ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА

Р9 - 6951

Х.О.Абдуллоев, Ф.Х.Хакимов, В.Г.Маханьков

ВОЗБУЖДЕНИЕ АКУСТИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ ИОННО-ЗВУКОВОЙ ТУРБУЛЕНТНОСТЬЮ

1973

ЛАБОРАТОРИЯ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ТЕХНИКИ И АВТОМАТИЗАЦИИ

P9 - 6951

Х.О.Абдуллоев, Ф.Х.Хакимов, В.Г.Маханьков

ВОЗБУЖДЕНИЕ АКУСТИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ ИОННО-ЗВУКОВОЙ ТУРБУЛЕНТНОСТЬЮ

Направлено в ЖТФ

1. ВВЕДЕНИЕ

В связи с многочисленными экспериментами по турбулентному нагреву плазмы /1–3/ большое внимание теоретиков вплоть до настоящего времени привлечено к исследованию свойств ионно-звуковой (s) турбулентности /4–7/.

Хорошо известно, что ионно-звуковые волны обладают нераспадным спектром /4/, т.е. одновременное удовлетворение условий

$$\omega_1 + \omega_2 = \omega_3, \quad \vec{k}_1 + \vec{k}_2 = \vec{k}_3 \qquad /1.1/$$

является невозможным. Здесь ω_1, ω_2, ω_3 и $\vec{k}_1$, $\vec{k}_2$, $\vec{k}_3$ - суть частоты и волновые векторы взаимодействующих волн. Вследствие этого основным нелинейным эффектом, приводящим к установлению спектра (s)–турбулентности, считается рассеяние ионно-звуковых волн на частицах плазмы /4–6/. С другой стороны, в звуковой части спектра величина "запрещения" распада относительно мала $\Delta\omega_f \approx \omega_s k_1^2 d_e^2$ / d_e - дебаевский радиус электронов/.

Вышесказанное позволяет сделать следующие выводы, исходя из наиболее тривиальных размерностных соображений: нелинейный сдвиг частоты вследствие турбулентности с частотой вблизи ω_s можно грубо оценить как

$$\Delta\omega_s \sim \omega_s \frac{W}{nT} \qquad /1.2/$$

/здесь W - плотность энергии турбулентности в области $\sim\omega_s$, nT - плотность тепловой энергии плазмы/. Величина "запрещения" распада для ионно-звуковой (s)-турбулентности, как отмечалось выше, есть

$$\Delta\omega_f = \omega_l k_l^2 d_e^2, \qquad /1.3/$$

где $k_l^2 d_e^2 \ll 1$.

Сравнивая /1.2/ и /1.3/, можно заключить качественно, что условием возникновения распадного взаимодействия является

$$\Delta\omega_s > \Delta\omega_f$$

или в рассматриваемом случае /см. также [7] /

$$\frac{W}{nT} > k_l^2 d_e^2. \qquad /1.4/$$

Такого рода взаимодействие должно приводить к перекачке энергии s-волн по спектру в сторону меньших частот ω и волновых чисел k [7], поскольку в звуковой части спектра

$$\omega_s = k v_s, \quad v_s = v_{Te}(m_e/m_i)^{1/2}.$$

Если интересоваться возбуждением акустических колебаний s-турбулентностью, то во взаимодействии присутствует одна низкая частота* $\omega \ll \omega_1, \omega_2$, так как $\omega_{1,2} \gg \nu_i$, а $\omega < \nu_i$, отсюда $k \ll k_1, k_2$. При этом в каждом акте взаимодействия энергия изменяется незначительно, а возникающая перекачка энергии ионно-звуковых волн носит эстафетный /дифференциальный/ характер.

* Это связано с тем, что исследуется устойчивость s-турбулентности по отношению к возбуждению акустических колебаний.

2. ДИСПЕРСИОННЫЕ УРАВНЕНИЯ ПЛАЗМЫ С РАЗВИТОЙ ИОННО-ЗВУКОВОЙ ТУРБУЛЕНТНОСТЬЮ В ОБЛАСТИ ЧАСТЫХ КУЛОНОВСКИХ СОУДАРЕНИЙ

В неизометрической плазме $(T_e \gg T_i)$ ионно-звуковая ветвь непосредственно переходит в акустическую при $k_\nu = \nu_e / v_e$ $/\nu_e$ - частота парных столкновений электронов с электронами и ионами; ν_i - ионов друг с другом; v_e, v_i - тепловые скорости электронов, ионов соответственно $v_{e,i}^2 = T_{e,i} / m_{e,i}$ /. Вследствие этого распадные взаимодействия линейных ионно-звуковых (s) и акустических (a) колебаний запрещены законами сохранения. Однако при определенном уровне ионно-звуковой турбулентности /условия 1.4/ уширение корреляционных функций полей может привести к распаду /7/. Для исследования этого эффекта получим по аналогии с /8/ дисперсионное уравнение для акустических (a) колебаний в присутствии развитой ионно-звуковой турбулентности. Отвлекаясь от диссипативных эффектов, связанных с затуханием Ландау, для описания (s) колебаний используем уравнение бесстолкновительной гидродинамики

