

С 37-6
Б-906

281/1000

СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

P9 - 5129



П.В.Букаев, В.П. Саранцев

К ВОПРОСУ О РАСЧЕТЕ ПОЛЕЙ,
ВХОДНОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ, ТОКОВ
И НАПРЯЖЕНИЙ В ИНДУКТОРАХ ЛИНЕЙНОГО
ИНДУКЦИОННОГО УСКОРИТЕЛЯ

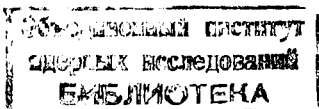
ОТДЕЛ НОВЫХ МЕТОДОВ УСКОРЕНИЯ

1970

P9 - 5129

П.В.Букаев, В.П.Саранцев

К ВОПРОСУ О РАСЧЕТЕ ПОЛЕЙ,
ВХОДНОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ, ТОКОВ
И НАПРЯЖЕНИЙ В ИНДУКТОРАХ ЛИНЕЙНОГО
ИНДУКЦИОННОГО УСКОРИТЕЛЯ



Моноэнергетичность частиц, ускоряемых в линейных индукционных ускорителях (ЛИУ) /1,2,3/, в значительной степени определяется временной зависимостью импульса напряжения вторичной обмотки индуктора. Поэтому вопрос формирования этого импульса с коротким фронтом и хорошей стабильностью плоской части мощным импульсным генератором, нагруженным одним или несколькими индукторами с комплексным входным сопротивлением, является одним из важнейших вопросов проектирования индукционной и импульсной систем ускорителя. Если учесть к тому же, что эти две системы определяют и технико-экономические показатели ускорителя, то становится очевидной важность изучения зависимостей картин электромагнитных полей в конструкциях систем и их влияния на указанные параметры и характеристики.

Индуктор ЛИУ представляет собой специальный импульсный трансформатор (ИТ) с отношением витков, равным единице, и относительно малой величиной индуктивности намагничивания L_{μ} , что приводит к существенному изменению входного сопротивления в течение импульса и усложняет вопрос согласования цепи силовоточного импульсного контура в широкой полосе частот, как это требуется для получения хорошей формы импульса вторичного (ускоряющего) напряжения /4,5,6/.

а) Расчёт электрических и магнитных полей
индукторов и секции

Напряженность вихревого электрического поля в точке z на оси $E(0, z)$ одиночного индуктора, схематично изображенного на рис. 1, определим интегрированием уравнения для напряженности магнитного поля на оси катушки с током [7], подставив в уравнение взамен плотности тока j скорость изменения магнитной индукции в сердечнике \dot{B}

$$\operatorname{grad}^2 E(0, z) = \frac{\dot{B}(r, z) r^2(z_0) dr dz_0}{2[r^2(z_0) + (z - z_0)^2]^{3/2}}. \quad (1)$$

Если предположить, что относительная импульсная магнитная проницаемость материала сердечника μ_{Δ} не зависит от $\frac{dH}{dt}$ и от H [9], то

$$\dot{B}(r, z_0) = \dot{B}(r) = \frac{B_1 r_1}{r} = \frac{\mu_0 \mu_{\Delta} \dot{I} r_1}{2\pi r}. \quad (2)$$

В результате интегрирования (1) по r от r_1 до r_2 и по z_0 от $-\ell$ до $+\ell$ с учётом (2) получим:

$$E(0, z) = \frac{\mu_0 \mu_{\Delta} \dot{I}}{4\pi} \cdot \ln \frac{[(z + \ell) + \sqrt{r_1^2 + (z + \ell)^2}] [(z - \ell) + \sqrt{r_2^2 + (z - \ell)^2}]}{[(z + \ell) + \sqrt{r_2^2 + (z + \ell)^2}] [(z - \ell) + \sqrt{r_1^2 + (z - \ell)^2}]}, \quad (3)$$

где r, r_1, r_2 - текущий, внутренний и наружный радиусы сердечника индуктора, соответственно; z, z_0 - координаты точки и элементарной площадки $dr \times dz_0$ (м); $\dot{B}_1, \dot{B}(r)$ - производные по времени напряженности магнитного поля и индукции во внутренних и на радиусе r слоя сердечника соответственно ($\frac{\text{ампер}}{\text{м} \cdot \text{сек}}$; $\frac{\text{тесла}}{\text{сек}}$); ℓ - половина длины сердечника индуктора (м); \dot{I} - скорость изменения тока в возбуждающей обмотке ($\frac{\text{ампер}}{\text{сек}}$); μ_0 - магнитная проницаемость вакуума $= 4\pi \cdot 10^{-7}$ ($\frac{\text{генри}}{\text{м}}$).

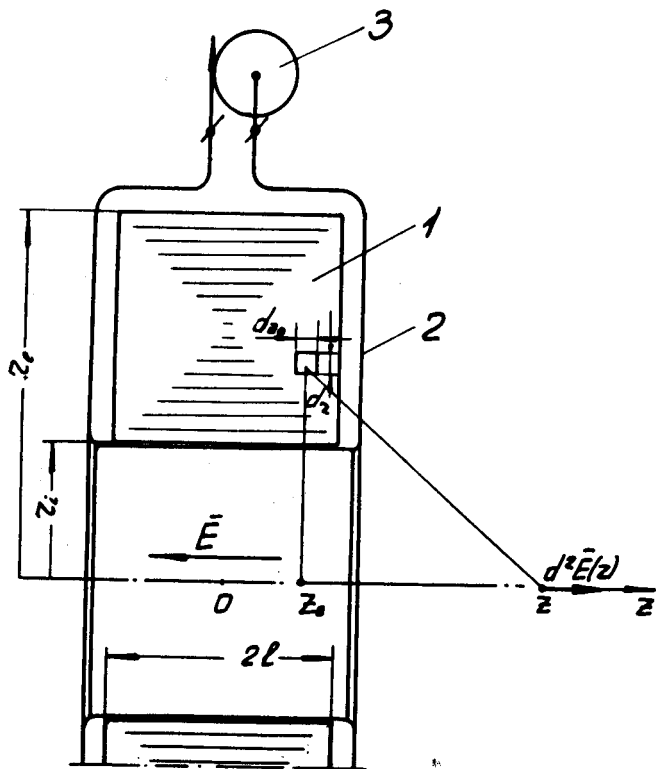


Рис. 1. Эскиз индуктора. 1 - сердечник, 2 - возбуждающий виток, 3 - кабель питания.

Если учесть, что импульс напряжения $U_{\text{И}}$, приложенный к возбуждающей обмотке индуктора, уравнивается изменяющимся магнитным потоком сердечника $\dot{\Phi}$, то:

$$U_{\text{И}} = \dot{\Phi} = \frac{d}{dt} \int_{r_1}^{r_2} \frac{B_1 r_1}{r} 2\ell dr = \dot{I} \frac{\mu_0 \mu \Delta^2 \ell n \frac{r_2}{r_1}}{\pi} \quad (4)$$

Определив из (4) \dot{I} и подставив полученное выражение в (3), получим:

$$E(0, z) = \frac{U_{\text{И}}}{4\ell \ell_n \frac{r_2}{r_1}} \ell_n \frac{[(z+\ell) + \sqrt{r_1^2 + (z+\ell)^2}][-(z-\ell) + \sqrt{r_2^2 + (z-\ell)^2}]}{[(z+\ell) + \sqrt{r_2^2 + (z+\ell)^2}][-(z-\ell) + \sqrt{r_1^2 + (z-\ell)^2}]}, \quad (5)$$

где $U_{\text{И}}$ - напряжение возбуждения (в).

Из (3) и (5) видно, что напряженность вихревого ускоряющего поля $E(0, z)$ прямо пропорциональна магнитной проницаемости материала сердечника при импульсном перемагничивании $\mu \Delta$ и определяется величиной приложенного к возбуждающей обмотке напряжения и геометрией сердечника.

При интегрировании в (3) предполагалось, что $r_1 = \text{const}$ и $r_2 = \text{const}$, как это и имеет место в конструкциях.

Составляющие вектора вблизи оси можно определить одним из способов, описанных в [7], например, по формулам:

$$E_r(r, z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n!(n+1)!} E_z^{[2n+1]}(0, z) \left(\frac{r}{2}\right)^{2n+1}, \quad (6)$$

$$E_z(r, z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(n!)^2} E_z^{[2n]}(0, z) \left(\frac{r}{2}\right)^{2n}. \quad (7)$$

На рис. 2,3 приведены картины $E_z(0, z)$ полей внутри двух секций с различной геометрией сердечников индукторов (кривые II) и полей отдельных индукторов (1).

