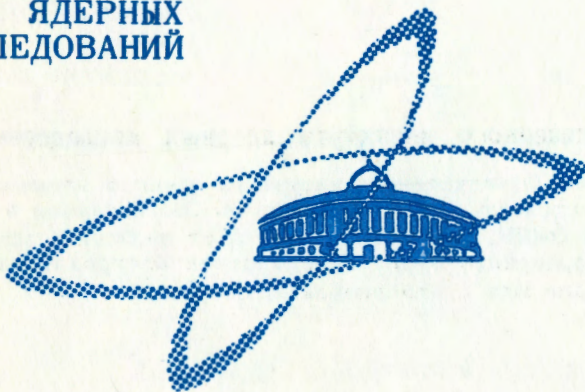


СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

P9 - 6214



А.А. Глазов, В.П. Джелепов, В.П. Дмитриевский,
Б.И. Замолодчиков, В.В. Кольга, Д.Л. Новиков,
Л.М. Онищенко

О СДВИГЕ
ЧАСТОТЫ ВЕРТИКАЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЙ
ПОД ДЕЙСТВИЕМ ПРОСТРАНСТВЕННОГО ЗАРЯДА
ПУЧКА

ЛАБОРАТОРИЯ ЯДЕРНЫХ ПРОБЛЕМ

1972

Р9 - 6214

А.А. Глазов, В.П. Джелепов, В.П. Дмитриевский,
Б.И. Замолодчиков, В.В. Кольга, Д.Л. Новиков,
Л.М. Онищенко

О СДВИГЕ
ЧАСТОТЫ ВЕРТИКАЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЙ
ПОД ДЕЙСТВИЕМ ПРОСТРАНСТВЕННОГО ЗАРЯДА
ПУЧКА

**Научно-техническая
библиотека
ОИЯИ**

Совокупность ускоряемых в изохронном циклотроне частиц можно представить в виде сгустка, имеющего конечную протяженность по азимуту с непрерывным распределением плотности зарядов в окрестности медианной плоскости от начального до конечного радиусов. Так как радиальный Δr и азимутальный $\Delta \phi$ размеры такого сгустка обычно много больше вертикального размера Δz , его можно аппроксимировать достаточно тонким заряженным слоем. В предположении равномерного распределения плотности заряда создаваемое им электрическое поле внутри этого слоя будет направлено вдоль вертикальной оси z и равно

$$\epsilon'_z = \frac{e \kappa'}{\epsilon_0} z, \quad (1)$$

где e - заряд электрона, ϵ_0 - диэлектрическая постоянная, κ' - плотность частиц в движущейся системе координат. В лабораторной системе поле, определяемое (1), действует на отдельную частицу с силой

$$F_z = \frac{e^2 \kappa'}{\epsilon_0 \gamma^2} z, \quad (2)$$

где $\gamma = \frac{E}{E_0}$ - релятивистский фактор. Учет собственного поля пучка приводит к появлению в уравнении вертикальных колебаний дополнительной силы (2).

При этом уравнение приобретает вид

$$m_0 \gamma \frac{d^2 z}{dt^2} + m_0 \gamma \omega_z^2 z = \frac{e^2 \kappa}{\epsilon_0 \gamma^2} z, \quad (3)$$

или

$$\frac{d^2 z}{d\phi^2} + \left(Q_{z0}^2 - \frac{4 \pi \kappa r_\infty^2 r_e}{\gamma^3} \right) z = 0, \quad (4)$$

где Q_{z0} — частота вертикальных колебаний, определяемая параметрами магнитной системы, $r_\infty = \frac{c}{\omega_0}$, $\omega_0 = 2 \pi f_0$ — частота обращения частиц

в изохронном магнитном поле, $r_e = \frac{e^2}{4 \pi \epsilon_0 m_0 c^2}$ — классический радиус электрона. Из уравнения (4) следует, что собственное поле пучка уменьшает фокусирующую силу, действующую на отдельную частицу, что приводит к уменьшению частоты вертикальных колебаний. Уменьшение частоты Q_z до ближайшего параметрического резонанса может привести к потере интенсивности пучка.

