ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

Р9 - 5179

А.Г. Бонч-Осмоловский

О ДИНАМИКЕ СТОЛКНОВЕНИЯ ЗАРЯЖЕННЫХ СГУСТКОВ В СВЯЗИ С УДАРНЫМ МЕХАНИЗМОМ УСКОРЕНИЯ

1970

ОТДЕЛ НОВЫХ МЕТОДОВ УСКОРЕНИЯ

Р9 - 5179

А.Г. Бонч-Осмоловский

О ДИНАМИКЕ СТОЛКНОВЕНИЯ ЗАРЯЖЕННЫХ СГУСТКОВ В СВЯЗИ С УДАРНЫМ МЕХАНИЗМОМ УСКОРЕНИЯ

Направлено в АЭ

В 1956 г. В.И. Векслером [1] был предложен ударный механизм ускорения сгустков заряженных частиц, являющийся одной из разновидностей общего когерентного метода, рассмотренного им тогда же. На Женевской конференции по ускорителям 1959 г. Векслером и Цытовичем [2] было представлено дальнейшее рассмотрение ударного ускорения. Ими был также кратко рассмотрен случай столкновения заряженных сгустков.

В настоящей работе проводится более детальный анализ этого последнего случая, разбирается вопрос об удержании тяжелых ионов в легком сгустке и уточняются характеристики механизма ускорения.

В последнее время значительно возрос интерес к коллективному методу ускорения [3], с одной стороны, и к проблеме получения больших электронных токов [4], с другой. Есть основания полагать, что успехи в последней области могут значительно приблизить осуществление ударного ускорения, так как становится, видимо, реальной проблема создания тяжелого сгустка с требуемыми параметрами.

В настоящей работе основное внимание уделено рассмотрению динамики столкновения заряженных сгустков и определению принципиальных характеристик механизма ударного ускорения, в том числе основных параметров самих заряженных сгустков. Вопросы создания и предварительного ускорения таких сгустков в работе не затрагиваются.

1. О кинематике упругого соударения двух сгустков

Прежде всего введем обозначения. Все величины, относящиеся к тяжелому сгустку, будем обозначать цифрой 1, к легкому – цифрой 2. Так, например, M_1, v_1^0, γ_1^0 определяют массу, скорость и энергию (в единицах MC^2) тяжелого сгустка до столкновения, N_2^0, ν_2, $\gamma_{\perp 2}$ – число частиц (электронов), погонный электрон и поперечную энергию электронов в легком сгустке. Погонный электрон определяется как обычно: $\nu = r_0 n$, $r_0 = \frac{e^2}{mc^2}$, n – линейная плотность числа частиц, равная $\frac{N}{2\pi R}$ для тонкого кольца радиуса R.

Предположим, что выполнены условия упругости соударения двух сгустков, а также, что столкновение является лобовым (прицельный параметр гораздо меньше размера сгустков). Далее мы обсудим первое предположение.

Пусть в общем случае до столкновения тяжелый сгусток имел скорость v_1^0, легкий – v_2^0, причем направления векторов скорости одинаковые, а $v_1^0 > v_2^0$. С помощью релятивистских формул преобразования скоростей легко показать, что энергия легкого сгустка после столкновения (точный смысл слова "после" выяснится позже) будет равна:

$$E_2 = M_2 c^2 \gamma_2^0 \frac{1 - 2\frac{v v_2^0}{c^2} + v^2/c^2}{1 - v^2/c^2}, \tag{1}$$

где v – скорость системы центра тяжести (ц - системы):

$$v = \frac{M_1 \gamma_1^0 v_1^0 + M_2 \gamma_2^0 v_2^0}{M_1 \gamma_1^0 + M_2 \gamma_2^0}. \tag{2}$$

Если выполнено условие

$$M_1 \gamma_1^0 \gg M_2 \gamma_2^0 , \qquad (3)$$

то $V \cong v_1^0$, ц-система при этом практически совпадает с системой покоя тяжелого сгустка. Тогда

$$E_2 \approx 2M_2 c^2 \gamma_1^0 \frac{\gamma_{отн.} + \frac{M_2}{M_1}}{1 + 2\frac{M_2}{M_1}\gamma_{отн.}} \qquad (4)$$