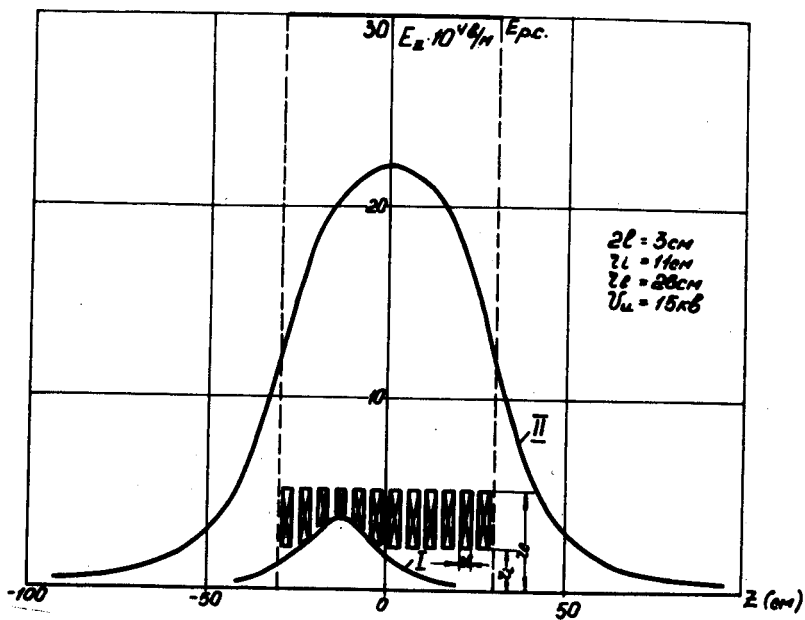


Рис. 2. Ускоряющее поле на оси ускорительной секции, вариант А.
 Кривая I - поле одного индуктора, кривая II - поле секции из 12 индукторов.

$2l = 10 \text{ cm}$
 $z_1 = 15 \text{ cm}$
 $z_2 = 5 \text{ cm}$
 $z_0 = 23 \text{ cm}$

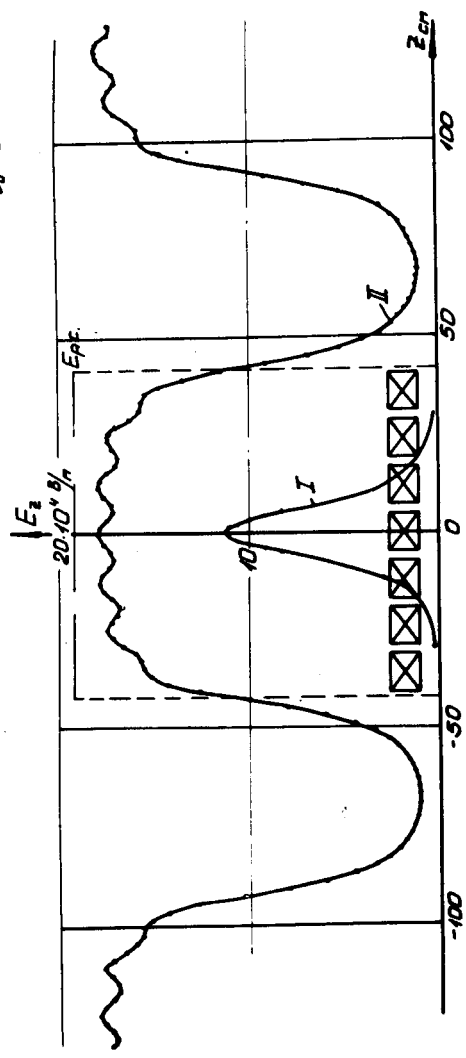


Рис. 3. Ускоряющее поле на оси ускорительной секции, вариант Б. Кривая I - поле одного индуктора, кривая II - поле секции из 7 индукторов.

Металлическая проводящая оболочка секции концентрирует электрическое поле подобно панцирю магнитной катушки или стенкам резонатора/8/ так, что в этом случае напряженность вихревого поля определяется равенством

$$E_{z,вх} = \frac{U_{и}}{l_{и}}, \quad (8)$$

где: $E_{z,вх}$ - напряженность вихревого электрического поля внутри секции ($\frac{В}{м}$); $l_{и}$ - осевая длина индуктора (м).

Энергия ускоряемых частиц, определяемая из уравнения Максвелла

$$\Xi = e \oint E \, dl = e \int_s \frac{dB}{dt} = e U_{и}, \quad (9)$$

где: e - заряд электрона (кул); Ξ - энергия частицы.

Конструкция индуктора, схематично изображенная на рис. 1 и 4а, позволяет получить минимальную и стабильную емкости возбуждающей обмотки относительно сердечника.

Напряженность электрического поля в изоляции виток-сердечник, постоянной по радиусу толщины изоляции - $\Delta_{из}$, зависит от радиуса и определяется равенством:

$$E_{r,вн} = \frac{U_{и}}{2\Delta_{из}} - \frac{2l B_1 r_1 \cdot l_n \frac{r_l}{r}}{\Delta_{из}}, \quad (10)$$

где $\Delta_{из}$ - толщина изоляции виток-сердечник (м); $E_{r,вн}$ - напряженность электрического поля в изоляции ($\frac{В}{м}$).

Эта зависимость изображена на рис. 4в сплошной линией. Напряженности полей во внутренней полости индуктора $E_{вх}$ и в зазоре между соседними индукторами определяются по формуле плоского конденсатора и изображены в виде эпюр на рис. 4б и 4г. На рис. 4д изображена зависи-

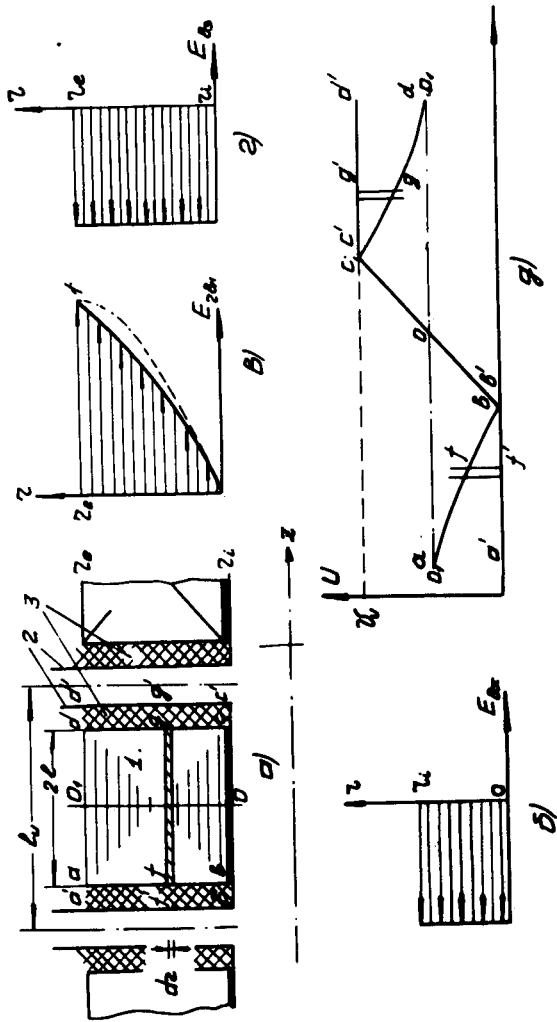


Рис. 4. Эпюры электрических полей индуктора. 1 - сердечник, 2 - возбуждающие витки, 3 - изоляция. а - эскиз части секции, б - эпюра поля внутри секции. в - эпюра поля индуктора Е, г - поле между индукторами Е, д - график разности потенциалов.

мость разности потенциалов между различными точками витка возбуждающей обмотки и сердечником.

Напряженности магнитного поля внутри $H_{вн}$, вне $H_{вз}$ пучка и внутри возбуждающей обмотки индуктора $H_{и}$ определяются соответственно равенствами:

$$H_{вн} = \frac{I_n \cdot r}{2\pi \cdot r_n^2}, \quad (11)$$

$$H_{вз} = \frac{I_n}{2\pi \cdot r}, \quad (12)$$

$$H_{и} = \frac{I_n}{2\pi r}, \quad (13)$$

где r_n - радиус пучка (м), $H_{вн}, H_{вз}, H_{и}$ - напряженности магнитного поля внутри и вне пучка и внутри индуктора, соответственно ($\frac{\text{ампер}}{\text{м}}$).
Эпюры полей изображены на рис. 5б, в.