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + div\, n_e \vec{v}_e = 0, \quad \frac{\partial n_i}{\partial t} + div\, n_i \vec{v}_i = 0, \qquad /2.1/$$

$$\frac{\partial \vec{v}_e}{\partial t} + (\vec{v}_e \vec{\nabla})\vec{v}_e = -\frac{T_e}{m_e n_e}\vec{\nabla} n_e + \frac{e}{m_e}\vec{E}, \qquad /2.2/$$

$$\frac{\partial \vec{v}_i}{\partial t} + (\vec{v}_i \vec{\nabla})\vec{v}_i = -\frac{e}{m_i}\vec{E}. \qquad /2.3/$$

Соответственно уравнения для и.ч.-колебаний имеют вид /10/

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + div\, n_e \vec{v}_e = 0, \quad \frac{\partial n_i}{\partial t} + div\, n_i \vec{v}_i = 0 \qquad /2.4/$$

$$n_e \frac{\partial v_{e,\alpha}}{\partial t} + n_e(\vec{v}_e \vec{\nabla})v_{e,\alpha} = -\frac{n_e}{m_e n_e}\frac{\partial n_e T_e}{\partial x_\alpha} + \frac{e n_e}{m_e}E_\alpha - \frac{1}{m_e}\frac{\partial \pi_{e\alpha\beta}}{\partial x_\beta} + \frac{R_{T\alpha}}{m_e} \qquad /2.5/$$

$$n_i\left[\frac{\partial}{\partial t} + (\vec{v}_i \vec{\nabla})\right]v_{i,\alpha} = -\frac{1}{m_i}\frac{\partial n_i T_i}{\partial x_\alpha} - \frac{1}{m_i}\frac{\partial \pi_{i\alpha\beta}}{\partial x_\beta} - \frac{e}{m_i}n_i E_\alpha - \frac{R_{T\alpha}}{m_i} \qquad /2.6/$$

$$n_e \frac{3}{2}\left[\frac{\partial}{\partial t} + (\vec{v}_e \vec{\nabla})\right]T_e + n_e T_e \frac{\partial \vec{v}_e}{\partial \vec{r}} = -\pi_{e\alpha\beta}\frac{\partial v_{e\alpha}}{\partial x_\beta} - \frac{\partial}{\partial \vec{r}}\vec{q}_e \qquad /2.7/$$

$$n_i \frac{3}{2}\left[\frac{\partial}{\partial t} + (\vec{v}_i \vec{\nabla})\right]T_i + n_i T_i \frac{\partial \vec{v}_i}{\partial \vec{r}} = -\pi_{i\alpha\beta}\frac{\partial v_{i\alpha}}{\partial x_\beta} - \frac{\partial}{\partial \vec{r}}\vec{q}_i, \qquad /2.8/$$

где

$$\vec{R}_T = -0{,}71\, n_e \frac{\partial T_e}{\partial \vec{r}}, \quad \vec{q}_e = -3{,}16\frac{n_e T_e}{m_e \nu_e}\frac{\partial T_e}{\partial \vec{r}}$$

$$\vec{q}_i = -3{,}9\frac{n_i T_i}{m_i \nu_i}\frac{\partial T_i}{\partial r}, \quad \pi_{e\alpha\beta} = -0{,}73\frac{n_e T_e}{\nu_e}W^{e}_{\alpha\beta}$$

$$\pi_{i\alpha\beta} = -0{,}96\frac{n_i T_i}{\nu_i}W^{i}_{\alpha\beta}, \quad W_{\alpha\beta} = \frac{\partial V_\alpha}{\partial x_\beta} + \frac{\partial V_\beta}{\partial x_\alpha} - \frac{2}{3}\delta_{\alpha\beta}\frac{\partial \vec{V}}{\partial \vec{r}}.$$

Необходимо отметить, что уравнения /2.4/-/2.8/ записаны с учетом следующих упрощений: 1/ нас интересует случай $(m_e/m_i)\nu_e \ll \omega \ll k v_e$, $k^2 v_e^2/\nu_e$ /это приводит к $\omega_a \gg (m_e/m_i)\nu_e$, т.е. частота "акустической ветви больше скорости выравнивания температур/, поэтому величинами, пропорциональными $\delta\nu = 3(m_e/m_i)\nu_e$, можно пренебречь; 2/ пренебрегаем током смещения $(k v_e \ll \omega_{p_e})$. полагая $V_e^R = V_i^R$ или $\vec{U} = \vec{V}_e - \vec{V}_i = 0$. Систему исходных уравнений /2.1/-/2.8/ будем решать методом последовательных приближений, т.е. разложим все функции в ряд, оставляя лишь члены не выше второго порядка по электрическому полю. Система уравнений /2.1/-/2.8/ с учетом вышеупомянутой точности разложения при $\omega \gg k^2 v_e^2/\nu_e$, сильно упрощается. В данном диапазоне частот уравнение /2.5/ принимает следующий вид:

$$n_0 \frac{dV^{(2)}}{dt} + \frac{1{,}71}{m_e} n_0 \frac{\partial T^{(2)}}{\partial x} + \frac{T_0}{m_e} \frac{\partial n^{(2)}}{\partial x} = \frac{T_0}{m n_0} n^{(1)} \frac{\partial n^{(1)}}{\partial x}. \qquad /2.9/$$

Для уравнения баланса энергии в фурье-компонентах имеем:

$$T^{(2)} = -i \frac{m_e \nu_e}{3{,}16} \frac{1}{k} V_k^{(2)} - i \frac{m \nu_e}{3{,}16 n_0^2} \frac{1}{k^2} \int \omega_2 n_{k_1}^{(1)} n_{k_2}^{(1)} d\lambda. \qquad /2.10/$$

В интересующем нас случае получим следующее выражение:

$$V_{ek}^{(2)} = -\frac{1}{2T_e^2} e^2 \frac{\omega}{k} \int \left[1 - \frac{\omega_1}{\omega} \frac{(\vec{k}\vec{k}_1)}{k_1^2} - \frac{\omega_2}{\omega} \frac{(\vec{k}\vec{k}_2)}{k_2^2}\right] \frac{E_{k_1}^{(1)} E_{k_2}^{(1)}}{k_1 k_2} d\lambda. \qquad /2.11/$$

При получении выражения /2.11/ мы учитывали, что вклад $(\vec{V}_e \nabla)\vec{V}_e$ меньше $(v_e/n_0)^2 \tilde{n}_e (\nabla \tilde{n}_e)$ по порядку величина в $(v_e^2/v_s^2) \approx m_i/m_e$, если $\omega \ll k v_e$ поэтому вышеуказанным членом можно пренебречь. Проводя аналогичные рассуждения для ионной компоненты плазмы, получим

$$V_{ik}^{(2)} = \frac{1}{3} \frac{k v_i^2}{\omega} \frac{1}{n_0^2} \int n_{ik_1}^{(1)} n_{ik_2}^{(1)} d\lambda + i \frac{0{,}71}{m_i} \frac{\nu_e}{k} \frac{1}{n_0^2} \int n_{ek_1}^{(1)} n_{ek_2}^{(1)} d\lambda +$$

$$+\frac{1}{2}\frac{kv_i^2}{\omega}\frac{1}{n_0^2}\int n^{(1)}_{ik_1}n^{(1)}_{ik_2}\left(\frac{\omega_2}{\omega}\frac{(\vec{k}\vec{k}_2)}{k_2^2}+\frac{\omega_1}{\omega}\frac{(\vec{k}\vec{k}_1)}{k_1^2}\right)d\lambda. \qquad /2.12/$$

Отсюда

$$j^{(2)}_k = en_0\left(V^{(e)(2)}_k - V^{(i)(2)}_k\right) = \int S_1(k,k_1,k_2)E^{(1)}_{k_1}E^{(1)}_{k_2}d\lambda,$$

$$d\lambda = \delta(k-k_1-k_2)dk_1dk_2. \qquad /2.13/$$

$$S_1(k,k_1,k_2) = S_{1e}(k,k_1,k_2) + S_{1i}(k,k_1,k_2).$$

После подстановки значений S_{1e} и S_{1i} легко убедиться, что в рассматриваемом случае $S_{1e} \gg S_{1i}$, поэтому

$$S_1(k,k_1,k_2) = \frac{1}{2}\frac{n_0e^3}{T_{0e}^2}\frac{\omega}{kk_1k_2}\left[\frac{\omega_1}{\omega}\frac{(\vec{k}\vec{k}_1)}{kk_1}+\frac{\omega_2}{\omega}\frac{(\vec{k}\vec{k}_2)}{kk_2}-1\right], \qquad /2.14/$$

где в /2.14/ k соответствует низким частотам, а k_1 и k_2 - высоким частотам порядка частот турбулентных пульсаций.