и

$$\gamma_{отн.} = \gamma_1^0 \gamma_2^0 \left(1 - \frac{v_1^0 v_2^0}{c^2}\right) . \qquad (5)$$

Величина $\gamma_{отн.}$ определяет энергию легкого сгустка на бесконечности в ц-системе при выполнении (3). Приведем более простую формулу для $\gamma_{отн.}$ в практически важном случае, когда $\gamma_1^{02} \gg 1$, $\gamma_2^{02} \gg 1$, $\gamma_1^{02} \gg \gamma_2^{02}$:

$$\gamma_{отн.} \approx \frac{1}{2} \frac{\gamma_1^0}{\gamma_2^0} . \qquad (6)$$

Если выполнено более жесткое условие, чем (3), а именно:

$$M_1 \gg 2M_2 \gamma_{отн.} \qquad (7)$$

(при этом тяжелый сгусток практически не меняет свою энергию в процессе столкновения), то

$$E_2 \approx 2M_2 c^2 \gamma_1^0 \gamma_{отн.} . \qquad (8)$$

В частном случае $v_2^0 = 0$, $\gamma_{\text{отн.}} = \gamma_1^0$ и

$$E_2 \approx 2M_2c^2\gamma_1^{02} . \tag{9}$$

Последняя формула приведена В.И. Векслером [1] и определяет известный эффект увеличения энергии в γ^2 раз при упругом столкновении релятивистских частиц.

При указанных выше условиях увеличение энергии легкого сгустка в γ^2 раз в лабораторной системе в процессе столкновения означает в ц-системе упругое отражение легкого сгустка от центра сил (тяжелого сгустка) с энергией γ на бесконечности.

2. Об условиях упругого характера соударения

Рассмотренная кинематика столкновения предполагает, что заряженные сгустки движутся и взаимодействуют как упругие шары с массой M_1 и M_2. Предстоит выяснить, при каких условиях такая модель будет близка к действительной картине столкновения заряженных сгустков.

В предыдущих работах по ударному ускорению [1,2] в основном рассматривались нейтральные сгустки с интенсивным азимутальным током, взаимодействие между которыми осуществлялось магнитными силами отталкивания (для противоположно направленных токов в сгустках). Однако такие токи невозможно удержать однородным в пространстве магнитным полем и, кроме того, магнитное взаимодействие относительно слабое. Поэтому в настоящей работе внимание в основном уделяется взаимодействию заряженных сгустков.

Легкий сгусток мы будем рассматривать в виде тонкого электронного кольца с большим радиусом R и малым a с небольшой примесью ионов. В азимутальном направлении электроны вращаются с энергией $\gamma^{0}_{\perp 2}$ (до столкновения).

Для тяжелого сгустка мы предположим только, что характерный геометрический размер его не превышает R, энергия вращательного движения электронов равна $\gamma^{0}_{\perp 1}$. Будем также считать, что сгусток целиком состоит из электронов и масса его удовлетворяет соотношению (7). Последнее означает, что сгусток покоится в ц-системе и в дальнейшем его движение мы рассматривать не будем.

Большие размеры обоих сгустков сохраняются неизменными однородным продольным магнитным полем и токи в сгустках имеют одинаковые направления.

Главное предположение, которое мы сделаем при рассмотрении ударного ускорения, состоит в том, что наименьшее расстояние, на которое сближаются сгустки в процессе столкновения (в ц-системе), значительно больше характерных геометрических размеров сгустков R.

Тогда энергию взаимодействия двух сгустков можно приближенно представить в виде:

$$W \approx \frac{e^2 N_1 N_2}{z} - \frac{e^2 N_1 N_2}{2z}\left(\frac{R}{z}\right)^2. \tag{10}$$

Считаем, что токи в сгустках релятивистские в течение всего времени столкновения. Число ионов в легком сгустке мало, так что $N_2 \approx N_2^{\circ}$. Мы будем пренебрегать вторым членом в (10), полагая, что $R \ll z_{min}$.