*б) Расчёт параметров эквивалентной схемы
замещения группы индукторов (секции)*

Эквивалентная схема группы индукторов должна наиболее полно отражать картину физических явлений, что особенно важно для ИТ с отношением витков, равным единице. С другой стороны, большое число реактивных элементов в схеме приводит к высоким порядкам дифференциальных уравнений и сложным окончательным формулам для напряжений, токов и входного сопротивления. С учётом этого мы будем рассматривать эквивалентные схемы, изображенные на рис. 6а,б. Параметры элементов эквивалентной схемы определяются из формул, полученных в результате интегрирования энергий, заключенных в соответствующих участках поля и равенства ее энергии, запасенной в соответствующей реактивности. Для индукторов типа ЛИУ-3 формулы имеют вид:

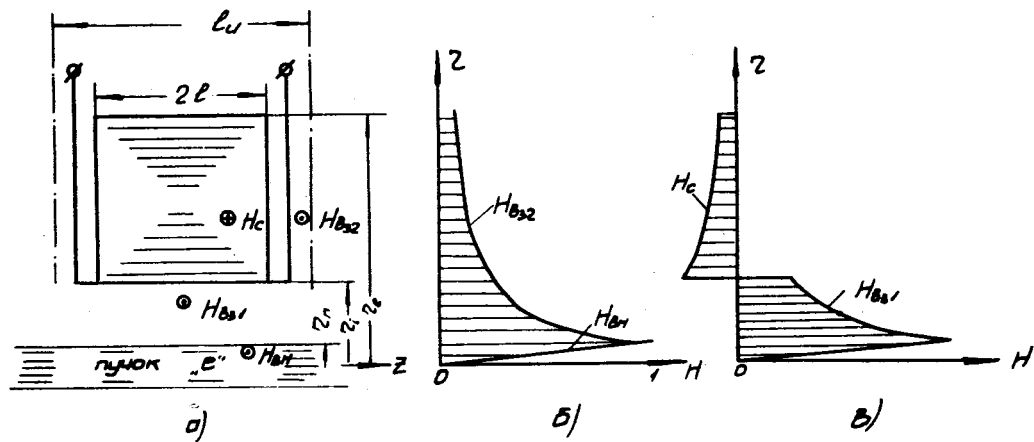
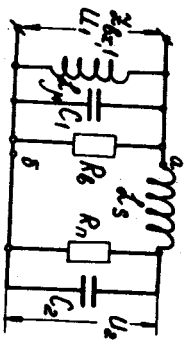
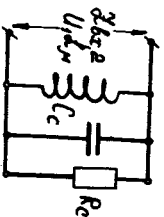


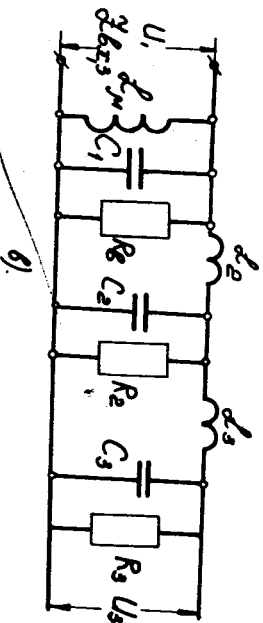
Рис. 5. Эпюры магнитных полей индуктора. 1 - сердечник, 2 - виток, 3 - пучок, а - эскиз индуктора, б - эпюра поля в сечении $z = \frac{l}{2}$, в - эпюра поля в сечении $z = 0$.



а).



б).



в).

Рис. 6. Эквивалентные схемы индуктора. а - полная ИТ, б - упрощенная, в - полная индуктора.

$$C_1 = \frac{\pi \epsilon_1 \epsilon_0 (r_l - r_1)}{\Delta_{из}} \left(\frac{r_l + r_1}{4} + \frac{r_l - r_1}{\pi^2} \right), \quad (14a)$$

$$C_{вз} = \frac{\pi \epsilon_2 \epsilon_0 (r_2^2 - r_1^2)}{\Delta_3}, \quad (14б)$$

$$C_{вх} = \frac{\pi \cdot \epsilon_3 \cdot \epsilon_0 \cdot r_1^2}{l_{и}}, \quad (14в)$$

$$L_{\mu} = \frac{\mu_0 \mu \Delta S_{ж}}{l_{г}}, \quad (14г)$$

$$L_s = \frac{\mu_s \mu_0}{2\pi} \left(\frac{l_{и}}{4} + l_{и} \cdot \ln \frac{r_1}{r_n} + \Delta_3 \cdot \ln \frac{r_l}{r_1} \right), \quad (14д)$$

$$R_b = \frac{12 \rho_{ж} \cdot S_{ж}}{d^2 l_{г}}, \quad (14е)$$

$$R_n = \frac{U_{и}}{I_n}, \quad (14ж)$$

где C_1 - динамическая емкость возбуждающих витков относительно сердечника (ф); $C_{вз}$ - взаимная емкость между индукторами (ф); $C_{вх}$ - емкость, эквивалентная вихревому полю во внутренней полости (ф); L_{μ} , L_s - индуктивности намагничивания и рассеяния, соответственно (генри); R_b, R_n - сопротивления, эквивалентные потерям на вихревые токи в сердечнике и пучке (ом); Δ_3 - величина зазора между индукторами (м); $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3$ - относительные диэлектрические проницаемости изоляций сердечник-обмотка, между индукторами и пространства взаимодействия, соответственно, ϵ_0 - диэлектрическая проницаемость вакуума $= \frac{1}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9}$ ($\frac{ф}{м}$); d - толщина ленты магнитного материала сердечника (м);

l_{Γ} - средняя гармоническая длина магнитной линии (м); $\rho_{ж}$ - удельное сопротивление материала сердечника (ом.м); μ_s - магнитная проницаемость пространства взаимодействия; $S_{ж}$ - активное сечение материала сердечника (м²);

Операторные изображения входных сопротивлений эквивалентных схем замещения полной (рис. 6а) и упрощенной (рис. 6б) имеют вид/θ/:

$$Z_{ВХ,а}(p) = \frac{p(p^2 + \frac{1}{C_2 R_n} p + \frac{1}{C_1 [p^4 + (\frac{1}{C_2 R_n} + \frac{1}{C_1 R_B}) p^3 + (\frac{1}{C_2 L_s} + \frac{1}{C_1 R_B C_2 R_n} + \frac{1}{C_1 L_{\mu}} + \frac{1}{C_1 L_s}) p^2 + \frac{1}{C_2 L_s}] + (\frac{1}{C_1 L_{\mu} C_2 R_n} + \frac{1}{C_1 R_B C_2 L_s} + \frac{1}{C_1 L_s C_2 R_n}) p + \frac{1}{C_1 L_{\mu} C_2 L_s}}{p}}{C_c (p^2 + p \frac{1}{C_c R_c} + \frac{1}{C_c L_{\mu}})}$$

$$Z_{ВХ,б}(p) = \frac{p}{C_c (p^2 + p \frac{1}{C_c R_c} + \frac{1}{C_c L_{\mu}})}$$

Модули частотных характеристик, полученные известным способом из (15 а,б), имеют вид:

$$\text{Mod } Z(\omega) = \frac{\sqrt{[\omega^7 + \omega^5(a_1 \alpha - a_2 \beta) + \omega^3(\beta a_2 + a_4 + a_3 \alpha) - \omega \beta a_4]^2}}{C_1 [\omega^8 + \omega^6(a_1^2 - 2a_2) + \omega^4(a_2^2 - 2a_4 - 2a_1 a_3) + \omega^2(a_3 \beta - a_4 \alpha)]^2}$$

$$+ \omega^2(a_3^2 - 2a_2 a_4) + a_4^2]$$

$$\text{Mod } Z_{б}(\omega) = \frac{\omega L R}{\mu c} \frac{1}{\sqrt{R_c^2 (1 - \omega^2 L_{\mu} C_c) + \omega^2 L_{\mu}^2}}$$

Здесь α, β и a_1, a_2, a_3, a_4 - коэффициенты полиномов числителя и знаменателя, соответственно.

Соответствующие оригиналы входных сопротивлений (15) имеют вид

$$Z_{ВХ,а}(t) = \frac{1}{C_1} \left\{ A \left[e^{-\alpha_1 t} \frac{\sin b_1 t}{b_1} \right] + \frac{B}{a_1^2 + b_1^2} \left[1 - e^{-\alpha_1 t} \left(\frac{a_1}{b_1} \sin b_1 t + \cos b_1 t \right) \right] + \right. \\ \left. + D \left(e^{-\alpha_2 t} \frac{\text{sh } b_2 t}{b_2} \right) + \frac{F}{a_2^2 - b_2^2} \left[1 - e^{-\alpha_2 t} \left(\frac{a_2}{b_2} \text{sh } b_2 t + \text{ch } b_2 t \right) \right] \right\}, \quad (17a)$$

$$Z_{ВХ,б}(t) = \frac{1}{C_0 b_3} e^{-\alpha_3 t} \sin b_3 t, \quad (17b)$$

где $a_{1,2,3}; b_{1,2,3}$ - действительные и мнимые части корней полиномов знаменателей в уравнениях (15 а,б), А, В, D, F - слагаемые в числителях дробей разложения - находятся методом неопределенных коэффициентов.

На рис. 7-14 приведены переходные и частотные характеристики индукторов типа ЛИУ-3 и ему подобного, рассчитанные по приведенной методике для двух вариантов геометрии и электрических параметров, приведенных в таблице 1. Характер кривых показывает, что для первого приближения достаточно пользоваться формулами (15-17б), а для более точных расчётов - (15-17а).