Ток ускоренных в циклотроне частиц i связан с величиной их плотности соотношением /2/

$$i = e \kappa r \Delta \phi \Delta z \frac{dr}{dt}, \quad (5)$$

которое можно преобразовать к виду

$$i = \frac{4 \pi r_\infty^2 r_e \kappa}{\gamma^3} \epsilon_0 f_0 V \Delta \phi \Delta z, \quad (6)$$

где eV — набор энергии частицей за один оборот. С учетом (6) определим сдвиг частоты вертикальных колебаний при известной величине тока i :

$$\Delta Q_z = \frac{i}{2 Q_{z0} \epsilon_0 f_0 V \Delta \phi \Delta z} \quad (7)$$

Допустимый сдвиг частоты вертикальных колебаний определяется условием непопадания в полосу параметрического резонанса. Из выражения (7) при подстановке известных величин Q_{z0} , f_0 , V , $\Delta \phi$ и Δz определен предельный ток электронной модели, который оказался равным ~ 1 ма. Эта величина предельного тока получена экспериментально на действующей модели /3/.

Необходимо подчеркнуть, что сила пространственного заряда оказывает влияние на движение отдельной частицы, но не на движение ускоряемого сгустка как целого, поэтому частота вертикальных колебаний центра тяжести сгустка (когерентная частота колебаний) остается неизменной, в то время как частота колебаний отдельных частиц (некогерентная частота) под воздействием пространственного заряда уменьшается. По мере того, как частота колебаний отдельных частиц достигает резонансного значения, амплитуда их колебаний нарастает, вследствие чего происходит их потеря при устойчивости оставшейся части пучка. Отсюда следует, что для обнаружения сдвига частоты вертикальных колебаний под воздействием пространственного заряда необходимо возбуждать параметрический резонанс. Действительно, измерения частоты когерентных вертикальных колебаний путем возбуждения внешнего резонанса /4/ показали, что она не зависит от величины пространственного заряда при изменении тока ускоренного пучка от 10 до 600 мка.

Возбуждение параметрического резонанса

Один из возможных способов возбуждения параметрического резонанса состоит в использовании для этой цели электрической квадрупольной линзы /5/, поле которой линейно зависит от координат. При этом уравнение вертикальных колебаний принимает вид

$$\frac{d^2 z}{dt^2} + \omega_z^2 z = \frac{e}{m_0 \gamma} F(x) z \cos \omega t. \quad (8)$$

Здесь $F(x)$ — функция градиента поля, равная F на длине линзы ℓ и нулю на остальной части орбиты $L - \ell$, ω — частота напряжения, подводимого к квадруполью. Разлагая $F(x)$ в ряд Фурье вдоль орбиты и учитывая связь между продольной координатой x и временем, получим:

$$\frac{d^2 z}{dt^2} + \omega_z^2 z = z \frac{e}{m_0 \gamma} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{a_n}{2} \cos(\omega + n\omega_0) t, \quad (9)$$

где $a_n = 2\ell/L F$.

Если частота ω попадает в полосу частот, определенную условием

$$2\omega_z - \frac{h\omega_z}{2} \leq \omega \pm n\omega_0 \leq 2\omega_z + \frac{h\omega_z}{2}, \quad (10)$$

где полуширина резонансной полосы

$$\frac{h\omega_z}{2} = \frac{e}{m_0\gamma} F \frac{\ell}{2L} \frac{1}{\omega_z}, \quad (11)$$

то решение уравнения (9) имеет вид колебаний, амплитуда которых увеличивается по экспоненциальному закону $a = a_0 e^{st}$:

$$s = \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{h\omega_z}{2}\right)^2 - \epsilon^2}, \quad \epsilon = /(\omega \pm n\omega_0) / - 2\omega_z. \quad (12)$$

Показатель роста амплитуды s имеет максимальную величину при $\epsilon = 0$, в этом случае

$$a = a_0 e^{\pi/2 Q_z h k t}, \quad (13)$$

где k — число оборотов. Величина h , которая может быть получена для идеального квадрупольного элемента при оптимальном выборе параметров возбуждающего элемента в электронной модели, не превосходит 10^{-2} , поэтому для увеличения первоначальной амплитуды в e раз, что желательно для надежной регистрации резонанса, необходимо большое ($k = 50 + 100$) число оборотов. Выполнить это требование в циклотроне без применения специальных методов практически невозможно.