Выясним теперь, при каких условиях можно считать малыми изменения большого радиуса и энергии вращательного движения $\gamma_{\perp 2}$ легкого сгустка в процессе столкновения.

Отношение добавочной радиальной кулоновской силы, создаваемой тяжелым сгустком, к центробежной силе электронов в легком сгустке определяет, в первую очередь, изменение радиуса легкого сгустка по мере его сближения с тяжелым. Это изменение мало, если

$$\frac{e E_r}{F_{\text{центр.}}} = 2\pi \frac{\nu_1}{\gamma_{\perp 2}} \frac{R^3}{z_0^3} \ll 1 . \qquad (11)$$

Здесь ν_1 – погонный электрон тяжелого сгустка, z_0 – наименьшее расстояние между сгустками.

Изменение радиуса R связано также с изменением $\gamma_{\perp 2}$ из-за магнитного взаимодействия сгустков, которое нетрудно оценить, исходя из закона сохранения обобщенного азимутального импульса электронов легкого кольца:

$$L_{\text{ин.}} I_2 \gamma_{\perp 2} + L\, I_2 + c\, \Phi_{12} = \text{const}, \qquad (12)$$

$L_{\text{ин.}} = \frac{(2\pi R)^2}{N_2 r_0}$ – инерционная самоиндукция кольца; $L = 4\pi R(\ln\frac{8R}{a} - 7/4)$ – геометрическая самоиндукция, Φ_{12} – магнитный поток через легкий сгусток от тяжелого сгустка, I_2 – ток легкого кольца в мгновенно сопутствующей системе координат. Считая, что изменение радиуса в соответствии с (11) невелико, можно получить следующее условие малости изменения $\gamma_{\perp 2}$:

$$\frac{\Delta \gamma_{\perp 2}}{\gamma_{\perp 2}} \approx \pi \frac{\nu_2}{\gamma_{\perp 2}} \left(\frac{R}{z_0}\right)^3 \ll 1 . \qquad (13)$$

Таким образом, если условие (11) выполнено, что мы и будем предполагать в дальнейшем, то в процессе столкновения параметры легкого сгустка можно считать неизменными ($\nu_1 \gg \nu_2$).

Легко показать, что изменение соответствующих параметров тяжелого сгустка при выполнении (11) пренебрежимо мало.

Собственно упругим столкновение будет тогда, когда легкий сгусток в процессе рассеяния на тяжелом в ц-системе потеряет на излучение пренебрежимо малую долю своей первоначальной энергии. Очевидно, что при сделанных предположениях основную роль может играть излучение при кулоновском рассеянии заряда eN_2 .

Предполагая потери на излучение малыми, определим динамику движения легкого сгустка, а затем установим критерий малости потерь на излучение.

Уравнение движения легкого сгустка в поле тяжелого, учитывая (10) и (11), запишем в следующем виде:

$$M_2 \frac{\ddot{z}}{(1-\dot{z}^2/c^2)^{3/2}} = \frac{e^2 N_1 N_2}{z^2} . \qquad (14)$$

Здесь M_2 содержит как обычную, так и электромагнитную массу легкого сгустка. С учетом перенормировки массу легкого сгустка найдем из выражения

$$M_2 = m_e \gamma_{\perp 2} N_2^* [1 + \frac{\nu_2}{\gamma_{\perp 2}} (\ell n \frac{8R}{a} - 7/4)] + m_i N_i . \qquad (15)$$

Здесь ν_2 - погонный электрон легкого сгустка, m_i и N_i - масса и число ионов, содержащихся в нем. Первый интеграл (14) дает с учетом условий на бесконечности (полная энергия легкого сгустка равна $M_2 c^2 \gamma_{\text{отн.}}$) закон сохранения энергии:

$$\frac{M_2 c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} = M_2 c^2 \gamma_{\text{отн.}} - \frac{e^2 N_1 N_2}{z} \qquad (16)$$

