

СЗ45А1
Г-124

СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА



856/2-24

4/10 74

P9 - 7544

З.Г.Гаврилова, М.Г.Нехаева, С.Б.Рубин

К РАСЧЕТУ
ВТОРИЧНЫХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ,
ВОЗБУЖДАЕМЫХ ПРИ ДВИЖЕНИИ
ЗАРЯЖЕННОГО КОЛЬЦА С ТОКОМ
В КОАКСИАЛЬНЫХ ПЕРЕХОДАХ
ВНУТРИ КРУГЛОГО ВОЛНОВОДА

1973

ОТДЕЛ НОВЫХ МЕТОДОВ УСКОРЕНИЯ

Р9 - 7544

З.Г.Гаврилова, М.Г.Нехаева, С.Б.Рубин

К РАСЧЕТУ
ВТОРИЧНЫХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ,
ВОЗБУЖДАЕМЫХ ПРИ ДВИЖЕНИИ
ЗАРЯЖЕННОГО КОЛЬЦА С ТОКОМ
В КООКСИАЛЬНЫХ ПЕРЕХОДАХ
ВНУТРИ КРУГЛОГО ВОЛНОВОДА

Объединенный институт
ядерных исследований
БИБЛИОТЕКА

Как известно, движение релятивистского кольца электронов с большим зарядом и током в пространственно неоднородной ускоряющей системе приводит к возбуждению электромагнитных полей, которые могут оказывать влияние на движение самого источника, см., например, /1/. В то же время условия удержания ионов в кольце требуют достаточно плавного нарастания его скорости. Поэтому желательна конкретная оценка возбуждаемых полей.

Ниже оценка делается для модели ускоряющей системы, состоящей из коаксиальных резонаторов (подробнее см. /2/). Схема ее дана на рис. 1.

Предполагается, что в первый резонатор попадает кольцо, уже ускоренное до скорости $v_0 = c\beta$, $\beta < 0,5$. Как будет видно ниже, вторичным полям, возбуждаемым кольцом, при $\beta \leq 0,5$ в рассматриваемом случае в основном соответствуют частоты, запердельные для всех волноводных областей рассматриваемой системы. Учитывая это, в качестве эквивалента отдельному элементу ускоряющей системы приближенно сопоставлена совокупность двух коаксиальных переходов, см. рис. 2а, которые в области этих частот рассматриваются независимо друг от друга. При этом должна соблюдаться последовательность рассмотрения: вылет кольца из правого перехода (при принятом направлении движения кольца в сторону отрицательных z) и последующий влет в левый переход. Соответствующие поля должны суммироваться с необходимой фазировкой. Справедливость этого предположения далее может быть проверена при рассмотрении спада рассчитанных частотных компонент

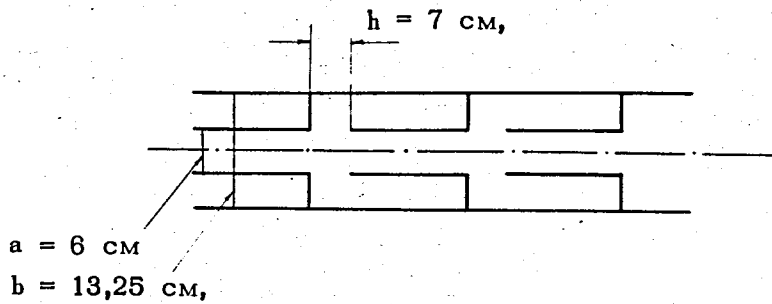


Рис. 1. Схема системы коаксиальных резонаторов.

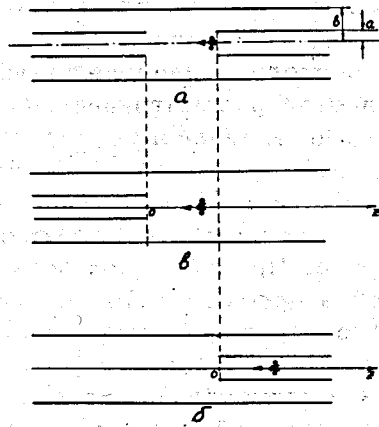


Рис. 2. Схемы расположения коаксиальных переходов.

полей с увеличением частоты. Все же следует заметить, что неучет взаимной экранировки при выбранном подходе, по-видимому, дает несколько завышенные величины полей.

II

Итак, сначала рассматриваются поля, возбужденные движущимся заряженным кольцом с током в коаксиальном переходе, выполненном из идеально проводящего металла, см. рис. 2б, 2в.