Из системы уравнений /2.1/-/2.3/ легко находим компоненту нелинейного тока $S_2(k_1,k',k_2')$, определяемую функциями $\vec{\Gamma}^{(1)}_{k_1e}$ и $\vec{\Gamma}^{(1)}_{k_1i}$ /см. /2.13//,

$$\vec{\Gamma}^{(1)}_{k_1e} = \frac{e^2}{T_{0e}}\int \bar{\bar{E}}^{(0)}_{k_2'}E^R_{k'}\left[\frac{\omega'}{k_2'k'^2}\frac{(\vec{k}_1\vec{k}')}{k_1k'}+\frac{\omega_2'}{k_2'^2k'}\frac{(\vec{k}_1\vec{k}_2')}{k_1k_2'}\right]d\lambda_1' -$$

$$-\frac{e^2}{T_{0e}^2}\int \bar{\bar{E}}^{(0)}_{k_2'}E^R_{k'}\frac{\omega_1}{k_2'k'k_1}d\lambda_1'. \qquad /2.15/$$

Нетрудно видеть, что в рассматриваемом пределе $\omega < k^2v_e^2/\nu_e$ диссипативные эффекты оказались несущественными. Соответственно для ионов имеем:

$$V^{(1)}_{k_{1i}} = \int \frac{(\vec{k}'_2 \vec{k}')}{k'_2 k'} \frac{k_1}{\omega_1} \overset{\approx}{V}{}^{(0)}_{k'_{2e}} V^R_{k'_e} d\lambda'_1 =$$
$$= -\frac{e^2}{T_{0e}} \frac{(\vec{k}'_2 \vec{k}')}{k'_2 k'} \frac{\omega'_2}{k'^2_2} \frac{\omega'}{k'^2} \frac{k_1}{\omega_1} \dot{E}^R_{k_1} \overset{\approx}{E}{}^{(0)}_{k'_2} d\lambda'_1 . \qquad /2.16/$$

Нелинейный ток

$$j^{(1)}_{k_1} = -en_0 (\overset{\approx}{V}{}^{(1)}_{k_1 e} - \overset{\approx}{V}{}^{(1)}_{k_1 i}) = \int S_2(k_1, k', k'_2) \overset{\approx}{E}{}^{(0)}_{k'_2} E^R_{k'} d\lambda'_1 , \qquad /2.17/$$

где $S_2(k_1, k', k'_2) = \frac{e^2 n_0}{T_{0e}} \frac{1}{k'_2 k'} [\frac{(\vec{k}_1 \vec{k}')}{k_1 k'} \frac{\omega'}{k'} +$

$$+ \frac{(\vec{k}_1 \vec{k}'_2)}{k_1 k'_2} \frac{\omega'_2}{k'_2} + \frac{(\vec{k}'_2 \vec{k}')}{k'_2 k'} \frac{\omega'_2 \omega'}{k'_2 k'} \frac{k_1}{\omega_1} - \frac{\omega_1}{k_1}] . \qquad /2.18/$$

Дисперсионное уравнение, описывающее возбуждение акустических колебаний s-волнами, имеет вид /8-9/

$$\omega' - i\gamma^s_{\vec{k}} = -\int \frac{w(\vec{k}, \vec{k}_1)(N^s_{\vec{k}_1} - N^s_{\vec{k}_1 - \vec{k}})}{\omega' - \Delta\omega_{\vec{k}, \vec{k}_1} + i\delta} d\vec{k}_1 . \qquad /2.19/$$

Здесь ω' - нелинейная поправка к частоте акустических колебаний

$\omega' = \omega - Re\,\omega^s_{\vec{k}}$, $\Delta\omega_{\vec{k}, \vec{k}_1} = Re(\omega^s_{k_1} - \omega_{\vec{k}_1} + \omega_{\vec{k}_1 - \vec{k}})$,

$\gamma^s_{\vec{k}}$ - линейный инкремент, $N^s_{k_1}$ - число квантов s-волн, $w(\vec{k}, \vec{k}_1)$ - обычно являющаяся вероятностью рассматриваемого распадного процесса, в данном случае пропорциональна произведению нелинейных поляризуемостей S_1 и S_2:

$$w(\vec{k}, \vec{k}_1) = + \frac{2(n_0 e^2 / T^2_{0e})^2 (\omega\omega_1 / k^2 k_1^4)(\vec{k}\vec{k}_1 / k k_1)^2}{\omega^s_{k_1} \partial\epsilon/\partial\omega |_{\omega = \Omega^s_{k_1}} \partial\epsilon/\partial\omega |_{\omega_k} \partial\epsilon/\partial\omega |_{\Omega^s_{k_1}}} . \qquad /2.20/$$

При подстановке /2.20/ в /2.19/ получим следующее выражение

$$\omega' - i\gamma^{s}_{\vec{k}} = -\frac{\omega_a^2}{2n_0 T_e}\int \frac{k_1}{k}\left(\frac{\vec{k}_1\vec{k}}{k_1 k}\right)^2 \frac{k(\partial N_{\vec{k}_1}/\partial \vec{k}_1)}{\omega' - \Lambda\omega_{\vec{k}\vec{k}_1} + i\delta}\, d\vec{k}_1 . \qquad /2.21/$$