и

$$\frac{\dot{z}}{c} = \beta = \frac{\sqrt{(M_2 c^2 \gamma_{\text{отн.}} - \frac{e^2 N_1 N_2}{z})^2 - M_2^2 c^4}}{M_2 c^2 \gamma_{\text{отн.}} - \frac{e^2 N_1 N_2}{z}} . \qquad (17)$$

Теперь легко определить расстояние наибольшего сближения сгустков в ц-системе:

$$z_0 = \frac{e^2 N_1 N_2}{M_2 c^2(\gamma_{отн.}-1)} . \tag{18}$$

Дальнейшее интегрирование (17) дает зависимость $z(t)$. Наибольший интерес представляет возможность найти "время соударения" τ_c, которое определяется как удвоенное время прохождения легким сгустком расстояния от z_0 до точки, где сгусток имеет энергию, равную $\kappa\gamma_{отн} M_2 c^2$, $\kappa \lessapprox 1$. Из (16) нетрудно получить

$$\kappa = 1 - \frac{\gamma_{отн.}-1}{\gamma_{отн.}} \frac{z_0}{z} ; \quad \frac{1}{\gamma_{отн.}} \leq \kappa \leq 1 . \tag{19}$$

На расстояниях $z > 10 z_0$ после отражения энергия легкого сгустка превышает 90% максимальной.

Согласно определению,

$$\tau_c = 2 \int_{z_0}^{z(\kappa)} \frac{dz}{\dot z} . \tag{20}$$

Пользуясь (17), (18) и (19), имеем:

$$\tau_c = \frac{2 z_0(\gamma_{отн.}-1)}{c} \int_{1/\gamma_{отн.}}^{\kappa} \frac{x\, dx}{(1-x)^2\sqrt{\gamma_{отн.}^2 x - 1}} . \tag{21}$$

Этот интеграл вычисляется, и τ_c равно

$$\tau_c = \frac{2 z_0}{c(1+\gamma_{отн.})} \left[\frac{\sqrt{\gamma_{отн.}\kappa^2-1}}{1-\kappa} + \frac{1}{\sqrt{\gamma_{отн}^2-1}} \ln \frac{\sqrt{\gamma_{отн}^2-1}\sqrt{\gamma_{отн}^2\kappa^2-1}+\gamma_{отн}^2\kappa-1}{\gamma_{отн.}(1-\kappa)} \right. . \tag{22}$$

В большинстве практически интересных случаев $\gamma_{отн.}^2 - 1 \gg 1$, тогда в (22) можно пренбречь членом, содержащим $\ln$, и

$$r_0 \approx \frac{2z_0}{c}\;\frac{\sqrt{\gamma^2_{\text{отн.}}\,\kappa^2 - 1}}{(1-\kappa)(1+\gamma_{\text{отн.}})} \tag{23}$$

при $\kappa = 0{,}9$, $r_0 \approx 20 z_0 / c$.

Определим еще одну характеристику ударного ускорения. "Длиной взаимодействия" назовем расстояние, которое пройдет тяжелый сгусток за время столкновения $r_0 \gamma_1$ (в лабораторной системе):

$$L = c\, r_0\, \gamma \approx \frac{2e^2 N_1 N_2 \gamma_1^0}{M_2 c^2 (\gamma^2_{\text{отн}}-1)}\;\frac{\sqrt{\gamma^2_{\text{отн}}\kappa^2 - 1}}{1-\kappa}. \tag{24}$$

Величина L определяет длину пути, на котором легкий сгусток ускоряется электрическим полем тяжелого сгустка.

Оценим долю энергии, теряемую зарядом легкого сгустка на излучение. Известно /5/, что потеря энергии на излучение одного заряда равна:

$$\Delta E = \frac{2e^4}{3m^2\gamma^2_{\perp 2} c^3}\int_{-\infty}^{+\infty} \epsilon_r^2(z)\,dt = \frac{4e^6 N_1^2}{3m^2\gamma^2_{\perp 2} c^3}\int_0^{\infty}\frac{dt}{z^4(t)}. \tag{25}$$

