

7449

СООБЩЕНИЯ  
ОБЪЕДИНЕННОГО  
ИНСТИТУТА  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА



7449

Экз. чит. зала

P9 - 7449

В.П.Дмитриевский, Б.И.Замолотчиков, Н.Л.Заплатин,  
Г.П.Лещенко, Д.Л.Новиков, Л.М.Онищенко

ИССЛЕДОВАНИЯ ВЫВОДА ЧАСТИЦ  
НА ЭЛЕКТРОННОЙ МОДЕЛИ КОЛЬЦЕВОГО  
ЦИКЛОТРОНА

**1973**

ЛАБОРАТОРИЯ ЯДЕРНЫХ ПРОБЛЕМ

P9 - 7449

В.П.Дмитриевский, Б.И.Замолодчиков, Н.Л.Заплатин,  
Г.П.Лещенко, Д.Л.Новиков, Л.М.Онищенко

ИССЛЕДОВАНИЯ ВЫВОДА ЧАСТИЦ  
НА ЭЛЕКТРОННОЙ МОДЕЛИ КОЛЬЦЕВОГО  
ЦИКЛОТРОНА

Научно-техническая  
библиотека  
ОИЯИ

В работах /1-3/, посвященных исследованию влияния пространственного заряда пучка на динамические процессы при его ускорении, экспериментально было показано, что в протонном релятивистском кольцевом циклотроне с жесткой фокусировкой вполне реально ожидать достижения среднего тока в пучке порядка 200 или более миллиампер. При этом, естественно, возникает вопрос о методах эффективного, близкого к 100%, вывода такого пучка из кольцевого циклотрона.

Наиболее перспективным методом вывода из изохронного циклотрона со спиральной структурой магнитного поля представляется метод, основанный на эффекте расширения замкнутой орбиты вследствие резкого изменения зависимости вариации от радиуса, предложенный в Лаборатории ядерных проблем /4/. Экспериментальные исследования этого метода вывода будут проведены на электронной модели в ближайшем будущем.

В то же время, поскольку электронная модель представляет уникальные возможности для исследования различных методов вывода частиц, представляло определенный интерес апробировать один из известных методов вывода /5,6/, обеспечивающих коэффициент вывода пучка  $\approx 80\%$ .

В настоящей работе исследуются возможности вывода пучка, использующего заброс частиц в выводной канал за счет прецессии. Так как вывод осуществляется в зоне, где частота радиальных колебаний  $Q_r$  близка к 2, проводится анализ других факторов, которые могут повлиять на величину заброса пучка, таких, как предрезонансная раскачка пучка за счет действия второй гармоники магнитного поля, параметрический резонанс, нелинейный резонанс.

## МЕХАНИЗМ ЗАБРОСА

Если рассматривать процесс заброса частиц в выводной канал в изохронном циклотроне на энергию, ограниченную внутренним резонансом  $Q_r = 8/4$ , то необходимо учитывать влияние предрезонансной раскачки колебаний, обусловленной действием механизма простого резонанса при  $Q_r = 2$ . Предрезонансная раскачка может существенным образом изменить амплитуды радиальных колебаний в зоне вывода и, таким образом, повлиять на начальные условия для других механизмов заброса, возможных в этой зоне. Решение уравнения радиальных колебаний в зоне простого резонанса

$$\frac{d^2\rho}{d\phi^2} + Q_r^2(\phi)\rho = -\epsilon_k R \sin k\phi, \quad /1/$$

описывающее поведение частицы при изменении частоты радиальных колебаний как в резонансной зоне, так и вдали от резонанса, может быть с достаточной точностью записано в виде: /7/

$$\rho = \frac{\epsilon_k R}{2P} \left\{ \cos Q_r \phi \int_{\phi_0}^{\phi} \cos \frac{\chi}{2} \phi_1^2 d\phi_1 + \sin Q_r \phi \int_{\phi_0}^{\phi} \sin \frac{\chi}{2} \phi_1^2 d\phi_1 \right\} \quad /2/$$

где  $\chi = \frac{dQ_r}{d\phi}$ ,  $Q_r = P$  при  $\phi = 0$ ,  $\epsilon_k$  - относительная

амплитуда гармоники магнитного поля,  $R$  - радиус орбиты.

Для оценки амплитуды колебаний, возбуждаемых  $k$ -ой гармоникой магнитного поля, можно положить нижний предел интеграла в /2/ равным  $\phi_0 = -\infty$ , в этом случае значения интегралов Френеля из /2/ могут быть определены по таблицам /8/. Полученная таким образом зависимость амплитуды радиальных колебаний от  $Q_r$ , для параметров электронной модели при  $P = 2$ ,  $R = 100$  см и относительной амплитуде второй гармоники магнитного поля  $\epsilon_2 = 6 \cdot 10^{-3}$  показана на рис. 1 /кривая а/. Отметим, что до значения  $Q_r = 1,95$  амплитуда радиальных колебаний, возбуждаемых второй гармоникой магнитного поля,

