

С 3458 У

А-484

СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

P9 - 5246



Ю.Г. Аленицкий, С.В. Ворожцов, Н.Л. Заплатин,
Л.К. Лыткин

ЛАБОРАТОРИЯ ЯДЕРНЫХ ПРОЦЕССОВ

МОДЕЛИРОВАНИЕ МАГНИТНОЙ СИСТЕМЫ
ФАЗОТРОНА С ПРОСТРАНСТВЕННОЙ
ВАРИАЦИЕЙ ПОЛЯ ОИЯИ

1970

P9 - 5246

Ю.Г. Аленицкий, С.Б. Ворожцов, Н.Л. Заплатин,
Л.К. Лыткин

**МОДЕЛИРОВАНИЕ МАГНИТНОЙ СИСТЕМЫ
ФАЗОТРОНА С ПРОСТРАНСТВЕННОЙ
ВАРИАЦИЕЙ ПОЛЯ ОИЯИ**

8531/2 48

СОЮЗСКИЙ ИНСТИТУТ
ПРОБЛЕМ ИССЛЕДОВАНИЙ
ПРОСТРАНСТВА

Для повышения интенсивности пучков частиц, получаемых на действующих синхроциклотронах, в ряде ускорительных лабораторий разрабатываются или уже осуществляются проекты реконструкции действующих машин/1/.

Увеличение тока внутреннего пучка при улучшении его качества и моноэнергетичности позволили повысить интенсивность выведенных частиц на два порядка.

В настоящее время существуют три направления реконструкции синхроциклотронов:

1. Изменение высокочастотной системы и источника заряженных частиц при сохранении структуры магнитного поля.

2. Введение пространственной вариации и растущего среднего магнитного поля, не достигающего, однако, изохронной зависимости.

3. Реконструкция синхроциклотрона в изохронный циклотрон.

В ОИЯИ (Дубна)^{1/2/}, Колумбийском университете (США) и SREL - Вирджиния (США)/3-5/ рассматривается второе направление реконструкции. В таблице 1 приведены предполагаемые параметры этих ускорителей.

В данной работе приведены результаты формирования магнитного поля модели магнитной системы фазотрона с пространственной вариацией поля ОИЯИ (Установка "Ф") с коэффициентом подобия 5,22.

Таблица 1

Параметры ускорителя	ОИЯИ	Columbia	SREL
Энергия протонов (Мэв)	680	550+600	600
Интенсивн. пучка (мкА)	25+50	5+40	20+50
Напряжение на дуантах (кв.)	50	50	-
Диапазон частот (мгц)	18,2+14,4	26,5+18,5	-
Частота повторения циклов (гц)	700	300	-
Магнитное поле (кгс)	12+16	17+20	-
Максимальный радиус орбиты (см)	270	203	-
Зазор между полюсными наконечниками (см)	145+48	113+40,6	-
Зазор между спиральями (см)	12+30	2,54+10,1	-
Частоты свободных колебаний	$\left. \begin{array}{l} Q_r \\ Q_z \end{array} \right\} \begin{array}{l} 1+1,2 \\ 0+0,3 \end{array}$	$\left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} \\ 0,2+0,3 \end{array}$	$\left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} - \\ - \\ - \end{array}$
Число спиралей	4	3	-
Радиус начала флаттерной фокусировки (см)	8,3	5	-

Моделирование поля магнитной системы, параметры которой обсуждались в работе/6/, производилось с целью: 1) подтверждения выбранных основных параметров; 2) уточнения конфигурации спиральных и кольцевых шимм, обеспечивающей требуемые характеристики поля; 3) определения топографии магнитного поля за предельным радиусом для решения вопросов, связанных с выводом пучка из камеры ускорителя.

Требования к магнитному полю

Трудности формирования поля на конечных радиусах модели вызвали необходимость изменения требуемых зависимостей среднего поля $\bar{H}(r)$ и вариации $H_z(r)$, приводимых в работе/6/.

Новый закон изменения среднего поля по радиусу имеет вид:

$$\bar{H}(\xi) = H_0 \exp(0,359 \xi^2 + 0,83 \xi^6 - 2,351 \xi^8 + 1,5 \xi^9 - 0,025 \xi^{10}), \quad (1)$$

где $H_0 = 11902$ э, $\xi = \frac{r}{r_k}$, $r_k = 51,724$ см.

Здесь и в дальнейшем, если это не оговорено, все геометрические размеры отнесены к модели системы.

На рис. 1 и 2 приведены требуемые зависимости

$$\bar{H}(r), \quad n = \frac{r}{H} \frac{d\bar{H}}{dr}, \quad H_4(r).$$

Амплитуда основной гармоники $H_4(r)$ для выбранного среднего поля определялась при постоянном значении параметра спиральности поля $N\lambda = 11,492$ см и для заданной зависимости частоты свободных вертикальных колебаний/2/ (таблица 2).

Требования к точности формирования заданного поля, обоснованные в работах/2/ и /7/, заключаются в следующем:

1. Уменьшение перепада среднего поля, вызывающее расширение требуемого диапазона частот ускоряющего напряжения, не должно достигать 200 э.

2. В диапазоне радиусов $r = 0+12$ см отклонение среднего поля от требуемого должно быть в пределах $0 < \Delta H < 8$ э, что связано с фазовой устойчивостью частиц/7/, однако этот допуск получен для частного случая возмущения $\Delta H(r)$, и необходимо оценивать конкретный вид созданного экспериментального поля путем расчёта на ЭВМ движения частиц в этом поле.

3. Для фазовой устойчивости частиц в области радиусов $r = 12+50$ см необходимо, чтобы показатель роста поля вдоль радиуса удовлетворял условию $|\frac{\Delta n}{n}| \approx (0,06+0,11)$. Это эквивалентно допуску на градиент среднего магнитного поля $|\Delta \frac{dH}{dr}| \approx (2,3+11)$ э/см.