Основная часть спектра излучения сосредоточена в области частот $\omega r_0 \approx 1$, соответствующие длины волны значительно превосходят геометрические размеры сгустка R : $\lambda \approx 20\pi z_0 \gg R$. Несколько завысив результат, будем считать, что излучение легкого сгустка полностью когерентно. Тогда

$$\Delta E \approx \frac{4e^6 N_2^2 N_1^2}{3m^2\gamma^2_{\perp 2} c^3}\int_0^{\infty}\frac{dt}{z^4(t)}. \tag{26}$$

Можно показать, что основная доля потерь падает на область релятивистских значений скорости вдали от точки остановки; потери вблизи последней в $\gamma_{отн.}$ раз меньше потерь в релятивистской области. Приближенно в интеграле можно заменить $z = z_0 + ct$ и вычисления дают:

$$\frac{\Delta E}{E} \approx \frac{4}{9}\,\frac{N_2}{N_1}(\gamma_{отн.}-1)^2\left\{1+\frac{\nu_2}{\gamma_{\perp 2}}\left(\ln\frac{8R}{a}-7/4\right)+\frac{m_i}{m_e\gamma_{\perp 2}}\,\frac{N_1}{N_2}\right\}. \quad (27)$$

В обычных условиях $\frac{\nu_2}{\gamma_{\perp 2}} \ll 1$ и $\frac{m_i}{m_e\gamma_{\perp 2}}\frac{N_1}{N_2} \approx 1$. Тогда критерий упругости соударения сводится к условию

$$\frac{N_1}{N_2} \gg (\gamma_{отн.} - 1)^2 . \quad (28)$$

3. Совместное ускорение ионов и электронов легкого сгустка при ударном ускорении

Как видно из предыдущего раздела, расстояние наибольшего сближения сгустков в ц-системе z_0 определяет все важнейшие характеристики ударного ускорения. Условия кулоновского взаимодействия, неизменность геометрических размеров и упругий характер столкновения ограничивают z_0 со стороны малых значений.

Для коллективного механизма ускорения необходимо, чтобы в процессе ускорения ионы, содержащиеся в легком сгустке, ускорялись бы совместно с электронами.

Это требование также накладывает ограничение на величину наибольшего сближения сгустков и соответствующие этому требованию условия оказываются, как мы сейчас покажем, наиболее жесткими.

Предположим, что за время соударения малые размеры поперечного сечения легкого сгустка (кольца) a остаются неизменными в мгновенно сопутствующей легкому сгустку системе координат. Тогда частота колебаний ионов в этой системе координат величина также неизменная и равная

$$\Omega_i^2 = \frac{e^2 N z}{\pi R a^2 m_i} . \tag{29}$$

Процесс столкновения является адиабатическим по отношению к колебаниям ионов, если за время столкновения τ_0 ионы успевают совершить много колебаний около положения равновесия, т.е. выполнено условие:

$$\frac{\Omega_i \tau_0}{\gamma_{\text{отн.}}} \gg 1 . \tag{30}$$

Для параметров сгустка, представляющих практический интерес, условие (30) выполнено и задача, таким образом, сводится к рассмотрению колебаний ионов в потенциальной яме легкого сгустка под действием внешней вынуждающей силы, медленно меняющейся со временем.

Задачи такого типа удобно решать в собственной (неинерциальной) системе координат, связанной с легким сгустком. Соответствующий аппарат изложен в работе /6/. Математически задача об удержании ионов в легком сгустке близка к задаче о релятивистском осцилляторе, двигающемся с ускорением, пример которого разобран в /6/, с тем отличием, что в нашем случае ускорение в мгновенно сопутствующей системе координат - величина переменная. Таким образом, мы имеем дело с более общим случаем Мёллеровой системы, движущейся прямолинейно с произвольным ускорением.

Для последовательного перехода в собственную систему координат необходимо знать функции $z(\tau)$ и $\gamma(\tau)$, которые определяют движение легкого сгустка как целого в лабораторной системе координат (в данном случае удобнее так назвать Лоренцову ц-систему). Переход в собственную систему можно осуществить проще, пользуясь предположением о малости ускорения и нерелятивистском характере колебаний ионов в сопутствующей системе координат.