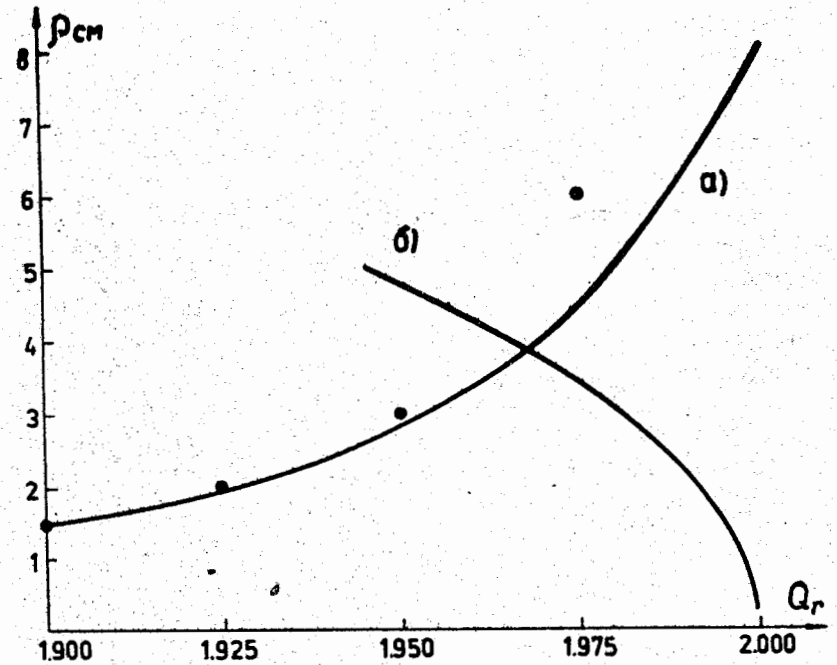


Рис. 1. Зависимость амплитуды радиальных колебаний, возбуждаемых второй гармоникой, от  $Q_r$  /кривая а/ и полосы нелинейного резонанса от амплитуды /кривая б/.

с достаточной точностью определяется решением уравнения /1/ при постоянном  $Q_r$  /точки на рис. 1/. Из рис. 1 следует, что при величине второй гармоники магнитного поля  $\epsilon_2 = 6 \cdot 10^{-3}$  частицы приобретают заметную амплитуду вынужденных колебаний при значениях  $Q_r$ , достаточно далеких от резонанса.

Перейдем теперь к оценке полосы нелинейного резонанса 8/4, которая определяется следующим выражением /7/

$$\Delta Q_r = \frac{\epsilon_8 R}{a Q_r} \left\{ J_{q-1} \left( \frac{a}{\lambda} \right) - J_{q+1} \left( \frac{a}{\lambda} \right) \right\}, \quad /3/$$

где  $a$  - амплитуда колебаний,  $\lambda$  - радиальный шаг структуры магнитного поля,  $q = 4$ ,  $\epsilon_8$  - относительная амплитуда основной гармоники,  $J_{q-1}$  и  $J_{q+1}$  - функции Бесселя. Из уравнения /3/ следует, что ширина резонансной полосы изменяется, примерно, как квадрат начальной амплитуды. Зависимость граничной частоты этой полосы  $Q_r = 2 - \Delta Q_r$  от амплитуды также нанесена на рис. 1 /кривая б/. Так как нелинейный резонанс развивается очень быстро, то частица, попавшая в полосу этого резонанса, выводится "автоматически". Из рис. 1 видно, что наличие в магнитном поле второй гармоники для электронной модели ограничивает достижимую величину  $Q_r$  значением 1,967.

Что касается параметрических резонансов, то поскольку их полоса не зависит от амплитуды, влияние предрезонансной раскачки скажется только через изменение параметров орбиты /  $R$ ,  $n$ ,  $\epsilon$  и т.д./ . Оценим полосу параметрических резонансов; для этого запишем уравнение радиальных колебаний в виде

$$\frac{d^2 \rho}{d\phi^2} + Q_r^2 [ 1 - h_k \cos(k\phi + \phi_0) ] \rho = 0, \quad /4/$$

где  $h_k = \frac{n \epsilon_k + R \frac{\partial \epsilon_k}{\partial r}}{Q_r^2}$ ,  $k$  - номер гармоники, вызывающей резонанс,  $\epsilon_k$  - ее относительная амплитуда,  $n = \frac{dB}{dr} \frac{R}{B}$  - показатель роста магнитного поля. При

$Q_r = 2$  вторая гармоника вызывает параметрический резонанс во второй области неустойчивости. Ширина полосы этого резонанса определяется условием /9/

$$-\frac{5}{24} h_2^2 \leq \frac{\Delta Q_r}{Q_r} \leq \frac{1}{24} h_2^2 \quad /5/$$

и в рассматриваемом случае не превышает  $10^{-5}$ .

Ширина полосы параметрического резонанса, возникающего в первой области неустойчивости под действием четвертой гармоники в структуре магнитного поля, определяется из

$$-\frac{h_4}{4} \leq \frac{\Delta Q_r}{Q_r} \leq \frac{h_4}{4}$$

При амплитуде четвертой гармоники того же порядка, что и второй, ширина полосы не превосходит  $3 \cdot 10^{-3}$

Вне резонансных зон величину максимального заброса можно рассматривать как сумму двух слагаемых

$$s = \Delta r + \Delta r_a(\theta), \quad /6/$$

где  $\Delta r$  - шаг между замкнутыми орбитами,  $\Delta r_a$  - заброс; определяемый прецессией орбиты, обусловленный набором энергии за оборот. Проанализируем каждую из составляющих суммарного заброса  $s$ .

Шаг орбиты за счет набора энергии в изохронном циклотроне определяется соотношением

$$\Delta r \approx \frac{eV [ 1 - (R/r_\infty)^2 ]^{3/2}}{E_0 (R/r_\infty)^2}, \quad /7/$$

где  $eV$  - набор энергии за оборот,  $r_\infty = \frac{c}{\omega_0}$ ,  $\omega_0$  - частота ускоряющего напряжения,  $E_0$  - энергия покоя. Подставив в /7/ значения параметров электронной модели:  $eV = 1,5$  кэВ,  $r_\infty = 121,23$  см, получим, что на радиусе  $R = 100$  см энергетический шаг орбиты  $\Delta r_{eVs} = 1$  мм.

