ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

Р9 - 4855

В.Г. Маханьков, В.Н. Цытович

АКУСТИЧЕСКИЕ НЕУСТОЙЧИВОСТИ ПУЧКА ИНТЕНСИВНЫХ ПОПЕРЕЧНЫХ ВОЛН В ПЛАЗМЕ

ЛАБОРАТОРИЯ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ТЕХНИКИ
И АВТОМАТИЗАЦИИ

1969

Р9 - 4855

В.Г. Маханьков, В.Н. Цытович

АКУСТИЧЕСКИЕ НЕУСТОЙЧИВОСТИ ПУЧКА ИНТЕНСИВНЫХ ПОПЕРЕЧНЫХ ВОЛН В ПЛАЗМЕ

Направлено в "Plasma Physics"

1. В серии работ[1-5] исследовалось возбуждение плазменных и звуковых волн при распространении в плазме интенсивного пучка поперечных волн. Были выяснены условия, при выполнении которых интенсивный пучок поперечных волн испытывает аномальное поглощение вследствие генерации плазменных и звуковых волн.

Бесстолкновительный предел[1-4], когда возбуждаются колебания, частоты которых много больше частот парных соударений частиц, представляет интерес для интерпретации экспериментов по аномальному поглощению высокочастотных (в.ч.) полей в плазме, наблюдаемому в серии работ[6-8], тогда как возбуждение акустических волн, частоты которых много меньше частот парных соударений[5] существенно для взаимодействия лазеров с плазмой и в процессах создания плазмы лазерами. Впрочем анализ, проведенный в[9], показал, что и в экспериментах[10] по взаимодействию с плазмой аномальная бесстолкновительная диссипация значительна и заметно превосходит обычную Джоулеву[11].

Следует сразу оговориться, что о возбуждении плазменных и акустических волн имеет смысл говорить лишь в том случае, когда нелинейное изменение дисперсионных свойств плазмы (под воздействием в.ч. колебаний) в области частот, где существуют такие волны, весьма мало. Математически это выражается в том, что нелинейные поправки к частоте должны быть много меньше частот плазменных (акустических) колебаний. Исследование бесстолкновительных неустойчивостей, имеющих место, когда указанное условие не выполнено (интенсивность пучка поперечных волн достаточно велика), проведено в /4/. Вместе с тем в работе /5/ было показано, что даже при относительно низких значениях интенсивности поперечных волн дисперсионные свойства плазмы в области частых кулоновских соударений (при $\omega \ll \nu_e$) меняются существенным образом. Однако метод, примененный в /5/, не позволял исследовать такие эффекты. Цель настоящей работы – обобщить результаты /5/, используя полуфеноменологический метод исследования низкочастотных (н.ч.) дисперсионных свойств плазмы при наличии в ней достаточно интенсивного поперечного излучения x/.

Как уже отмечалось выше, в последние годы появилось большое количество экспериментов по взаимодействию лазера с веществом /13/. В этих экспериментах, благодаря большой концентрации частиц, частота парных соударений ν_e весьма высока ($\approx 10^{13} \div 10^{14}$), поэтому возбуждаемые в такой плазме "низкочастотные" колебания (гиперзвук) относятся к акустической ветви, их частоты ω меньше ν_e , ν_i (ν_e – – частота парных соударений электронов с электронами и ионами, ν_i – ионов друг с другом).

В связи с этими экспериментами представляет интерес исследовать в.ч. неустойчивости при $\omega \ll \nu_e$, ν_i в условиях, когда пучок поперечных волн существенно меняет дисперсионные свойства плазмы и, следовательно, бессмысленным становится понятие акустических колебаний.

---

x/ Неустойчивости плазмы с ленгмюровской турбулентностью были исследованы в /12/.

В дальнейшем везде предполагается, что

$$W / n_0 T_e \ll 1. \tag{1.1}$$

Здесь $W = E^2 / 4\pi$ – плотность энергии в.ч. излучения, $n_0 T_e$ – плотность тепловой энергии электронов плазмы. Условие (1.1) является необходимым при применении излагаемого ниже метода.

