

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА



12/4-74

Б-24

Р9 - 7700

1796/2-74

Л.С.Барабаш, С.Н.Доля, В.А.Петров

ИЗМЕРЕНИЕ ИМПЕДАНСА
И ИССЛЕДОВАНИЕ РЕЗОНАНСНЫХ СВОЙСТВ
КАМЕРЫ АДГЕЗАТОРА

1974

ОТДЕЛ НОВЫХ МЕТОДОВ УСКОРЕНИЯ

Р9 - 7700

Л.С.Барабаш, С.Н.Доля, В.А.Петров

ИЗМЕРЕНИЕ ИМПЕДАНСА
И ИССЛЕДОВАНИЕ РЕЗОНАНСНЫХ СВОЙСТВ
КАМЕРЫ АДГЕЗАТОРА

Направлено в ЖТФ

Объединенный институт
ядерных исследований
БИБЛИОТЕКА

1. ВВЕДЕНИЕ

Устойчивость пучка относительно азимутальной банчировки зависит от влияния полей флюктуации плотности числа частиц на саму флюктуацию. Неустойчивостью называется процесс, при котором пространственная плотность частиц, связанных с флюктуацией, растет. Вместе с ней растут и поля, что приводит к дополнительному увеличению плотности.

По определению, импеданс Z_n связывает n -ю гармонику электрического поля возмущения с флюктуацией плотности числа частиц i , следовательно, определяет устойчивость пучка.

Электрическое поле в пучке зависит от распределения флюктуаций плотности, определяемого импедансом Z_s , наличия проводящих экранов (Z_w) и сосредоточенных неоднородностей (Z_l). В длинноволновом приближении общий импеданс Z_n является суммой этих импедансов /1/.

Другой важной характеристикой устойчивости пучка является добротность камеры адгезатора. Для успешного сжатия электронного кольца камера должна иметь достаточно низкую добротность /2, 3/.

Целью данной работы являлось экспериментальное определение импеданса стенок, корректора, а также собственных частот и добротностей камеры адгезатора.

2. ИМПЕДАНС СВЯЗИ И УСТОЙЧИВОСТЬ ЭЛЕКТРОННОГО КОЛЬЦА В АДГЕЗАТОРЕ

Поведение системы заряженных частиц описывается уравнениями Максвелла и кинетическим уравнением

$$\frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + \vec{v} \frac{\partial f}{\partial \vec{r}} + e \left\{ \vec{E} + \frac{1}{c} [\vec{v} \times \vec{B}] \right\} \frac{\partial f}{\partial \vec{p}} = 0. \quad /1/$$

Плотность тока и плотность заряда в уравнениях Максвелла определяются формулами

$$\vec{j} = e \int \vec{v} f d\vec{p}, \quad \rho = e \int f d\vec{p}, \quad /2/$$

причем

$$\int f d\vec{p} = N(\vec{r}, t), \quad /3/$$

где f - функция распределения.

Уравнение /1/, выражения /2/ и уравнения Максвелла образуют полную систему уравнений, описывающую согласованное движение частиц системы с возникающими при этом движении электромагнитными полями. В общем виде такая система уравнений пока не решена. Задача решается следующим образом: задается поведение n -ой гармоники возмущения плотности заряда пучка в зависимости от времени t и азимута θ в виде

$$\rho = \rho_1(\vec{r}) e^{i\Omega t - in\theta},$$

из уравнений Максвелла находится поле с учетом конкретной геометрии, наличия проводящих экранов, возможности излучения кольцом электромагнитных волн и резонансов на собственных модах камеры.

Азимутальное движение частиц удобно описывать с помощью функции распределения в пространстве канонических переменных θ и \vec{w} , где θ - азимутальная координата, \vec{w} - обобщенный канонический импульс. Невозмущенное

состояние пучка считается азимутально однородным и не зависящим от времени. Поэтому представим функцию распределения в виде

$$f(\vec{w}, \theta, t) = f_0(\vec{w}) + f_1(\vec{w}, \theta, t).$$

Отклонение f_1 вызвано возмущающими полями \vec{E} и \vec{B} . Линеаризуя кинетическое уравнение /1/ и считая f_1 , \vec{E} и \vec{B} величинами первого порядка малости, получим

$$\frac{\partial f_1}{\partial t} + \omega_0 \frac{\partial f_1}{\partial \theta} + 2\pi e R E_\theta \frac{\partial f_0}{\partial w} = 0, \quad /4/$$