Величину максимального заброса пучка из-за прецессии орбит  $\Delta r_a$  можно оценить по формуле

$$\Delta r_a \approx 2a \sin 2\pi Q_r \left(\nu - \frac{1}{2}\right) \sin \pi(Q_r - 1), \quad /8/$$

где  $a$  - максимальная амплитуда радиальных бетатронных колебаний,  $\nu$  - целое число, зависящее от значения  $Q_r$ , амплитуды радиальных колебаний и их фазы. Используя формулу /8/, можно найти связь между амплитудой колебаний и забросом, определяемым прецессией, в зависимости от радиуса. В частности, для некоторых значений  $Q_r$   $\sin 2\pi Q_r (\nu - 1/2)$  оказывается равным единице и для этих точек связь между амплитудой колебаний и величиной заброса упрощается до:

$$\Delta r_a = 2a \sin \pi(Q_r - 1). \quad /9/$$

Значение максимальной амплитуды радиальных колебаний измерялось двумя независимыми методами. В первом методе амплитуда радиальных колебаний измерялась на первом обороте /  $R = 20$  см /, где энергетический шаг между орбитами  $\Delta r_{ev} > 2a$ . Из проведенных измерений было определено, что максимальная амплитуда колебаний на  $R = 20$  см близка к 6 мм. Далее, учитывая, что с увеличением радиуса будет происходить адиабатическое затухание амплитуды

$$a = a_0 \left[1 - \left(\frac{R}{r_\infty}\right)^2\right]^{1/2}, \quad /10/$$

найдем, что на радиусе  $R = 88$  см амплитуда равна 4 мм, а на радиусе  $R = 100$  см ее значение не будет превосходить 3,5 мм.

Во втором методе амплитуда определялась по максимальному забросу, измеренному в зависимости от радиуса на четырех фиксированных азимутах. Из формулы /9/ видно, что максимальный заброс из-за прецессии должен иметь место при значении  $Q_r = 1,5$ . Эксперименты по определению заброса в зависимости от радиуса подтвердили это. Максимальный заброс, равный 10 мм, наблюдается на радиусе  $R = 88$  см, где  $Q_r = 1,5$ . Вычитая из максималь-

ного заброса энергетический шаг орбиты  $\Delta r_{ev} = 2$  мм, определим, что амплитуда радиальных колебаний на  $R = 88$  см равна 4 мм, что согласуется с оценкой, сделанной по формуле /10/.

Подставив в формулу /9/ значения амплитуды и частоты радиальных колебаний, соответствующих радиусу  $R \approx 99,5$  см /  $a = 3,5$  мм и  $Q_r \approx 1,88$  /, получим, что максимальный заброс, определяемый прецессией, на этом радиусе составит  $\Delta r_a = 2,6$  мм.

Проведенный анализ механизма заброса позволяет сделать вывод о том, что величина заброса в канал дефлектора, установленного на радиусе  $R = 99,5$  см, будет определяться в основном слагаемым, зависящим от прецессии орбит. Такой заброс достаточен для вывода пучка электронов из ускорителя.

## ОРБИТЫ УСКОРЕННЫХ ЧАСТИЦ

Для того, чтобы правильно выбрать положение пластин электростатического канала, необходимо знать положение орбиты, что, в свою очередь, требует точного представления о характеристиках магнитного поля в зоне вывода. С этой целью в зоне радиусов вывода была проведена серия измерений магнитного поля. В измерениях использовалась специализированная штанга для магнитных измерений в электронной модели с пермаллоевым датчиком.

Магнитное поле в зоне вывода пучка  $r = 95 \div 107$  см измерялось с интервалом по радиусу  $\Delta r = 1$  см и по азимуту  $\Delta \phi = 2,5^\circ$  /144 точки измерений на полный оборот штанги/. Такое тщательное обследование преследовало цель более детального изучения поведения фазы гармоник магнитного поля вдоль радиуса. На рис. 2 и 3 приведены зависимости от радиуса амплитуды и фазы гармоник магнитного поля с номерами  $k = 1, 2, 3, 8, 16, 24$ . Как видно из рис. 2 и 3, интересующая нас особо вторая гармоника имеет практически неизменную фазу  $\phi_2 = 90 \pm 4^\circ$  в зоне радиусов  $r = 96 \div 104$  см и амплитуду на уровне  $0,12 \div 0,15$  Гс с градиентом  $0,6$  Гс/м.