Обычно кинетическая неустойчивость возникает, когда $\Lambda\omega_{\vec{k}\vec{k}_1} > \omega'$ и подинтегральное выражение пропорционально $-i\pi\delta(\Lambda\omega_{\vec{k}\vec{k}_1})$. В этом случае уравнение /2.21/ после интегрирования по частям принимает следующий вид:

$$\omega' - i\gamma^{s}_{\vec{k}} = -i\frac{\pi}{2}\omega_a^2\int \frac{N_{k_1}}{n_0 T_e} d^3\vec{k}_1 \left(\vec{k}\frac{\partial}{\partial \vec{k}_1}\right)\left(\frac{k_1}{k}\left(\frac{\vec{k}\vec{k}_1}{kk_1}\right)^2 \times \delta\left(\omega - \frac{\vec{k}\vec{k}_1}{kk_1}\omega_a\right)\right) =$$

$$= -i\frac{\pi}{2}\omega_a^2\int u_{\vec{k}_1} d^3\vec{k}_1 \left[\left(\frac{\vec{k}\vec{k}_1}{kk_1}\right)^2\delta\left(\omega - \frac{\vec{k}\vec{k}_1}{kk_1}\omega_a\right) + 2\left(\frac{\vec{k}\vec{k}_1}{kk_1}\right)\times\right.$$

$$\times\left(1 - \left(\frac{\vec{k}\vec{k}_1}{kk_1}\right)^2\right)\delta\left(\omega - \frac{\vec{k}\vec{k}_1}{kk_1}\omega_a\right) - \left(\frac{\vec{k}\vec{k}_1}{kk_1}\right)^2\omega_a\times \qquad /2.22/$$

$$\left.\times\left(1 - \left(\frac{\vec{k}\vec{k}_1}{kk_1}\right)^2\right)\delta'\left(\omega - \frac{\vec{k}\vec{k}_1}{kk_1}\omega_a\right)\right] .$$

Выражение /2.22/ получено в предположении, что пучок ионно-звуковых волн имеет разброс по частотам $\Lambda\omega$ и по углам Δk_1. Угловой раствор /расходимость/ пучка s-волн обозначим через $\Lambda\theta_0$. Из закона сохранения энергии при распаде с учетом нелинейных сдвигов частот взаимодействующих волн имеем

$$\delta\left(\omega - \frac{\vec{k}\vec{k}_1}{kk_1}\omega_a - \delta\omega^{H}_{k_1}\right) = 0 \text{ или } 1 - \cos(\hat{k k_1}) \approx \theta_0^2/2 \approx \frac{k_1}{k} N/nT ,$$

считая $\delta\omega^{H}_{k_1} \approx \omega^{H}_{k_1} N/nT$.

Изменение $\delta\Delta\omega_{\vec{k}\vec{k}_1}$ при изменении углов $\vec{k}_1$ и их величин имеет порядок

$$\delta\Delta\omega_{\vec{k}\vec{k}_1} \approx (k v_s/2)\frac{k}{k_1}\frac{\Delta k_1}{k_1} + k v_s \Delta\theta_0 \qquad /2.23/$$

Используя /2.23/, уравнение /2.22/ можно записать в следующем виде:

$$\omega' - i\gamma^s_{\vec{k}} = -i\frac{\pi}{2}\omega_a\cos^2\theta_0 \frac{u}{\Delta\theta_0 + \frac{k}{2k_1}\frac{\Delta k_1}{k_1} + au} -$$

$$- i\pi\omega_a\cos\theta_0\sin^2\theta_0 \frac{u}{\Delta\theta_0 + \frac{k}{2k_1}\frac{\Delta k_1}{k_1} + au} + \qquad /2.24/$$

$$+ i\frac{\pi}{2}\omega_a\cos^2\theta_0\sin^2\theta_0 \cdot \frac{u}{(\Delta\theta_0 + \frac{k}{2k_1}\frac{\Delta k_1}{k_1} + au)^2},$$

где $u = W/nT$; W - полная плотность энергии пучка s-волн.

Как отмечалось выше /см. также /9/ /, если $\delta(\Delta\omega_{\vec{k}\vec{k}_1}) > \omega'$, то возникает кинетическая неустойчивость, инкремент которой имеет следующую оценку

$$\gamma'_k = \frac{\pi}{8}\omega_a\frac{W}{nT}\frac{\cos^2\theta_0\sin^2\theta_0}{(\Delta\theta_0 + \frac{k}{2k_1}\frac{\Delta k_1}{k_1} + au)^2}. \qquad /2.25/$$

Из уравнения /2.24/ получим условие возбуждения акустических колебаний ионно-звуковой турбулентностью

$$\cos^2\theta_0\sin^2\theta_0 > (\Delta\theta_0 + \frac{k}{2k_1}\frac{\Delta k_1}{k_1} + au)(\cos^2\theta_0 + 2\cos\theta_0\sin^2\theta_0) \qquad /2.26/$$

