

Б-734

ОБЪЕДИНЕННЫЙ  
ИНСТИТУТ  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

4361/2-72



P9-6680

С.Н.Богданова, З.Г.Гаврилова, К.А.Решетникова

ПРОДОЛЬНАЯ КОМПРЕССИЯ  
ЭЛЕКТРОННОГО КОЛЬЦА  
В ЗАМЕДЛЕННОЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЕ

ОТДЕЛ НОВЫХ МЕТОДОВ УСКОРЕНИЯ

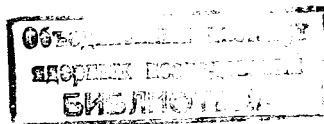
1972

P9-6680

С.Н.Богданова, З.Г.Гаврилова, К.А.Решетникова

ПРОДОЛЬНАЯ КОМПРЕССИЯ  
ЭЛЕКТРОННОГО КОЛЬЦА  
В ЗАМЕДЛЕННОЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЕ

*Направлено в ЖТФ*



В коллективном методе ускорения электрическое поле, ускоряющее ионы, определяется числом электронов в кольце и его размерами. С целью получения достаточно высокой плотности заряда в кольце применяют различные способы компрессии /1,2/, в результате действия которых размеры кольца уменьшаются, а эффективное ускоряющее поле увеличивается при неизменном числе электронов в кольце.

Известно, что для сжатия кольца по малому радиусу необходимо создать потенциальную яму, обеспечивающую устойчивое, затухающее по амплитуде движение частиц кольца относительно центра сечения. Уравнение для отклонения координат частицы от центральной в предположении квазиупругого характера внешней силы и равномерной плотности электронов по сечению кольца имеет вид:

$$\ddot{x} + \omega^2 x = \Sigma f(t, x, \dot{x}) \quad /1/$$

где  $\omega = \omega(t, x, \dot{x})$  - частота колебаний во внешнем поле с учетом поправки на кулоновское расталкивание электронов в кольце.

Уменьшение малого размера кольца при компрессии определяется затуханием амплитуды колебаний для решения уравнения /1/.

Для случая медленного изменения со временем параметров системы интеграл действия  $J = \int p dq$  является адиабатическим инвариантом:

$$a^2 \omega \gamma = Const, \quad /2/$$

где  $a$  - амплитуда колебаний,  $\gamma$  - релятивистский фактор частицы. Из /2/ видно, что с ростом частоты и энергии амплитуда колебаний падает, т.е. кольцо сжимается.

Однако компрессия, определяемая условием /2/, недостаточно эффективна из-за медленного изменения амплитуды при значительном изменении частоты. Так, при компрессии электронного кольца в изменяющемся во времени или пространстве магнитном поле малый размер кольца меняется как  $a \approx H^{-1/2}$ , где  $H$  - магнитное поле.

Между тем известны системы /3.4/, где интеграл действия не является адиабатическим инвариантом и амплитуда изменяется значительно быстрее, чем при условии /2/.

Рассмотрим систему вида:

$$\ddot{x} + \omega x = 0,$$

/3/

$$\dot{\omega} = \epsilon \frac{\dot{x}^{2n}}{L \omega_0^{2n-2}},$$

где  $\epsilon \ll 1$ ,  $\dot{\omega} = \frac{d\omega}{dt}$ ,  $L$  - характерный размер системы,  $\omega_0$  - частота колебаний при  $t = 0$ .

Случай  $n = 1$  рассмотрен в работе /4/. Используя развитую там методику, найдем для системы /3/ следующую связь амплитуды и частоты:

$$\bar{a} \bar{\omega}^{\frac{2n+1}{2(n+1)}} = Const,$$

/4/

где  $\bar{a}$ ,  $\bar{\omega}$  - медленные составляющие  $a$ ,  $\omega$ .

Как следует из /4/, при  $n \gg 1$  амплитуда изменяется почти обратно пропорционально изменению частоты.