На рис. 4 показаны орбиты ускоренных частиц в зоне

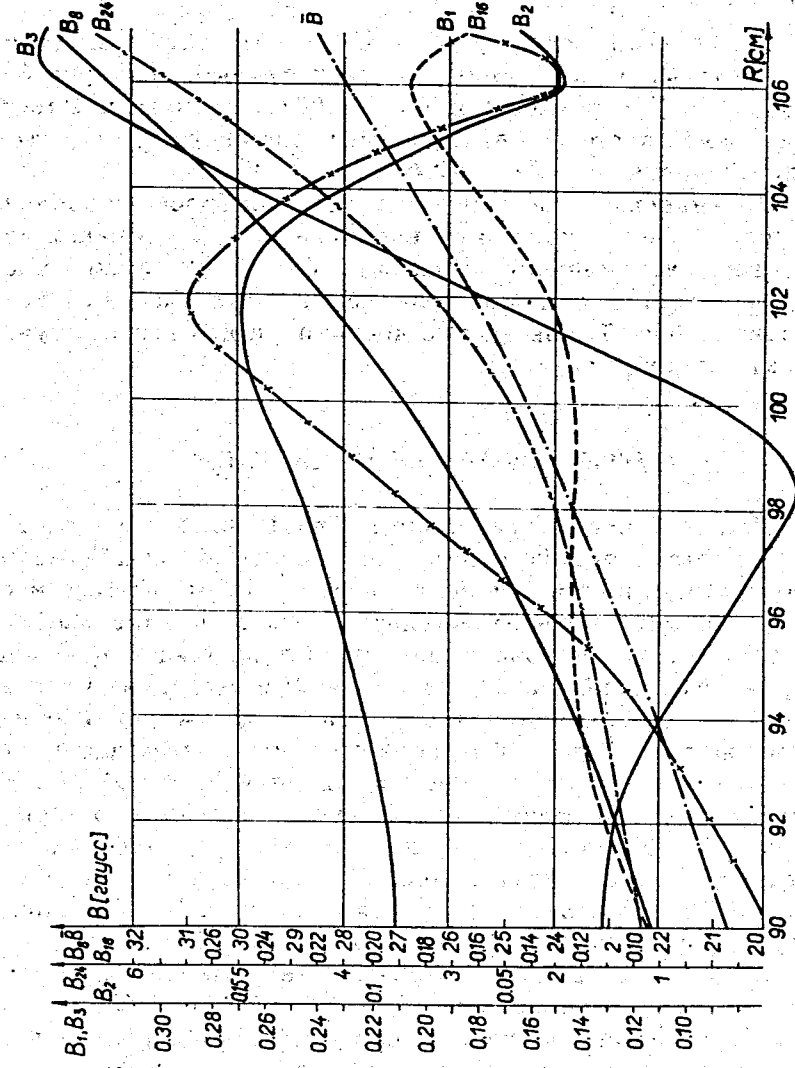


Рис. 2. Поведение амплитуды гармоник вдоль радиуса.

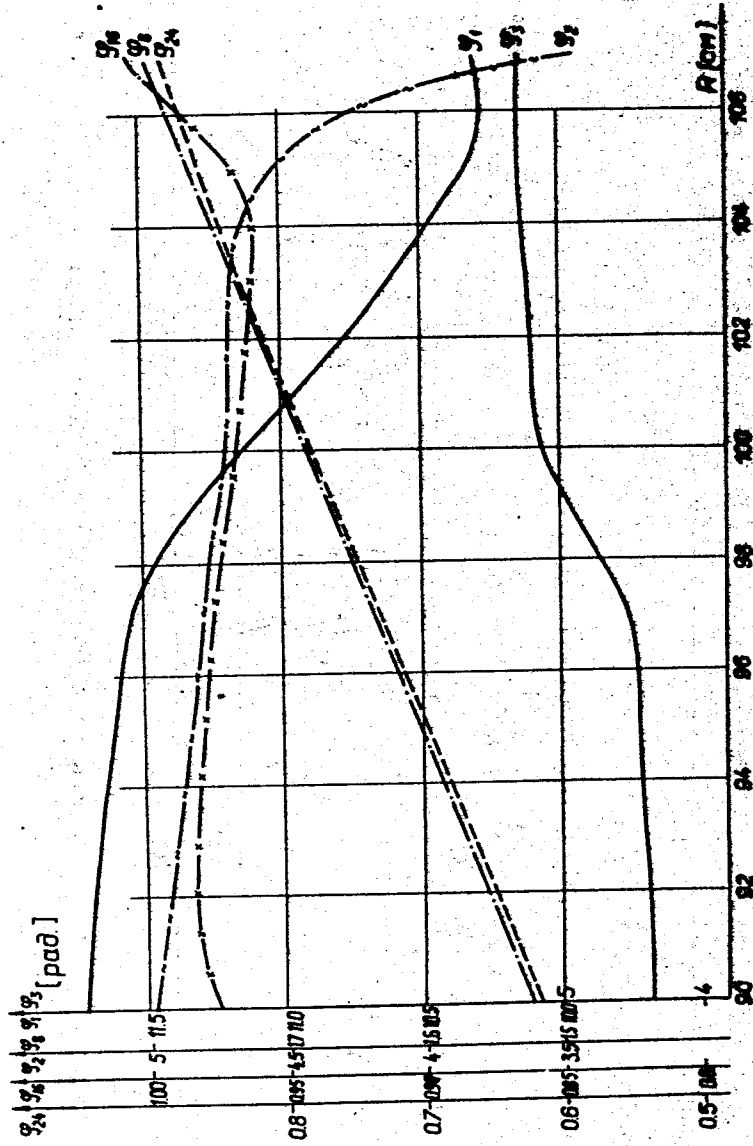


Рис. 3. Зависимость фазы гармоник от радиуса.