2. В дальнейшем нас будут интересовать низкочастотные дисперсионные свойства плазмы в присутствии достаточно интенсивного в.ч. излучения. Для этого необходимо найти линейный отклик такой системы на слабое возмущение (или внешнее поле). Метод получения диэлектрической проницаемости "неспокойной" (слаботурбулентной) плазмы, $\epsilon(\omega, \vec{k}, W)$, основанный на использовании кинетического уравнения, был развит в работах /14-16/. Однако, как правило, расчёты, связанные с кинетическим уравнением, довольно громоздки, в то время как многие физические эффекты в плазме хорошо описываются гидродинамическими уравнениями. Суть предлагаемого метода исследования дисперсионных свойств "неспокойной" плазмы в определенной н.ч. области[x/] состоит в нахождении гидродинамических уравнений, адекватно описывающих эти свойства. После этого задача получения $\epsilon(\omega, \vec{k}, W)$ сводится к совместному решению найденной системы уравнений и уравнений гидродинамики для в.ч. колебаний.

Схема решения выглядит следующим образом. Разбиваем поле в плазме на две части – высокочастотную (турбулентную) E^T и регулярную низкочастотную E^R так, что $\langle E \rangle = E^R$, а $E^T = E - \langle E \rangle$ (здесь знак $\langle\rangle$ означает усреднение по статистическому ансамблю).

[x/] Здесь и ниже н.ч. колебания имеют частоту, значительно меньшую частоты в.ч. излучения.

При этом E^T и связанные с ней величины могут быть описаны уравнениями бессоударительной в.ч. гидродинамики

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + \operatorname{div} n_e \vec{V}_e = 0, \tag{2.1}$$

$$\frac{\partial \vec{V}_e}{\partial t} + (\vec{V}_e \vec{\nabla})\vec{V}_e = \frac{e}{m_e}\vec{E}$$

и уравнениями Максвелла. Однако, поскольку выписанные уравнения нелинейны, они содержат как турбулентные, так и регулярные функции V, n, E. Поэтому (2.1) можно символически записать как

$$M_1(\vec{E}^T, n^T, \vec{V}^T, \vec{E}^R, n^R, \vec{V}^R) = 0, \tag{2.2}$$

где M_1 - нелинейный оператор, определяемый из системы (2.1). Далее следует получить гидродинамические уравнения, которые описывают специфические свойства н.ч. колебаний. Например, для исследования н.ч. колебаний с частотами $\omega \ll \nu_e$ необходимо учитывать диссипативные члены (подробности см. ниже). Пусть соответствующий нелинейный оператор есть M_2

$$M_2(\vec{E}^R, n^R, \vec{V}^R, \vec{E}^T, n^T, \vec{V}^T) = 0. \tag{2.3}$$

Будем считать низкочастотные возмущения слабыми. Теперь задача свелась к нахождению линейного решения системы уравнений (2.2) и (2.3) относительно слабого поля E^R. Для этого следует все искомые функции как регулярные, так и хаотические (турбулентные) разложить в ряд по амплитуде слабого регулярного поля E^R и оставить члены не выше линейного, т.е.

$$E^T = \tilde{\tilde{E}}^{(0)} + \tilde{\tilde{E}}^{(1)},$$

$$n^T = \tilde{\tilde{n}}^{(0)} + \tilde{\tilde{n}}^{(1)}, \qquad (2.4)$$

$$\vec{V}^T = \vec{\tilde{\tilde{V}}}^{(0)} + \vec{\tilde{\tilde{V}}}^{(1)},$$

где величины $\vec{\tilde{\tilde{E}}}^{(0)}$, $\tilde{\tilde{n}}^{(0)}$, $\vec{\tilde{\tilde{V}}}^{(0)}$ не зависят от E^R, а $\vec{\tilde{\tilde{E}}}^{(1)}, \tilde{\tilde{n}}^{(1)}, \vec{\tilde{\tilde{V}}}^{(1)}$ – – пропорциональны E^R.

Подставляя (2.4) в (2.2) и (2.3) и учитывая, что

$$E = E^T + E^R$$

$$n = n^T + n^R, \quad \text{а} \quad \operatorname{div} \vec{E}^R = 4\pi e\,(n_e^R - n_i^R) \qquad (2.5)$$

$$V = V^T + V^R$$

в линейном по E^R приближении получим искомую диэлектрическую проницаемость "неспокойной" плазмы в области низких частот. Ниже мы проиллюстрируем изложенный метод на примере возбуждения квазиакустических колебаний пучком поперечных волн.