Важной характеристикой любого ИТ является его волновое сопротивление ρ , определяемое известным равенством:

$$\rho = \sqrt{\frac{L_s}{C_{ВЗ}}}. \quad (18)$$

На рис. 15а приведены графики зависимостей волнового сопротивления ρ , емкости $C_{ВЗ}$ и индуктивности рассеяния L_s от осевого раз-

Таблица I

Пара-метр	Формула	Раз-меры	Вариант А	Вариант Б (расчёт)	Вариант В (расчёт)	Приме-чание
$a_2 = 2l$		см	3,0	10,0	7,0	
z_i		см	11,0	5,5	5,5	
z_e		см	26,5	13,5	17,2	
l_u		см	5,0	12,5	9,5	
z_n		см	2,0	1,5	1,2	
Δu_3		см	0,4	0,5	0,5	
Δ_3		см	0,8	1,0	1,0	
$E_{\sigma x}$	8	кв/м	300	184	242	
$C_{\sigma n}$	I4a	пф	313,8	45,8	72,9	
$C_{\sigma 3}$	I4б	пф	352,2	56,56	95,2	
$C_{\sigma x}$	I4в	пф	6,73	0,673	0,883	
C_3		пф	672,7	103,0	169,0	
$L_{\sigma n}$	I4г	МКГН	7,38	40,7	35,5	
L_3	I4д	см	41,88	92,3	71,9	
R_n	I4ж	ом	75	92	92	
R_e	I4е	ом	39,6	137,3	120,0	
R		ом	25,8	55,08	52,0	
L_{max}		ом	24,35	53,38	49,65	

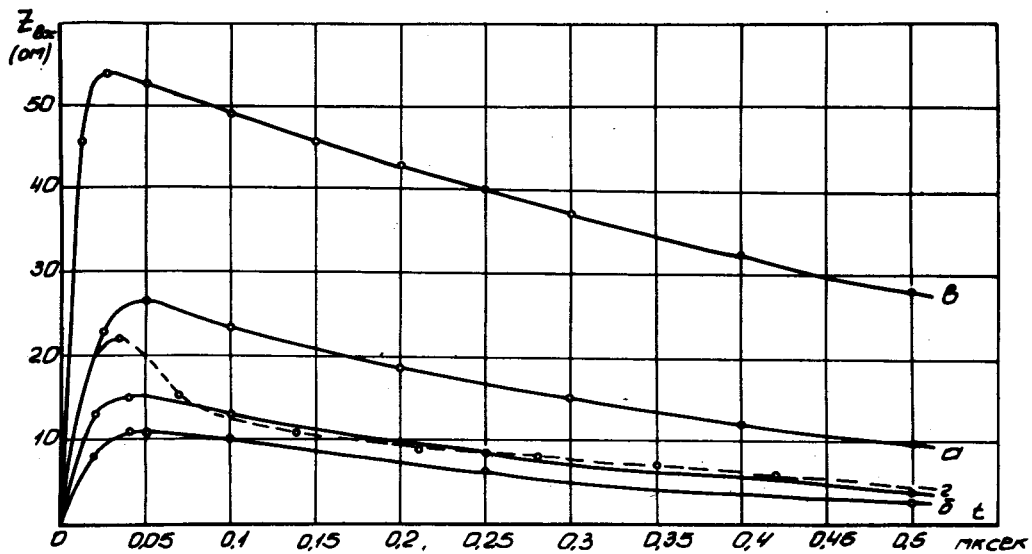


Рис. 7. Переходные характеристики одного и группы индукторов, рассчитанные по формуле 176. а) один индуктор, вар. А, б) три индуктора, вар. А, в) один индуктор, вар. Б, г) семь индукторов, вар. Б, пунктирная кривая - эксперимент.

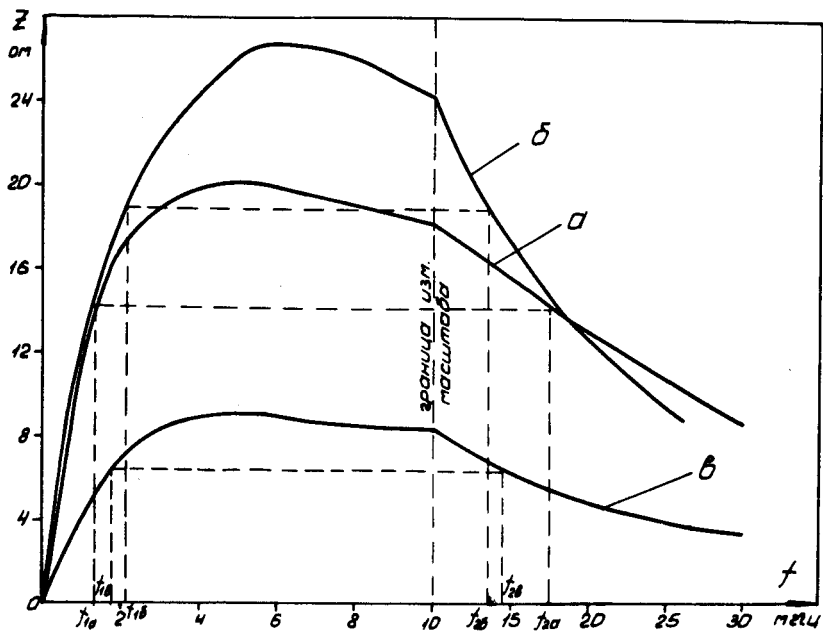


Рис. 8. Амплитудно-частотные характеристики одного и группы из трех индукторов (вар. А), рассчитанные по (166). а - один индуктор, расчёт, б - один индуктор, эксперимент, в - три индуктора, расчёт.

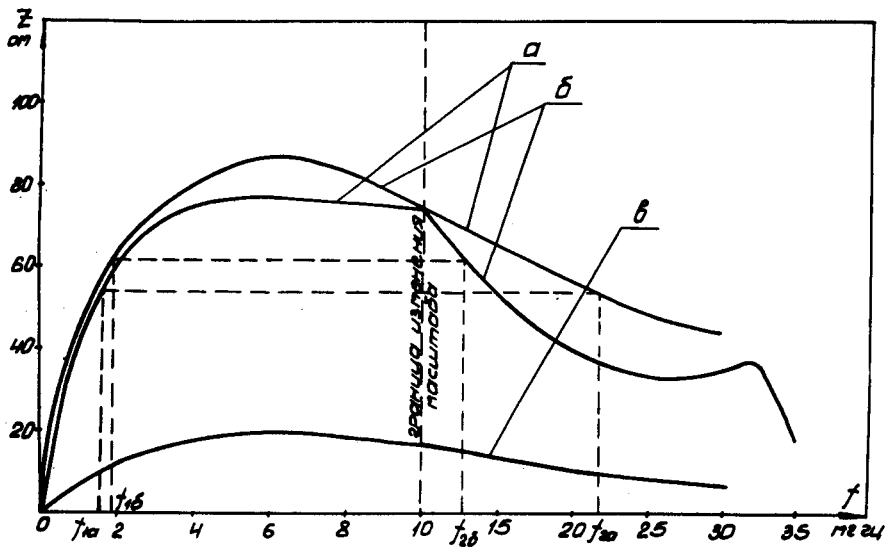


Рис. 9. Амплитудно-частотные характеристики одного и группы из семи индукторов (вар. Б). а - один индуктор, расчёт по (185), б - один индуктор, эксперимент, в - семь индукторов, расчёт.

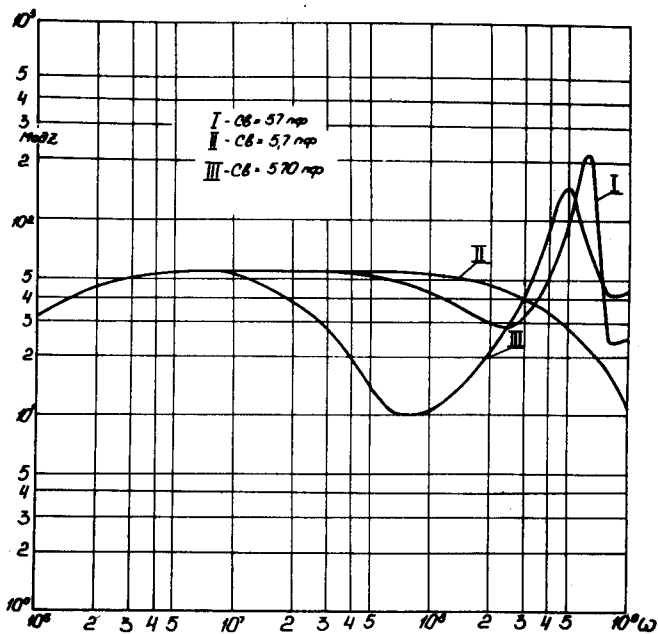


Рис. 10. Влияние на АЧХ индуктора (вар. Б) C_B .

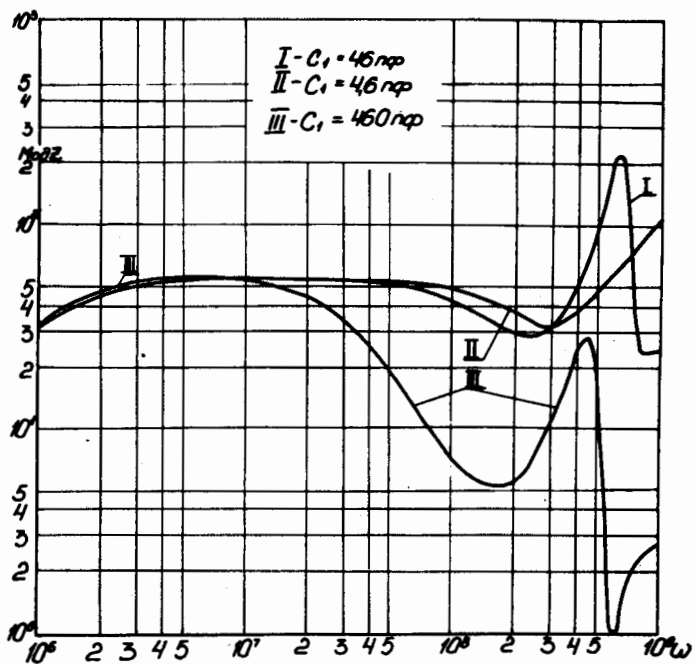


Рис. 11. Влияние на АЧХ индуктора (вар. Б) C_1 .