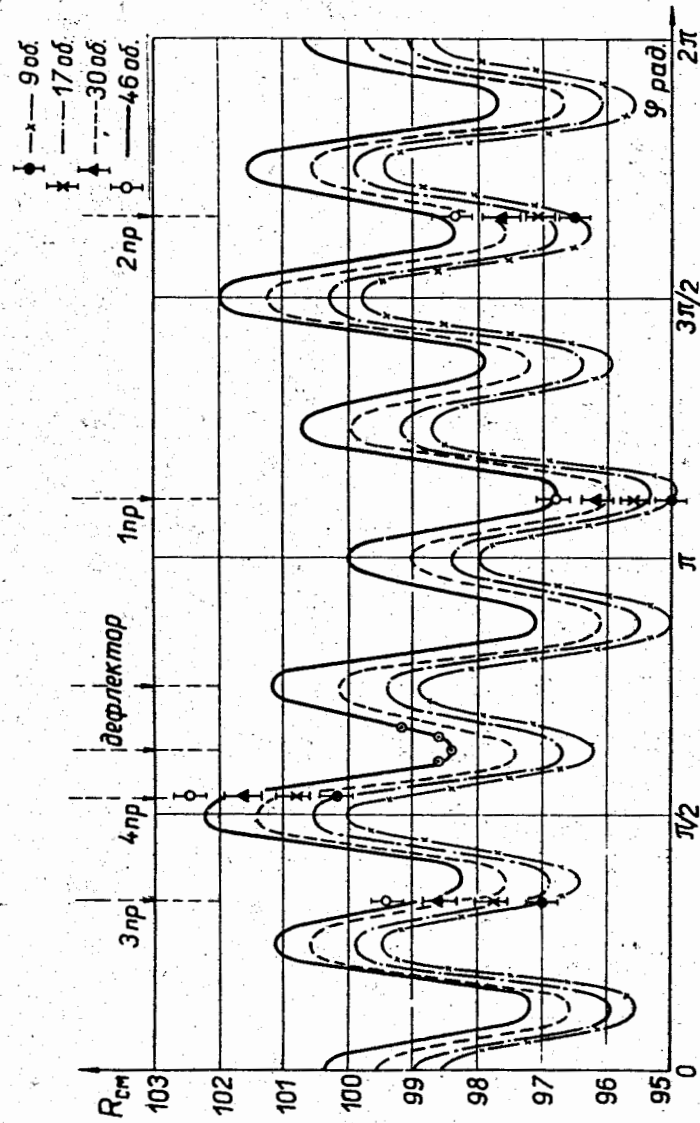


Рис. 4. Орбиты ускоренных частиц в зоне вывода.

вывода, полученные численным интегрированием уравнений движения на ЭВМ. Магнитное поле при этом задавалось по результатам измерений, а набор энергии за оборот принимался равным 1,5 кэВ. На этом же рисунке нанесены экспериментальные точки, определяющие положение орбиты, которые получены методом перекрывающихся пробников. Для измерений положения орбит использовалось четыре стационарных пробника, размещенных на лафетах, и пробник, крепящийся на съемном фланце. Азимуты измерительных пробников в №1,2,3,4 и 5, выраженные в радианах, равны соответственно - 3,520; 5,236; 1,048; 1,685 и 2,965, отсчет азимута ведется от средней линии дуанта по часовой стрелке в направлении движения пучка. Положение мишени пробника по радиусу определялось с точностью  $\pm 2$  мм. Как видно из рис. 4, совпадение экспериментальных точек с расчетной орбитой частиц вполне удовлетворительно.

Помимо пробников, перемещающихся на фиксированных азимутах, участок расчетной траектории проверялся пробником, мишень которого перемещалась по азимуту. Этот пробник с четырьмя подвижными мишенями выполнен на основе конструкции дефлектора, фотография которого показана на рис. 5.

Конструктивно дефлектор состоит из перемещающейся платформы, на которой при помощи изоляторов крепятся отклоняющие пластины, перемещающих платформу механизмов и вакуумного фланца. Платформа дефлектора без нарушения вакуума в камере ускорителя может перемещаться по радиусу от  $r = 98,5$  до 104 см с точностью установки 0,2 мм, а по азимуту на  $20^\circ$  с точностью установки в одну угловую минуту. Кроме того, специальным механизмом можно изменять положение несущих изоляторов, удерживающих пластины дефлектора, тем самым изменяя кривизну пластины. Полный ход по радиусу тяг, изменяющих кривизну пластины, составляет 20 мм. Если вместо пластин на изоляторы установить мишени с отдельными выводами, то перемещающийся по азимуту пробник можно использовать для определения кривизны орбиты на определенном участке. Результаты измерений нанесены на расчетную траекторию рис. 4 точками.



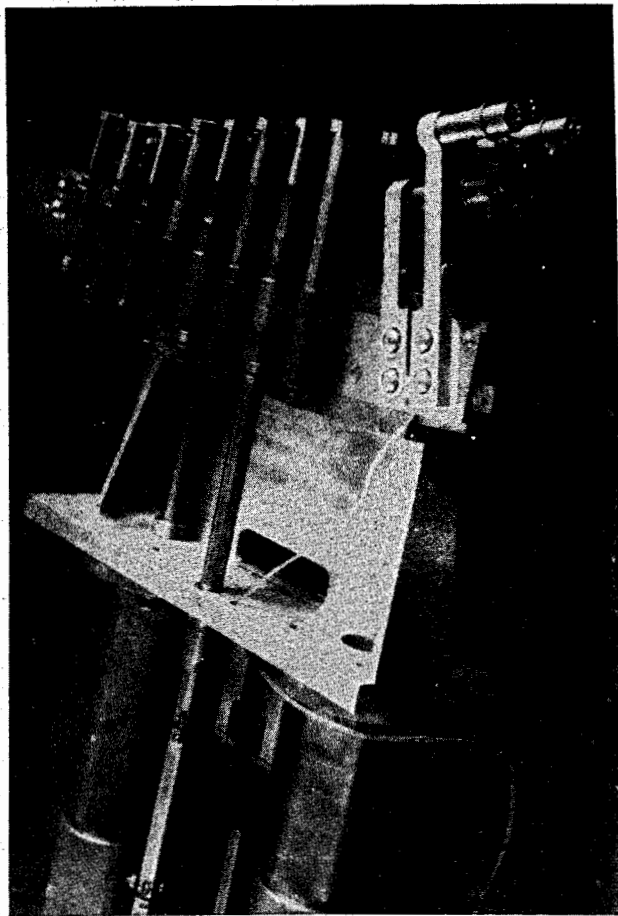


Рис. 5. Фотография дефлектора.