3. Пусть через плазму проходит сколлимированный пучок поперечных волн достаточно высокой частоты $\omega_{t1} \gg \omega_{pe}$. Получим диэлектрическую проницаемость такой плазмы в области частот:

$$|k v_{T\alpha} - \omega| \ll \nu_\alpha \quad (\alpha = e, i). \qquad (3.1)$$

Как известно [12,17], в этом случае оператору $M_2(E^T, E^R)$ с точностью ν_e / ω_{pe} соответствует система уравнений, записанная в компонентах

x/ При получении системы (3.2) мы ограничились членами не выше второго порядка по E, что соответствует учёту наинизшего по $(W^T/n_0 T_e)$ вклада в.ч. излучения (подробнее см. /15,16/).

$$(-i\omega + i\frac{k^2 v_{Te}^2}{\omega})V^R_{ke} = -0.51\,\nu_e\, U^R_k - 1.71\, ikv^2_{Te}\, T^R_{ke}/T_{oe} + \frac{e}{m_e}E^R_k$$

$$(-\frac{3}{2}i\omega + 3.16\frac{k^2 v^2_{Te}}{\nu_e} + \delta\nu)\frac{T^R_{ke}}{T_{oe}} = -ikV^R_{ke} - 0.71\, ikU^R_k + \delta\nu\frac{T^R_{ki}}{T_{oe}} +$$

$$+\frac{m_e\nu_e}{T_{oe}}\int < \vec{\tilde{\tilde{V}}}^{(0)}_{k_1}\vec{\tilde{\tilde{V}}}^{(1)}_{k_2} > \delta(k - k_1 - k_2)\,dk_1 dk_2$$

$$(-i\omega + 1.28\frac{k^2 v^2_{Ti}}{\nu_i} + i\frac{k^2 v^2_{Ti}}{\omega})V^R_{ki} = -ikv^2_{Ti}\frac{T^R_{ki}}{T_{oi}} + 0.71\, ikv^2_{Ti}\frac{T^R_{ke}}{T_{oi}} +$$

$$+ 0.51\frac{m_e}{m_i}\nu_e\, U^R_k - \frac{e}{m_i}E^R_k, \tag{3.2}$$

$$(-\frac{3}{2}i\omega + 3.9\frac{k^2 v^2_{Ti}}{\nu_i} + \delta\nu)\frac{T^R_{ki}}{T_{oi}} = -ikV^R_{ki} + \delta\nu\frac{T^R_{ke}}{T_{oi}},\ \delta\nu = 3\frac{m_e}{m_i}\nu_e\ .$$

Здесь $\vec{U} = \vec{V}_e - \vec{V}_i$, ω и $\vec{k}$ – частота и волновой вектор н.ч. колебаний, v_{Ti} , v_{Te} – тепловые скорости ионов и электронов соответственно, остальные обозначения общепринятые.

Кроме того,

$$\vec{\tilde{\tilde{V}}}^{(0)}_k = \frac{ie}{m_e}\frac{\vec{\tilde{\tilde{E}}}^{(0)}_k}{\omega(\vec{k})}, \tag{3.3}$$

а $\omega(\vec{k})$ – решение линейного дисперсионного уравнения в.ч. колебаний, т.е. $\omega(\vec{k}) = \sqrt{\omega^2_{pe} + k^2c^2} \approx kc$.

Чтобы найти величину $\tilde{\tilde{V}}^{(1)}_{k}$, входящую во второе из уравнений (3.2), необходимо линеаризовать систему (2.1) по E^R и решить ее совместно с уравнением

$$(k_1^2 - \frac{\omega_1^2}{c^2}\epsilon(\omega_1, \vec{k}_1))\vec{E}^T_{\vec{k}_1\omega_1} = -\frac{4\pi i\omega_1}{c^2}\vec{j}^T_{\vec{k}_1\omega_1} .$$

При этом

$$\tilde{\tilde{V}}^{(1)}_{k_1,\alpha} = -\frac{4\pi e^2 n_0(\delta_{\alpha\beta} - k_{1\alpha}k_{1\beta}/k_1^2)}{m_e c^2(k_1^2 - \frac{\omega_1^2}{c^2}\epsilon(\omega_1, \vec{k}_1))}\int\frac{k'}{\omega'}V^R_{k'_e}\tilde{\tilde{V}}^{(0)}_{k'_1,\beta}\delta(k_1-k'-k'_1)dk'dk'_1 \quad (3.4)$$