где ω_0 - частота обращения частиц, R - средний радиус кольца, E_θ - азимутальное электрическое поле, усредненное по сечению кольца. Решая /4/, находим

$$f_1 = 2\pi i e R E_\theta \frac{\partial f_0}{\partial w} \frac{1}{\Omega - n\omega_0}. \quad /5/$$

Учитывая /2/, получаем дисперсионное уравнение в виде

$$1 = \frac{2\pi i R e^2 E_\theta n}{i\theta_n} \int \frac{\partial f_0}{\partial w} \frac{1}{\Omega - n\omega_0}. \quad /6/$$

Величина $\frac{2\pi R E_\theta n}{i\theta_n} = Z_n$ называется импедансом связи пучка.

Вычислить дисперсионный интеграл в /6/ можно для различных функций распределения. Наиболее близким к действительности является описание системы с помощью функции распределения Гаусса, однако аналитическое вычисление интеграла в /6/ при этом затруднительно. Поэтому для оценок влияния энергетического разброса воспользуемся функцией распределения Лоренца

$$f(w) = \frac{1}{\pi \Delta \omega [1 + (\frac{w - \omega_0}{\Delta \omega})^2]},$$

которая примерно совпадает с функцией распределения Гаусса вблизи своего максимума.

Вычислив интеграл в /6/, получим дисперсионное уравнение в виде /2/

$$(p - ia)^2 = -2i\beta \bar{Z}(n, \Omega), \quad /7/$$

где $p = \frac{\Omega - n\omega_0}{n\omega_0}$, $a = \frac{\Delta\omega_0}{\omega_0} = \nu_r^{-2} \frac{\Delta\gamma}{\gamma}$, $\beta = \nu_r^{-2} \frac{\nu}{\gamma}$,

$$\bar{Z}(n, \Omega) = \frac{cZ_n}{4\pi n} \nu_r(n, \Omega) - \text{безразмерная частота бета-}$$

тронных колебаний, $\nu = \frac{e^2 N}{mc^2 2\pi r_0}$ - погонный

электрон, N - полное число частиц в кольце, γ - реля-

тивистский фактор азимутального движения электронов. Значению $z = 1$ соответствует величина импеданса

$$\frac{Z(n, \Omega)}{n} = 377 \text{ Ом.}$$

Параметр a указывает на стабилизирующую роль разброса по энергиям. Большое число частиц в кольце и большой импеданс "уводят" частоту неустойчивой гармоники Ω от n -й гармоники частоты обращения частиц $n\omega_0$. В результате пучок с распределением гауссовского типа может быть неустойчив из-за экспоненциально малого числа резонансных частиц, что делает механизм затухания Ландау неэффективным.

Импеданс пучка в камере с проводящими стенками можно представить в виде суммы $Z = Z_0 + \Delta Z$, где Z_0 - импеданс в случае идеально проводящих стенок, ΔZ - добавка, связанная с их конечной проводимостью.

Рассмотрим условие устойчивости электронного кольца при $\Delta Z = 0$. В нерезонансной области импеданс является чисто реактивным ($\bar{Z} = iV$). В случае $\beta \ll 1$ первое приближение дает

$$p = i(a \pm \sqrt{2\beta|V|}), \quad V < 0,$$

$$p = \pm \sqrt{2\beta V + ia}, \quad V > 0.$$

Если импеданс имеет емкостный характер ($Z = -iA, A > 0$), то возможна неустойчивость ($\text{Im} p < 0$). Условие ее подавления имеет вид

$$|V| < \frac{1}{2} \frac{a^2}{\beta} = \frac{1}{2} \nu_r^{-2} \left(\frac{\nu}{\gamma}\right)^{-1} \left(\frac{\Delta\gamma}{\gamma}\right)^2. \quad /9/$$

Для устойчивости пучка с параметрами $\frac{\nu}{\gamma} = 0,007$, $\frac{\Delta\gamma}{\gamma} = 3.10^{-2}$, $\nu_r = 0,8$, согласно /9/, необходимо $|V| \leq 40 \text{ Ом}$.