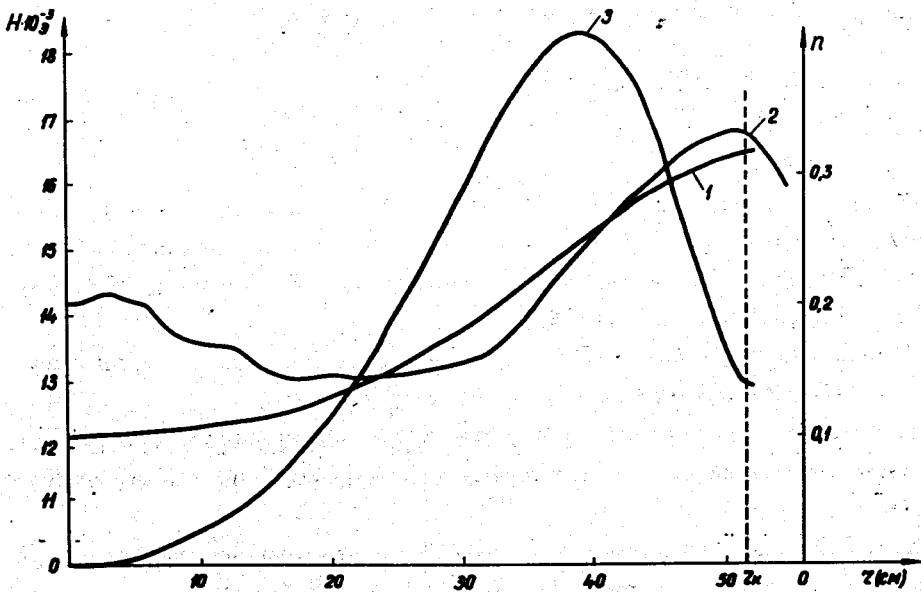


Рис. 1. Первое измерение среднего поля. 1 - $\bar{H}(r)$ - требуемое; 2 - $\bar{H}(r)$ - экспериментальное; 3 - $n(r)$ - требуемое.

Таблица 2

r (см)	1,034	2,068	3,103	4,138	5,172	6,207	7,241	8,310	11,378	13,448	15,517	18,621	21,724	25,862	30,00	51,7
Q_z	0,023	0,048	0,07	0,088	0,1	0,11	0,119	0,134	0,146	0,155	0,163	0,174	0,184	0,193	0,1985	0,2

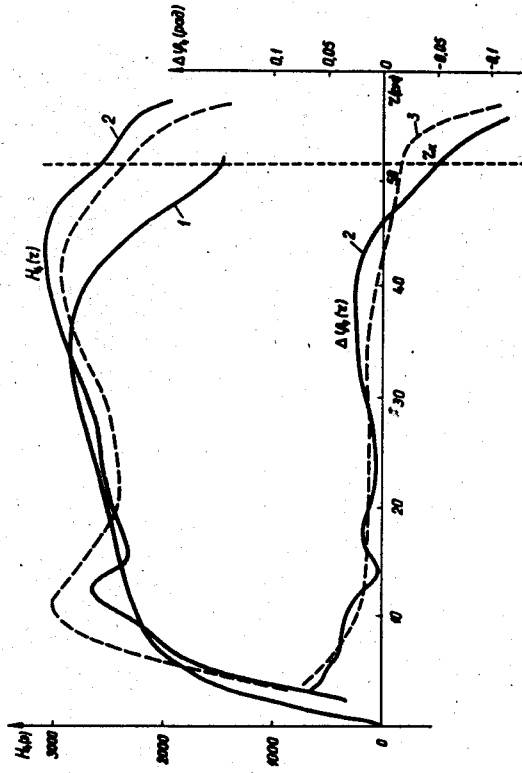


Рис. 2. Первое измерение основной гармоники поля. 1 - $N_1(r)$ требуемая; 2 - экспериментальные величины; 3 - расчётные значения.

4. На конечных радиусах $r = 50 + 51,7$ см требуется выполнение условия $1,05 \leq Q_r \leq 1,10$, определяемого системой вывода пучка из ускорителя. Это условие, с учётом характера требуемой зависимости $H(r)$, приводит к допуску на среднее поле $|\frac{\Delta n}{n}| \leq 0,14$.

5. Требуемая флаттерная фокусировка должна быть обеспечена, начиная с $r \geq 3$ см, при выполнении допуска по пункту (2).

6. В зоне радиусов $r = 3 + 50$ см отклонение вариации от требуемой величины определяется допуском на частоту свободных вертикальных колебаний частиц $-0,05 \leq \Delta Q_z \leq 0,15$.

7. В области вывода ($r = 50 + 51,7$ см) частота Q_z должна удовлетворять условию $0,15 \leq Q_z \leq 0,25$, что соответствует $|\frac{\Delta H_4}{H_4}| \approx 6\%$, либо $|\Delta(\frac{d\phi_4}{dr})| \approx 5 \cdot 10^{-3} \frac{\text{рад}}{\text{см}}$. Здесь $\phi_4(r)$ — азимут расположения максимума 4 гармоники поля.

8. Ограничения на низшие гармоники ($\frac{H_s}{H}$) структуры поля в центральной области следующие: $s = 1$ гармоника $\approx 10^{-3}$, $s = 2$ гармоника $\approx 5 \cdot 10^{-3}$.

Эксперименты на модели магнитной системы

Внешний вид полюсного наконечника модели изображен на рис. 3. В зазоре электромагнита ($2h_M = 21,6$ см) устанавливается камера, крышками которой служат диски из нержавеющей стали, сочлененные на конечных радиусах с профилированной кольцевой шиммой. Четыре пары криволинейных шимм радиальной протяженностью ($1,0+57,5$) см, сдвинутые друг относительно друга на угол 90° , крепятся к крышкам камеры симметрично относительно средней плоскости магнита. Их осевые линии описываются уравнением спирали Архимеда $r = N\lambda\phi$ ($N\lambda = 11,492$ см), а боковые поверхности определяются азимутальной протяженностью шимм $\alpha(r)$.

Центральная часть спиральных шимм является съёмной, что расширяет возможности при формировании поля в этой области.

