

СЗУ5а1

М-36

ОБЪЕДИНЕННЫЙ  
ИНСТИТУТ  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА



3600/  
2-73

P9 - 7261

В.Г.Маханьков, М.Г.Мещеряков

ОБ ОГРАНИЧЕНИЯХ  
НА ЭФФЕКТИВНЫЕ УСКОРЯЮЩИЕ ПОЛЯ  
В КОЛЬЦЕТРОНАХ

**1973**

ЛАБОРАТОРИЯ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ  
ТЕХНИКИ И АВТОМАТИЗАЦИИ

P9 - 7261

В.Г.Маханьков, М.Г.Мещеряков

ОБ ОГРАНИЧЕНИЯХ  
НА ЭФФЕКТИВНЫЕ УСКОРЯЮЩИЕ ПОЛЯ  
В КОЛЬЦЕТРОНАХ

Направлено в АЭ

В последнее время интенсивно дискутируется вопрос об эффективности ускорения ионов /протонов/ с помощью релятивистских электронных колец.

Возросший интерес к этой проблеме связан с работой /1/, вызвавшей дискуссию на Симпозиуме по коллективным методам ускорения /Дубна, 1972/. Позднее появились еще две работы теоретического характера, посвященные этому же вопросу /2, 3/, в которых делается попытка подкрепить основные результаты /1/, где на основе линейной теории устойчивости колец найдены ограничения на максимально достижимые ускоряющие поля и тем самым на прирост энергии ионов на единицу длины.

Основные результаты /1/ сводятся к следующему: в наиболее простой конструкции ускорителя прирост энергии  $e\epsilon_{eff}$  не может превышать 10 МэВ/м, а при соответствующем усложнении конструкции /введение внутреннего экранирующего цилиндра/  $e\epsilon_{eff}$  может достигать  $\approx 40$  МэВ/м. В настоящее время ускоряющие поля такой величины уже получены в обычных кольцевых ускорителях. В результате авторы /1/ приходят к выводу, что с помощью релятивистских электронных колец может быть эффективно произведено ускорение лишь тяжелых ионов.

Подчеркнем еще раз, что выводы, как и результаты /1/, получены на основе линейной теории устойчивости кольца.

Известны /теоретически и в какой-то степени экспериментально/ два основных вида неустойчивости электронно-ионных колец. Первая неустойчивость связана с электромагнитным излучением и азимутальной группировкой электронов /в теории обычных ускорителей она из-

вестна как неустойчивость "отрицательной" массы/, вторая, так называемая шланговая неустойчивость, присуща лишь плазменным электронно-ионным образованиям.

Наиболее жесткие ограничения на  $e \epsilon_{eff}$  накладывает неустойчивость первого типа, однако, она носит пороговый характер, поскольку возникает только в том случае, когда число электронов в кольце  $N_e$  станет больше некоторого критического значения  $N_{cr}$ , зависящего от энергетического разброса. Это вызвано тем, что рассматриваемая неустойчивость связана с группировкой частиц, а энергетический разброс естественно препятствует этой группировке. Поэтому чем больше разброс, тем больше величина  $N_{cr}$ , которая грубо может быть найдена из сравнения инкремента нарастания неустойчивости  $\gamma_n$  с величиной разброса  $n a W$ , т.е. из условия

$$\gamma_n \lesssim n a W, \quad /1/$$

где  $n$  - номер гармоники возмущения,  $a = -(2\pi R_0^2 m_e \gamma_0)^{-1}$ ,  $R_0$  - большой радиус кольца,  $m_e$  - масса покоя электрона,  $\gamma_0$  - релятивистский фактор,  $W = 2\pi m_e c R_0 \Delta \gamma_0$  и  $(\Delta \gamma_0 / \gamma_0) = (\Delta E_0 / E_0)$  - относительный энергетический разброс.

Подставляя сюда известное выражение для  $\gamma_n$ , получим порядковую формулу /3.1/ работы /1/

$$N_e < \frac{1}{2} k H_0 \frac{R_0^2}{r_e} \frac{(\Delta E_0 / E_0)^2}{|Z_n / n Z_0|} \frac{\pi}{2} \approx N_{cr}, \quad /2/$$

где  $r_e = (e^2 / m_e c^2)$  - классический радиус электрона,  $c$  - скорость света в вакууме,  $k = (e / m_e c^2)$ ,  $H_0$  - магнитное поле,  $Z_n$  - импеданс связи электронного кольца, величина которого существенно зависит от конструкции ускорителя,  $Z_0 = (4\pi / c)$  - импеданс свободного пространства.

Используя соотношение /2/ и формулу, определяющую величину ускоряющего поля в кольцеватроне

$$e\epsilon_{eff} = \frac{e^2 N_e}{\pi R_0 (a+b)\eta}, \quad /3/$$

где  $a$  и  $b$  - полуоси эллиптического сечения кольца, находим

$$e\epsilon_{eff} < 0,6 m_e c^2 \frac{kH_0}{\pi\eta} \frac{(\Delta E_0 / E_0)}{|Z_n / nZ_0|} \frac{\pi}{2}. \quad /4/$$

Из формулы /4/ при  $H = 20kG$  и  $(\Delta E_0 / E_0) = 10\%$  и некоторых предположениях относительно  $|Z_n / nZ_0|$  и были получены вышеупомянутые значения для  $e\epsilon_{eff}$ .