Для резистивной добавки за счет конечной проводимости стенок существует формула /2/

$$\Delta Z = (1 + i) R \frac{2r_0}{nh}, \quad /10/$$

где $R = \left(\frac{\Omega}{8\pi\sigma}\right)^{1/2}$, σ - проводимость стенок, r_0 - радиус

кольца, h - расстояние между стенками. В тех областях, где возможна неустойчивость отрицательной массы ($V < 0$), малая резистивная добавка к импедансу незначительна. Так, например, для узкого резонатора ($b/h = 5, \sigma b/c = 5 \cdot 10^6$) получаем из /10/

$$\Delta Z = 0,2 \text{ Ом.}$$

Если $V > 0$, то резистивные эффекты - единственный источник неустойчивости, причем условие ее подавления совпадает с /9/. В этом случае $|V|$ следует изменить на $|\bar{Z}|$. Импеданс стенок камеры и корректора был измерен с помощью аналогового метода, изложенного в приложении.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ ИЗМЕРЕНИЙ

3.1. Измерение реальной части импеданса стенок камеры

С помощью метода бегущих волн /см. приложение/ была измерена реальная часть импеданса стенок камеры R . Полученные значения приведены в табл. 1. Здесь: n - номер гармоники частоты обращения, f - частота в МГц, r_0 - радиус кольца в см.

Согласно формуле /10/ мнимая часть импеданса стенок камеры равняется его вещественной части. Из результатов измерений следует, что импеданс стенок удовлетворительно согласуется с теоретическими расчетами и не представляет опасности для устойчивости пучка. Неустойчивость не будет развиваться, если $\frac{\Delta\gamma}{\gamma} > 10^{-2}$.

Таблица I

n_0	n	f	R	n	f	R	n	f	R
34	2	280	$1 \pm 0,4$	3	420	$1,1 \pm 0,4$			
30	2	320	3 ± 1	3	480	$1,6 \pm 0,6$			
28	2	350	$0,94 \pm 0,3$	3	525	$0,5 \pm 0,2$			
25	2	380	$0,5 \pm 0,2$	3	570	$0 \pm 0,3$			
21	1	228	$0,4 \pm 0,2$	2	456	$2,4 \pm 0,8$	3	684	$0,24 \pm 0,1$
18	1	280	$2,2 \pm 0,3$	2	560	$0,38 \pm 0,1$			
15	1	320	$0,36 \pm 0,1$	2	640	$4,1 \pm 1$			

3.2. Измерение импеданса корректора

Результаты измерения на радиусе инжекции импеданса корректора двумя способами приведены в табл. 2.

Корректор представляет собой неоднородность без потерь. Подключение к нему оконечной нагрузки приводит к появлению в импедансе небольшой реальной части /2-3. Ома/. Вклада в мнимую часть импеданса оконечная нагрузка не дает.

Из результатов измерений следует, что импеданс корректора носит емкостный характер на 2-4-ой гармониках и имеет значительную величину.

3.3. Измерение собственных частот и добротностей камеры адгезатора

Согласно теоретическим расчетам /2,3/, для устойчивости азимутальных колебаний пучка необходима добротность камеры

$$Q < \frac{\eta}{R} \left(1 - \frac{P}{\eta}\right)^{1/2},$$

где $\eta = \frac{a^2}{2\beta}$, P - вклад нерезонансных мод в импеданс,

R - вклад резонансной моды. Измерения добротности проводились в диапазоне частот $f = n / 0,6-1,2 /$ ГГц так как неустойчивость начинается с радиусов $r_0 = 8-4$ см.

Камера адгезатора возбуждалась с помощью петель и штырей, сфазированных соответствующим образом /см. рис. 1/. Результаты измерений собственных частот и добротностей, а также их теоретические значения для цилиндрического резонатора с высотой $h = 10$ см приведены в табл. 3-7.

Гармоника частоты обращения кольца при сжатии может совпасть с собственной частотой камеры адгезатора. В случае большой добротности камеры это приводит к неустойчивости.