Подставляя (3.3) и (3.5) в систему (3.2) и решая ее совместно с уравнением[x/]

$$\frac{\partial E^R}{\partial t} = -4\pi j^R ,$$

получим диэлектрическую проницаемость плазмы, пронизываемой пучком поперечных волн,

$$\epsilon^L(\omega, \vec{k}, W^T) = 1 + i\frac{m_e}{m_i}\frac{\omega_{pe}^2}{\omega_i\kappa\omega} + i\frac{\omega_{pe}^2}{\omega_e\kappa\omega}\frac{1 - \frac{m_e}{m_i}\frac{A_e\omega_e}{A_e\omega_i}\beta}{1+\beta} , \quad (3.5)$$

где

$$\beta = -\frac{ik^2\nu_e A_e e^2\omega_{pe}^2}{16\pi^2 m_e^2\omega\kappa\omega_e\Omega_e}\int(1 + \frac{(\vec{k}_1, \vec{k}_1 - \vec{k})^2}{k_1^2|\vec{k} - \vec{k}_1|^2})\frac{d\vec{k}_1}{\omega(\vec{k}_1)\omega(\vec{k}_1 - \vec{k})}\frac{N^T_{\vec{k}_1} - N^T_{\vec{k}_1 - \vec{k}}}{\omega - \Delta\omega_{\vec{k},\vec{k}_1}} \quad (3.6)$$

$\Delta\omega_{\vec{k},\vec{k}_1} = \omega(\vec{k}_1) - \omega(\vec{k}_1 - \vec{k})$, $N^T_{\vec{k}_1}$ – число квантов поперечных волн, определяемое из соотношений $N^T_{\vec{k}_1} = \frac{\pi^2}{2\omega_1^2}\frac{\partial}{\partial\omega_1}\omega_1^2\epsilon(\omega_1, \vec{k}_1)|_{\omega_1 = \omega(\vec{k}_1)}|E^T_{\vec{k}_1}|^2$;

[x/] Здесь мы предполагаем н.ч. колебания продольными.

$$\omega_i = -i\omega + i\frac{k v_{Ti}^2}{\omega} + 1.28\,\frac{k^2 v_{Ti}^2}{\nu_i} + \frac{k^2 v_{Ti}^2}{\Omega_i} - \frac{T_{oe}}{T_{oi}}\,\frac{k^2 v_{Ti}^2}{\Omega_e}\,(0.71 - \frac{\delta\nu}{\Omega_i})(1 + \frac{\delta\nu}{\Omega_i}),$$

$$\omega_e = -i\omega + i\,\frac{k^2 v_{Te}^2}{\omega} + 1.71\,\frac{k^2 v_{Te}^2}{\Omega_e}(1 + \frac{\delta\nu}{\Omega_i}),$$

$$\Omega_i = -\frac{3}{2}\,i\,\omega + \delta\nu + 3.9\,\frac{k^2 v_{Ti}^2}{\nu_i},$$

$$\Omega_e = -\frac{3}{2}\,i\omega + \delta\nu + 3.16\,\frac{k^2 v_{Te}^2}{\nu_e} - \frac{(\delta\nu)^2}{\Omega_i},$$

$$\kappa = 1 + (0.51\,\nu_e + 1.71\,(0.71 - \frac{\delta\nu}{\Omega_i})\,\frac{k^2 v_{Te}^2}{\Omega_e})(\frac{1}{\omega_e} + \frac{m_e}{m_i}\,\frac{1}{\omega_i}) \equiv 1 + a\,(\frac{1}{\omega_e} + \frac{m_e}{m_i}\,\frac{1}{\omega_i}),$$

$$A_e = 1.71 + \frac{m_e}{m_i}\,\frac{a}{\omega_i}(1 + \frac{\delta\nu}{\Omega_i}),\quad A_i = 0.71 - \frac{\delta\nu}{\Omega_i} - \frac{a}{\omega_e}(1 + \frac{\delta\nu}{\Omega_i}).$$

4. Чтобы исследовать дисперсионные свойства плазмы в присутствии пучка в.ч. излучения, удобно уравнение $\epsilon^L(\omega, \vec{k}, W^T)$ записать в следующем виде:

$$L + \tilde{\tilde{\beta}} = 0. \tag{4.1}$$

Здесь

$$L = 1 + \frac{m_e \omega_e}{m_i \omega_i}, \tag{4.2}$$

$$\tilde{\tilde{\beta}} = -\frac{i k^2 \nu_e\,(1 + \delta\nu/\Omega_i)\,\omega_{pe}^2}{8\pi^2\, m_i\,\omega\,\Omega_e\,\omega_i\,4\pi n_0}\,(\frac{\omega_{pe}}{\omega_i})^2 \int \frac{d\vec{k}_1\,(N^T_{\vec{k}_1} - N^T_{\vec{k}_1 - \vec{k}})}{\omega - \Delta\omega_{\vec{k},\vec{k}_1}}, \tag{4.3}$$

остальные обозначения см. (3.7).