Решения для полей, возбужденных таким источником, были получены в ^{1/3}. Однако из-за неучета асимптотического поведения факторизованных по Винеру-Хопфу функций Грина приведенные в ^{1/3} формулы оказываются справедливыми лишь в дальней зоне - на большом расстоянии от обрыва внутреннего волновода. При рассмотрении распределения полей по длине структуры приходится учитывать асимптотику.

Распределение плотности заряда и тока принимается в виде

$$\rho = Q \frac{\delta(r - R_0)}{2\pi r} \delta(z + v_0 t), \quad j = \bar{v} \cdot \rho,$$

$$\bar{v} = \{v_r, v_\phi, v_z\}, \quad v_r = 0, \quad v_\phi = c\beta_\perp, \quad v_z = -v_0, \quad (1)$$

$$v_0 = c\beta = \text{const}, \quad \gamma_\perp = (1 - \beta_\perp^2)^{-1/2}.$$

Компоненты Фурье вторичного поля $\bar{E}'_\omega, \bar{H}'_\omega$ определяются с помощью составляющих $E^\circ_{z\omega}$ и $E^\circ_{\phi\omega}$ поля источника, взятого с учетом граничного условия на внешнем волноводе (т.е. $E^\circ_{\omega z} |_{r=b} = E^\circ_{\omega\phi} |_{r=b} = 0$). Для $E^\circ_{z\omega}$,

$E^\circ_{\phi\omega}(r, z)$ имеем выражения

$$E_{z\omega}^{\circ} = \frac{ik\Gamma^2 Q e^{-\frac{ikz}{\beta}}}{\pi c} \begin{cases} \frac{I_0(k\Gamma R_0)}{I_0(k\Gamma b)} [K_0(k\Gamma r) I_0(k\Gamma b) - I_0(k\Gamma r) K_0(k\Gamma b)], & \text{если } r > R_0; \\ \frac{I_0(k\Gamma r)}{I_0(k\Gamma b)} [K_0(k\Gamma R_0) I_0(k\Gamma b) - I_0(k\Gamma R_0) K_0(k\Gamma b)], & \text{если } r < R_0; \end{cases} \quad (2)$$

$$E_{\phi\omega}^{\circ} = \frac{ikQ\sqrt{\gamma_1^2 - 1} e^{-\frac{ikz}{\beta}}}{2\pi c \beta \gamma_1} \begin{cases} \frac{I_1(k\Gamma R_0)}{I_1(k\Gamma b)} [K_1(k\Gamma r) I_1(k\Gamma b) - K_1(k\Gamma b) I_1(k\Gamma r)], & \text{если } r > R_0; \\ \frac{I_1(k\Gamma r)}{I_1(k\Gamma b)} [K_1(k\Gamma R_0) I_1(k\Gamma b) - K_1(k\Gamma b) I_1(k\Gamma R_0)], & \text{если } r < R_0. \end{cases} \quad (3)$$

Здесь $\Gamma = \frac{1}{\gamma\beta}$, временной множитель $e^{-i\omega t}$ опущен, $k = \frac{\omega}{c}$. Методика нахождения вторичного поля, когда первичное поле представлено в виде, аналогичном (2), (3), хорошо изложена в [4], поэтому далее будут приведены лишь окончательные выражения для полей. Отметим только еще выражения для возбужденных токов, текущих по стенкам внутреннего волновода:

$$j_{z\omega} = \frac{1}{2\pi a} \int_c e^{i\omega z} F_z(w) dw, \quad (4)$$

$$j_{\phi\omega} = \frac{1}{2\pi a} \int_{c_1} e^{i\omega z} F_{\phi}(w) dw, \quad (5)$$

где соответственно: c — контур, совпадающий с действи-

тельной осью плоскости комплексной переменной w и обходящий снизу точку $w = -k/\beta$, c_1 — совпадает с действительной осью,