Из условия возрастания амплитуды в конечном числе раз при прохождении резонанса вытекает ограничение

Таблица 2

Метод стоячих волн		Метод бегущих волн	
n	$f / \text{МГц}$	$\frac{\text{МВт} \cdot \text{с} / \text{Ом}}{n}$	$\frac{\text{МВт} \cdot \text{с} / \text{Ом}}{n}$
2	208	-67 ± 10	-41 ± 10
3	392	-45 ± 5	-56 ± 10
4	536	-36 ± 5	-50 ± 10
4	595	-17 ± 3	
5	744	11 ± 3	

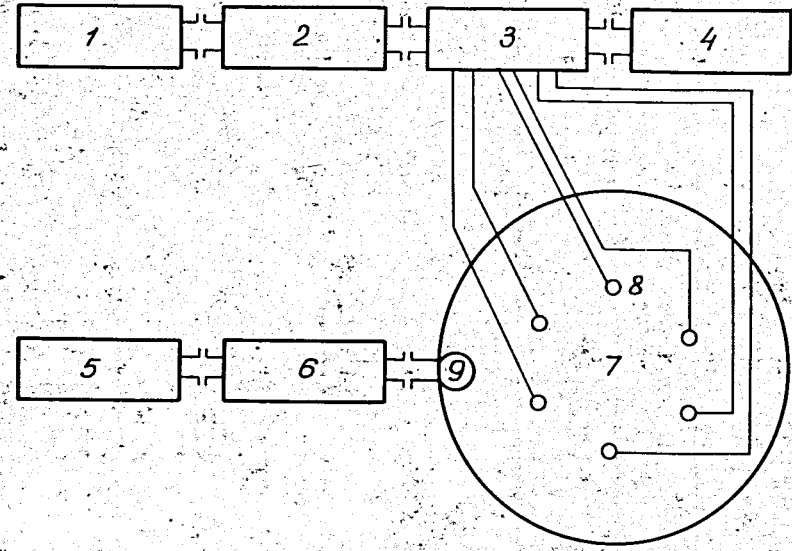


Рис. 1. Схема измерения резонансных частот и добротностей камеры адгезатора. 1. Генератор. 2. Атенюатор. 3. Линия. 4. Согласованная нагрузка. 5. Цифровой вольтметр. 6. Детекторная головка. 7. Адгезатор. 8. Возбуждающие петли. 9. Приемная петля.

на скорость сжатия $1/3$. В резонаторе с добротностью ниже пороговой неустойчивость развиваться не будет.

Большее число собственных частот в резонаторе со сферическими стенками по сравнению с цилиндрическим резонатором, возможно, объясняется тем, что наряду с основными возбуждались и другие типы волн.

Добротности камеры на Н-модах оказались несколько большими, чем требуется для устойчивости азимутальных колебаний кольца с числом электронов $N_e = 3 \cdot 10^{13} / \text{см}^2$, но ее геометрия выбрана таким образом, что резонансы первых, наиболее опасных, гармоник частоты обращения отсутствуют. Это было проверено экспериментально.

Добротности камеры на Е-модах в основном оказались в пределах требуемых для устойчивости аксиальных колебаний кольца с $N_e = 3 \cdot 10^{13}$.

Таблица 3

H_{2m1}				
$f/ггч/$	$h_0(см)$	Q	$m_{теор.}$	$f_{теор.}/ггч/$
2,010	4,8	700	1	1,5
2,051	4,9	1000	2	1,65
2,155	4,55	1000	3	1,78
2,175	4,42	300	4	1,95
2,24	4,29	300	5	2,14
2,27	4,2	1000	6	2,4
2,293	4,18	1000	7	2,64
2,296	4,12	1000	8	2,88
2,345	4,09	800	9	3,16
2,400	4	400	10	3,44

Таблица 4

H_{3m1}				
$f/ггч/$	$h_0(см)$	Q	m	$f_{теор.}/ггч/ Q_{теор.}$
2,052	7,05	1000	1	1,54
2,070	6,95	700	2	1,68
2,173	6,5	1000	3	1,87
2,271	6,3	600	4	2,06
2,29	6,26	1000	5	2,28
2,342	6,1	1100	6	2,6
2,468	5,8	1000	7	2,78
2,592	5,55	600	8	3,02
2,64	5,38	1000	9	3,3
2,787	5,17	1000	10	3,54
2,855		3000		
3,015		1000		

Таблица 5

E_{1m0}					
f / ГГц/	λ_0 (см)	Q	m	f / МГц/	Q теор.
638	7,5	100	1	358	7600
652	7,38	200	2	674	10400
694	6,9	100	3	974	
895	5,75	200	4	1275	
970	4,94	220	5	1570	
987	4,85	300	6	1880	
1005	4,55	500	7	2278	
1035	4,4	300	8	2480	
1085	4,32	200	9	2780	
			10	3120	