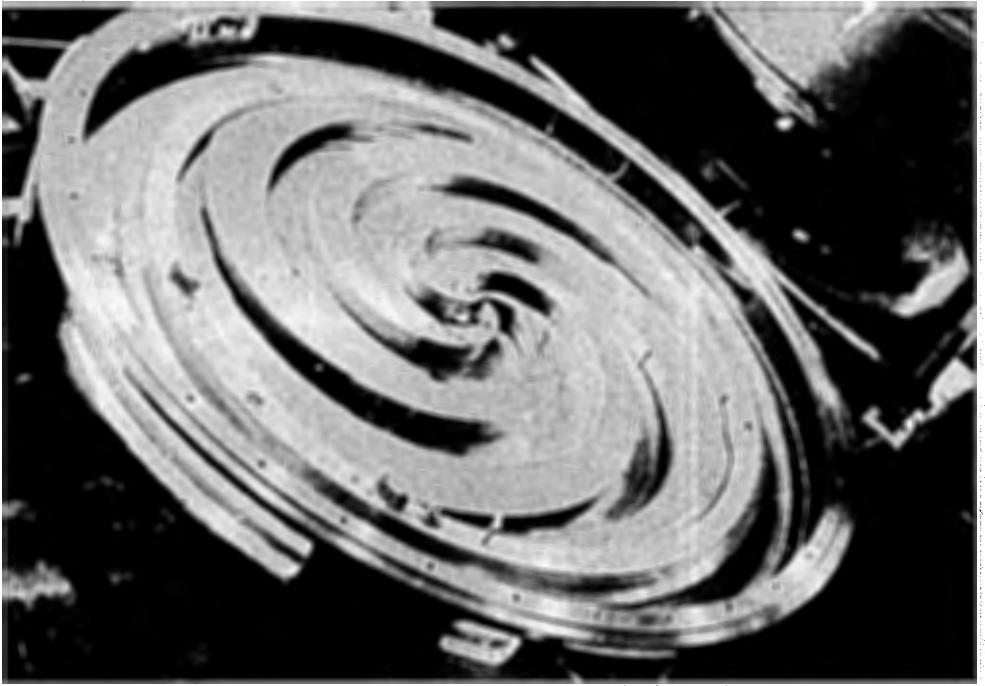


Рис. 3. Вид полюсного наконечника модели магнитной системы.

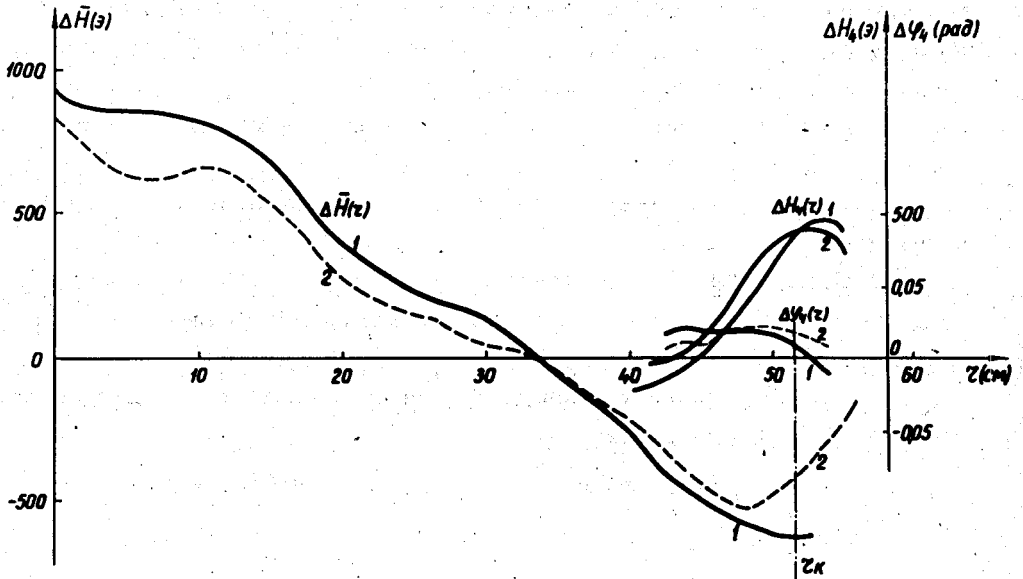


Рис. 4. Сравнение расчётных и экспериментальных изменений среднего поля и вариации. 1 - эксперимент; 2 - расчёт.

Измерения магнитного поля на модели производились с помощью автоматизированного измерительного стенда/8/ в 144 равномерно распределенных по окружности точках для каждого радиуса. Результаты измерений регистрировались с помощью цифрочечатающей машинки и перфоратора при непрерывном перемещении датчика холловского магнитометра. Экспериментально найденная точность измерения среднего поля \bar{H} составляет $1,5 \cdot 10^{-4}$, а амплитуды основной гармоники - $5 \cdot 10^{-4} \bar{H}$. Обработка полученной информации производилась на ЭВМ СЭС -1604А. Описание расчётных программ приводится ниже.

На рис. 1 и 2 показаны среднее поле, амплитуда и отклонение фазы основной гармоники по результатам первого измерения магнитного поля модели. Экспериментальные кривые в основном подтверждают правильность предварительно выбранных параметров системы, хотя отклонения поля от требуемого на некоторых радиусах значительны ($\Delta \bar{H} \approx 2000$ э, $\Delta H_4 \approx 1000$ э). Следует отметить, что в области $r = 0,9$ см экспериментальные значения $H_4(r)$ ниже требуемых, что привело бы к отсутствию вертикальной устойчивости частиц в центре.

На рис. 2 приведены также результаты расчёта для системы спиральных шимм в предположении их равномерного намагничивания/6/.

Для улучшения характеристик поля возможно было изменять азимутальную протяженность спиральных шимм $a(r)$, минимальное и максимальное расстояния от медианной плоскости до поверхностей, ограничивающих шиммы в вертикальном направлении (h_1 и h_2), и расстояние между полюсными наконечниками $2h_M$. Пределы изменения этих величин обсуждались в работе/6/.

Необходимое изменение геометрии системы определялось следующим образом:

- 1) С помощью ЭВМ рассчитывались среднее поле и вариация от малых элементов магнитной системы, определяющих предполагаемые изменения геометрии;

- 2) расчётное поле учитывалось в экспериментальных кривых для предыдущей геометрии системы;

3) размеры и форма малых элементов менялись в расчёте до тех пор, пока не достигали ожидаемого улучшения экспериментальных кривых;

4) производилось измерение поля для измененной геометрии, и весь цикл повторялся заново.

На рис. 2 и 4 сравниваются экспериментальные и расчётные распределения полей.

Расхождения между ними могут быть частично объяснены тем, что в расчёте не учитывалось влияния отражающих поверхностей полюсов, а это особенно существенно при определении фазы вариации. Точность расчётов составляет $5\pm 10\%$, однако для малых изменений геометрии системы удается достигнуть неплохих результатов по формированию поля.