$$F_z(w) = \frac{M_z}{(w + \frac{k}{\beta}) \sqrt{k-w} \psi_-(w)}, \quad (6)$$

$$F_{\phi}(w) = \frac{M_{\phi}}{(w + \frac{k}{\beta}) \phi_-(w)} \quad (7)$$

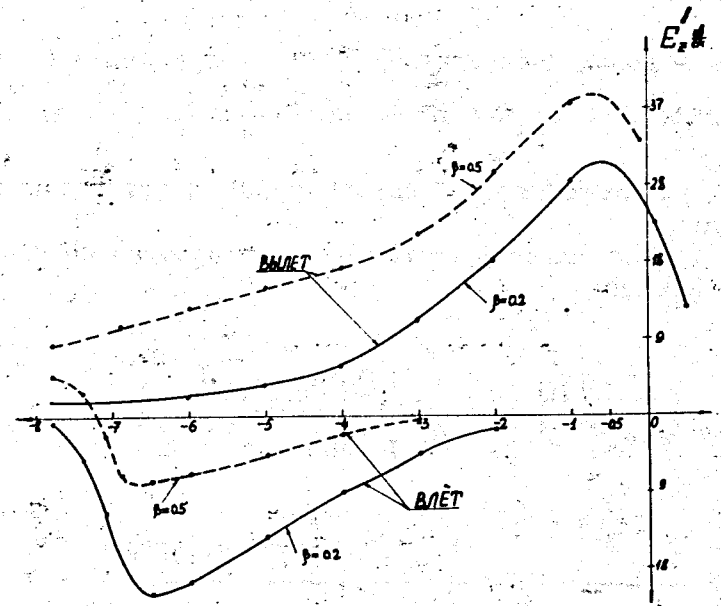


Рис. 3. Графики E'_z для случаев "вылета" из коаксиального перехода и "влета" в него.

и M_z, M_ϕ - константы, которые легко определяются с помощью граничных условий. Функции $\psi_-(w), \psi_+(w)$ и входящие в них величины приведены на стр. 204 книги /5/. Наконец,

$$\Phi_-(w) = \Phi_+(-w) = \sqrt{\Phi(0)} e^{-\frac{iwa\Gamma}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(1 - \frac{w}{\sigma_m^a})(1 - \frac{w}{\sigma_m^c})}{(1 - \frac{w}{\sigma_m^b})}}$$

$$\Phi(w) = \Phi_-(w) \Phi_+(w) = \frac{J_1(av)}{J_1(bv)} [N_1(bv) J_1(av) - N_1(av) J_1(bv)],$$

$$v = \sqrt{k^2 - w^2}, \quad \text{Im}\{w\} > 0, \quad \sigma_n^a = \sqrt{k^2 - (\frac{\mu_n}{a})^2}, \quad \sigma_n^b = \sqrt{k^2 - (\frac{\mu_n}{b})^2},$$

μ_n - корни уравнения $J_1(\xi) = 0$, σ_n^c - корни уравнения $[N_1(vb) J_1(va) - N_1(va) J_1(vb)] = 0$, $T = \frac{b}{a} \ln \frac{b}{a} - (\frac{b}{a} - 1) \ln(\frac{b}{a} - 1)$.

Выражения для частотных компонент полей имеют вид:

1. Для "вылета кольца" из внутреннего волновода во внешний

$$E'_{z\omega} \Big|_{z < 0} = \frac{iQ}{cb^2} \left(1 + \frac{1}{\beta}\right) \frac{I_0(k\Gamma R_0)}{I_0(k\Gamma a)} e^{\frac{ika_1}{\beta} - ickt} \times \quad (8)$$

$$\times \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-iw_n^b(z+a_1)} (k+w_n^b) J_0(\frac{\nu_n}{b}r) J_0(\frac{a}{b}\nu_n)}{w_n^b J_1^2(\nu_n) (\frac{k}{\beta} - w_n^b)}$$

$$\times \pi \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(w_m^b + w_n^b)(w_m^a + \frac{k}{\beta})(w_m^c + \frac{k}{\beta})}{(w_m^a + w_n^b)(w_m^c + w_n^b)(w_m^b + \frac{k}{\beta})}$$

$$E'_{z\omega} \Big|_{\substack{r < a \\ z > 0}} = \frac{iQk\Gamma^2}{\pi c} \frac{I_0(k\Gamma R_0) I_0(k\Gamma r)}{I_0(k\Gamma a) I_0(k\Gamma b)} \times$$

$$\times [K_0(k\Gamma a) I_0(k\Gamma b) - I_0(k\Gamma a) K_0(k\Gamma b)] e^{-i\frac{kz}{\beta} - ickt} +$$

$$+ \frac{iQ(1 + \frac{1}{\beta})}{c\pi} \frac{I_0(k\Gamma R_0)}{I_0(k\Gamma a)} e^{\frac{ika_1}{\beta} - ickt} \times$$

$$\times \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{iw_n^a(z+a_1)} (k+w_n^a)(w_n^b - w_n^a)(w_n^c + \frac{k}{\beta}) J_0(\frac{r}{a}\nu_n)}{J_1(\nu_n) \nu_n (w_n^c - w_n^a)(w_n^b + \frac{k}{\beta})} \times$$