Метрика в собственной Мёллеровой системе задается выражением

$$ds^2 = c^2\left(1 + \frac{x^{\nu}\dot{v}_2^{\nu'}}{c^2}\right)^2 dt^2 - (dx^{\nu})^2 . \qquad (31)$$

Здесь cdt, x^{ν} – 4-координаты собственной системы, $\nu = 1,2,3$. $\dot{v}^{\nu} = \dot{v}^3 = \frac{e^2 N_1 N_2}{M_2 z^2}$ – ускорение в сопутствующей (Лоренцовой) легкому сгустку системе координат.

Мы оставили здесь обозначение z : соответствующую координату собственной системы будем обозначать $x^3 \equiv x$.

Максимальное ускорение легкий сгусток испытывает в точке поворота ($z = z_0$), и мы потребуем выполнения следующего условия:

$$\frac{a\dot{v}_o^3}{z_0^2} = \frac{e^2 N_1 N_2 a}{M_2 z_0^2 c^2} \approx \frac{a}{r_0 N_1}\gamma_{\perp 2}(\gamma_{\text{отн.}} - 1)^2 \ll 1 . \qquad (32)$$

Нерелятивистский характер движения ионов в собственной системе координат будет иметь место, как легко видеть, когда

$$\nu_2 \frac{m_e}{m_1} \ll 1 . \qquad (33)$$

Если выполнены условия (32) и (33), то, как показано в /6/, преобразования Мёллера существенно упрощаются и они эквивалентны по форме преобразованиям к сопутствующей системе с заменой времени на собственное время τ и постоянного γ на $\gamma(\tau)$:

$$z(T) = z_e(t) + \frac{x(t)}{\gamma_e(t)} \quad ; \quad t = \int \frac{dT}{\gamma_e(T)} . \qquad (34)$$

Здесь T – время в ц-системе, $t \approx \tau$ – время в собственной системе, z_e, γ_e – координата и энергия легкого сгустка как целого в ц-системе. В первом приближении отличные от нуля символы Кристоффеля будут равны

$$\Gamma^0_{00} \equiv \frac{\ddot{v}_c}{c^3} x \quad , \quad \Gamma^0_{30} = \Gamma^0_{03} \approx \Gamma^3_{00} \approx \frac{\dot{v}_c}{c^2} . \tag{35}$$

Теперь необходимо записать силы, действуюшие на какой-либо ион в легком сгустке в собственной системе координат. Эти силы можно представить в виде суммы квазиупругой силы (в сопутствующей системе) в потенциальной яме электронной компоненты и силы со стороны поля тяжелого сгустка. Обозначим заряд иона eZ и используем предположения (32) и (33), при выполнении которых продольная составляюшая силы не меняется при преобразовании Мёллера (соответствуюшие выкладки аналогичны тем, которые сделаны в §2 работы /6/).

Тогда имеем в собственной системе

$$f^3 = -\Omega^2_c x - \frac{e^2 Z N_1}{m_i z^2(\tau)} . \tag{36}$$

Уравнение движения иона в собственной системе координат с учетом сделанных упрошений запишется:

$$\frac{d^2x}{d\tau^2} + \Omega^2_e x = -\dot{v}_c(\tau) - \frac{e^2 Z}{m_i} \frac{N_1}{z^2(\tau)} \tag{37}$$

или

$$\frac{d^2 x}{d\tau^2} + \Omega^2_e x = - \frac{e^2 N_1}{z^2(\tau)} \left(\frac{Z}{m_i} + \frac{1}{m_e \gamma_{\perp 2}} \right) . \tag{38}$$

С учетом (30) решение этого уравнения представляет собой сумму колебательного члена и вынужденного - отклонение центра колебаний иона от центра потенциальной ямы из-за влияния сил инерции. Требуя, чтобы это отклонение не превышало, например, половины малого радиуса легкого сгустка a, получим условие удержания ионов в виде:

$$z^2(r) > \frac{2e^2 N_1}{\Omega_c^2 a}\left(\frac{Z}{m_i} + \frac{1}{m_c \gamma_{\perp 2}}\right). \qquad (39)$$