## ЧАСТОТА РАДИАЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЙ

Знание точных значений частот радиальных колебаний в зависимости от радиуса в зоне вывода очень существенно, т.к. форма орбиты ускоренных частиц при наличии второй гармоники магнитного поля в значительной степени определена величиной  $Q_r$ . Для детального рассмотрения поведения  $Q_r$  от радиуса проведены расчеты и экспериментально измерены частоты радиальных колебаний на радиусах  $r = 94 \div 102$  см. Результаты расчета  $Q_r$  на ЭВМ по программе "CYCLOPS" /10/ показаны на рис. 6а /сплошная кривая/. Магнитное поле в этих расчетах задавалось по измерениям /рис. 2 и 3/. Из приведенного графика зависимости  $Q_r = f(r)$  следует, что значение  $Q_r$ , равное двум, достигается на радиусе  $R = 101,25$  см, из графика также видно, что значение  $Q_r$ , при котором частицы попадают в канал дефлектора, равно 1,88. При экспериментальном определении  $Q_r$  использовалась аппаратура, описанная в работе /11/. В данных измерениях применялся метод резонансной раскачки амплитуды радиальных колебаний модуляцией продольного импульса частиц. В экспериментах по определению  $Q_r$  на конечных радиусах встретились трудности экспериментального плана. Первая заключалась в том, что по проведенным оценкам для увеличения амплитуды радиальных колебаний на 1 мм /на величину, которая фиксируется с большой достоверностью при использовании имеющейся аппаратуры/ необходимо, чтобы частицы совершили более 50 проходов через модулирующее устройство. За это время частицы сместятся по радиусу на 5 см, что соответствует смещению по  $Q_r$ , как следует из рис. 6а, на  $\Delta Q_r \approx 0,1$ . Для того, чтобы избежать возбуждения радиальных колебаний у частиц, находящихся на внутренних радиусах, необходимо было уменьшить радиальную зону возбуждения, выдвигая пробник с модулирующим электродом наружу. На рис. 6б показано, как зависит результат измерения  $Q_r$  от радиальной зоны возбуждения резонанса. В случае, когда модулирующее устройство введено полностью и радиальная зона возбуждения составляет 70 мм, зафиксирована частота  $Q_r = 1,65$ . При увеличении радиуса установки моду-

лирующего электрода частота  $Q_r$ , фиксируемая неподвижными пробниками, увеличивается и постепенно переходит на плато. Значение  $Q_r$  на плато для приведенного примера /рис. 6б/ составляет  $Q_r = 1,82$ . Результаты измерений, с учетом описанного эффекта, нанесены на расчетный график зависимости  $Q_r$  от радиуса /рис. 6а/. Совпадение результатов расчета с экспериментом, как видно из приведенного рисунка, вполне хорошее.

### ВЫВОД ПУЧКА

Экспериментальная величина заброса на азимуте размещения дефлектора определялась устройством, выполненным на базе дефлектора. В этом устройстве передняя /ближняя к центру ускорителя/ пластина канала устанавливалась только до первого держателя и составляла 1/4 полной азимутальной протяженности пластин дефлектора. За пластиной размещалась разрезная пятиламельная мишень, с помощью которой проводился анализ распределения по радиусу частиц, попавших за пластину. Радиальный размер каждой ламели был выбран 2 мм. На рис. 7а приводится диаграмма распределения частиц по ламелям при установке передней кромки пластины дефлектора на радиусы  $R_g = 98,5; 99,2; 100$  и  $100,8$  см. Из диаграммы рис. 7а видно, что максимальный заброс на анализирующую мишень дефлектора, установленную на  $R_g = 98,5$ , соответствующем  $R = 99,5$  см, равен  $4+5$  мм. С увеличением радиуса величина заброса в канал на азимуте размещения дефлектора постоянно нарастает при уменьшении среднего значения ускоренного тока. Проведенные эксперименты по забросу показали, что при правильно подобранных геометрических размерах электростатического канала можно ожидать, что коэффициент вывода из электронной модели будет близок к 70-80%.

Траектория частицы, проходящей через дефлектор, на который подано отклоняющее напряжение, приведена на рис. 8. Расчет траектории проведен на ЭВМ, причем в зоне дефлектора задавалось отклоняющее магнитное поле величиной в 6 и 8 Гс, что соответствует напряженности

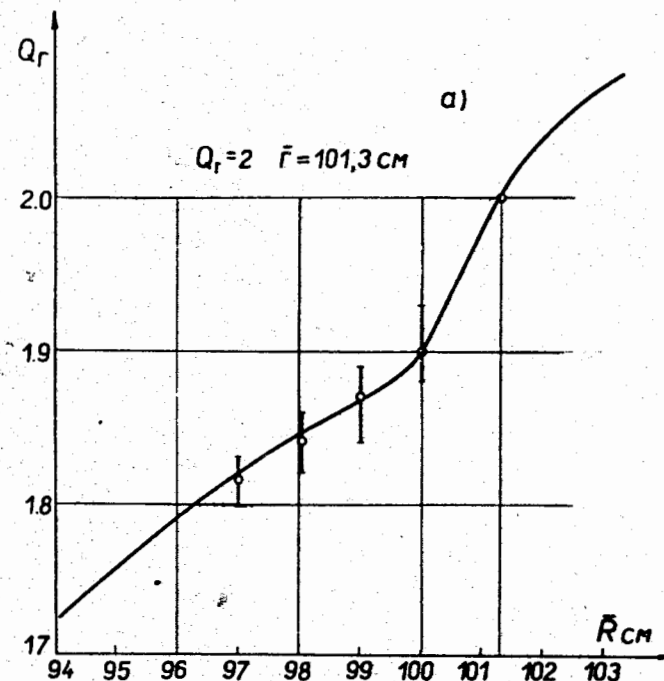


Рис. 6а. Зависимость частоты радиальных колебаний  $Q_r$  от радиуса.