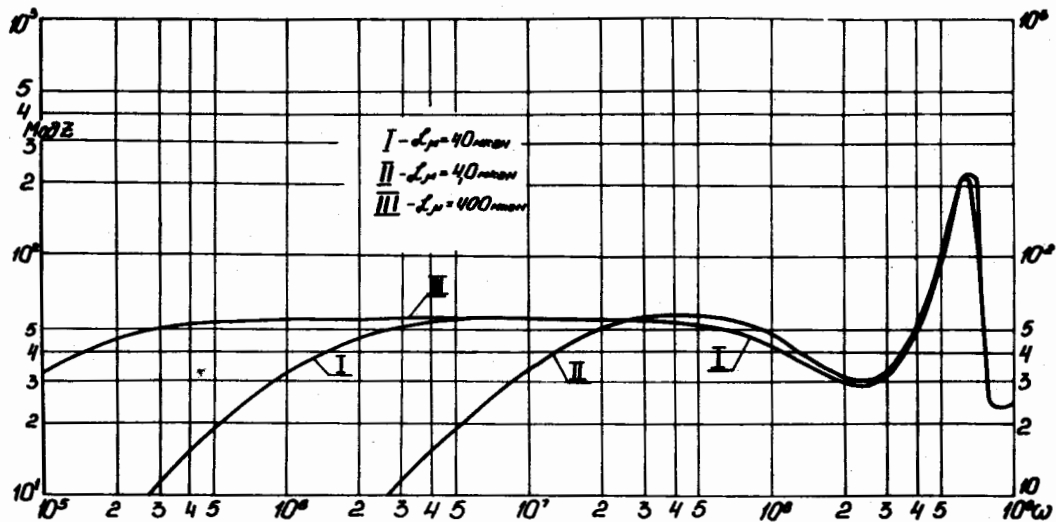


Рис. 12. Влияние на АЧХ индуктора (вар. Б) L_{μ}

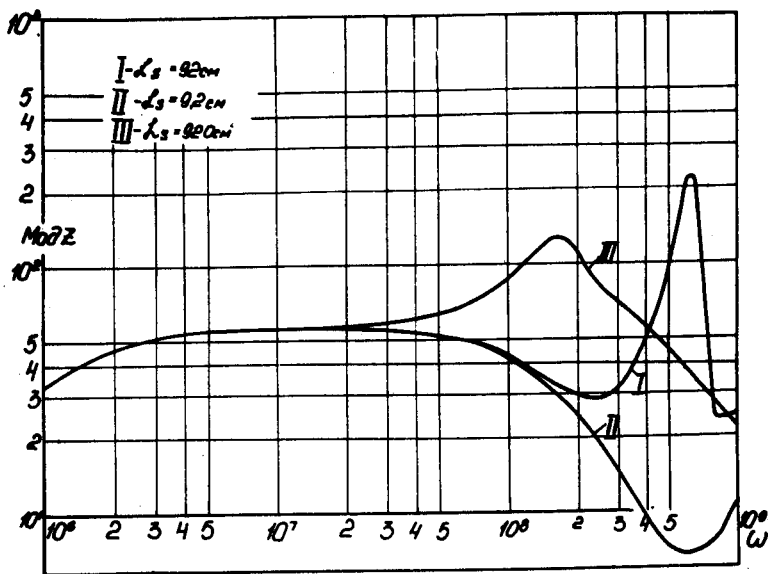


Рис. 13. Влияние на АЧХ индуктора (вар. Б) L_3 .

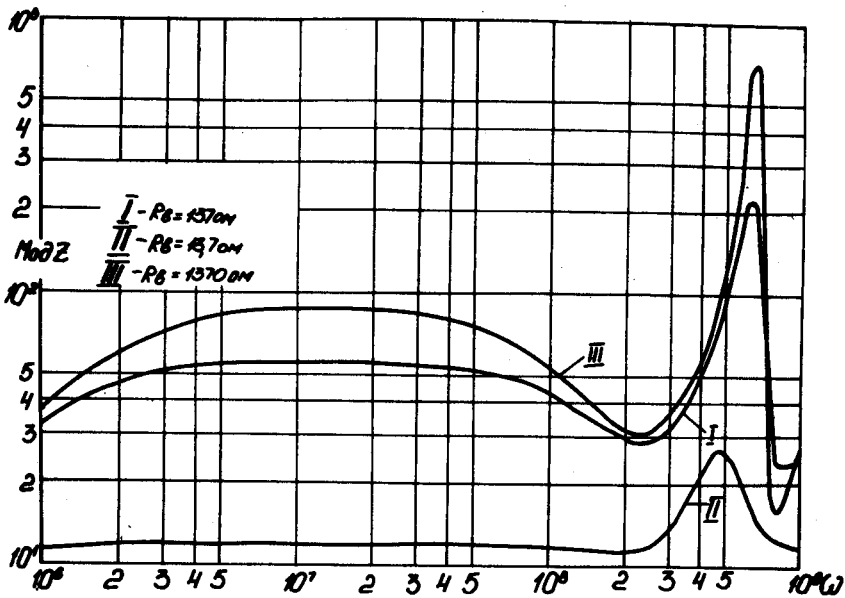


Рис. 14. Влияние на АЧХ индуктора (вар. Б) R_B .

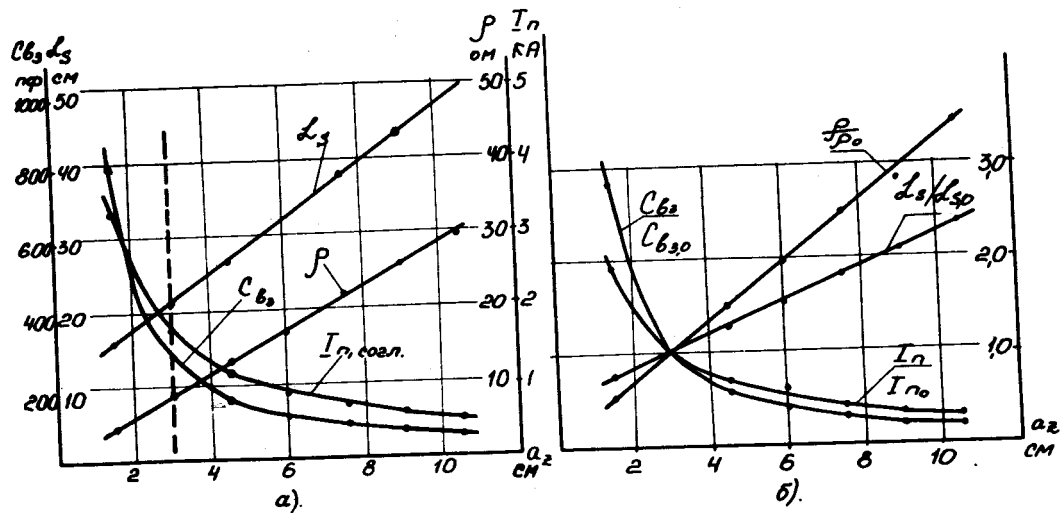


Рис. 15. Кривые зависимостей вторичных параметров от осевого размера сердечника индуктора (вар. А). а - абсолютные значения, б - относительные значения.

мера сердечника индуктора $a_z = 2l$. Остальные параметры индуктора $U_{и}$, r_1 , $\Delta_{из}$, Δ_3 и др. приняты постоянными, равными по величине принятым в варианте А (Табл. 1). Для других значений параметров они могут быть легко пересчитаны по приведенным формулам.

Хорошо известно, что для неискаженной передачи формы импульса во вторичную обмотку должно быть выполнено, кроме прочих, условие согласования сопротивления нагрузки (пучка) R_n с волновым сопротивлением трансформатора ρ . На том же рисунке изображена кривая для согласованного тока пучка I_n . На рис. 15б те же зависимости изображены в относительных единицах: $\frac{L_s}{L_{s,0}}$, $\frac{\rho}{\rho_0}$, $\frac{I_0}{I_{n,0}}$, $\frac{C_{вз}}{C_{вз0}}$, где за основные (нулевые) приняты параметры ЛИУ-3 (вар. А).

На рис. 16а, б изображены зависимости первичных параметров индуктора R_B , L_μ , C_1 в абсолютных (а) и относительных (б) единицах от осевого размера сердечника $a_z = 2l$.

*в) Расчёт формы импульсов напряжения и тока
в обмотках индукторов и секций*

Необходимость расчёта мгновенных значений напряжений и токов диктуется двумя факторами.

Во-первых, при рассогласованиях ИТ и нагрузки с генератором вторичное напряжение может существенно отличаться от возбуждающего, что приведет к увеличению разброса энергий частиц и дефокусировке пучка за счёт появления разности энергий и колебаний плотности по длине пучка.

Во-вторых, определение мгновенных значений токов в цепи импульсного контура необходимо для выбора коммутирующих приборов и расчёта формирующего устройства.