Максимальное отклонение ионов имеет место в точке поворота и, используя выражение для z_0 (18) (для простоты полагаем $\frac{Z}{m_i} \ll \frac{1}{m_e \gamma_{\perp 2}}$ и $\frac{N_i}{Ne_2}\frac{m_i}{m_c \gamma_{\perp 2}} \ll 1$), получаем окончательно:

$$\frac{N_1}{N_2} > \frac{m_i}{m_e}\frac{a\,\gamma_{\perp 2}}{2\pi R}\left(\frac{\gamma_{\text{отн.}}-1}{\nu_2}\right)^2. \qquad (40)$$

4. Обсуждение результатов

Выше был установлен ряд условий, которые, с одной стороны, обеспечивают максимальную эффективность данного метода ускорения, и, с другой, позволяют провести весьма простой математический анализ процесса ускорения.

Анализируя эти условия, в общем виде можно сделать лишь некоторые качественные заключения. Речь идет об основных ограничениях (7), (11), (28), и (40).

Условия (7) и (28) связывают отношения числа частиц в сгустках и $\gamma_{\text{отн}}$ и показывают, что различие N_1 и N_2 должно составлять по крайней мере два порядка.

Наиболее сильные ограничения накладывают условия (11), и особенно (40). Детальный анализ их возможен, если задаться определенной конфигурацией сгустков и некоторыми основными, опорными параметрами.

Что касается легкого сгустка, то, как уже упоминалось, его можно представить в виде тонкого кольца при $R/a \gg 1$ и $\gamma_{\perp 2} \gtrsim 10$, $\nu_2 \approx 1$, что соответствует числу электронов $N_{e2} \approx 10^{14}$. Если взять значение $\nu_1 = 10^2$, что соответствует $N_1 = 10^{16}$, то условия (7), (11) и (28) будут выполнены при $\gamma_{отн} \lessapprox 5$. При этом мы учли существенное, по крайней мере на порядок, увеличение массы тяжелого сгустка за счет собственного электромагнитного поля в условии (7). Условие (32) также выполняется, когда а $\lessapprox$ 1 см. Остается выполнить требования, вытекающие из (40). При выбранных параметрах из (40) получим, что отношение большого и малого радиусов легкого сгустка должно быть $\approx \cdot 10^2$. Таким образом, в результате ускорения такого сгустка электронов с ионами на длине 100 м ионы приобретают энергию 300 Гэв, если положить, например, $\gamma_2^0 = 3$ и $\gamma_1^0 = 30$.

Дальнейшее повышение энергии легкого сгустка (или ослабление ограничений на параметры ударного ускорения) возможно при получении компактных заряженных сгустков с числом электронов более 10^{16}.

В заключение автор хотел бы подчеркнуть решающую роль В.И. Векслера в постановке задачи в изложённой здесь форме, а также поблагодарить М.Л. Иовновича, К.А. Решетникову и В.П. Саранцева за полезные дискуссии.

Литература

1. В.И. Векслер. Труды конференции по ускорителям. Женева, 1956 г., т. 1, стр. 80; АЭ, 2, 427 (1957).
2. В.И. Векслер, В.Н. Цытович. Труды конференции по ускорителям, Женева, т. 1, стр. 160, 1959 г.
3. В.И. Векслер и др. "Международная конференция по ускорителям", Кэмбридж, 1967 г.; "Атомная энергия 24, 317 (1968).

4. W.I. Link. IEEE Trans.Sci., 14, 777 (1967). F.C. Ford, D. Martin, D. Sloan, W. Link. Bull.Ann.Phys.Soc., 12, 961 (1967).
Wintenberg. Phys.Rev., 17, 212 (1968).
N. Rostoker et al.
"Международная конференция по ускорителям", Ереван, 1969 г.
5. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. "Теория поля", ГИФМЛ, Москва, 1962.
6. А.Г. Бонч-Осмоловский и др. Препринт ОИЯИ 2-2649, Дубна, 1966.

Рукопись поступила в издательский отдел
16 июня 1970 года.