$$\times \pi \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq n}}^{\infty} \frac{(w_m^b - w_n^a)(w_m^a + \frac{k}{\beta})(w_m^c + \frac{k}{\beta})}{(w_m^a - w_n^a)(w_m^c - w_n^a)(w_m^b + \frac{k}{\beta})}, \quad (9)$$

$$E'_{\phi\omega} \Big|_{z < 0} = -\frac{iQk\sqrt{\gamma_{\perp}^2 - 1}}{2\pi c \gamma_{\perp} \beta b^2} e^{\frac{ika_1}{\beta} - ickt} \frac{I_1(k\Gamma R_0)}{I_1(k\Gamma a)} \times$$

$$\times \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-i\sigma_n^b(z+a_1)} J_1(\frac{r}{b}\mu_n) J_1(\frac{a}{b}\mu_n)}{\sigma_n^b (\frac{k}{\beta} - \sigma_n^b) J_0^2(\mu_n)}$$

$$\times \pi \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(\sigma_m^b + \sigma_n^b)(\sigma_m^a + \frac{k}{\beta})(\sigma_m^c + \frac{k}{\beta})}{(\sigma_m^a + \sigma_n^b)(\sigma_m^c + \sigma_n^b)(\sigma_m^b + \frac{k}{\beta})} \quad (10)$$

$$E'_{\phi\omega} \Big|_{\substack{z>0 \\ r<a}} = - \frac{ikQ\sqrt{\gamma_{\perp}^2-1}}{2\pi c\beta\gamma_{\perp}} \cdot \frac{I_1(k\Gamma R_0) I_1(k\Gamma r)}{I_1(k\Gamma a) I_1(k\Gamma b)} \times$$

$$\times [K_1(k\Gamma a) I_1(k\Gamma b) - K_1(k\Gamma b) I_1(k\Gamma a)] e^{-\frac{ikz}{\beta} - ickt} +$$

$$+ \frac{ikQ\sqrt{\gamma_{\perp}^2-1}}{2\pi c\beta\gamma_{\perp}} \cdot \frac{I_1(k\Gamma R_0)}{I_1(k\Gamma a)} e^{\frac{ika_1}{\beta} - ickt} \times$$

$$\times \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{i\sigma_n^a(z+a_1)} J_1\left(\frac{r}{a}\mu_n\right) \left(\sigma_n^c + \frac{k}{\beta}\right) (\sigma_n^b - \sigma_n^a)}{\mu_n J_0(\mu_n) \left(\sigma_n^b + \frac{k}{\beta}\right) (\sigma_n^c - \sigma_n^a)} \times$$

$$\times \prod_{\substack{m=1 \\ m \neq n}}^{\infty} \frac{(\sigma_m^b - \sigma_n^a) \left(\sigma_m^a + \frac{k}{\beta}\right) \left(\sigma_m^c + \frac{k}{\beta}\right)}{(\sigma_m^a - \sigma_n^a) \left(\sigma_m^c - \sigma_n^a\right) \left(\sigma_m^b + \frac{k}{\beta}\right)} \quad (11)$$

2. Для "влета" во внутренний волновод, который теперь предполагается помещенным, как на рис. 2в (обрыв внутреннего волновода соответствует опять координате $z=0$), соответствующие формулы получаются из (8)-(11) формальной заменой β на $-\beta$ и z на $-z$.

Формулы для частотных компонент остальных составляющих вторичного поля также легко вычислить с помощью (8)-(11).

Истинная временная зависимость вторичного поля получается по обычной формуле

$$\bar{E}'(r,z,t) = 2 \operatorname{Re} \left\{ \int_0^{\infty} E'_{\phi\omega}(r,z) e^{-i\omega t} d\omega \right\}.$$

III

Обсудим приведенные соотношения. Главный интерес представляют величины полей в месте нахождения самого кольца. Поэтому в (8)-(11) надо считать $r=R_0$, $z=-v_0 t$.

(12)

В (8)-(11) входит множитель $\frac{I_0(k\Gamma R_0)}{I_0(k\Gamma a)} = S(k,\Gamma)$. Когда k велико, $S(k,\Gamma) \approx e^{-(a-R_0)k\Gamma}$ и амплитуды соответствующих гармоник при k , больших некоторого k_{\max} , "обрезаются". Величина $a-R_0$ играет роль "прицельного параметра". Наоборот, увеличение релятивистского фактора $\Gamma = \frac{1}{\gamma\beta}$ повышает вклад высоких гармоник вторичного поля.