В качестве коммутирующих приборов в импульсных системах ускорителей обычно используются импульсные водородные тиратроны, имеющие небольшие значения собственных индуктивностей и малое время деионизации и позволяющие работать с высокими значениями частот посылок

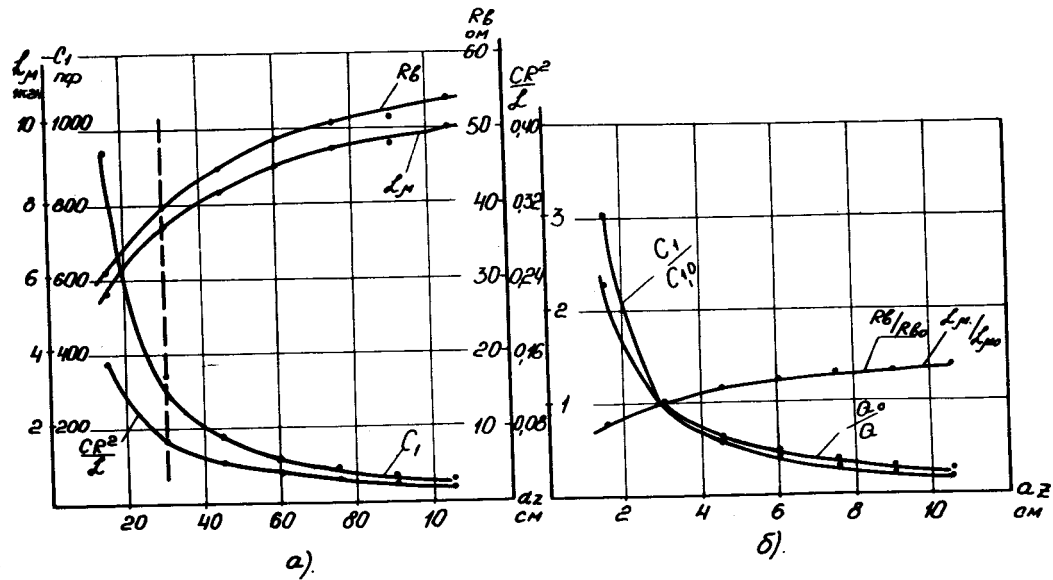


Рис. 16. Кривые зависимостей первичных параметров индукторов (вар. А) от осевого размера сердечника a_z . а - абсолютные значения, б - относительные значения.

импульсов. Тиратроны используются в предельных по крутизне анодного тока режимах, поэтому мы встречаемся с необходимостью учёта влияния собственной индуктивности тиратрона L_1 на параметры импульса. Влияние величины активного сопротивления тиратрона R_1 оказывается значительно меньше, т.к. для одного из тиратронов, например, имеем:

$$\frac{R_1}{Z_{\text{ср}}} \approx 0,01 \ll \frac{L_1}{L_\mu} \approx 0,125.$$

При рассмотрении задачи предполагается, что согласование входного сопротивления формирующей линии с входным сопротивлением нагрузки выполнено в течение всего импульса, т.е. от $Z(0)$ до $Z(0,5 \text{ мксек})$. Этот вопрос является особой задачей и здесь не рассматривается. Расчётные формулы в конечном виде получены для обеих эквивалентных схем рис. 8 а, б, в. В зависимости от целей расчёта могут быть использованы упрощенная или одна из более точных формул.

В цепи сильноточного импульсного контура (рис. 16а) буквами L_1 , L_1 и L_2 обозначены индуктивности первой катушки линии, тиратрона и входа индукторов соответственно. Обозначив их сумму L_v , преобразуем по теореме об эквивалентном генераторе схему к виду, показанному на рис. 16б, где $Z(t)$ и $W_0(t)$ - входные сопротивления нагрузки и формирующей линии, соответственно, а ξ - единичный импульс напряжения, равный по величине зарядному напряжению линии.

Изображение тока в цепи с учётом согласования:

$$i_a(p) = \frac{\xi(p)}{W_0(p) + Z(p) + pL_v} = \frac{\xi(p)}{2Z(p) + pL_v}. \quad (19)$$

Подставив сюда (15б) и выполнив преобразования, получим:

$$i_a(p) = \frac{\xi(p^2 + p \frac{1}{C_c R_c} + \frac{1}{C_c L_\mu})}{p L_v (p^2 + p \frac{1}{C_c R_c} + \frac{L_v + 2L_\mu}{L_v L_\mu C_c})}. \quad (20)$$

Оригинал этого выражения имеет вид ^{/8/}

$$i_a(t) = \frac{\xi}{L_v} \left[\frac{a^2 - a\alpha + \beta}{a^2(b-a)} e^{-at} + \frac{b^2 - ab + \beta}{b^2(a-b)} e^{-bt} + \frac{\beta t}{ab} + \frac{ab - \beta(a+b)}{a^2 b^2} \right], \quad (21)$$

где

$$a, b = -\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - \frac{L_v + 2L_\mu}{L_v L_\mu C_c}}, \quad (21a)$$

$$\alpha = \frac{1}{2C_c R_c}, \quad (21б)$$

$$\beta = \frac{1}{C_c L_\mu}. \quad (21в)$$

В ином, возможно более наглядном виде

$$i_a(t) = \frac{\xi}{\delta L_v} \left\{ \beta t + \frac{2\alpha(\delta - \beta)}{\delta} [1 + e^{-\alpha t} \left(\frac{\omega^2 - \alpha^2}{\alpha\omega} \sin \omega t - \cos \omega t \right)] \right\}, \quad (22)$$

где

$$\delta = \frac{L_v + 2L_\mu}{L_v L_\mu C_c}, \quad (22a)$$

$$\omega = \sqrt{\delta - \alpha^2}, \quad (22б)$$

если $\alpha^2 < \delta$. Если $\delta < \alpha^2$, режим в цепи аperiodический и тригонометрические функции заменяются гиперболическими.

Изображение напряжения возбуждения индуктора получим так (см. рис. 17):

$$U_{вх}(p) = \frac{\xi(p)Z(p)}{2Z(p) + pL_v}. \quad (23)$$

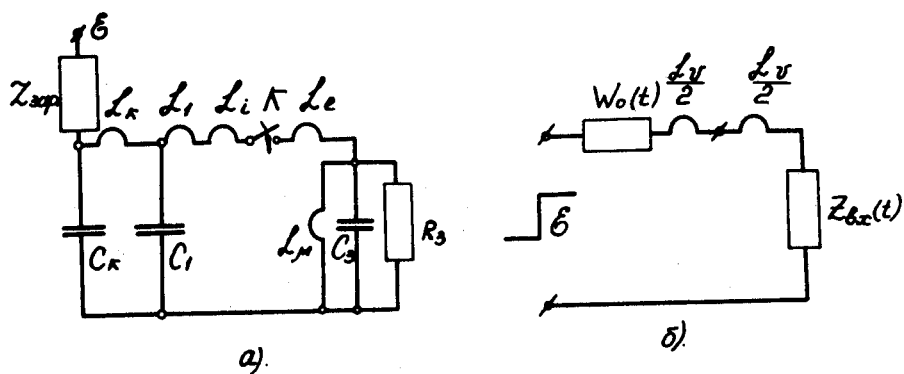


Рис. 17. Эквивалентная схема цепи сильнооточного импульсного контура. а - исходная, б - преобразованная.

После подстановки (15б) получим оригинал:

$$U_{\text{вх}}(t) = \frac{\xi}{L_v C_o} \frac{[a(1-e^{-bt}) - b(1-e^{-at})]}{ab(a-b)}, \quad (24)$$

или в тригонометрической форме:

$$U_{\text{вх}}(t) = \frac{\xi L_\mu}{L_v + 2L_\mu} [1 - e^{-at} \left(\frac{a}{\omega} \sin \omega t + \cos \omega t \right)]. \quad (24a)$$

На рис. 18-20 изображены кривые напряжения и тока в цепи первичной обмотки индуктора, рассчитанные по полученным формулам, а на рис. 21-осциллограммы тех же импульсов. Достаточно хорошее совпадение результатов, т.е. формы и величин напряжения и тока подтверждает возможность использования изложенной методики для расчётов в первом приближении. При необходимости проверки формы импульса вторичного напряжения, а также более точных расчётов первичных напряжения и тока следует использовать формулу для входного сопротивления индуктора в виде (15а). При этом ток через коммутатор $i(p)$, напряжение возбуждения индуктора $U_1(p)$ и напряжение вторичной обмотки индуктора $U_2(p)$ в операторном виде соответственно имеют вид

$$i(p) = \frac{2\xi(p)}{pL_v} \frac{\{p^4 + p^3(\frac{1}{C_B R_n} + \frac{1}{C_1 R_B}) + p^2(\frac{1}{C_1 L_s} + \frac{1}{C_B L_s} + \frac{1}{C_1 R_B C_B R_n} + \frac{1}{C_1 L_\mu}) + p + p(\frac{1}{C_1 R_B} + \frac{1}{C_B R_n}) + p^2(\frac{2}{C_1 L_v} + \frac{1}{C_1 L_s} + \frac{1}{C_B L_s} + \frac{1}{C_1 R_B C_B R_n} + \frac{1}{C_1 L_\mu}) + p(\frac{1}{C_1 L_s C_B R_n} + \frac{1}{C_1 R_B C_B L_s} + \frac{1}{C_1 L_\mu C_B R_n} + \frac{1}{C_1 L_\mu C_B L_s})\}}{p^4 + p^3(\frac{1}{C_1 R_B} + \frac{1}{C_B R_n}) + p^2(\frac{2}{C_1 L_v} + \frac{1}{C_1 L_s} + \frac{1}{C_B L_s} + \frac{1}{C_1 R_B C_B R_n} + \frac{1}{C_1 L_\mu}) + p(\frac{1}{C_1 L_s C_B R_n} + \frac{1}{C_1 R_B C_B L_s} + \frac{1}{C_1 L_\mu C_B R_n} + \frac{1}{C_1 L_\mu C_B L_s}) + p^2(\frac{2}{C_1 L_v C_B R_n} + \frac{1}{C_B L_s C_1 R_B} + \frac{1}{C_1 L_\mu C_B R_n} + \frac{1}{C_1 L_\mu C_B L_s}) + \frac{2}{C_1 L_s C_1 L_v} + \frac{1}{C_1 L_\mu C_B L_s}}$$