Другой метод возбуждения параметрического резонанса, примененный в настоящей работе впервые, состоит в модуляции продольного импульса ускоряемых частиц с частотой, равной удвоенной частоте вертикальных колебаний. Подобный метод был использован ранее для возбуждения внешнего резонанса радиальных колебаний в синхрофазотроне /6/. При этом уравнение вертикальных колебаний принимает следующий вид:

$$\frac{d^2z}{dt^2} + \omega_z^2 \left(1 - \frac{\Delta\bar{p}}{P_0} \cos \omega t\right) z = 0, \quad (15)$$

где $\Delta\bar{p}$ — амплитуда осциллирующей с частотой ω части импульса.

Для модуляции импульса можно использовать специальный "модулирующий" электрод, имеющий небольшую протяженность по азимуту и по радиусу. Если амплитуда приложенного к электроду напряжения равна u и мало меняется за время $\frac{\ell}{L} T$, где ℓ — длина электрода, L — длина орбиты, а T — период обращения частицы в магнитном поле ускорителя,

то при этом модуляция энергии требуемой резонансной гармоники оказывается равной $\bar{E} \sim u\ell/L$, а сила резонанса h

$$h = \frac{\Delta\bar{p}}{P_0} = \frac{u}{\gamma^2 - 1} \frac{u}{E_0} \frac{\ell}{L}, \quad (16)$$

где E_0 — энергия покоя электрона. Проведенные оценки показывают, что практически достижимая сила h в этом методе возбуждения примерно на два порядка меньше по сравнению с возбуждением резонанса квадруполем. Преимущество метода модуляции импульса заключается в том, что здесь не требуется выполнения особых требований, предъявляемых к зависимости возмущающего поля от поперечной координаты. Очевидно, что это преимущество для циклотрона является существенным, так как в отличие от ускорителей с фиксированной в пространстве орбитой (синхротроны) в циклотроне нельзя использовать квадруполь в "чистом" виде. Действительно, для того, чтобы довести пучок до оси квадрупольного элемента, здесь в одной из его стенок (электродов) необходимо оставлять щель для входа пучка, которая значительно искажает идеальное поле. Расчет поля методом прямоугольной сетки для нескольких практически осуществимых конфигураций электродов показал, что линейная часть поля на оси возбуждающей системы ослабляется по сравнению с идеальным квадруполем по крайней мере на порядок. Кроме того, в области щели для входа пучка появляется рассеянное поле обратного знака, действие которого на частицы трудно учесть расчетным путем.

Для возбуждения параметрического резонанса как первым методом, так и вторым требуется достаточно большое число оборотов частиц в зоне действия возбуждающего поля. В режиме ускорения частиц в циклотроне это условие практически невыполнимо.

Если, однако, прекратить ускорение пучка, доведя его до радиуса расположения возбуждающих электродов, и заставить его циркулировать на этом радиусе /7/, можно получить такое число оборотов, которое будет ограничено только временем жизни циркулирующего пучка. Оценки, проведенные для электронной модели, показывают, что потери частиц в циркулирующем пучке, обусловленные рассеянием на газе, ограничивают время жизни пучка величиной в несколько сотен мксек. Так как

период обращения частиц в электронной модели составляет ~25 нсек, частицы в режиме циркуляции совершают $(10 \pm 20) \cdot 10^3$ оборотов.