На рис. 5 и 6 приведены отклонения экспериментальных полей от требуемых для наиболее характерных этапов моделирования. Кривые 1 характеризуют поля первоначальной геометрии системы. Кривые 2 и 3 описывают начальный и конечный результаты по формированию поля при минимальном зазоре между спиральными шиммами $2h_1 = 3$ см. Видно, что сформированное поле близко к требуемому. Для обеспечения фокусировки на меньших, чем $r = 5$ см, радиусах, дальнейшая работа выполнялась с системой, у которой расстояние между спиральными шиммами в центре уменьшено до $2h_1 = 2,3$ см (кривые 4 и 5). Это позволило сместить минимальный радиус, где флаттерная фокусировка достигает требуемой величины ($r = 2,9$ см). Сравнение начальной и окончательной геометрии системы дано на рис. 7.

Основные изменения системы заключались в следующем:

1) Первоначально выбранный зазор между спиральными шиммами в центре $2h_1 = 4$ см уменьшен до величины $2h_1 = 2,3$ см.

2) Для компенсации среднего поля в этой области уменьшена высота спиральных шимм и увеличен зазор между стальными дисками крышек камеры.

3) Уменьшение амплитуды основной гармоники на конечных радиусах до требуемых значений было достигнуто за счёт изменения с радиусом $h_2(r)$ спиральных шимм при одновременном профилировании $h_1(r)$ кольцевых шимм для обеспечения требуемого среднего поля.

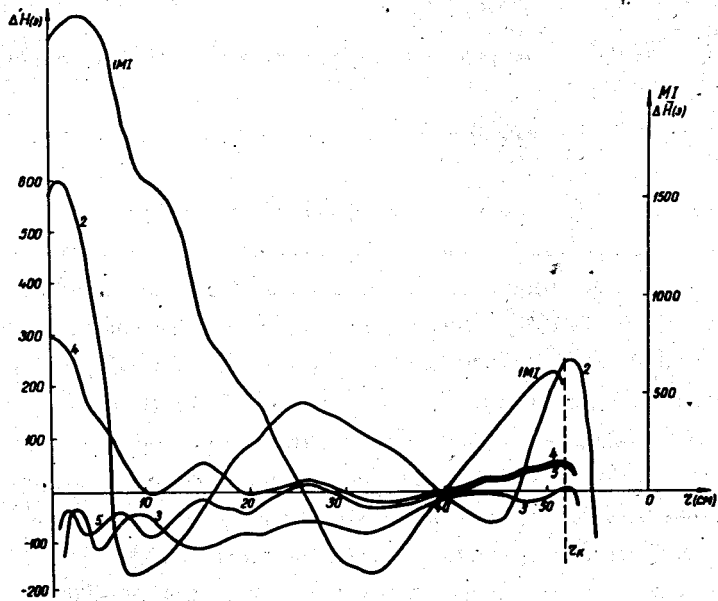


Рис. 5. Отклонения среднего поля от требуемого для ряда характерных экспериментов.

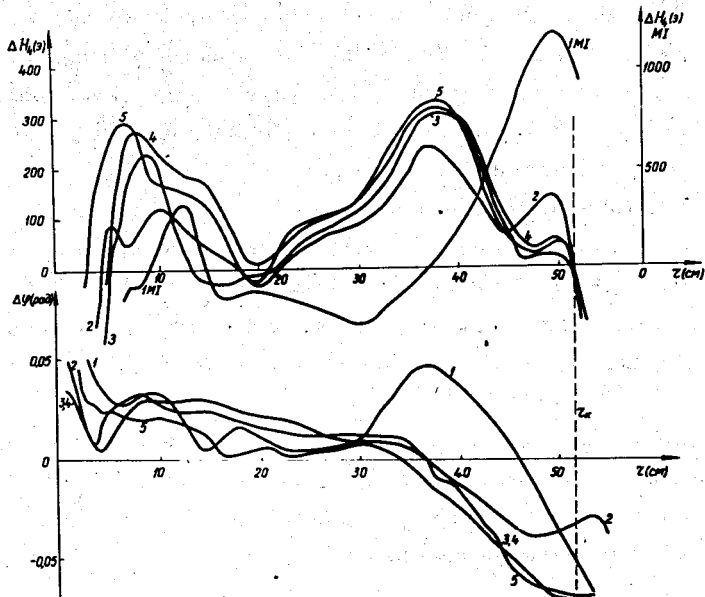


Рис. 6. Отклонения амплитуды и фазы основной гармоник от требуемых значений для ряда характерных экспериментов.

4) Формирование среднего поля в области средних радиусов достигается путем изменения угловой протяженности спиральных шимм $\alpha(r)$. Окончательная конфигурация приведена на рис. 8, а $\alpha(r)$ представляется следующим образом:

$$\alpha = \frac{\pi}{6} \dots \dots \dots \text{при } 0,96 \leq r \leq 20 \text{ см}$$

$$\alpha = \frac{\pi}{6} + (r-20)^2 \cdot 8,182 \cdot 10^{-4} + (r-20)^4 \cdot 1,0891 \cdot 10^{-6} - (r-20)^6 \cdot 5,4454 \cdot 10^{-9}$$

$$\text{при } 20 < r \leq 30 \text{ см.}$$

$$\alpha = 0,610865 + (r-30) \cdot 1,7453 \cdot 10^{-3} \dots \dots \dots \text{ } 30 < r \leq 40 \text{ см}$$

$$\alpha = \frac{\pi}{6} + (r-30) \cdot 2,618 \cdot 10^{-2} \dots \dots \dots \text{ } 40 < r < 57,5 \text{ см}$$

5) Для формирования среднего поля на радиусах $r = 0 + 2$ см. на высоте спиральных шимм установлена дополнительная кольцевая шимма и сделан вырез со стороны h_1 спиральных шимм ("антишимма").