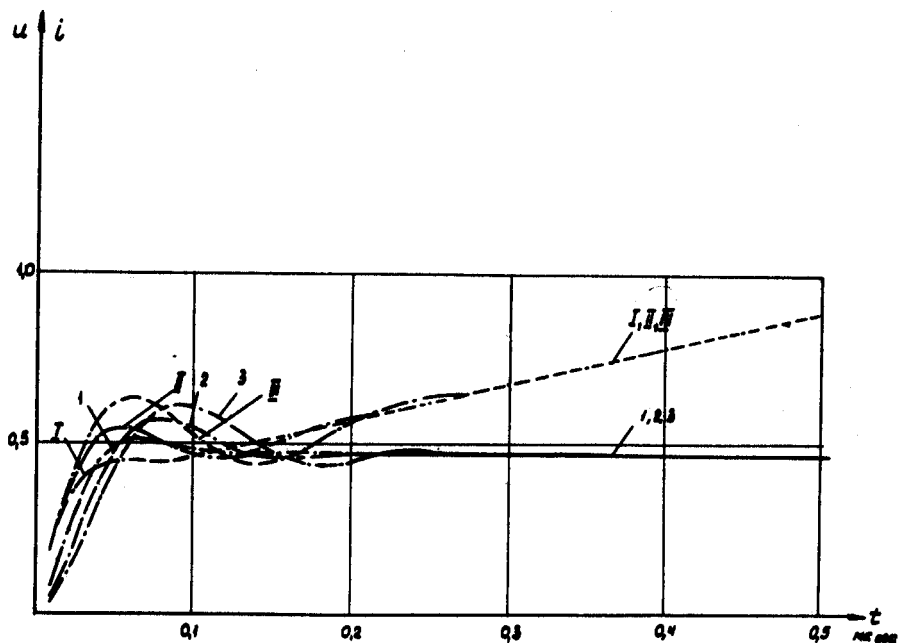


Рис. 18. Кривые напряжения и тока в цепи первичной обмотки индуктора, рассчитанные по упрощенным формулам (22) и (24а). Влияние емкости нагрузки на форму импульсов. I, II, III — $i(t)$; C = 0,6; 1,0; 1,4 $C_{3,0}$; 1, 2, 3 — $u(t)$ $C_{3,0}$ — емкость группы индукторов ЛИУ-3.

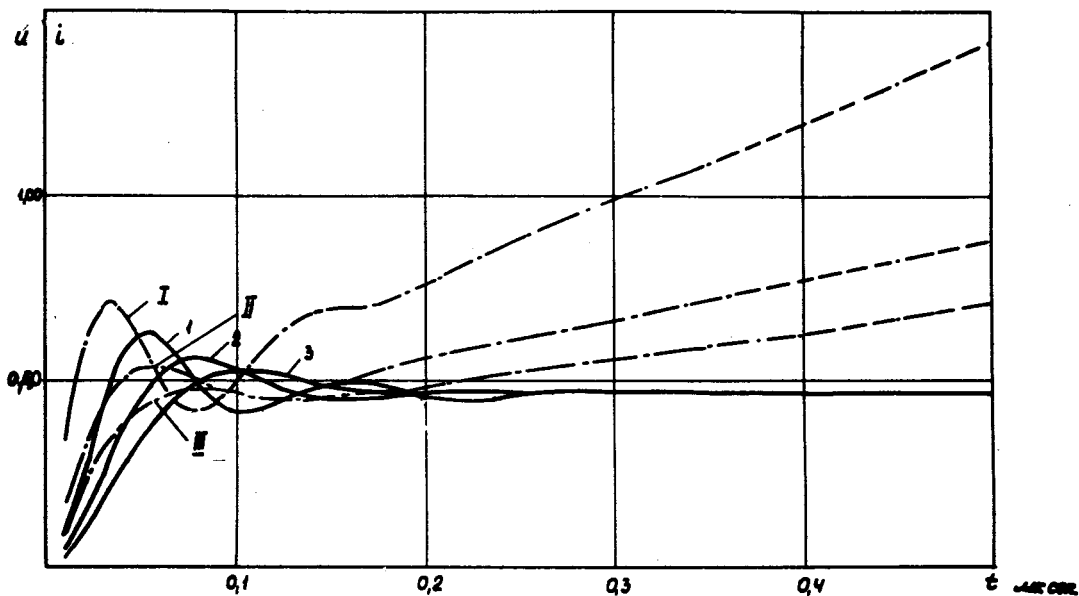


Рис. 19. Кривые напряжения и тока в цепи первичной обмотки индуктора, рассчитанные по упрощенным формулам (22) и (24а). Влияние индуктивности L_v на форму импульсов. I, II, III — $i(t)$; $L_v = 0,6; 1,0; 1,4 L_{v,0}$; 1, 2, 3 — $u(t)$ $L_{v,0}$ индуктивность ЛИУ-3.

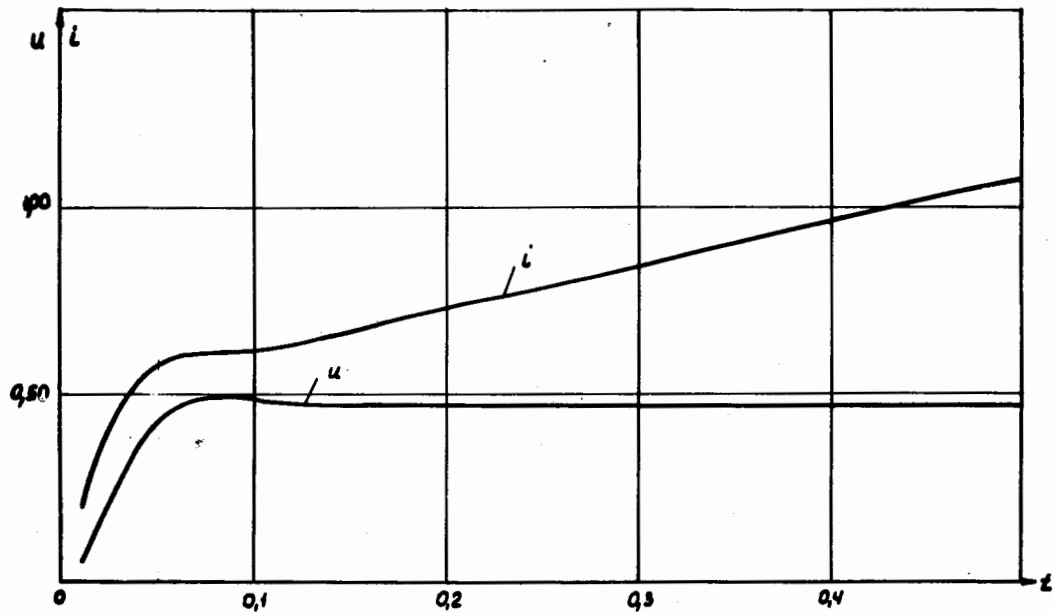


Рис. 20. Кривые напряжения и тока в цепи первичной обмотки индуктора, рассчитанные по упрощенным формулам (22) и (24а). Кривые токов и напряжений в согласованной цепи.