Практически циркулирующий пучок можно получить, модулируя ускоряющее напряжение /8/. О величине тока циркулирующего пучка можно получить информацию, наблюдая на экране осциллографа сигнал, который снимается с индукционного датчика пучка. Следует отметить, что наведенный на индукционный датчик сигнал пропорционален переменной компоненте амплитудного значения тока циркулирующего пучка и поэтому зависит не только от числа частиц в сгустке, но и от его азимутальной протяженности. Поэтому уменьшение наводимого сигнала может быть обусловлено не только потерей частиц при рассеянии на остаточном газе, но и увеличением азимутальной протяженности сгустка. Так как, однако, оба эти эффекта одинаковым образом воздействуют на величину плотности частиц, осциллограмма может использоваться для определения плотности частиц в циркулирующем пучке, если известна плотность частиц ускоренного пучка.

Эксперименты по возбуждению параметрического резонанса показали, что минимальное время действия возбуждающего параметрический резонанс поля, необходимое для заметного уменьшения циркулирующего пучка, составляло ~10 мксек, что соответствует 400 оборотам частиц в области поля. За это время сигнал с индукционных электродов в среднем уменьшается до 0,8 по сравнению с сигналом от ускоренного пучка.

Для возбуждения возмущающего поля использовался импульсный высокочастотный генератор, описанный в /4/. Максимальное напряжение, развиваемое им на согласованной нагрузке, достигает 150в.

Эксперимент

Зона радиусов, которая выбирается для размещения возбуждающих электродов и индукционных датчиков пучка, должна удовлетворять трем требованиям. Во-первых, рабочая точка на диаграмме резонансов, соответствующая частоте вертикальных колебаний, при своем движении не

должна пересекать линий побочных резонансов. Во-вторых, частота вертикальных колебаний Q_z , наблюдаемая на кратных частотах $Q_z = \frac{1}{2} \left| \frac{f}{f_0} + K \right|$, где K - номер кратности возбуждающей частоты генератора, при смещении не должна находиться в зоне пересечения частот с различной кратностью. В нашем случае это накладывало ограничение на выбор зоны радиусов по отношению к парным частотам с номерами кратности $K = 1 + -4$ и $K = 0 + -5$. В-третьих, сигнал циркулирующего пучка с индукционных датчиков в выбранной зоне радиусов должен быть устойчивым без признаков пульсаций, в противном случае фиксация параметрического резонанса затруднительна. Всем трем требованиям в значительной мере удовлетворяет зона радиусов $r = 75 \pm 80$ см, в этой зоне были проведены все эксперименты.

Измерения частоты некогерентных вертикальных колебаний в зависимости от тока ускоренного пучка проводились для трех режимов настройки магнитного поля ускорителя. В первом режиме внешняя частота вертикальных колебаний в зоне размещения возбуждающего электрода равна: $Q'_{z0} = 1,290 \pm 0,002$, во втором $Q''_{z0} = 1,460 \pm 0,002$ и в третьем $Q'''_{z0} = 1,244 \pm 0,002$. Выбор таких значений Q_{z0} позволял следить за смещением рабочей точки на диаграмме резонансов до пересечения с ближайшим резонансом в среднем на величину $\Delta Q_z = 0,04$, т.е. ожидаемое смещение примерно в 20 раз превосходит ту точность, с которой определяется Q_{z0} . С целью большей достоверности полученного результата сдвиг частоты от величины тока пучка наблюдался по кратным частотам с номерами $K = 0 + -5, 1 + -4$, которые возбуждались от одного генератора, перестраиваемого в диапазоне 45 ± 105 МГц.

На рис. 1 приведены для примера зависимости возбуждающих частот с кратностью $K = 0; 1$ и 5 от тока циркулирующего пучка, снятые при возбуждении параметрического резонанса модулирующим электродом. По ординате отложены также "полосы" частот, в зоне которых проявляется параметрический резонанс. Максимальный сдвиг частоты с учетом расширения полосы резонанса при увеличении тока пучка от 60 до 400 мка составляет 3 МГц, что соответствует одвигу частоты вертикальных колебаний $\Delta Q - 0,03$.