При  $n=1$  из /4/ имеем:

$$\bar{a} \bar{\omega}^{3/4} = Const.$$

/5/

Интеграл действия  $J = \bar{a}^2 \bar{\omega}$  меняется в первом приближении по  $\epsilon$  как /5/:

$$J = \frac{J_0}{1 + \epsilon \frac{\omega_0 t}{4}},$$

где  $J_0$ ,  $\omega_0$  - значения соответствующих величин при  $t=0$ . Медленная составляющая амплитуды зависит от времени следующим образом:

$$\bar{a} = \frac{a_0}{\left(1 + \epsilon \frac{\omega_0 t}{4}\right)^{3/2}}.$$

Закон изменения частоты в зависимости от времени с учетом двух первых членов ряда в разложении  $\omega$  можно записать в виде:

$$\omega = \omega_0 \left(1 + \epsilon \frac{\omega_0 t}{4}\right)^2 \left[1 - \frac{\epsilon}{4 \left(1 + \epsilon \frac{\omega_0 t}{4}\right)^3} \sin 2\omega_0 \left(1 + \epsilon \frac{\omega_0 t}{4}\right)^2 t\right] / 6/$$

Как следует из решения системы /3/, с ростом  $n$  увеличивается номер гармоники в выражении для частоты. Это приводит к определенным трудностям в практическом осуществлении случая  $n \gg 1$ . Что же касается реализации вариантов  $n = 1, 2, 3$  для уравнений /3/, то наиболее подходящей системой здесь оказывается волновод, где создается замедленная электромагнитная волна.

Как видно из /6/, для случая  $n = 1$  частота периодически колеблется и монотонно увеличивается со временем.

Между тем известны системы, описываемые уравнением Матье, для которых частота, в среднем, остается постоянной. В то же время интеграл действия и амплитуда колебаний при выполнении определенных условий будут уменьшающимися функциями времени. В этой связи наибольший интерес для целей компрессии кольца представляет случай параметрического резонанса:

$$\ddot{x} + \omega_0^2 (1 - \epsilon \sin \nu t) x = 0, \quad /7/$$

где  $\epsilon \ll 1$ ,  $\nu \approx 2\omega_0$ . При  $\epsilon=0$  решение /7/:  $x = a \cos(\omega_0 t + h)$ .

Уравнения первого приближения для амплитуды и фазы следующие :

$$\dot{a} = -\epsilon \frac{\omega_0^2}{2\nu} a \cos 2h,$$

/8/

$$h = \omega_0 - \frac{\nu}{2} + \epsilon \frac{\omega_0^2}{2\nu} \sin 2h.$$

Области устойчивости определяются условием:

$$\frac{\epsilon}{4} \omega_0 < \left| \omega_0 - \frac{\nu}{2} \right|.$$

/9/

Система уравнений /8/ решалась численно на ЭВМ. Найдено, что в областях устойчивости существует определенный интервал начальных значений  $a_0$  и  $h_0$ , для которых амплитуда колебаний затухает со временем. На рис. 1 представлены для иллюстрации две кривые, показывающие уменьшение величины  $\frac{a}{a_0}$  со временем

$$(\tau = \tilde{\omega} t) \quad \text{при } \epsilon = 0,1 \text{ и } \frac{|\omega_0 - \frac{\nu}{2}|}{\omega_0} = \frac{\epsilon}{3}.$$

Использование явления параметрического резонанса для усиления эффекта группировки в волноводе представляет определенный интерес.

Имея в виду вышеизложенное, рассмотрим подробнее вопрос о продольной компрессии электронного кольца в поле замедленной электромагнитной волны.

Известно, что электромагнитная волна, фазовая скорость которой совпадает со скоростью некоторой равновесной частицы, создает движущуюся потенциальную яму, обеспечивающую устойчивое движение частиц сгустка относительно равновесной.