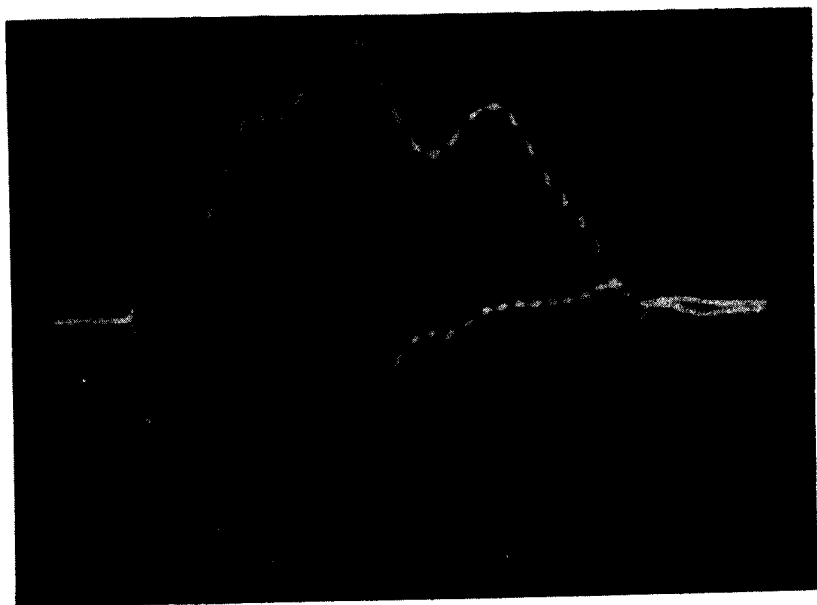


Рис. 21. Осциллограммы импульсов напряжения и тока в первичной обмотке индуктора.

$$U_1(p) = \frac{2 \xi(p)}{I_v C_1} \cdot \frac{(p^2 + p \frac{1}{C_B R_n} + \frac{1}{C_B L_s})}{[p^4 (C_B R_n C_1 R_B I_v L_s L_\mu)]} \quad (25б)$$

$$U_2(p) = \frac{2 \xi(p)}{C_1 I_v C_2 L_s} \cdot \frac{1}{[p^4 (C_b R_n C_1 R_b I_v L_s I_\mu)]} \quad (25в)$$

Коэффициент передачи трансформатора $K_b(p)$, т.е. отношение

$$\frac{U_3(p)}{\xi(p)} = \frac{2}{C_1 I_v C_2 I_{s2} C_3 L_{s3} [p^6 (R, C, L)]} \quad (25г)$$

Оригиналы приведенных выражений легко могут быть получены применением методов операционного исчисления. Так, выражение для коэффициента передачи трансформатора в функции времени имеет вид

$$K_b(t) = \frac{2}{C_1 I_v C_2 L_{s2} C_3 L_{s3}} \cdot \sum_{k=1}^3 \{ A_k e^{-a_k t} \frac{\sin b_k t}{b_k} + \frac{B_k}{a_k^2 + b_k^2} [1 - e^{-a_k t} (\frac{a_k}{b_k} \sin b_k t + \cos b_k t)] \}, \quad (26)$$

если корни полинома $p^6(C, R, L)$ в знаменателе (25,2) - мнимые, а $a_k + j b_k$ - корни полинома знаменателя.

Аналогичным образом при необходимости могут быть найдены выражения для $u_3(t), i(t)$.

На рис. 22, 23 приведены расчётная а) и экспериментальная б) амплитудно-частотные характеристики коэффициента передачи $K(\omega)$. Незначительное отличие экспериментальной частоты среза ω_0 от расчётной объясняется, во-первых, влиянием полей рассеяния внутри секции и вне ее, а, во-вторых, увеличением индуктивности рассеяния L_s внутри секции на счёт несовершенства конструкции экрана фокусирующей катушки и обмоток индуктора.

Амплитудно-частотные характеристики входного сопротивления индуктора и коэффициента передачи, полученные на макетах, могут служить критерием качества макетов и вариантов конструкций индукторов.

Приведенная методика позволяет также количественно оценить влияние индуктивности L_v на длительность фронта и колебания на вершине импульса, которая обсуждалась в [11].

В заключение авторы выражают благодарность за выполнение вычислительных работ Н.А. Бурцевой, Ю.А. Казанкину, И.В. Макаровой, С.И. Радину, а также коллективу инженеров ОНМУ за ценные замечания при обсуждении результатов.

Л и т е р а т у р а

1. N.C. Christophilos. "High Current Linear Induction Accelerator for Electrons",
В сб. "Труды международной конференции по ускорителям в Дубне", 1963 г., Атомиздат, Москва, 1964 г.
2. А.И. Анацкий, О.С. Богданов, П.В. Букаев и др. Линейный индукционный ускоритель, АЭ, т. 21, вып. 6, декабрь 1966.
3. И.М. Матора. К теории линейного индукционного ускорителя. Препринт ОИЯИ, Р9-3184, Дубна, 1967.
4. О.Н. Литвиненко и В.И. Сошников. "Теория неоднородных линий и их применение в радиотехнике". Сов. Радио, 1964 г.
5. Я.С. Ицхоки. "Импульсная техника". Сов. Радио, Москва, 1949.
6. М.М. Айзенов. Переходные процессы в элементах радиоустройств. "Морской транспорт", Ленинград, 1955 г.

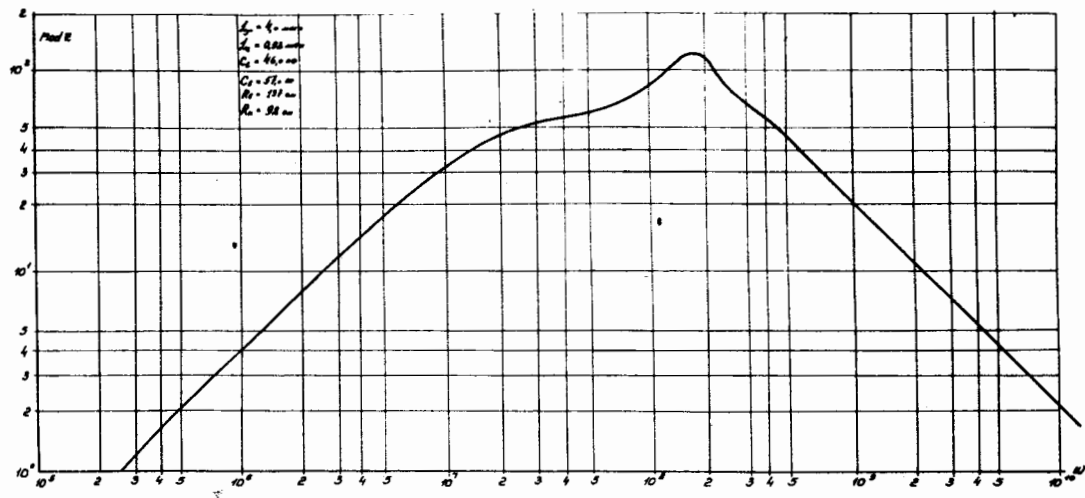


Рис. 22. Расчётная АЧХ коэффициента передачи.

K

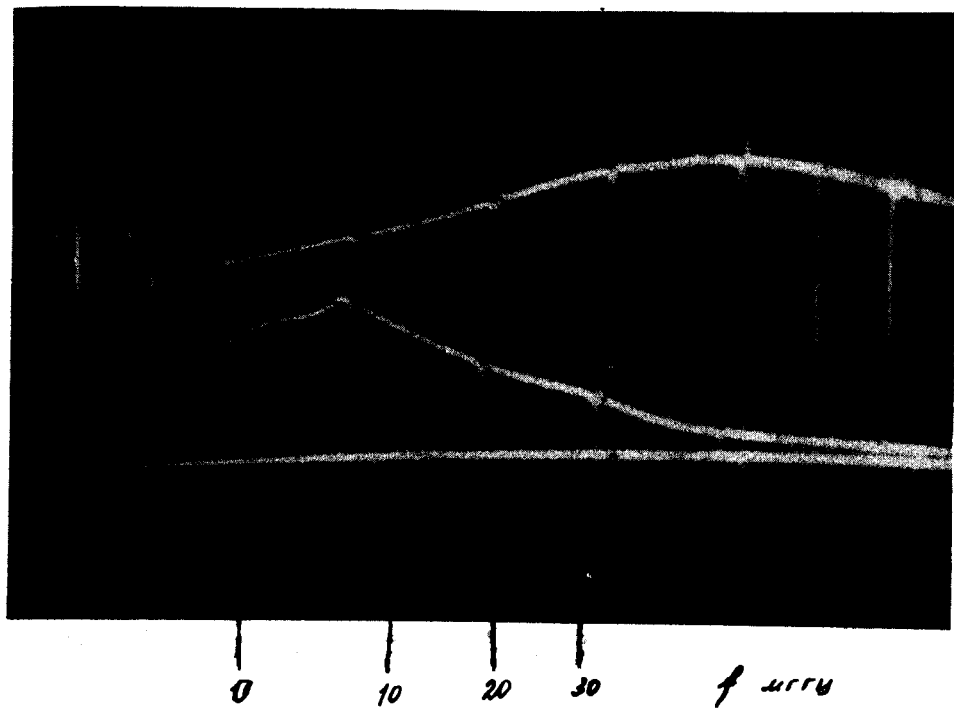


Рис. 23. Экспериментальная АЧХ коэффициента передачи.

7. К. Шимони. "Теоретическая электротехника" пер. с немецкого. Изд. "Мир", Москва, 1964.
8. А.И. Анацкий, П.В. Букаев и Е.П. Хальчицкий. Расчёт и исследование характеристик сердечников и индукторов ЛИУ. "Электрофизическая аппаратура", 1968 г.
9. В.А. Диткин, А.Н. Прудников. Справочник по операционному исчислению, Москва, 1965 г.
10. П.Н. Матханов. К расчёту цепей для формирования прямоугольных импульсов. Радиотехника т. 12, №7, июль 1957 г.

Рукопись поступила в издательский отдел

18 мая 1970 года.