Таблица 6

$E_{2m\ell}$					
f / ГГц/	λ_0 (см)	Q	$m, \ell = 0, 1$	f теор. / ГГц/	Q теор.
2,07	4,6	500	1	0,491	8800
2,115	4,52	700	2	0,807	
2,138	4,46	300	3	1,1	
2,172	4,4	350	4	1,416	
2,19	4,3	350	5	1,72	
2,245	4,2	500	6	2,04	
2,25	4,2	500	7	2,35	
2,27	4,15	1000			
2,282	4,12	1000			
2,298	4,1	1000			
2,303	4,1	600	1	1,58	
2,342	4,04	1000	2	1,72	
2,35	4	1000	3	1,87	
2,378	4	1000	4	2,06	
2,4	3,96	1000	5	2,3	

Таблица 7

f / ГГц/	λ_0 (см)	Q	$m, \ell=0,1$	f теор. / ГГц/
2,05	7,05	500	5	1,86
2,172	6,6	300	6	2,16
2,192	6,5	500	7	2,47
2,25	6,4	700	8	2,77
2,28	6,3	600		
2,3	6,1	100		
2,42	5,9	500		
			3	1,55
2,475	5,83	800	4	2,42
2,515	5,8	600	5	2,68
			6	2,92
2,571	5,6	800	7	3,2
2,595	5,5	250	8	
2,64	5,42	650		
2,67	5,35	400		
2,79	5,15	450		
2,84	5,08	400		

В заключение следует заметить, что добротности камеры на опасных модах можно понизить с помощью поглощающих металлических фольг и специальных покрытий.

ПРИЛОЖЕНИЕ

4. МЕТОДИКА ИЗМЕРЕНИЯ ИМПЕДАНСА

4.1. Метод стоячих волн

Пучок и стенки представляют собой линию, которую можно смоделировать, заменив пучок металлическим проводником с хорошей проводимостью. Те свойства реальной линии, которые определяются стенками /резистивная неустойчивость/, могут быть изучены с помощью аналоговой линии.

Входное сопротивление однородной линии длиной ℓ описывается формулой

$$Z_{\text{вх}} = Z_{\text{волн}} \frac{Z_{\text{н}} \operatorname{Ch} \gamma \ell + Z_{\text{волн}} \operatorname{Sh} \gamma \ell}{Z_{\text{волн}} \operatorname{Ch} \gamma \ell + Z_{\text{н}} \operatorname{Sh} \gamma \ell} \quad /11/$$

где $Z_{\text{н}}$ - сопротивление нагрузки, $\gamma = a + j\beta$ - постоянная распространения. Как для короткого замыкания, так и для холостого хода входное сопротивление линии имеет острые резонансы. По добротностям Q этих резонансов можно определить активную часть импеданса, а по сдвигу резонансных частот $\Delta\omega$ - его реактивную часть.

В этой формуле можно учесть влияние сосредоточенного импеданса $Z_{\text{Л}}$ длиной ℓ_2 , находящегося на расстоянии ℓ_1 от начала линии. Его вклад в Q и $\Delta\omega$ будет эквивалентен внесению некоторого эффективного распределенного импеданса $Z'_{\text{эф}}$. Входное сопротивление линии с неоднородностью можно рассчитать, если заменить неоднородный участок линии с волновым сопротивлением $Z'_{\text{волн}}$. Измерив входное сопротивление линии с неоднородностью, из полученной формулы легко найдется $Z'_{\text{волн}}$.

4.2. Метод бегущих волн

4.2.1. Измерение активной части импеданса

Если создать в линии режим бегущих волн, то, измеряя амплитуду сигнала на выходе, можно определить активную часть импеданса стенок R следующим образом. Амплитуда бегущей волны экспоненциально уменьшается вдоль линии из-за распределенного активного сопротивления R'

$$u = u_0 e^{-\frac{R'z}{2R_B}}$$

где R_B - волновое сопротивление линии. Считая сопротивление R' малым, найдем изменение амплитуды сигнала на выходе линии относительно входа

$$\Delta u = u_0 \frac{R'z}{2R_B} \quad /12/$$

Проводя измерения для стенок из алюминия и нержавеющей стали и учитывая, что проводимость алюминия значительно выше, можно найти активную часть импеданса $R = R' \cdot 2\pi r_0$.