На рис. 2 показаны зависимости сдвига частот вертикальных колебаний ΔQ_z от тока циркулирующего пучка для двух режимов настройки поля. Ускоряющее напряжение на дуанте при этом не изменялось и было выбрано равным $V_d = 1,3$ кв. На рис. 2а сравниваются результаты, полученные при использовании различных методов возбуждения параметрического резонанса, кружками нанесены сдвиги частот, измеренные возбуждением резонанса модулирующим электродом, и крестиками — сдвиги частот, измеренные возбуждением резонанса квадрупольным элементом. Из графика рис. 2 следует, что величина смещения частоты в пределах указанной точности не зависит от метода возбуждения параметрического резонанса.

Для сравнения полученных результатов с предсказанием теории необходимо было уточнить некоторые параметры ускоренного пучка и исследовать их поведение при изменении тока. В зоне размещения возбуждающего электрода и индукционного датчика, имеющих меньшую эффективную апертуру по сравнению с апертурой дуанта, определялась пропускная способность в зависимости от величины тока в пучке. Одна из таких зависимостей по радиусу показана на рис. 3а. Для всех кривых $i = f(r)$ с токами до 340–400 мка пропускная способность через зону возбуждения резонанса была близка к 80%. На рис. 3б приведены зависимости высоты пучка Δz от радиуса для трех значений тока в пучке: $i = 40, 180$ и 340 мка. Как видно из приведенных графиков, высота пучка не зависит от величины тока в пределах точности $\pm 10\%$. Из осциллографических измерений импульса тока ^{/8/} известно, что полная длительность ускоренного импульса близка к 3 нсек, что соответствует протяженности сгустка $\Delta \phi = 0,75$ рад, причем с изменением тока в широких пределах протяженность сгустка остается неизменной с точностью 10–15%. Кроме того, входящие в формулу (7) величины Q_{z0} , f_0 и v известны с точностью $2 \cdot 10^{-3}$; $2,5 \cdot 10^{-5}$ и 5% соответственно. Перечисленные параметры, измеренные экспериментально с указанной точностью, позволяют определить теоретический сдвиг частоты некогерентных вертикальных колебаний под воздействием собственного заряда пучка. С учетом ошибок параметров пучка

получим полосу возможных смещений частоты колебаний в зависимости от тока пучка. Такие полосы нанесены на рис. 1, 2 и 4.

Из (7) следует, что наблюдаемый сдвиг частоты при фиксированном токе должен быть обратно пропорционален набору энергии eV , частоте когерентных колебаний Q_{z0} , азимутальной протяженности сгустка $\Delta \phi$ и его высоте Δz . Представляло несомненный интерес проверить экспериментально эти зависимости. Как уже отмечалось выше, кулоновский сдвиг частоты определялся при трех режимах магнитного поля, соответствующих различным величинам Q_{z0} . Анализ показывает, что полученные результаты при перестройке Q_{z0} находятся в хорошем соответствии с теоретическими оценками по формуле (7).

На рис. 4 показаны графики, полученные при различных значениях ускоряющего напряжения. Из приведенного рисунка отчетливо видно, что при уменьшении ускоряющего напряжения смещение частоты заметно увеличивается. Нелинейность зависимости ΔQ_z от eV наблюдается потому, что при перестройке eV одновременно изменяется $\Delta \phi$. График зависимости $\Delta \phi$ от напряжения на дуанте показан на рис. 5. Если учитывать изменение $\Delta \phi$ и eV , входящих в (7), то согласие проведенного эксперимента с развитой к настоящему времени теорией о механизме кулоновского сдвига получается вполне удовлетворительным.

Литература

1. L.J. Laslett. Proc. 1963 Summer Study on Storage Rings Accel. and Experim. at Super-high Energies, BNL-7534, 324-64.
2. В.П. Дмитриевский, Б.И. Замолотчиков, В.В. Кольга. Материалы рабочего совещания по обмену опытом и по научным исследованиям на циклотронах, Краков, 1961, ИЯФ, Краков, 1961.
3. А.А. Глазов, В.В. Кольга, Д.Л. Новиков, Л.М. Онищенко. ОИЯИ Р9-5453, Дубна, 1970.
4. В.А. Кочкин, Д.Л. Новиков, Л.М. Онищенко. ОИЯИ, Р9-5677, Дубна, 1971.
5. Д.Г. Кошкарев, В.И. Николаев. ПТЭ, 2, 23 (1970).