Распространение вторичного поля в разные пространственные области определяется множителями - "амплитудами" $e^{\pm i w_n^{a,b,c} z}$ для E-волн и $e^{\pm i \sigma_n^{a,b,c} z}$ для H-волн. Для фиксированного номера n и достаточно высокой частоты $\omega = sk$ величины $w_n^{a,b,c}$, $\sigma_n^{a,b,c}$ - действительные, поэтому соответствующие частотные компоненты поля распространяются, как обычные волноводные гармоники. Для меньших частот, при том же n , величины $w_n^{a,b,c}$, $\sigma_n^{a,b,c}$ (все или часть из них) оказываются чисто мнимыми с положительной мнимой частью, и волноводная гармоника экспоненциально затухает.

При принятой в дальнейших расчетах максимальной скорости кольца $c\beta = 0,56c$ имеем $\gamma=1,2$, $\Gamma=1,5$. Тогда

при $a - R_0 \approx 1$ см $S \approx e^{-1,5k}$. Если принять $k_{\max} \approx 1,2$, то $S < e^{-1,5k_{\max}} \approx 0,2$. После "выбора" граничной частоты можно определить максимальные номера n распространяющихся гармоник. Оказывается, что в области внешнего волновода (т.е. практически в ускоряющем промежутке резонатора) могут распространиться волноводные гармоники только с номерами $n = 1, 2, 3, 4$; внутри малого - с $n = 1, 2$. Ошибка, вносимая заменой структуры, данной на рис. 1, структурой, показанной на рис. 2а, заключается в том, что: 1) не учитывается просачивание в области между внутренними и внешними волноводами пространственных гармоник этих двух номеров для частот $k \approx k_{\max}$; 2) не учитывается также, что в этих областях, представляющих собой коаксиальные волноводы, будут распространяться ТЕМ-волны всех частот, уходящие вправо и влево от обрыва внутреннего волновода. В первом случае (структура "1") эти волны далее отражаются от торцовых перегородок и происходит возбуждение коаксиального резонатора, в случае структуры "2а" этих перегородок нет и волны беспрепятственно уходят на бесконечность. В том и в другом случае эти волны не оказывают непосредственного воздействия на движение самого сгустка, т.к. не имеют составляющих E_z и H_r .

IV

Формулы (8)-(10) и т.д. громоздки и нуждаются в приведении к более удобному для численных расчетов виду. Главная трудность при этом заключается в оценке бесконечных произведений. Имея в виду применение ЭВМ, можно попытаться выделить в произведениях некоторый верхний предел, а остальную часть произведения оценить и ввести поправку. Такой подход рассматривается ниже на примере бесконечного произведения, входящего в (9).

Пусть

$$\prod_{m=1, m \neq n}^{\infty} \frac{(\dots)(\dots)(\dots)}{(\dots)(\dots)(\dots)} = \prod_{m=1, m \neq n}^M \frac{(\dots)}{(\dots)} \cdot \prod_{m=M+1}^{\infty} \frac{(\dots)}{(\dots)}, \quad (13)$$

где n - фиксировано, а M выбирается пока из условий

$$\frac{w_{n, a, b, c}}{M} \ll 1, \quad \frac{\pi M}{b} \gg k. \quad (14)$$

Имеет место тождество $Q_M(n) \equiv \prod_{m=M+1}^{\infty} \left(\frac{\dots}{\dots} \right) =$

$$= \exp \left\{ \sum_{m=M+1}^{\infty} \left[\ln \left(1 - \frac{w_n^a}{w_m^b} \right) + \ln \left(1 + \frac{k/\beta}{w_m^a} \right) + \ln \left(1 + \frac{k/\beta}{w_m^c} \right) - \ln \left(1 - \frac{w_n^a}{w_m^a} \right) - \ln \left(1 - \frac{w_n^c}{w_m^c} \right) - \ln \left(1 + \frac{k/\beta}{w_m^b} \right) \right] \right\}.$$

В (15) выбраны главные значения логарифмов и введено обозначение $Q_n(M)$. Для больших m (практически даже для $m \geq 3$) с хорошей точностью можно положить

$$w_{m, a, b}^a \approx \sqrt{k^2 - \left(\frac{\pi(m - \frac{1}{4})}{a, b} \right)^2}, \quad w_m^c \approx \sqrt{k^2 - \left(\frac{m\pi}{a-b} \right)^2}. \quad (16)$$

С учетом (16) и (14) можно разложить каждый логарифм

в формуле (15) соответственно по степеням $\frac{w_n^a}{w_m^{a, b, c}}$ или $\frac{k/\beta}{w_m^{a, b, c}}$ до второго порядка включительно. После разложения величин $w_m^{a, b, c}$ по степеням $\frac{1}{m}$ тоже до второго порядка малости и некоторых упрощений квадратная скобка в (15) приводится к виду

$$[\dots] \approx \left[i \left(w_n^a + \frac{k}{\beta} \right) \frac{b-a}{4\pi} - \left[\left(w_n^a \right)^2 - \left(\frac{k}{\beta} \right)^2 \right] \frac{a(b-a)}{\pi^2} \right] \frac{1}{m^2}, \quad (17)$$