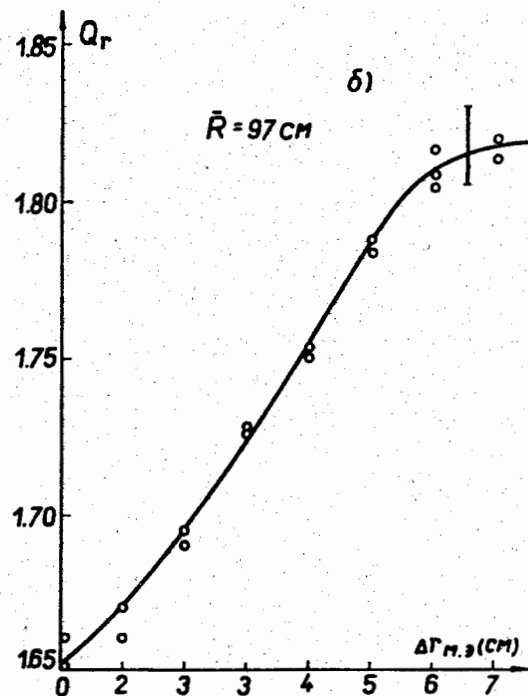


Рис. 66. Зависимость измеренной  $Q_r$  от радиального положения модулирующего устройства.

электрического поля в зоне между пластинами 1,5 и 2 кВ/см.

Рассчитанная величина отклонения частицы в поле дефлектора использовалась для выставления требуемой кривизны пластин дефлектора. После установки дефлектора в соответствии с расчетными траекториями и небольшой юстировки кривизны пластин удалось получить на выходе из дефлектора с зазором между пластинами 8 мм ток пучка около 120 мкА, что составило 60% к току пучка, измеренному до подхода к передней пластине дефлектора. Корректировкой параметров ускорителя / магнитного поля, медианной поверхности, систем инъекции / величина тока, проведенного через дефлектор, увеличена до 80%. Максимальная величина тока пучка, наблюдаемого на выходе из дефлектора, составила 240 мкА.

Как следует из рис. 8, проведенный через дефлектор пучок можно анализировать пробниками №5 и 1 / азимуты пробников 2,965 и 3,52 рад/. Пучок, прошедший через дефлектор, наблюдался экспериментально, измеренное положение орбиты нанесено точками на расчетную траекторию /рис. 8/. Из рисунка 8 видно, что здесь также наблюдается вполне удовлетворительное согласие эксперимента с расчетом.

На пробнике №1 исследовались характеристики пучка, проведенного через дефлектор, в зависимости от изменяющихся параметров вывода. На рис. 7б показаны результаты эксперимента в зависимости от напряжения на дуанте. Из приведенного рисунка видно, что коэффициент вывода частиц практически остается постоянным при изменении напряжения на дуанте от 0,9 до 1,9 кВ. Максимальный коэффициент вывода  $\approx 85\%$  наблюдается при напряжении  $U_g = 1,15-1,2$  кВ. На рис. 7в показана зависимость тока, прошедшего через дефлектор, от напряжения между его пластинами. Из рис. 7в следует, что оптимальная величина напряжения, подаваемого на пластины  $U = 1,6$  кВ, близка к расчетной. Отклонение напряжения от оптимальной величины на  $\pm 5\%$  слабо влияет на величину выведенного пучка, в то же время изменение напряжения в 1,5 раза приводит к полной гибели пучка на пластинах дефлектора.

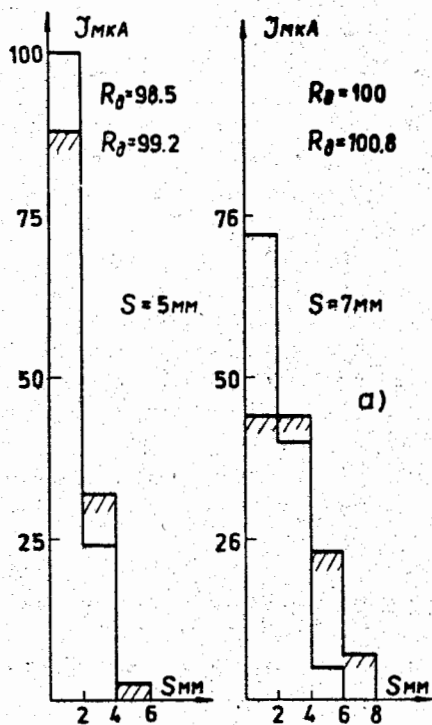


Рис. 7а. Заброс пучка в канал выводного устройства на радиусах  $R = 98,5; 99,2; 100; 100,8$  см.

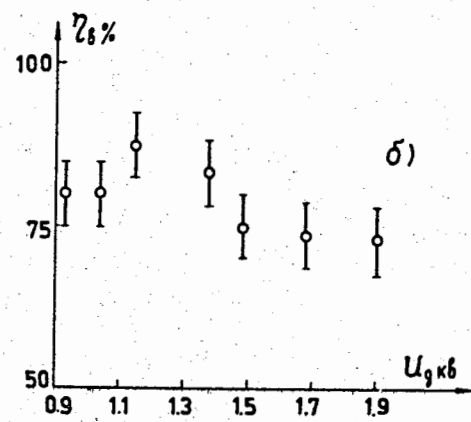


Рис. 7б. Коэффициент вывода в зависимости от напряжения на дуанте.

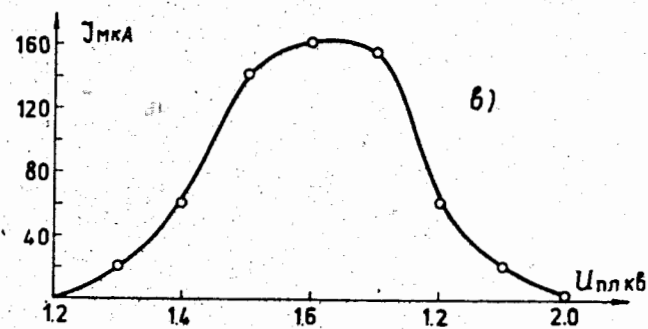


Рис. 7в. Зависимость тока пучка на выходе дефлектора от напряжения на его пластинах.