Приравнивая величину L к нулю, получим решения дисперсионного уравнения "спокойной" плазмы /18/,

$$\omega_s = kv_s = kv_{Ti}\sqrt{\frac{5}{3} + \frac{T_e}{T_i}}, \quad \text{при } k > \frac{m_e}{m_i}\frac{\nu_e}{v_s}, \qquad \text{и } \omega_s' = kv_{Ti}\sqrt{\frac{5}{3}\left(1 + \frac{T_e}{T_i}\right)}$$

в обратном пределе.

Разлагая функцию $\Delta\omega_{\vec{k},\vec{k}_1}$ в ряд по $\frac{k}{k_1}$, легко проверить, что она обращается в нуль при (в пренебрежении членами порядка v_s^2/c^2),

$$x_1 = \cos(\vec{k}\,\vec{k}_1) = \frac{k}{2k_1}, \tag{4.4}$$

а функция $\Delta\omega_{\vec{k},\vec{k}_1+\vec{k}}$ – соответственно при

$$x_2 = \cos(\vec{k}\,\vec{k}_1) = -\frac{k}{2k_1}. \tag{4.5}$$

Так как в нашем рассмотрении $\frac{k}{k_1} \ll 1$, то углы, определяемые формулами (4.4) и (4.5), близки к $\pi/2$, т.е. величина $\tilde{\tilde{\beta}}$ становится достаточно большой лишь для возмущений, распространяющихся почти перпендикулярно пучку поперечных волн[x]. Пусть раствор углов (т.е. расходимость) пучка поперечных волн будет мал и равен $\Delta\theta$, тогда для колебаний, у которых

$$\frac{k}{k_1} \gg \Delta\theta \tag{4.6}$$

---

[x] Отметим, что это утверждение, строго говоря, справедливо при выполнении еще одного условия $\omega \ll kc$.

и распространяющихся под углом, определяемым из (4.4), к среднему волновому вектору в.ч. излучения $\vec{k}_{10}$, основной вклад в подинтегральное выражение (4.3) будет давать первый член.

Для возмущений, волновые числа которых удовлетворяют неравенству, обратному (4.6)

$$\frac{k}{2k_1} \ll \Delta\theta, \tag{4.7}$$

подинтегральное выражение в формуле (4.3) можно переписать в виде

$$\frac{\left(\vec{k}\,\frac{\partial N^T_{\vec{k}_1}}{\partial \vec{k}_1}\right)}{\omega - \vec{k}\,\vec{v}_g}, \quad \vec{v}_g = \frac{\vec{k}_1}{k_1}\,c \qquad \left(\text{т.к.} \quad k_1 \gg \frac{\omega_{pe}}{c}\right),$$

а интегрирование по углам вести в пределах $\frac{\pi}{2} - \Delta\theta/2$ до $\frac{\pi}{2} + \Delta\theta/2$, полагая ось z направленной вдоль $\vec{k}$. При этом нетрудно получить x/

$$\int \frac{d\vec{k}_1\left(\vec{k}\,\frac{\partial}{\partial \vec{k}_1}\right) N^T_{\vec{k}_1}}{\omega - \vec{k}\,\vec{v}_g} = -k^2 c \int \frac{d\vec{k}_1}{k_1}\,\frac{(1-\cos^2\theta) N^T_{\vec{k}_1}}{(\omega - kc\cos\theta)^2} = \tag{4.8}$$

$$= -8\pi^3 \int \frac{d\vec{k}_1\, W^T_{k_1}}{k_1^2 c^2 \left[(\omega/kc)^2 - (\Delta\theta/2)^2\right]} = -\frac{8\pi^3}{\omega_1^2}\, W^T\left[(\omega/kc)^2 - (\Delta\theta/2)^2\right]^{-1}.$$

Рассмотрим вначале колебания, удовлетворяющие условию (4.6). При этом формула (4.3) есть

---

x/ При интегрировании по углам предполагалось, что распределение в.ч. излучения в указанном интервале $\Delta\theta$ -изотропно.