4.2.2. Измерение реактивной части импеданса

Изменение мнимой части импеданса определяет изменение фазовой скорости распространяющихся TEM-волн и их волнового числа. Найти изменение волнового числа можно с помощью измерительной линии /4/. Суть метода заключается в замене алюминиевых стенок стенками из нержавеющей стали и измерении изменения волнового числа.

Приведем вывод формулы, связывающей изменение мнимой части импеданса аналоговой линии с изменением волнового вектора /1/.

Запишем волновые уравнения для скалярного и векторного потенциалов:

$$\Delta \vec{A} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} = -\frac{4\pi \vec{j}}{c}$$

$$\Delta \phi - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = -4\pi \rho \quad /13/$$

Векторный потенциал \vec{A} и скалярный потенциал ϕ связаны калибровочным соотношением Лоренца

$$\text{div} \vec{A} + \frac{1}{c} \frac{\partial \phi}{\partial t} = 0 \quad /14/$$

Таким образом, достаточно решить волновое уравнение только для \vec{A} . Используя цилиндрическую систему координат, можно найти электрическое поле на проводнике.

$$E_\theta = -\frac{i\Omega}{c} \left(1 - \frac{c^2}{\Omega R} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2}\right) A_\theta - E_\perp \quad /15/$$

где

$$E_\perp = -i \frac{c^2}{\Omega R} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial r} (r A_r) \Big|_{r=R} + \frac{\partial A_z}{\partial z} \Big|_{z=0} \right)$$

Рассмотрим случай, когда аналоговая линия состоит из сверхпроводящих стенок и центрального проводника. Пренебрегая его конечной толщиной, запишем плотность тока в виде

$$\vec{j} = j_\theta = J_n \delta(r-R) \delta(z) e^{i\Omega t - in\theta} \quad /16/$$

$$\text{где } n = \frac{\Omega R}{v_\phi}$$

Решая уравнение /13/ с такой формой тока в правой части и подставляя результат в /15/, найдем электрическое поле E_θ вблизи проводника. Учитывая $A_r = A_z = 0$ и то, что множитель, стоящий при A_θ ,

$$1 - \frac{c^2 n^2}{\Omega^2 R^2} = 1 - \frac{1}{\beta^2} = 0$$

в силу $v_{\phi} = c$, найдем $E_{\theta} = 0$ на поверхности проводника.

Рассмотрим случай, когда стенки имеют конечную проводимость.

Тогда ток в центральном проводнике

$$j = j_{\theta} = I_n \delta(r - R) \delta(z) e^{i\Omega t - i\tilde{n}\theta}, \quad /18/$$

где $\tilde{n} = \frac{\Omega R}{\beta c}$, $\beta = \frac{v_{\phi}}{c}$.

Решением /13/ будет

$$E_{\theta} = -i \frac{\Omega}{c} \left(1 - \frac{c^2 \tilde{n}^2}{\Omega^2 R^2}\right) A_{\theta} - E_{+}(\tilde{n}). \quad /19/$$

Потребуем $E_{\theta} = 0$ в нулевом приближении. Вводя $\Delta_n = \tilde{n} - n$, получим из /19/

$$\frac{\Delta_n}{n} = \frac{1}{2} \frac{E_{+}(\tilde{n})}{i\Omega A_{\theta}}. \quad /20/$$

Учитывая $A_{\theta} = L' I_n$ и вспомогательное определение импеданса, получим из /20/

$$\text{Im } Z = 4\pi R i \Omega L' \frac{\Delta_n}{n}. \quad /21/$$

Литература

1. A.Faltens, E.C.Hardwig, D.Möhl, and A.M.Sessler. Preprint LBL, 94720, Berkeley, 1972.
2. Ю.И.Алексахин и др. Препринт ОИЯИ, Р9-7065, Дубна, 1973.
3. Ю.И.Алексахин и др. Препринт ОИЯИ, Р9-7066, Дубна, 1973.
4. Р.А.Валитов, В.Н.Сретенский. Радиоизмерения на СВЧ. Воениздат, Москва, 1958.

Рукопись поступила в издательский отдел
29 января 1974 года.