Уравнение продольных колебаний для кольца в бегущей  $E_z$  -

волне имеет вид уравнения /1/ при условии  $\frac{k a}{\beta \phi} \ll 1$ , где  $a$  - малый радиус кольца;  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ ,  $\lambda$  - длина волны в свободном про-

странстве,  $\beta_{\phi} = \frac{v_{\phi}}{c}$ ,  $v_{\phi}$  - фазовая скорость волны. При этом  $\omega_B^2 = \omega^2 - \omega_k^2$ , где  $\omega_B^2 = \frac{eEk}{m_0 \gamma_{\perp} \beta_{\phi}}$ ,  $E$  - напряженность поля, действующего на частицу;  $\omega_k^2 = \frac{r_e N_e}{\gamma_{\perp}^3 a^2}$ ,  $v_e = \frac{r_e N_e}{2\pi r}$ ,  $N_e$  - число электронов в кольце,  $r_e = \frac{e^2}{m_0 c^2}$ .

Для обеспечения устойчивого движения кольца в поле бегущей синхронно с кольцом волны, необходимо выполнить условия фокусировки. Приведем некоторые оценки. Отношение частоты продольных колебаний к кулоновской частоте кольца:

$$\frac{\omega_B^2}{\omega_k^2} = \frac{\pi k r E}{e N_e} \cdot \frac{a^2 \gamma_{\perp}^2}{\beta_{\phi}} \quad /10/$$

При  $E = 20$  кв/см,  $\lambda = 10$  см,  $\beta_{\phi} = 0,2$ ,  $a = 0,15$  см,  $r = 5$  см,  $N_e = 10^{13}$ ,  $\gamma_{\perp} = 30$  это отношение равно 12. Соответственно при

$$\lambda = 100 \text{ см} - \frac{\omega_B^2}{\omega_k^2} = 1,2.$$

Продольная скорость кольца при влете в волновод принята равной  $v_z = 0,2c$ .

Начальный разброс скоростей, который не превышает глубины потенциальной ямы, при  $\lambda = 10$  см составляет - 5%, при  $\lambda = 100$  см - 1,5%.

Фокусировка в  $r$ -направлении осуществляется, как обычно, постоянным магнитным полем, величина которого должна быть достаточной для компенсации как кулоновского расталкивания электронов в кольце, так и дефокусирующего действия радиальных сил в волноводе. При  $\gamma_{\perp} = 30$  и  $r = 5$  см, где  $r$  - большой радиус кольца, величина магнитного поля  $\bar{H}_z \geq 10660$  эрстед.

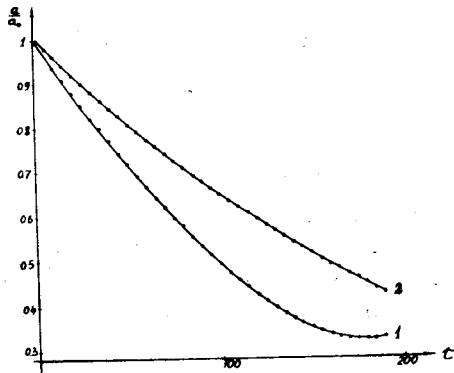


Рис. 1. Зависимость амплитуды колебаний от времени для случая параметрического резонанса /1 - для  $h_0 = 0,3$ ; 2 - для  $h_0 = 0,5$ /.

В связи с малой продольной скоростью кольца рассмотрим спираль в цилиндрическом волноводе, позволяющей обеспечить большое замедление электромагнитной волны.