или же по порядку величины

$$\sin^2\theta_0 > (\Delta\theta_0 + \frac{k}{2k_1}\frac{\Delta k_1}{k_1} + au)(1 + 2\frac{\sin^2\theta_0}{\cos\theta_0}). \qquad /2.27/$$

Возбуждение отсутствует, если $\sin\theta_0 = 0$, либо $\cos\theta_0 = 0$. Условия возникновения распада суть $u > k_1^2 d_e^2$, а также $\theta_0^2 \approx (k_1/k)u$. Поэтому /2.27/ можно переписать в следующем виде:

$$u > u_\theta = \frac{k}{k_1}(\Delta\theta_0 + \frac{k}{2k_1}\frac{\Delta k_1}{k_1} + au). \qquad /2.28/$$

Учитывая, что $\gamma > (m_e/m_i)\nu_e$, получаем условие, при котором возможно возбуждение a -волн

$$\gamma_k^s = \frac{\pi}{8}\omega_a \frac{u}{(\Delta\theta_0 + \frac{k}{2k_1}\frac{\Delta k_1}{k_1} + au)^2} > \frac{m_e}{m_i}\nu_e$$

или

$$u > u_\nu = \frac{m_e}{m_i}\frac{\nu_e}{\omega_a}\frac{8}{\pi}(\Delta\theta_0 + \frac{k}{2k_1}\frac{\Delta k_1}{k_1} + au)^2. \qquad /2.29/$$

Порог неустойчивости определяется большим из /2.28/ и /2.29/

$$u_{\text{пор.}} = \max\{u_\nu, u_\theta, k_1^2 d_e^2\}. \qquad /2.30/$$

Отношение /2.28/ и /2.29/ при

$$\Delta\theta \gg \frac{k}{2k_1}\frac{\Delta k_1}{k_1} + au$$

есть

$$\frac{u_\theta}{u_\nu} = \frac{k}{k_1}\frac{m_i}{m_e}\frac{\omega_a}{\nu_e}\frac{1}{\Delta\theta}. \qquad /2.31/$$

Если в уравнении /2.19/ не учитывать мнимых слагаемых, что справедливо при $\omega' > \delta(\Delta\omega_{\vec k \vec k_1})$, тогда вместо /2.24/ получаем

$$\omega' - i\gamma_k^s = -\frac{\omega_a^2}{2}\cos^2\theta_0 \frac{u}{\omega' - \Delta\omega_{\vec k \vec k_1}} - \frac{\omega_a^2 u \cos\theta_0 \sin^2\theta_0}{\omega' - \Delta\omega_{\bar k \bar k_1}} -$$

$$-\frac{\omega_a^3}{2}\cos^2\theta_0\sin^2\theta_0\,\frac{u}{(\omega'-\Delta\omega_{\vec k\vec k_1})^2}\,.$$

Отсюда при $\omega' \gg \Delta\omega_{\vec k\vec k_1}$ имеем уравнение

$$\omega'^2(\omega'-i\gamma_k^s) = -\omega'\frac{\omega_a^2}{2}\cos^2\theta_0 u - \omega' u\omega_a^2\cos\theta_0\sin^2\theta_0 - u\frac{\omega_a^3}{2}\cos^2\theta_0\sin^2\theta_0\,, \qquad /2.32/$$

описывающее при $\omega' \gg \gamma_k^s$ неустойчивость гидродинамического типа с инкрементом

$$\omega' = (-1)^{1/3}\omega_a\left[\frac{u}{2}\sin^2\theta_0\cos^2\theta_0\right]^{1/3}. \qquad /2.33/$$

а при $\omega' \ll \gamma_k^s$ возникает диссипативная неустойчивость

$$\omega' = \omega_a\left(\frac{\omega_a}{i\gamma_k^s}\right)^{1/2}\left[\frac{u}{2}\cos^2\theta_0\sin^2\theta_0\right]^{1/2}. \qquad /2.34/$$

Условие для проявления этих неустойчивостей соответственно есть*

$$1 \gg \sin^2\theta_0\cos^2\theta_0 u \gg \max\left\{2(\Delta\theta)^3, \left(\frac{m_e}{m_i}\right)^3\left(\frac{\nu_e}{\omega_a}\right)^3\right\} \qquad /2.35/$$

и

$$\left(\frac{m_e}{m_i}\right)^3\left(\frac{\nu_e}{\omega_a}\right)^3 \gg \sin^2\theta_0\cos^2\theta_0 u_0 \gg (\Delta\theta)^3. \qquad /2.36/$$

Нетрудно видеть из /2.35/ и /2.36/, что лишь при $\Delta\theta \ll 1$ возможно проявление этих двух видов неустойчивостей.

---

* Здесь $\Delta\theta = \Delta\theta_0 + \frac{k}{k_1}\frac{\Delta k_1}{k_1}$.

3. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Вышеприведенный анализ позволяет заключить, что в определенных условиях иензотропная ионно-звуковая турбулентность может оказаться неустойчивой относительно возбуждения акустических колебаний.

Инкремент такой неустойчивости оценивается по формуле /2.25/ или

$$\gamma \lesssim \frac{\pi}{4}\omega \frac{u^2 \frac{k_1}{k}}{\left(\Delta\theta_0 + \frac{k}{2k_1}\frac{\Delta k_1}{k_1} + au\right)^2} \quad \text{при} \quad u < \frac{k}{k_1} \qquad /3.1/$$

и $\gamma \approx \omega_a \frac{\pi}{4}(u/\Delta\theta_0^2)$ при $u > \frac{k}{k_1}$.

Здесь принято во внимание, что $\sin^2\theta_0 \approx \theta_0^2 < \frac{k_1}{k}u$. Учитывая, что γ должно быть меньше ω_a, получим ограничение на u_0 сверху

$$u < u_{max} = \Delta\theta_0^2. \qquad /3.2/$$

Поэтому всюду в знаменателе величиной u можно пренебречь в сравнении с $\Delta\theta_0$. Из /3.2/ следует, что чем меньше угловой раствор s-волн, тем при меньших энергиях возникает сильное изменение дисперсии в области акустических колебаний.

На рис. 1 представлена зависимость инкремента неустойчивости γ от u_0 при фиксированных значениях раствора углов $\Delta\theta_0$ и среднего волнового числа k_1, s-колебаний, на рис. 2 представлена зависимость порогов неустойчивости акустических колебаний u_0 от их волновых чисел k; на рис. 3 - зависимость порогов неустойчивости акустических колебаний u_0 от раствора углов $\Delta\theta_0$ s-волн при фиксированных k.

С другой стороны, если анизотропия s-турбулентности мала $\Delta\theta_0 \to 1$, то возможна лишь кинетическая неустойчивость с $\gamma \ll \omega_a$.

В заключение следует отметить, что рассмотренная неустойчивость фактически приводит к уходу энергии s-колебаний из бессоударительной области волновых

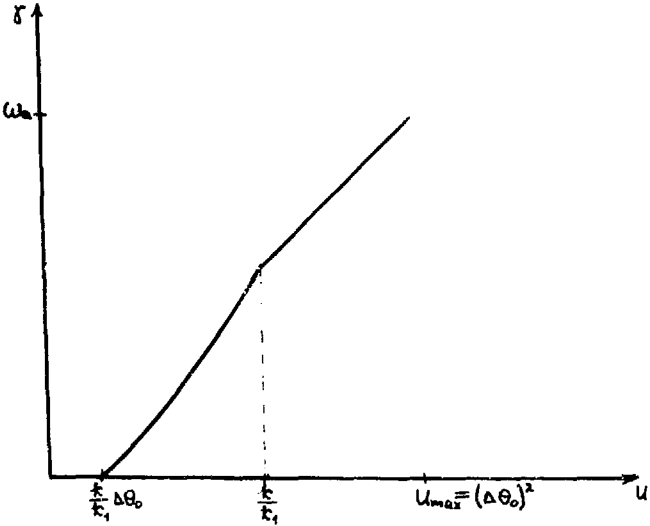

Рис. 1. Зависимость инкремента неустойчивости γ от u_0 при фиксированных значениях раствора углов $\Delta\theta_0$ и среднего волнового числа k_1 s -колебаний.

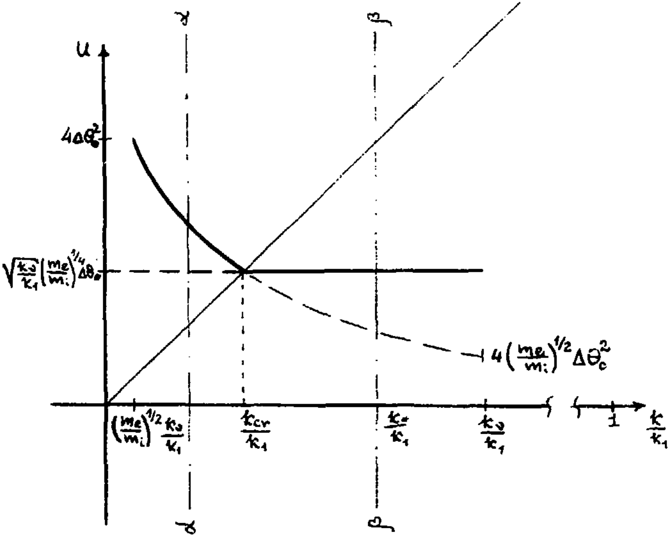

Рис. 2. Зависимость порогов неустойчивости акустических колебаний u_0 от их волновых чисел k, где $k_{cr} = \sqrt{k_1 k_\nu}\left(\frac{m_e}{m_i}\right)^{1/4}\Delta\theta_0$.