где отброшены члены высшего порядка по $\frac{1}{m^2}$. Заменяя

сумму $\sum_{m=M+1}^{\infty} \frac{1}{m^2} \approx \int_{\frac{M}{x^2}}^{\frac{1}{x^2}} dx = \frac{1}{M}$, получим окончательно:

$$Q_M(n) = \exp\left\{ \frac{b-a}{\pi M} \left[\frac{a}{\pi} \left[\left(\frac{a}{n} \right)^2 - \left(\frac{k}{\beta} \right)^2 \right] + \frac{i}{4} \left(\frac{a}{n} + \frac{k}{\beta} \right) \right] \right\}. \quad (18)$$

Таким образом, после выбора величины M (с учетом (14)), сначала вычисляется конечная часть произведения по точной формуле, а затем вводится поправка (18).

V

Численный счет выполнялся на БЭСМ-6 для параметров кольца $R_0 = 5$ см (с общим числом $N = 10^{13}$ электронов, $\gamma_{\perp} = 30$) и параметров системы $b = 13,25$ см, $a = 6$ см, $h = 7$ см. Рассматривались поля в месте нахождения кольца, т.е. брались $r = R_0$,

$$t = - \frac{z \text{ кольца}}{\beta c}.$$

Результаты расчета $E'(r, z, t)$ для двух случаев движения кольца, при $\beta = 0,2$ и $\beta = 0,5$, представлены на рис. 3. Показано E'_z как для случая вылета из внутреннего волновода, так и влета в следующий внутренний волновод. При этом, т.к. случаи вылета и влета считались независимо, то конец "ускоряющего промежутка" $z = -7$ для случая влета принимался за новое начало отсчета (т.е. для влета эта точка бралась как $z=0$). При учете совместного действия обоих переходов поля в месте нахождения кольца складывались. Это суммарное поле показано на рис. 4.

Из графиков можно сделать вывод о неравномерности распределения поля вдоль пути кольца. При принятых скоростях движения кольца эта неравномерность является следствием действия наведенных на торцах внутренних волноводов статических зарядов. При переходе от $\beta = 0,2$ к $\beta = 0,5$ неравномерность несколько сглаживается за счет возрастания потерь на излучение.

Рис. 4. Суммарное поле E'_z при пролете кольцом двух коаксиальных переходов.