Наилучший результат по моделированию магнитного поля установки "Ф" приведен на рис. 9. Отклонение среднего поля от требуемого не превышает ± 70 э, а амплитуда основной гармоники отличается от заданной не более, чем на 300 э. Градиент фазы основной гармоники, величина которого в значительной степени определяет устойчивость движения частиц, отличается от требуемого не более, чем на $\Delta\left(\frac{d\phi}{dr}\right) \approx 4,6 \cdot 10^{-3} \frac{\text{рад}}{\text{см}}$

На рис. 10 и 11 изображены амплитуды и фазы 8-й и 12-й гармоник. Эти гармоники еще вносят заметный вклад в фокусирующее действие вариации поля на движение частиц. На рисунках приведены амплитуды и фазы 1-й, 2-й и 3-й гармоник, характеризующих точность изготовления, сборки и измерений на модели магнитной системы. Амплитуды этих гармоник во всем диапазоне радиусов не превышают следующих значений:

$$H_1 \leq 30 \text{ э, } H_2 \leq 50 \text{ э, } H_3 \leq 36 \text{ э. Для центральной области}$$

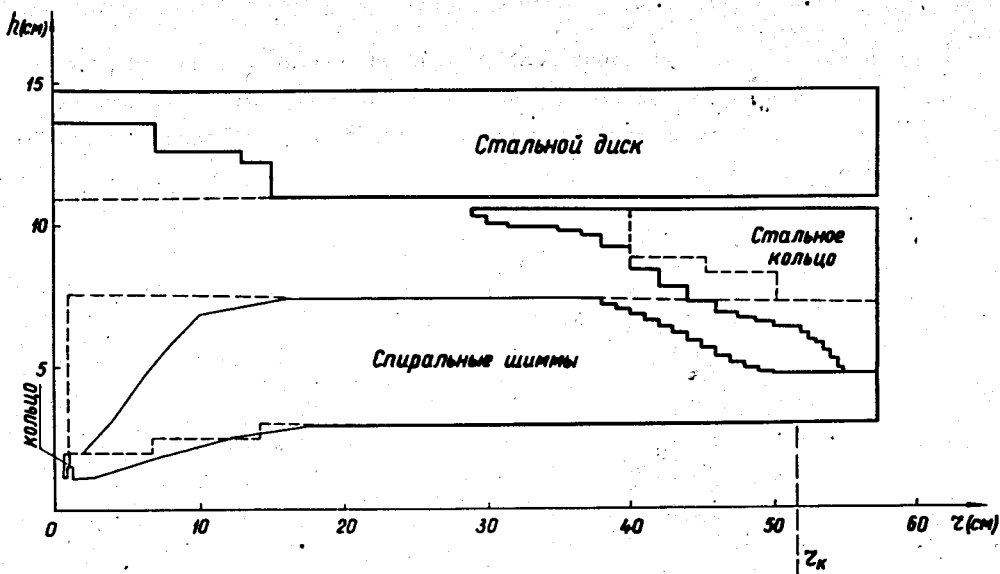


Рис. 7. Схема геометрии магнитной системы для начального и последнего экспериментов. - - - начальная геометрия; ——— окончательная.

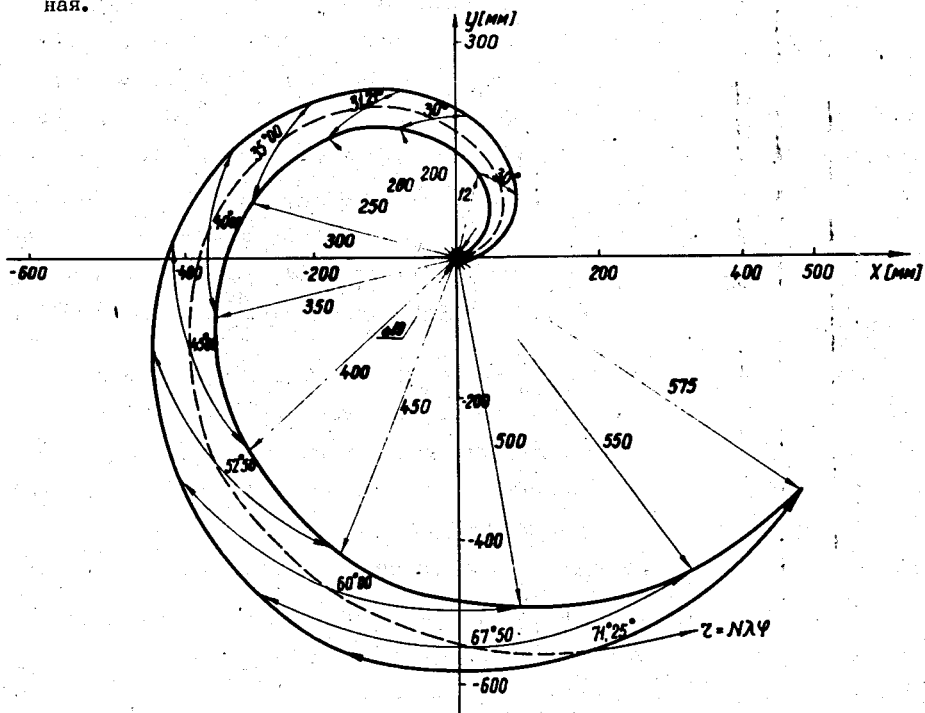


Рис. 8. Спиральная шимма модели.

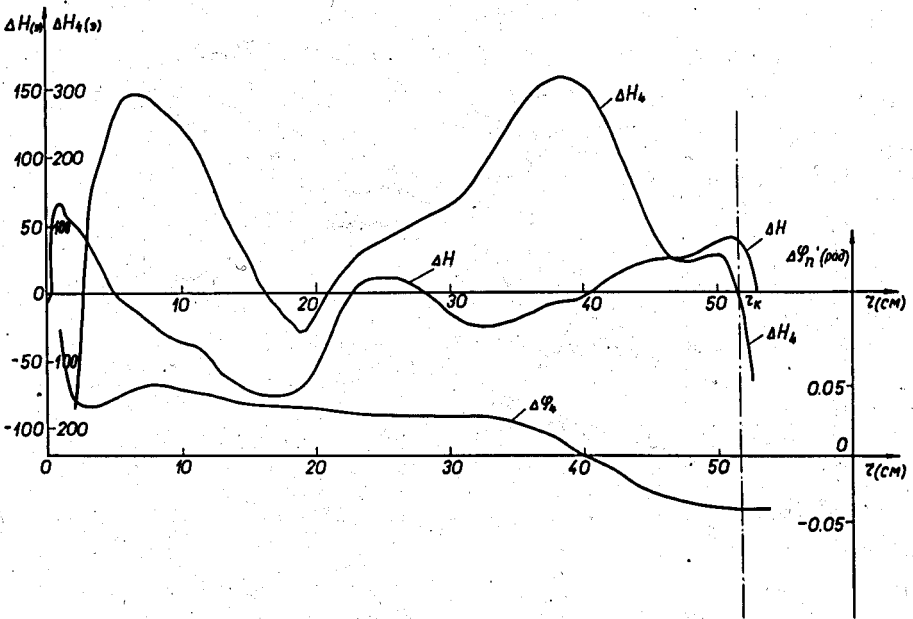


Рис. 9. Наилучший экспериментальный результат формирования поля на модели магнитной системы.

