. *Vibrating Target for the Improvement of S.C.Duty Cycle*, R-276 Cu-199, Nevis-92 (1960).
3. B.Hedin. *Longer Pulse Length by a Vibrating Target on the CERN SC.*, CERN 61-21, SC. Division, 1961.
4. G.L.Salmon. *NIM*, 23, p. 338 (1963).
5. В.И.Данилов и др. ОИЯИ, Р-1985, Дубна, 1965. /см. также АЭ, 19, 1965, вып. 3, стр. 289÷292/.
6. В.И.Данилов и др. ОИЯИ, Р-2281, Дубна, 1965.
7. В.И.Данилов и др. ОИЯИ, Р9-5208, Дубна, 1970.

8. А.А.Глазов и др. ОИЯИ, Р9-6214, Дубна, 1972.
9. В.П.Дмитриевский и др. ИФВЭ, СКУ68 47, Серпухов, 1968.
10. A.Cabrespine. *Comptes Rendus*, v. 250, No. 14, p. 2544 (1960).
11. G.Huxtable et al. *NIM*, 23, p. 357 (1963).
12. Н.К.Абросимов и др. ЛИЯФ, №1, ноябрь 1972, Ленинград. /См. также Труды III совещания по ускорителям, т. II, стр. 95, Москва, 1973/.
13. А.А.Глазов и др. Депонированная публикация ОИЯИ, Б1-9-7609, Дубна, 1973.
14. E.H.Molthen. *NIM*, 29, p. 29 (1964).
15. Ph.Levy. *CERN Int. Rep.*, MSC-67-8, p. 59, 1967.
16. А.А.Коломенский, А.Н.Лебедев. Теория циклических ускорителей, ФМ, Москва, 1962.
17. S.Lindback. *CERN Int. Rep.*, MSC-71-1, Febr. 1971.
18. R.Keller and K.H.Schmitter. *CERN Int. Rep.*, 58-13, 1958.
19. A.Suzuki, *Jap.J.Appl.Phys.*, 2, 106 (1963). (See also Proc. 1961 Intern. Conf. on High Energy Acc., Brookhaven, p. 311).
20. M.H.Foss, R.W.Findley, A.Suzuki. *NIM*, 29, 282 (1964).
21. E.Nordberg. *IEEE Trans.*, v. NS-12, No. 3, p. 973 (1965).
22. B.Gottshalk. *Proc. of Conf. on High Energy Cyclotron Improvement*. Febr. 1964, p. 143, Williamsburg, USA, 1964.
23. J.R.Wormald. *Proc. of Conf. on High Energy Cyclotron Improvement*. Febr. 1964, p. 143, Williamsburg, USA, 1964.
24. *Proceedings of Conference on High Energy Cyclotron Improvement*. Febr. 1964, Williamsburg, USA, 1964.

Рукопись поступила в издательский отдел
29 марта 1974 года.