Поля в спиральном волноводе известны /6/. В области  $r \leq b_1$ , где  $b_1$  - радиус спирали:

$$E_z = E_0 I_0(k_1 r) \quad H_z = -i \frac{k_1}{k} \operatorname{tg} \Psi \frac{I_0(k_1 b_1)}{I_1(k_1 b_1)} E_0 I_0(k_1 r)$$

$$E_r = i \frac{k_3}{k} E_0 I_1(k_1 r) \quad H_r = \frac{k}{k_3} \operatorname{tg} \Psi \frac{I_0(k_1 b_1)}{I_1(k_1 b_1)} \cdot E_0 I_1(k_1 r) \quad /11/$$

$$H_\phi = i \frac{k}{k_1} E_0 I_1(k_1 r) \quad E_\phi = -\operatorname{tg} \Psi \frac{I_0(k_1 b_1)}{I_1(k_1 b_1)} \cdot E_0 \cdot I_1(k_1 r)$$



В области  $b_1 < r < b_2$ , где  $b_1$  - радиус цилиндра:

$$E_z = \frac{I_0(k_1 b_1)}{F_0(k_1 b_1)} E_0 F_0(k_1 r), \quad H_z = i \frac{k_1}{k} \cdot \operatorname{tg} \Psi \cdot \frac{I_0(k_1 b_1)}{\bar{F}_1(k_1 b_1)} E_0 \cdot \bar{F}_0(k_1 r)$$

$$E_r = -i \frac{k_3}{k_1} \frac{I_0(k_1 b_1)}{F_0(k_1 b_1)} E_0 F_1(k_1 r), \quad H_r = \frac{k_3}{k} \operatorname{tg} \Psi \frac{I_0(k_1 b_1)}{\bar{F}_1(k_1 b_1)} E_0 \cdot \bar{F}_1(k_1 r)$$

$$H_\phi = -i \frac{k}{k_1} \frac{I_0(k_1 b_1)}{F_0(k_1 b_1)} E_0 \cdot F_1(k_1 r), \quad E_\phi = -\operatorname{tg} \Psi \frac{I_0(k_1 b_1)}{\bar{F}_1(k_1 b_1)} E_0 \cdot \bar{F}_1(k_1 r). \quad /12/$$

Здесь  $k = \frac{\tilde{\omega}}{c}$ ,  $k_3 = \frac{k}{\beta_\phi}$ ,  $k_1 = \sqrt{k_3^2 - k^2}$ ,  $\tilde{\omega}$  - частота волны.

$$\bar{F}_0(k_1 r) = \frac{I_0(k_1 b_2) K_0(k_1 r) - K_0(k_1 b_2) I_0(k_1 r)}{I_0(k_1 b_2)},$$

$$F_1(k_1 r) = \frac{I_0(k_1 b_2) K_1(k_1 r) + K_0(k_1 b_2) I_1(k_1 r)}{I_0(k_1 b_2)},$$

$$\bar{F}_1(k_1 r) = \frac{I_1(k_1 b_2) K_0(k_1 r) + K_1(k_1 b_2) I_0(k_1 r)}{I_1(k_1 b_2)},$$

$$\bar{F}_1(k_1 r) = \frac{I_1(k_1 b_2) K_1(k_1 r) - K_1(k_1 b_2) I_1(k_1 r)}{I_1(k_1 b_2)}.$$

В формулах /11/ и /12/ везде опущен множитель  $e^{i(\tilde{\omega} t - k_3 z)}$ . Размеры спирального волновода при заданной фазовой скорости волны находятся из известного дисперсионного соотношения:

$$\operatorname{ctg}^2 \Psi = \frac{k_1^2}{k^2} \frac{I_0(k_1 b_1) \cdot K_0(k_1 b_1)}{I_1(k_1 b_1) K_1(k_1 b_1)} \cdot \eta, \quad /13/$$

где

$$\eta = \frac{1 - \frac{I_0(k_1 b_1) K_0(k_1 b_2)}{I_0(k_1 b_2) K_0(k_1 b_1)}}{1 - \frac{I_1(k_1 b_1) K_1(k_1 b_2)}{I_1(k_1 b_2) K_1(k_1 b_1)}}$$