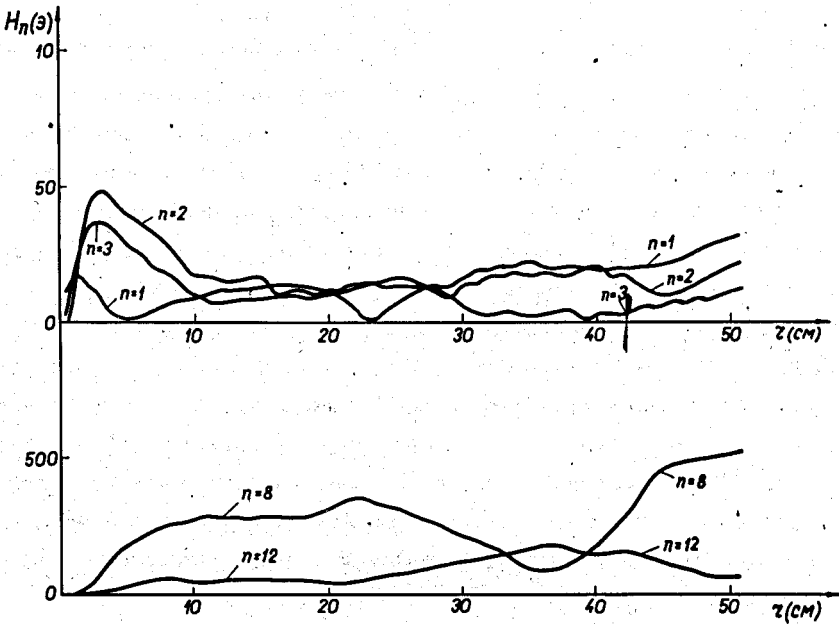


Рис. 10. Амплитуды высших и низших гармоник поля.

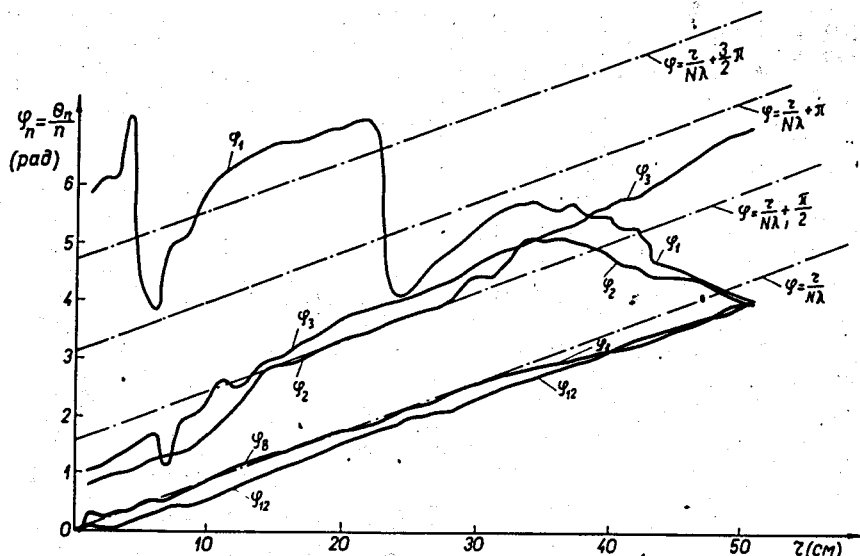


Рис. 11. Фазы высших и низших гармоник поля.

$\frac{H_1}{H} \leq 2,5 \cdot 10^{-3}$, $\frac{H_2}{H} \leq 4,2 \cdot 10^{-3}$, $\frac{H_3}{H} \leq 3 \cdot 10^{-3}$. На реконструируемом ускорителе при таких же реально осуществимых допусках на изготовление элементов магнитной системы, как и на модели, ожидается приблизительно пятикратное уменьшение амплитуд гармоник ошибок. В этом случае не возникает необходимости подавления низших гармоник магнитного поля. Характер зависимости фаз низших гармоник указывает на преобладающее влияние возмущений поля, вызываемых неточностями изготовления и сборки спиральных шимм на модели.

Для более точного количественного анализа созданного магнитного поля определялся показатель роста среднего поля и по аналитическим выражениям вычислялись частоты свободных радиальных (Q_r) и вертикальных (Q_z) колебаний частиц. Изменения этих величин в зависимости от радиуса приведены на рис. 12. Созданное среднее поле удовлетворяет требованиям, предъявляемым фазовым движениям частиц, в

диапазоне радиусов $24 \pm 51,7$ см. ($\frac{\Delta n}{n} = 0,06 \pm 0,10$). В центральной области $\Delta n \approx 70$ э, что значительно выше допуска. В расчётах частот учитывались экспериментальные величины амплитуд и фаз 4,8 и 12-й гармоник вариации поля. При этом для анализа созданной вариации задавалось требуемое среднее поле ($Q_z(\bar{N}_T)$, $Q_r(\bar{N}_T)$ - кривые).

Кривые $Q_z(\bar{N}_p)$, $Q_r(\bar{N}_p)$ вычислялись для экспериментального среднего поля. Частоты $Q_z(\bar{N}_T)$ и $Q_r(\bar{N}_T)$ всюду удовлетворяют поставленным условиям. Необходимая величина флаттерной фокусировки, если судить по значению $Q_z(\bar{N}_T)$, имеет место, начиная с радиуса $r_H = 2,9$ см. При $r < r_H$ фокусировка будет осуществляться за счёт спада среднего поля. Частоты $Q_z(\bar{N}_p)$, $Q_r(\bar{N}_p)$, определяемые для экспериментального среднего поля, находятся в допусках в области радиусов $r = 24 \pm 51,7$ см. В центре модели частоты $Q_z(\bar{N}_p)$ и $Q_r(\bar{N}_p)$ выходят из допустимых пределов, однако после тонкой коррекции среднего магнитного поля устойчивость движения частиц будет обеспечена.

Ошибка в определении частот Q_z и Q_r по аналитическим выражениям оценивалась путем интегрирования уравнений движения частиц. Результаты расчётов приведены на рис. 13, из которого видно, что вычисления по аналитическим выражениям обеспечивают достаточную точность при предварительном анализе измеренного магнитного поля.