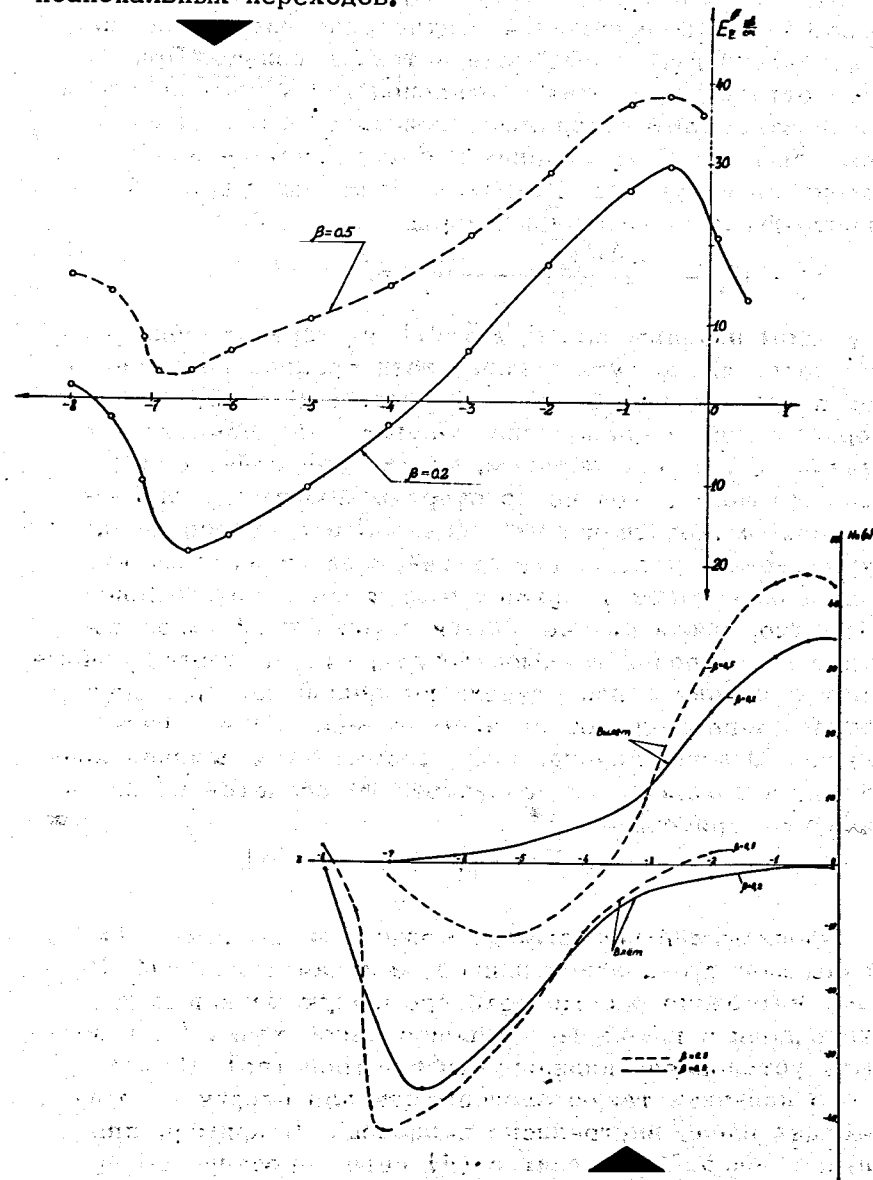


Рис. 5. Графики H'_r для случаев вылета из коаксиального перехода и влета в него.

На рис. 5 даны графики $H'_r(r, z, t)$. Как видно из них, имеет место значительное статическое взаимодействие наведенного вторичного тока и тока в кольце. При вылете отталкивание этих противоположных по направлению токов оказывает ускоряющее действие, а при влете - замедляющее. С увеличением β заметно увеличиваются потери на излучение. На рис. 6 дана "суммарная сила", действующая на единичный заряд:

$$F'_z = E'_z - \frac{300 \sqrt{\gamma_1^2 - 1}}{\gamma_1} H'_r \text{ (в/см)}$$

в z -вом направлении. При $\beta=0,2$ F'_z неравномерно распределена вдоль пути кольца, хотя среднее ее значение соответствует торможению. С ростом β до 0,5 неравномерность значительно сглаживается и торможение увеличивается. Таким образом, на распределении силы, действующей на кольцо со стороны возбуждаемого им в "двойном коаксиальном" переходе вторичного поля, существенно сказывается статическое взаимодействие наведенных токов и зарядов с зарядом и током кольца. Известно, что в случае линейных зарядов и токов токовое и зарядовое взаимодействия, будучи противоположными, в значительной степени компенсируют друг друга. Такая компенсация отчасти имеет место и в данном случае. Однако, по-видимому, сказывается влияние кризисны, и токовое взаимодействие ослабляется по сравнению с зарядовым.

VI

Проникшие в промежуток между волноводами ТЕМ-волны могут оказаться пригодными для измерений. Поэтому интересно рассмотреть временную зависимость этого поля в какой-либо фиксированной точке (где может быть установлено индицирующее устройство). Проще всего получить такую зависимость для вторичных токов, текущих вдоль внутреннего волновода. Например, для случая "влета", выполнив в (4) интегрирование по w (с учетом (6), формально заменив β на $-\beta$, z на $-z$, как указано выше), на достаточно большом расстоянии

$|z|$ от начала внутреннего волновода для частотных компонент ТЕМ-тока получаем выражение

$$[j_{z\omega}]_{\text{ТЕМ}}(z, t) = \frac{cQ}{2\pi a} \exp[-ik[z+ct+a_1(\frac{1}{\beta}-1)]] \left\{ \frac{I_0(k\Gamma R_0)}{I_0(k\Gamma a)} \times \right. \\ \left. \times \prod_{m=1}^{\infty} \frac{(1 - \frac{k}{\beta w_m^a})(1 - k/\beta w_m^c)(1 - k/w_m^b)}{(1 - \frac{k}{w_m^a})(1 - \frac{k}{w_m^c})(1 - \frac{k}{\beta w_m^b})} \right\}. \quad (19)$$

Отсюда

$$[j_z]_{\text{ТЕМ}}(z, t) = \frac{2cQ}{4\pi^2 a} \operatorname{Re} \left\{ \int_0^{k_{\max}} e^{-ik[z+ct+a_1(\frac{1-\beta}{\beta})]} + i\phi(k) P(k) dk \right\}, \quad (20)$$