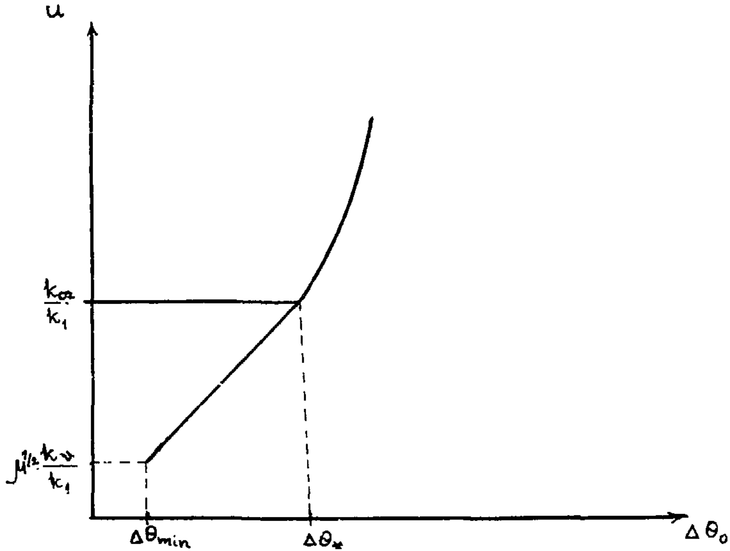

Рис. 3. Зависимость порогов неустойчивости акустических колебаний u_0 от раствора углов $\Delta\theta_0$ s -волн при фиксированных k.

чисел $(k > k_\nu)$ в область частых кулоновских соударений. Этот процесс может рассматриваться как дополнительная диссипация энергии s -волн.

В области малых волновых чисел, но больших k_ν, где согласно /7/ сосредотачивается основная энергия турбулентности, диссипация s -волн за счет ион-ионных соударений /11/ характеризуется

$$\gamma = 0.6\, \nu_i\, T_i \,/ T_e\,, \qquad /3.3/$$

а затухание Ландау на электронах

$$\gamma = \sqrt{\pi/8}\, (m_e / m_i)^{1/2}\, \omega_s\,. \qquad /3.4/$$

Сравнивая /3.3/ и /3.4/, найдем, что при

$$k < k_\nu\, (T_e \,/ T_i\,)^{1/2} \qquad /3.5/$$

затухание s -волн полностью определяется столкновениями.

Диссипация энергии s -волн за счет рассмотренной неустойчивости может достигать значения $\gamma \lesssim \nu_i$, что превосходит не только /3.3/, но и /3.4/, если

$$k < k_\nu\, (T_e \,/ T_i\,)^{3/2}. \qquad /3.6/$$

Таким образом /при достаточно высоком уровне s - турбулентности в области $k < k_\nu \left(\frac{T_e}{T_i}\right)^{3/2}$, рассмотренный процесс может определять вид спектра ионно-звуковой турбулентности.

Пользуемся случаем выразить глубокую благодарность Б.Г.Щинову за обсуждение результатов.

Литература

1. Е.К. Завойский, Л.И. Рудаков. Физика плазмы /Коллективные процессы и турбулентный нагрев/. "Знание", М., 1967; АЭ, 23, 417, 1967.

2. S.M.Hamberger and L.S.Sharp in Proceed. of IV Eur. Conf. On Plasma Phys. and Centr. Fusion (Rome) p. 64, 65, 1970.
3. S.M.Hamberger, M.Friedman. Phys.Rev.Lett., 21, 674, 1968.
Б.А.Демидов, Н.И.Елагин, С.Д.Фанченко. ДАН СССР, 174, 327,
4. Б.Б.Кадомцев. "Вопросы теории плазмы", т. 4, стр. 188, Атомиздат, М., 1964.
В.И.Петвиашвили. ДАН СССР, 153, 1295, 1963.
5. И.А.Ахиезер. ЖЭТФ, 47, 2269, 1964; 47, 952, 1964.
6. К.Н.Степанов, В.Л.Сизоненко. Письма ЖЭТФ, 9, 468, 1969.
L.Y.Rudakov, V.N.Tsytovich. Plasma Phys., 13, 213, 1971.
Preprint 28 of Lebedev Phys. Institute, 1970.
7. В.Н.Цытович. Теория турбулентной плазмы. Атомиздат, Москва, 1971.
8. В.Г.Маханьков, В.Н.Цытович. Препринт ОИЯИ, Р9-3980, Дубна, 1968. ЖТФ, 681, 1970.
9. В.Н.Цытович. ЖТФ, 39, 1756, 1969.
10. С.И.Брагинский. Вопросы теории плазмы. Т. 1, Атомиздат, М., 1963.
11. Е.Е.Ловецкий, А.А.Рухадзе. ЖЭТФ, 41, 1845 /1961/.

Рукопись поступила в издательский отдел
20 февраля 1973 года.