Программа вычислений на ЭВМ

Информация, полученная в результате магнитных измерений на модели, наносится на бумажную перфоленту в виде пятизначных ненормализованных чисел с фиксированной запятой. На перфоленте содержатся заголовки измерений, величины радиусов измерений и показания цифрового вольтметра при измерении напряжения с датчика Холла. Ввод информации с перфоленты в оперативную память ЭВМ CDC-1604A осуществляется с помощью подпрограммы **READER**, написанной на автокоде **COBAP-1**. С помощью подпрограммы **REMES**, написанной на **FORTRAN-63**, анализируется введенная информация с точки зрения случайных сбоев при перфорации, выбросов измерений и нарушения формы пробивки информации

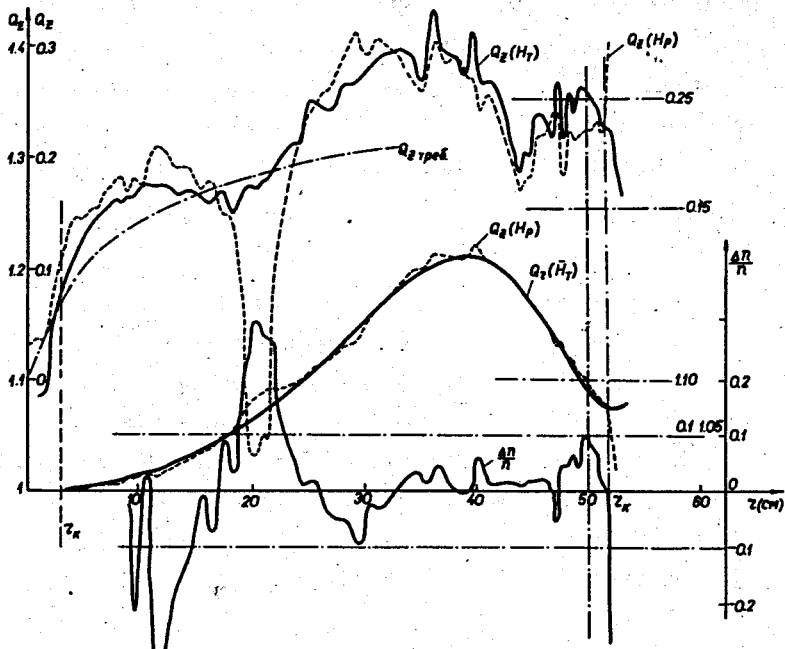


Рис. 12. Частоты свободных колебаний частиц и относительное отклонение показателя роста сформированного поля.

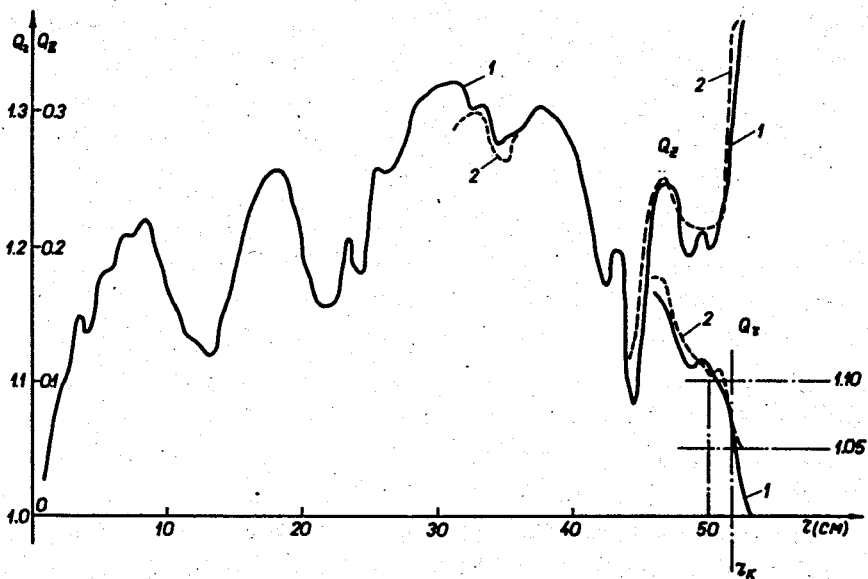


Рис. 13. Сравнение частот Q_z и Q_r , рассчитанных по аналитическим выражениям и интегрированием уравнений движения. 1 - аналитические выражения; 2 - по уравнениям движения.

на перфоленте. В случае обнаружения ошибок подпрограмма печатает соответствующую диагностику.

Программа I, написанная на языке Algol-60, с помощью градуировочной таблицы датчика Холла определяет измеренные поля и производит гармонический анализ на каждом радиусе для представления поля H в виде:

$$H = \bar{H} + \sum_{k=1}^N H_k \cos(k\phi - \Theta_k), \quad (2)$$

где \bar{H} - среднее поле, H_k - амплитуда k -той гармоники, Θ_k - фаза k -той гармоники.

Переработанная таким образом информация записывается на магнитную ленту для дальнейшего использования.

Программа II, написанная на Algol-60, рассчитывает магнитные поля от элементов, определяющих малые изменения геометрии магнитной системы/10/. Определение среднего поля производится по

$$H = \frac{8M}{\pi} \cdot \frac{1}{r^{3/2}} \int_{R_H}^{R_k} [\beta_H(r') - \beta_k(r')] \frac{h_2(r') Q'_{-1/2}(x_2) - h_1(r') Q'_{-1/2}(x_1)}{\sqrt{r'}} dr', \quad (3)$$

где: M - постоянная намагниченность элемента, (э), r - радиус наблюдения, (см), r' - радиус источников, (см), h_1 и h_2 - минимальное и максимальное расстояния от медианной плоскости до поверхностей, ограничивающих элемент по вертикали, (см), β_H , β_k - азимутальные границы элемента, (рад), R_H , R_k - радиальные границы элемента, (см), $Q'_{-1/2}(x)$ - производная сферической функции Лежандра 2-го

рода от аргумента $x_1 = \frac{r^2 + h_1^2(r') + (r')^2}{2rr'}$. Вычисление величины

$Q'_{-1/2}$ происходит по

$$Q'_{-\frac{1}{2}}(x) \approx 0,5 \frac{k}{x-1} E\left(\frac{\pi}{2}, k\right), \quad (4)$$

где $k = \sqrt{\frac{2}{x+1}}$, а $E\left(\frac{\pi}{2}, k\right)$ - полный эллиптический интеграл 2-го рода.