Поток мощности через сечение волновода с учетом /11/ и /12/ равен:

$$P = \frac{c}{8} \frac{k k_3}{k_1^2} E_0^2 \left\{ b_1^2 (I_1^2 - I_0 I_2) \left( 1 + \frac{K_1 I_0}{K_0 I_1 \eta} \right) \Big|_{r=b_1} + \right. \\ \left. + \frac{I_0^2}{F_0^2} \Big|_{r=b_1} \cdot [ b_2^2 (F_1^2 - F_0 F_2) \Big|_{r=b_2} - b_1^2 (F_1^2 - F_0 F_2) \Big|_{r=b_1} ] + /14/ \right. \\ \left. + \frac{I_0 I_1}{F_0 \bar{F}_1} \Big|_{r=b_1} \cdot [ b_2^2 (\bar{F}_1^2 - \bar{F}_0 \bar{F}_2) \Big|_{r=b_2} - b_1^2 (\bar{F}_1^2 - \bar{F}_0 \bar{F}_2) \Big|_{r=b_1} ] \right\}.$$

Здесь аргумент функций Бесселя равен  $k_1 b_1$  или  $k_1 b_2$ , соответственно указанию.

Потери мощности на единицу длины в спиральном волноводе вычисляются по формуле:

$$D = \frac{c^{3/2}}{8} \sqrt{\frac{l}{\lambda \sigma}} E_0^2 \left\{ b_2 [\beta_\phi^2 \gamma_\phi^2 \frac{I_0^2(k_1 b_1) F_1^2(k_1 b_2)}{F_0^2(k_1 b_1)} + \right. \\ \left. + \frac{I_1^2(k_1 b_1) \bar{F}_0^2(k_1 b_2)}{F_0(k_1 b_1)}] + b_1 [\beta_\phi^2 \gamma_\phi^2 \frac{(I_0 F_1 + I_1 F_0)^2}{F_0^2} \Big|_{r=b_1} + /15/ \right. \\ \left. + \frac{(I_0 \bar{F}_1 + I_1 \bar{F}_0)^2}{F_0^2} \Big|_{r=b_1} \right\},$$

где  $\sigma$  - удельная проводимость материала спирали и стенки волновода,  $\gamma^2 = (1 - \beta_\phi^2)^{-1/2}$ . При  $k_1 b_1 \gg 1$  выражения /14/ и /15/ значительно упрощаются:

$$P = \frac{c}{k} b_1 \beta_\phi^2 \gamma_\phi^3 E_1^2, \quad /16/$$

$$D = \frac{c}{8} \sqrt{\frac{c}{\sigma \lambda}} \gamma_\phi^2 (4b_1 + b_2) E_1^2. \quad /17/$$

Здесь  $E_1 = E_0 I_0(k_1 b_1)$ .

Оценим также длину затухания поля. Изменение потока мощности определяется потерями в спирали и стенке волновода:

$$\frac{\partial P}{\partial z} + D = 0. \quad /18/$$

Но, как следует из /14/ и /15/,

$$P = a_1 E_0^2, \quad D = a_2 E_0^2. \quad /19/$$

Подставляя /19/ в /18/, получим:

$$E_0 = E_{\text{он}} e^{-\frac{z}{\ell}},$$

где  $\ell = \frac{2a_1}{a_2}$ ,  $E_{\text{он}}$  - напряженность поля на оси при  $z = 0$ . При

$k_1 b_1 \gg 1$  для величины  $\ell$  имеем:

$$\ell = \frac{8}{\pi} \frac{\lambda b_1}{(4b_1 + b_2)} \beta_\phi^2 \gamma_\phi \sqrt{\frac{\sigma \lambda}{c}}. \quad /20/$$

Как следует из /20/, с уменьшением фазовой скорости волны длина затухания поля быстро падает. Так, например, при  $\lambda = 10$  см,  $\sigma = 6 \cdot 10^{17} \text{cgse}$ ,  $b_1 = 6$  см,  $b_2 = 7$  см,  $\beta_\phi = 0,05$  -  $\ell = 2$  м;

при  $\beta_{\phi} = 0,02$  -  $l = 30$  см. С ростом длины волны длина затухания поля увеличивается /7/.