6. Ю.С. Иванов, А.А. Кузьмин, Г.Ф. Сенаторов. АЭ, 29, 6, 467 (1970).
 7. Д.Л. Новиков, Л.М. Онищенко, П.Т. Шишляников. ОИЯИ, Р9-6048, Дубна, 1971.
 8. А.А. Глазов, В.П. Желепов, В.П. Дмитриевский, Б.И. Замолдчиков, В.В. Кольга, Д.Л. Новиков, Л.М. Онищенко. ОИЯИ, 9-5206, Дубна, 1970.

Рукопись поступила в издательский отдел
 4 января 1972 года.

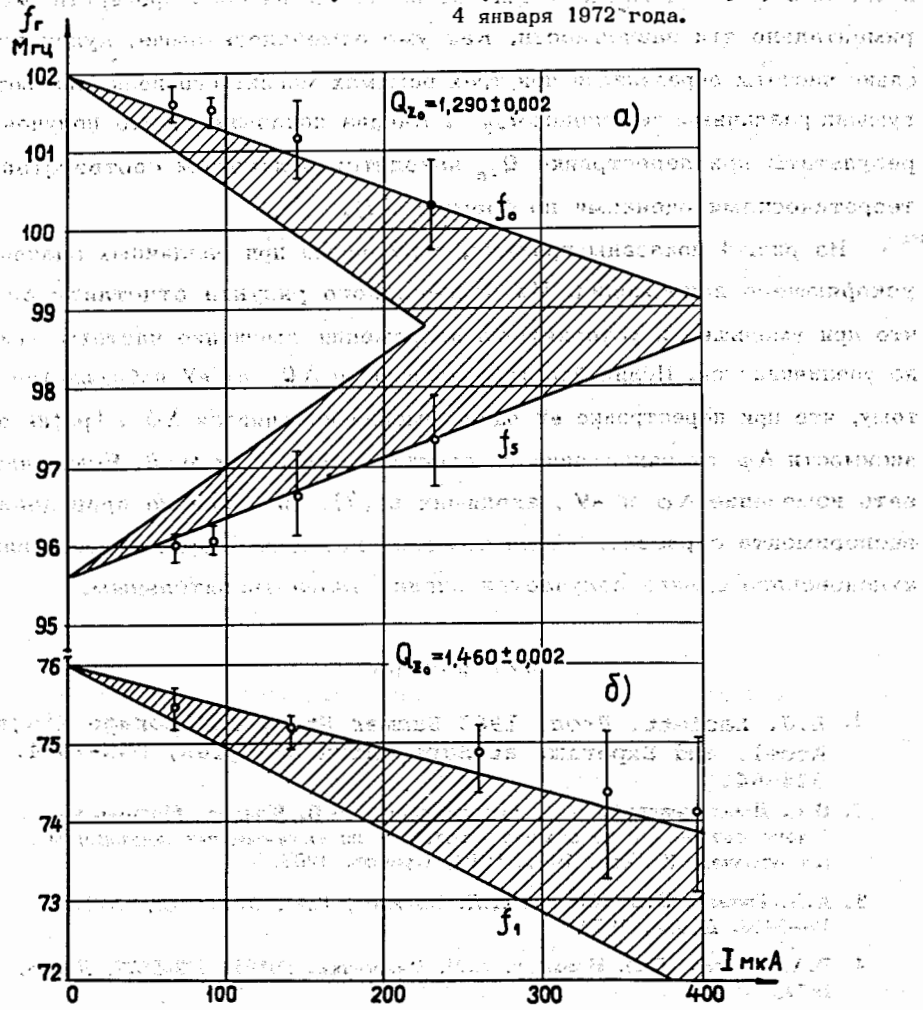


Рис. 1. Зависимость резонансной возбуждающей частоты от тока пучка.