Отметим, что в докритическом режиме, когда  $N_e < N_{cr}$ , параметры  $N_e$  и  $(\Delta E_0 / E_0)$  независимы и определяются начальными данными /т.е. в большой степени условиями эксперимента/, поэтому выбор значения  $(\Delta E_0 / E_0)$  определяет целую область значений  $N_e < N_{cr}$ .

В надкритическом режиме  $N_e > N_{cr}$  ситуация в корне меняется. Во всяком случае при не слишком больших величинах  $(N_e / N_{cr})$  возникает однозначная связь между  $N_e$  и  $(\Delta E_0 / E_0)$ . Задача как раз и состоит в том, чтобы найти эту связь. Оказывается, что результаты существенно зависят от рассматриваемых математических моделей. Предложенная в /2/ нелинейная теория /так называемое одномодовое приближение/ \* как будто подтверждает связь вида /2/ /т.е. линейную/, хотя, как отмечают сами авторы, их результаты плохо согласуются с экспериментом.

С другой стороны, некоторое время назад была принята попытка численно проследить поведение электронного кольца в неустойчивом режиме, когда число электронов в два-три раза превосходит критическое значение  $N_{cr}$  /4/. В этой работе рассматривалось возбуждение и взаимодействие ИО когерентных гармоник. Расчет показывает, что уже на довольно ранней стадии развития неустойчивости /времена порядка 16-18 обратных инкре-

\* См. также ранее опубликованную работу /5/.

ментов 10-й гармоники и 4-5-первой гармоники / весьма существенным оказывается перемешивание гармоник, приводящее к сбою фаз у всех десяти рассмотренных гармоник практически одновременно и к равномерному распределению по ним энергии. Это указывает на существенно нелинейный и перекрестный характер взаимодействий, в результате чего устанавливается некоторый нелинейный самосогласованный квазистационарный режим.

Получающиеся при этом амплитуды полей возмущения меньше найденных с помощью одномодовой теории приблизительно в  $5 \div 10$  раз /для разных значений  $N_e$  /.

Кроме того, более детальный анализ полученного в работе /4/ конечного состояния привел нас к выводу, что для кольца в свободном пространстве энергетический разброс  $\Delta E_{cr}^{non}$ , возникающий в результате насыщения неустойчивости, меньше соответствующего линейного значения  $\Delta E_{cr}^{lin}$ , отвечающего первой гармонике, в 1,5-2 раза, что приводит к увеличению  $N_e$  /при том же  $\Delta E_0$  / по сравнению с  $N_{cr}$  в 4-6 раз, а величина  $\epsilon \epsilon_{eff}$  оказывается больше приведенной в /1/ в 5-7 раз.

Этот результат может быть интерпретирован как нелинейное подавление неустойчивости низкочастотных мод колебаний высокочастотными модами, переходящими в устойчивый режим. Если это так, то увеличение числа рассматриваемых гармоник и включение в анализ устойчивых /затухающих/ высокочастотных гармоник должно приводить к еще большему изменению численного коэффициента

$$\alpha = (\Delta E_{cr}^{non} / \Delta E_{cr}^{lin}).$$

Далее, простые физические соображения говорят в пользу того, что наличие в электронном кольце равномерно распределенных по азимуту ионов /протонов/ из-за их большой массы должно сказываться на развитии рассматриваемой неустойчивости. Однако количественный результат может быть получен лишь при экспериментальном и численном исследовании соответствующих моделей.

Напрашивается вывод, что современное состояние тео-

ри не позволяет сделать однозначные и окончательные заключения о достижимых ускоряющих полях в ускорителях коллективного типа и поэтому возникший пессимизм, как и впрочем и излишний оптимизм, представляется несколько преждевременным .

В связи со сложностью теоретического исследования процессов, происходящих в ускорителях коллективного типа /нелинейность, многомерность и т.п./, приходится рассматривать различные модели, на выбор параметров которых существенное влияние мог бы оказать соответствующим образом поставленный эксперимент. Нам представляется также, что численное моделирование может пролить свет на эту проблему.

### *Литература*

1. D.Mohl, I.J.Lasslett and A.M.Sessler. "On the performance characteristics of electron ring accelerators". Report on Dubna Symposium. Preprint LBL - 1062, 1972.
2. C.Pellegrini and A.M.Sessler. "Theory of the non-linear negative mass instability". Preprint LBL, ERAN-203, 1973.
3. A.M.Sessler. "Futher contribution to the theory of the Nonlinear negative mass instability". Preprint LBL, ERAN-207, 1973.
4. V.G.Makhankov and B.G.Shchinov. "Computer investigation of nonlinear dynamical problems of plasma theory". Report on the First European Conference on Computational Physics, Geneva, 1972, Comp. Phys. Com., 4, 327, 1972.  
B.G.Shchinov, A.G.Bonch-Osmolovskii, V.G Makhankov and V.N.Tsytovich. Plasma Phys., 15, 211, 1973. Preprint IINR, P9-5622, Dubna, 1971.
5. A.G.Bonch-Osmolovskii, E.A.Pereljshtein and V.N.Tsytovich. Preprint JINR, E9-1751, Dubna, 1969.

Рукопись поступила в издательский отдел  
18 июня 1973 года.