Это обстоятельство необходимо принимать во внимание при выборе возможного диапазона изменения фазовой скорости волны при заданной  $\lambda$ .

Выбор же длины волны определяется условием продольной фокусировки /10/ при известной напряженности поля на радиусе кольца.

Рассмотрим движение электронного кольца в поле замедленной электромагнитной волны, созданной в спиральном волноводе, с учетом кулоновского расталкивания электронов в кольце.

Уравнения движения здесь следующие:

$$\frac{d(m_0 \dot{r}_{\gamma})}{dt} = \frac{m_0 v_{\phi}^2 \gamma}{r} + e [ E_r + \beta_{\phi} (\bar{H}_z + H_z) - \beta_z H_{\phi} ] + e E_r^{(k)},$$

$$\frac{d(m_0 r^2 \dot{\phi}_{\gamma})}{dt} = e r [ E_{\phi} + \beta_z H_r - \beta_r (\bar{H}_z + H_z) ], \quad /21/$$

$$\frac{d(m_0 \dot{z}_{\gamma})}{dt} = e [ E_z + \beta_r H_{\phi} - \beta_{\phi} H_r ] + e E_z^{(k)},$$

где  $\bar{H}_z$  - внешнее постоянное магнитное поле; компоненты поля волны  $E, H$  определяются /11/;  $E^{(k)}$  - кулоновское поле электронного кольца с учетом магнитного стягивания токов.

К уравнениям /21/ необходимо добавить уравнения для изменения фазы волны  $\psi = \tilde{\omega} t - k_z z$  и фазовой скорости:

$$\Psi = \tilde{\omega} \left( 1 - \frac{\beta_z}{\beta_{\phi}} \right), \quad /22/$$

$$\beta_{\phi} = f(t). \quad /23/$$

При заданной мощности генератора величина электрического поля на оси волновода  $E_0$  находилась с учетом /23/ из /16/.

Система уравнений /21/-/23/ при различных функциях  $f(t)$  решалась численно на ЭВМ. При этом была выбрана модель двух бесконечно тонких заряженных колец с числом электронов в каждом кольце  $Ne = 10^{13}$ . Начальные параметры колец следующие: расстояние между кольцами по оси  $z - a_0 = 0,1$  см,  $r_0 = 5$  см,  $\gamma_0 = 30$ ,  $\dot{r}_0 = 0$ ,  $\dot{z}_0 = 0,2c$ . Радиус спирали был выбран  $b_1 = 6$  см, радиус цилиндра -  $b_2 = 7$  см;  $\lambda = 10$  см,  $\beta_{\phi_0} = 0,2$ .

Как показали расчеты, эффективность компрессии существенно зависит от закона изменения фазовой скорости волны.

При монотонном уменьшении со временем фазовой скорости и, соответственно, увеличении частоты продольных колебаний амплитуда колебаний изменяется согласно инварианту /2/.

При выборе закона изменения фазовой скорости согласно условию /6/, когда частота колеблется в такт с колебаниями системы, амплитуда уменьшается в соответствии с /5/ быстрее, чем при условии /2/. Для иллюстрации на рис. 2 приведен график зави-

симости величины  $\frac{a}{a_0}$  в функции  $\eta = kz$  при  $\epsilon = 0,3$  и  $\frac{\beta_{\phi_0}}{\beta_{\phi}} = 4$ ,

где  $\beta_{\phi_0}$ ,  $\beta_{\phi}$  - значения фазовой скорости в начале и конце волновода. В этом случае амплитуда колебаний уменьшается  $\approx$  в 3 раза при увеличении частоты продольных колебаний  $\approx$  в 4 раза.