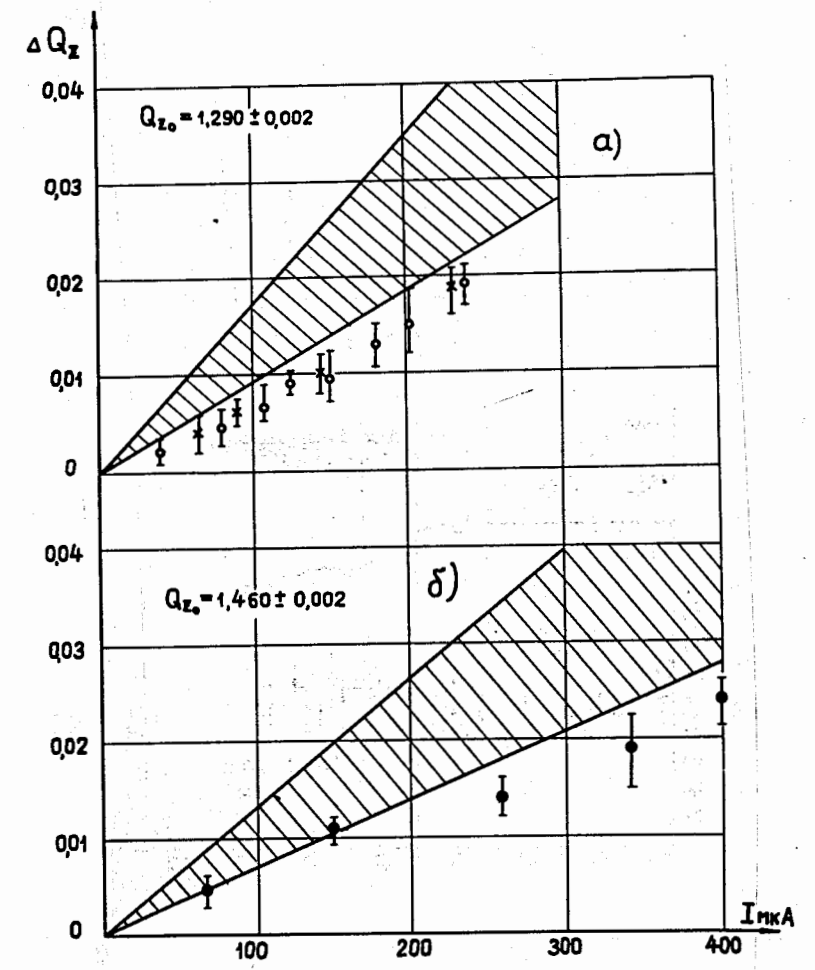


Рис. 2. Зависимость сдвига частоты ΔQ_z для двух режимов магнитного поля от тока пучка.

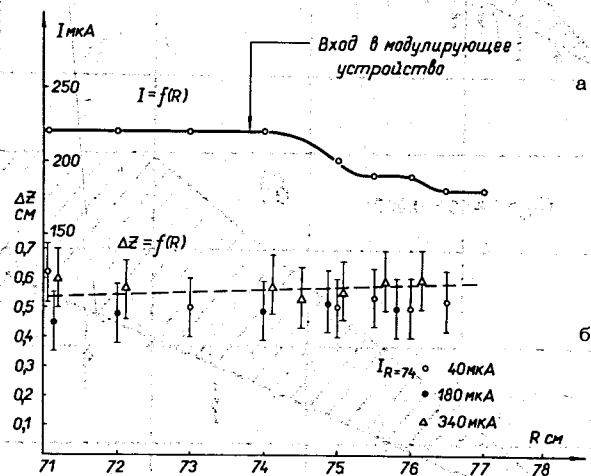


Рис. 3 а - зависимость тока пучка от радиуса,
 б - высота пучка по радиусу для трех значений тока пучка.