Амплитуда и фаза 4-й гармоники вычисляются по значениям фурье-компонент этой гармоники:

$$\left\{ \begin{array}{l} A_4 \\ B_4 \end{array} \right\} = \frac{4M}{\pi} \frac{1}{r^{3/2}} \int_{R_H}^{R_k} \frac{dr'}{\sqrt{r'}} [h_2(r') Q'_{4-\frac{1}{2}}(x_2) - h_1(r') Q'_{4-\frac{1}{2}}(x_1)] \times$$

$$\times \left\{ \begin{array}{l} \sin 4[\beta_H(r') + \phi_0] + \sin 4[\beta_k(r') + \phi_0] \\ \cos 4[\beta_H(r') + \phi_0] - \cos 4[\beta_k(r') + \phi_0] \end{array} \right\}. \quad (5)$$

где ϕ_0 - постоянный сдвиг отсчёта азимута, а величина $Q'_{4-\frac{1}{2}}$ вычисляется по

$$Q'_{4-\frac{1}{2}}(x) = 0,1 \cdot x \cdot k \{ 4(32x^2 - 12)F\left(\frac{\pi}{2}, k\right) +$$

$$+ \left[\frac{x}{x-1} (27 - 32x^2) + 3 \frac{x+1}{x} (7 - 32x^2) \right] E\left(\frac{\pi}{2}, k\right) \}, \quad (6)$$

$F\left(\frac{\pi}{2}, k\right)$ - полный эллиптический интеграл 1-го рода.

Учитываются расчётные поля от K -малых элементов в экспериментальном поле, замеренном на модели магнитной системы, и определяются отклонения новых характеристик поля от требуемых значений:

$$\Delta \bar{H} = \bar{H}_{\text{экс}} - \bar{H}_{\text{тр}}, \quad \Delta H_4 = H_{4\text{экс}} - H_{4\text{тр}}$$

$$\Delta \phi_k = \frac{1}{k} \min \left[\theta_k - k \left(\frac{r}{N\lambda} + \phi_0 \right) \pm 2\pi j \right], \quad (7)$$

$$j = 0, 1, 2, \dots$$

Кроме этого, вычисляется эквивалентное ΔH_4 , учитывающее экспериментальную зависимость $\phi_4(r)$:

$$\Delta H_{4\text{экс}} = \Delta H_4 - N\lambda H_{4\text{тр}} \left[1 - \frac{8}{17-n_{\text{тр}}} \cdot \frac{(H_{4\text{тр}})^2}{\bar{H}_{\text{тр}}^2 [(Q_{z\text{тр}})^2 + n_{\text{тр}}]} \right] \frac{d[\Delta\phi(r)]}{dr}$$

где

$$n = \frac{r}{\bar{H}} \frac{d\bar{H}}{dr}$$

$Q_{z\text{тр}}(r)$ - заданная зависимость.

Вычисления частот свободных колебаний выполняются по аналитическим выражениям:

$$Q_z = \left\{ -n + \sum_{k=4,8,12} \frac{\epsilon_k}{2} \left[r^2 \left(\frac{d\theta_k}{dr} \right)^2 \left(\frac{1}{k^2 - 1 - n} + \frac{1}{k^2} \right) + \frac{k^2}{k^2 - 1 - n} \right] \right\}^{\frac{1}{2}}, \quad (9)$$

где

$$\epsilon_k = \frac{H_k}{\bar{H}}, \quad \frac{d\theta_4}{dr} = \frac{4}{N\lambda} + 4 \frac{d}{dr} [\Delta\phi_4(r)],$$

$$Q_r = \left\{ (1+n) \left[1 + \frac{3}{8} \left(\frac{\epsilon_4 r}{4} \frac{d\theta_4}{dr} \right)^2 \right] \right\}^{\frac{1}{2}}. \quad (10)$$

В этих формулах величины \bar{H} и n могут принимать либо экспериментальные, либо требуемые значения. В описываемой программе, помимо уже перечисленных величин, определяется значение

$$\frac{n - n_{\text{тр}}}{n_{\text{тр}}}$$

для n , вычисленного по измеренному среднему полю.

З а к л ю ч е н и е

В работе изложены результаты исследований на модели магнитной системы фазотрона с пространственной вариацией поля в масштабе 1: 5,22.

В результате расчётов и экспериментов по формированию заданного поля найдена конфигурация всех элементов магнитной системы. Ошибка сформированного среднего поля составляет ± 70 эрстед при допустимых отклонениях по вариации во всем диапазоне радиусов. Формирование среднего поля до требуемых допусков будет осуществляться с помощью элементов тонкой коррекции.

Авторы выражают благодарность В.П.Джелепову, В.П.Дмитриевскому за постоянное внимание к работе, полезные дискуссии и замечания, Ю.Н.Денисову, В.Н.Аносову, Д.П.Василевской, П.Т.Шишлянникову за создание и обеспечение работы автоматизированного измерительного стенда.

Л и т е р а т у р а

1. H.G. Blosser, *IEEE Trans. on Nuclear Science NS-16*, N3, p. 405 (1969).
2. А.А. Глазов и др. Препринт ОИЯИ 9-395, Дубна, 1968.
3. R. Cohen et al., *IEEE Trans. on Nuclear Science NS-16*, N3, p. 421 (1969).
4. H. Kim, D. LeVine and M. Reiser. *Intern. Conf. on Cycl. Oxford* (1969).
5. R. Cohen et al., *IEEE Trans. on Nuclear Science. NS-14*, N3, p. 764 (1967).
6. С.Б. Ворожцов, Н.И. Дьяков, Н.Л. Заплатин. Сообщение ОИЯИ, 9-4517, Дубна, 1968.
7. V.P. Dmitrievsky et al., *Intern. Conf. on Cycl. Oxford* (1969).
8. В.Н. Аносов, Ю.Н. Денисов, П.Т. Шишлянников. Сообщение ОИЯИ 10-4930, Дубна, 1970.
9. Справочное руководство к ассемблеру CODAP ОИЯИ, Дубна, 1968 г.
10. В.Н. Дмитриевский и др. Препринт ОИЯИ, 1431, Дубна, 1963.

Рукопись поступила в издательский отдел

10 июля 1970 года.