Приведем пример более резкого изменения амплитуды колебаний при том же перепаде фазовой скорости волны /рис. 3/. Закон изменения фазовой скорости со временем следующий:

$$\beta_{\phi} = \frac{\beta_{\phi_0}}{\phi(t) [1 + \epsilon_1 \sin d \cdot \phi(t)]} \cdot \sqrt{\frac{\cos \Psi}{\cos \Psi_0}}, \quad /25/$$

где  $\phi(t) = (1 + \epsilon_2 \omega_0 t)^2$ ,  $d = 2 \frac{\cos^{1/2} \Psi_0}{\beta_{\phi_0}}$ .

В данном случае  $\epsilon_1 = 0,05$ ,  $\epsilon_2 = 0,025$ ,  $\Psi_0 = -5^\circ$ ,  $\lambda = 10$  см. Как видно из хода кривой /1/, амплитуда уменьшается  $\approx$  в 6 раз

при  $\frac{\beta_{\phi_0}}{\beta_{\phi}} = 4$ . Кривая /2/ показывает затухание амплитуды коле-

баний при наличии начального разброса скоростей  $\frac{\Delta \dot{z}}{\dot{z}} \approx 4\%$ . Из-

менение шага спирали вдоль длины волновода для этого случая представлено на рис. 4 /пунктир/; сплошная линия относится к случаю  $\epsilon_1 = 0$ . Видно, что величина шага спирали, пропорционального

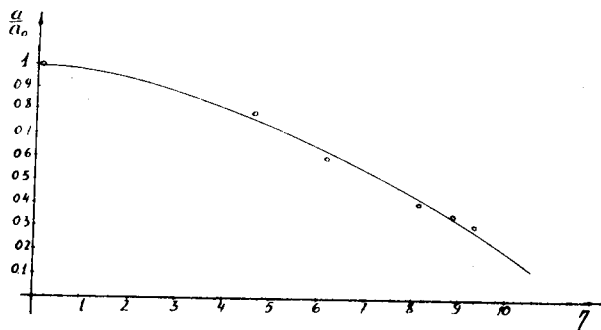


Рис. 2. Зависимость амплитуды колебаний от длины для  $\beta_\phi$ , определяемой из /6/.

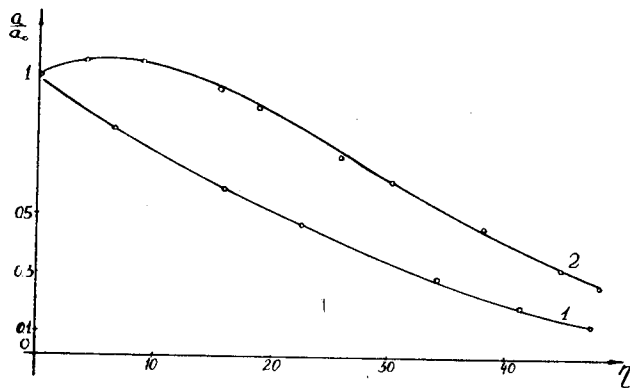


Рис. 3. Зависимость амплитуды колебаний от длины для  $\beta_\phi$ , определяемой уравнением /25/.

фазовой скорости волны, колеблется по длине волновода, причем параметры модуляции лежат в практически осуществимых пределах.

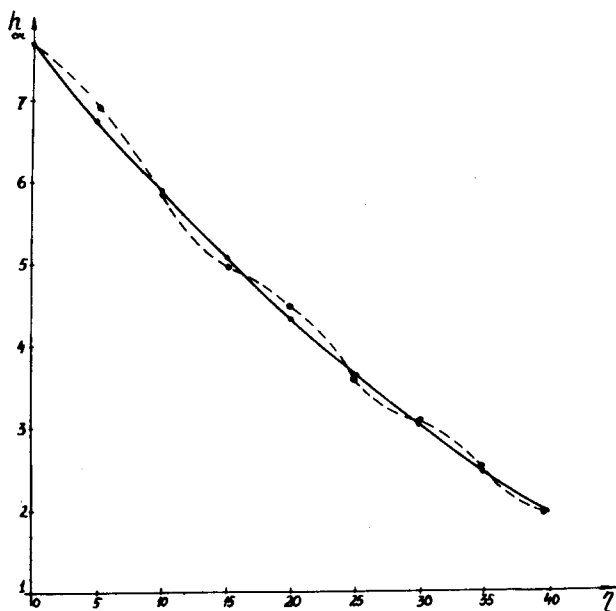


Рис. 4. Изменение шага спирали вдоль длины волновода.