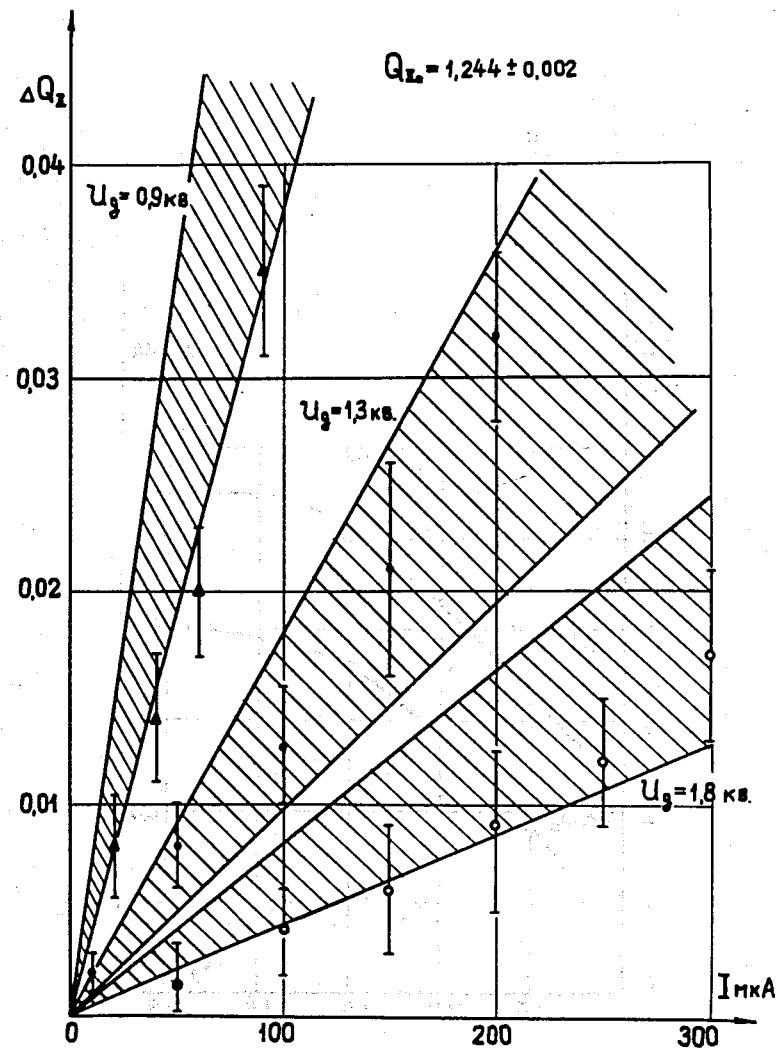


Рис. 4. Зависимость сдвига частоты ΔQ_z (при трех значениях ускоряющего напряжения на дуанте) от тока пучка.

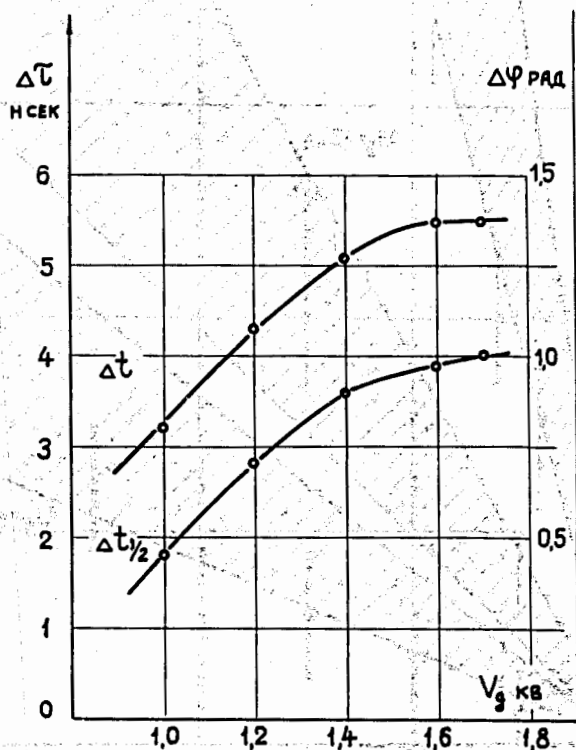


Рис. 5. Зависимость азимутальной протяженности пучка $\Delta\phi$ от ускоряющего напряжения на дуанте.