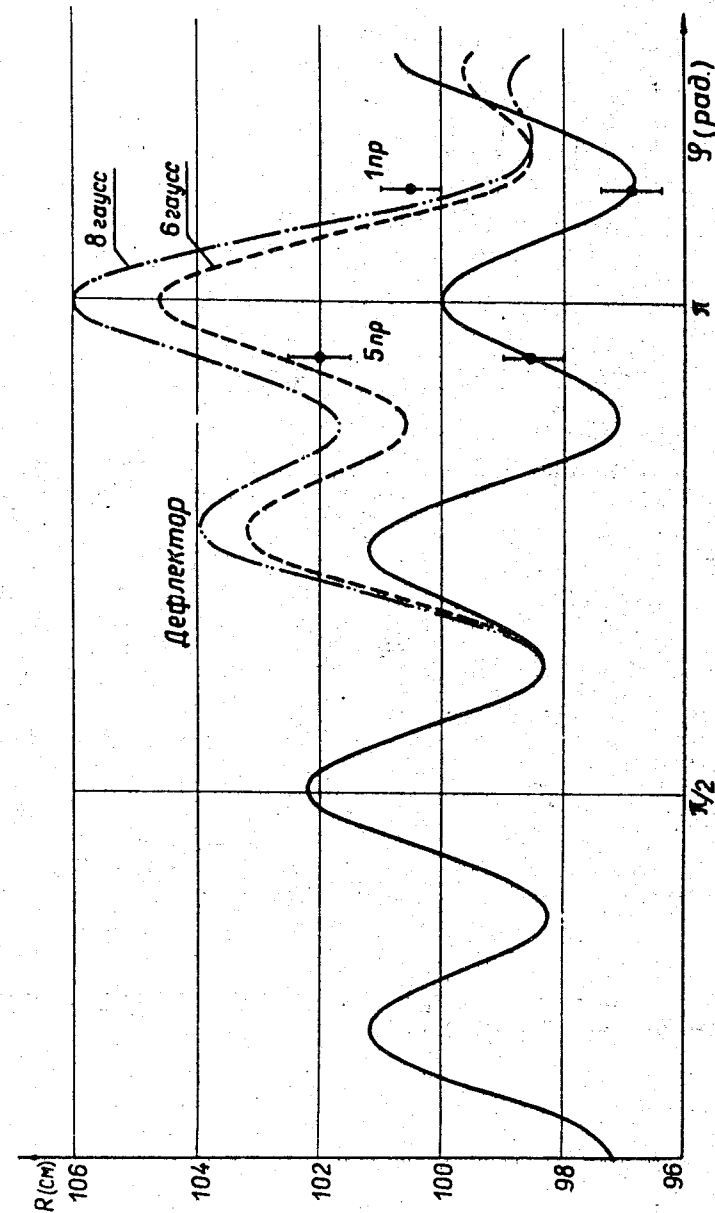


Рис. 8. Траектория выведенного пучка.

Как следует из предыдущего рассмотрения величины заброса, большая часть заброса пучка определяется прецессией. Это означает, что коэффициент вывода должен существенно зависеть от изменения амплитуды свободных колебаний при данной настройке тракта. Изменить амплитуду свободных колебаний в сторону увеличения можно, регулируя энергию или угол инжекции <sup>1/2</sup>. При увеличении энергии инжекции на 7-10% от оптимальной коэффициент вывода при фиксированном расстоянии между пластинами дефлектора уменьшился до 55±60%.

Сужение амплитудного спектра радиальных колебаний осуществлялось диафрагмированием пучка на первом обороте после инжекции. На первом обороте на азимуте от инжектора  $\theta = 240$  устанавливались диафрагмы с проходным отверстием 4 и 2 мм. При диафрагмировании пучка диафрагмой в 4 мм коэффициент вывода пучка составлял 55%, диафрагмой в 2 мм - 40-45%. Полученный результат подтверждает предположение о том, что в механизме заброса существенную роль играет прецессия.

В заключение авторы благодарят В.В.Кольгу за полезные обсуждения результатов эксперимента, С.Б.Ворожцова за помощь в расчетах на ЭВМ, А.Т.Василенко за разработку конструкции устройства вывода.

#### Литература

1. А.А.Глазов, В.П.Джелепов и др. ОИЯИ, 9-5206, Дубна, 1970; Труды Всесоюзного совещания по ускорителям т. 2, 49, "Наука", М, 1972 г.
2. А.А.Глазов, В.В.Кольга и др. ОИЯИ, Р9-5453, Дубна, 1970.
3. А.А.Глазов, В.П.Джелепов и др. ОИЯИ, Р9-6214, Дубна, 1972; Particle Accel., 3, No. 4, 231 (1972).
4. В.П.Дмитриевский, В.В.Кольга, Н.И.Полумордвинова. ОИЯИ, Р9-6733, Дубна, 1972.
5. H.L.Hagedoorn, P.Kramer. IEEE Trans. on Nucl. Sci., NS-13, 64 (1966).
6. J.A.Martin et al. CERN-63-19, 52 (1963).
7. В.В.Кольга, ОИЯИ, 2138, Дубна, 1965.
8. Е.Янке, Ф.Эмде, Ф.Леш. "Специальные функции", "Наука", М, 1968.
9. Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц, "Механика", стр. 105-109, М, 1958.

10. R.Cohen, E.Martin, K.Ziegler. *IEEE Trans. on Nuclear Science NS-16*, 3, p. 434 (1969).
11. В.А.Кочкин, Д.Л.Новиков, Л.М.Онищенко. *ОИЯИ*, Р9-5677, Дубна, 1971; *ПТЭ*, 1, 33 /1972/.

Рукопись поступила в издательский отдел  
10 сентября 1973 года.