Рассмотрен вариант зависимости частоты продольных колебаний от времени, близкий к условию параметрического резонанса. Фазовая скорость в этом случае определяется из соотношения:

$$\beta_{\phi} = \frac{\beta_s}{[1 - \epsilon_1 \sin(2 + \epsilon_2) \frac{\beta_{s0}}{\beta_s} \omega_0 t]} \sqrt{\frac{\cos \Psi}{\cos \Psi_0}}, \quad /26/$$

где  $\beta_s$  - скорость центральной частицы кольца. Ход амплитуды колебаний и фазовой скорости /монотонная часть/ показан на рис.5. В этом случае  $\epsilon_1 = 0,005$ ,  $\epsilon_2 = 0,003$ ,  $\Psi_0 = -5^\circ$ , при  $t=0$  на радиусе кольца  $E = 100$  кв/см,  $H_z = 12000$  эрстед. Как видно из

графика, амплитуда уменьшается  $\approx$  в 3 раза при  $\frac{\beta_{\phi 0}}{\beta_{\phi}} \approx 2$ . Что касается радиальных колебаний, то их амплитуда не превышает 0,1 см.

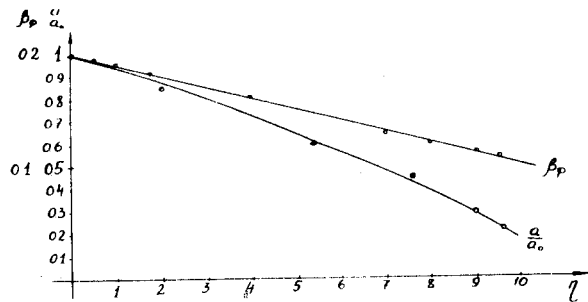


Рис. 5. Зависимость амплитуды колебаний от длины для закона изменения  $\beta_{\phi}$  из /26/.



Приведенные примеры показывают, что если эффект автофазировки в бегущей синхронно с кольцом электромагнитной волне усилить некоторыми резонансными явлениями типа параметрического резонанса, то можно осуществить довольно значительную компрессию кольца в продольном направлении.

В заключение авторы благодарят В.М.Волосова за интерес к работе и ценные указания.

### *Литература*

1. V.I.Veksler et al. Collective Linear Acceleration of Ions. Proc. of Sixth Intern. Conf. on High Energy Accelerators. Cambridge, p.289, 1967.
2. N.C.Christofilos. Static Compression of Relativistic Electron Rings. Phys.Rev.Lett., 22,16,83,1969.
3. Н.Н.Боголюбов, Ю.А.Митропольский. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. М., 1955.
4. В.М.Волосов. Уравнение колебаний с медленно изменяющимися параметрами. ДАН 121 №1, 1958 г., стр. 22-25.
5. В.М.Волосов, Б.И.Моргунов. Метод осреднения в теории нелинейных колебательных систем. Изд. МГУ 1971 г.
6. А.И.Ахиезер, Я.Б.Файнберг. Медленные электромагнитные волны. УФН, т. XLIV, в. 3, 1951 г., стр. 322-368.
7. W.Müller, J.Rembser. Überlegungen zum Bau eines Wendelinearbeschleunigers für Protonen. Nuclear Instruments and Methods. 4 (1959), No 4, p.202-218.

Рукопись поступила в издательский отдел  
21 августа 1972 года.