где $\phi(k)$ - фаза, $P(k)$ - амплитуда выражения в (19), стоящего в фигурных скобках. Графики функций $\phi(k)$ и $P(k)$, полученные в результате численного счета, приведены на рис. 7. Видно, что можно принять $\phi(k) \approx 3k$; $P(k) \approx 1 - 3,3k$; $k_{\max} \approx 0,3$. (21)

В результате вместо (20) получится оценка

$$j_{\text{ТЕМ}}(z, t) \approx \frac{0,15Q \cdot c}{2\pi^2 a} \cdot \frac{\sin^2[0,15(z+ct)]}{[0,15(z+ct)]^2}. \quad (22)$$

Т.е. ток имеет вид острого импульса, возникающего в данном сечении z в момент времени $t = -\frac{z}{c}$.

Если, далее, с помощью (22) подсчитать величину $2\pi a \int_{-\infty}^{+\infty} j_{\text{ТЕМ}}(z, t) dt$, т.е. заряд, проходящий через данное сечение внутреннего волновода, то он оказывается $\approx Q$. В заключение авторы выражают благодарность Г.А.Иванову и А.Б.Кузнецову за полезные обсуждения.

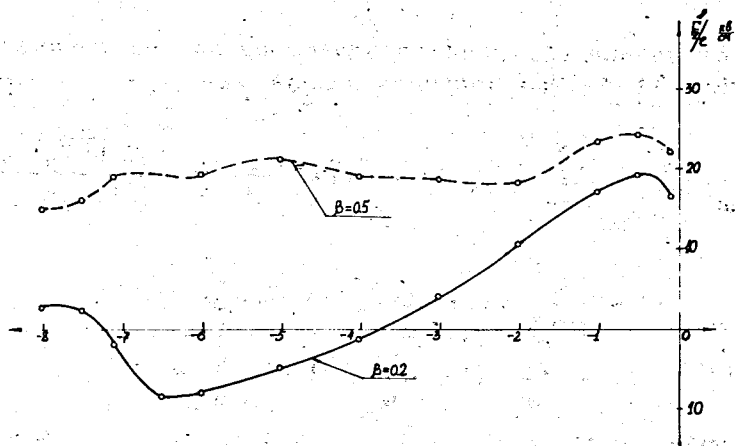


Рис. 6. Суммарная сила со стороны вторичного поля, действующая на единичный заряд.

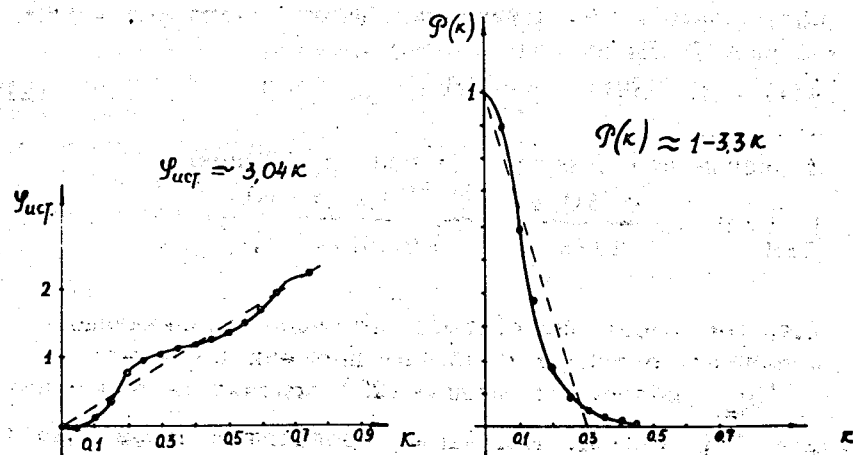


Рис. 7. Графики амплитуды и фазы для части спектральной функции, используемые для оценки ТЕМ-составляющей вторичного тока.

Литература

1. И.Н.Иванов и др. ЭЧАЯ, том. 1, вып. 2, 1971.
2. Г.А.Иванов, В.Н.Мамонов, Л.В.Светов. Сообщение ОИЯИ, Р9-6883, Дубна, 1973.
3. О.А.Колпаков. Препринт ОИЯИ, 2168, Дубна, 1965.
4. Б.М.Болотовский, Г.В.Воскресенский. УФН, 88, в. 2, стр. 209(1966).
5. Л.А.Вайнштейн. Теория дифракции и метод факторизации. Изд. "Советское радио", Москва, 1966.

Рукопись поступила в издательский отдел
12 ноября 1973 года.