$$\tilde{\tilde{\beta}} = -\frac{i k^2 \nu_e (1 + \delta\nu/\Omega_i)\, \omega^2_{pe}}{8\pi^2 m_i\, \omega\, \Omega_e\, \omega_i\, 4 n_0} \left(\frac{\omega_{pe}}{\omega_i}\right)^2 \int \frac{d\vec{k}_1 N^T_{\vec{k}_1}}{\omega - \Delta\omega_{\vec{k}\vec{k}_1}} . \qquad (4.9)$$

Если, кроме того, $\omega \gg kc\Delta\theta$, то в условиях

$$\omega\nu_e \gg k^2 v^2_{Te}\,,\quad \omega \gg \delta\nu\,,\ k v_{Ti}$$

$$\tilde{\tilde{\beta}} = i\frac{1}{6}\,\frac{m_e}{m_i}\,\frac{k^2\, v^2_{Te}}{\omega^2}\,\frac{\nu_e\,\omega_{pe}}{\omega^2}\left(\frac{\omega_{pe}}{\omega_i}\right)^3 \frac{W^T}{n_0 T_e}$$

и

$$\tilde{\tilde{\beta}} = \frac{1}{12{,}6}\,\frac{m_e}{m_i}\,\frac{\nu_e^2\,\omega_{pe}}{\omega^3}\left(\frac{\omega_{pe}}{\omega_i}\right)^3 \frac{W^T}{n_0 T_e}\,,$$

при $\nu_e\,\omega \ll k^2 v^2_{Te}$, $\omega \gg \delta\nu$, $k v_{Ti}$.

Используя эти выражениия, из уравнения (4.1) получим

$$\omega^4 = -\frac{i}{6}\,\frac{m_e}{m_i}\, k^2 v^2_{Te}\, \nu_e\, \omega_{pe} \left(\frac{\omega_{pe}}{\omega_i}\right)^3 \frac{W^T}{n_0 T_e} \qquad (4.10)$$

в первом случае, и

$$\omega^3 = -\frac{1}{12{,}6}\,\frac{m_e}{m_i}\,\nu_e^2\,\omega_{pe}\left(\frac{\omega_{pe}}{\omega_i}\right)^3 \frac{W^T}{n_0 T_e} \qquad (4.11)$$

во втором.

Из формул (4.10), (4.11) и условий их применимости следует, что пучок поперечных волн с заданным угловым разбросом $\Delta\theta$ и интенсивностью W^T возбуждает колебания с инкрементом (4.10), если их волновое число лежит в интервале $k_p > k > k_0$, где

$$k_p = \left(\frac{m_e \omega_{pe}}{m_i \nu_e}\right)^{1/6} \left(\frac{\omega_{pe}}{\omega_1}\right)^{1/2} \left(\frac{W^T}{n_0 T_e}\right)^{1/6} \frac{\nu_e}{v_{Te}}, \tag{4.12}$$

$$k_0 = k_1 \Delta\theta. \tag{4.13}$$

Из (4.10) видно также, что с увеличением k инкремент растет и при $k > k_p$ выходит на плато, где величина его оценивается из формулы (4.12). Максимальный угловой разброс $\Delta\theta$, при котором справедливы полученные результаты, может быть оценен с помощью неравенства $k^2 v_{Te}^2 / \nu_e \gg \omega \gg k c \Delta\theta$ или

$$\Delta\theta \ll \frac{v_{Te}}{c}. \tag{4.14}$$

При нарушении этого условия интегрирование по углам в формуле (4.9) должно быть проведено более тщательно (с учётом вычета в точке $\Delta\omega_{\vec{k}\vec{k}_1} = 0$), однако получающиеся при этом инкременты значительно меньше (4.11):

$$\omega^3 = -\frac{\pi}{6} \frac{m_e}{m_i} k v_{Te} \nu_e \omega_{pe} \frac{v_{Te}}{c\Delta\theta} \left(\frac{\omega_{pe}}{\omega_1}\right)^3 \frac{W^T}{n_0 T_e}, \quad \omega \nu_e \gg k^2 v_{Te}^2, \nu_e \delta\nu$$

$$\omega^2 = i \frac{\pi}{12{,}6} \frac{m_e}{m_i} \frac{\nu_e^2 \omega_{pe}}{k c \Delta\theta} \left(\frac{\omega_{pe}}{\omega_1}\right)^3 \frac{W^T}{n_0 T_e}, \quad k^2 v_{Te}^2 / \nu_e \gg \omega \gg \delta\nu. \tag{4.15}$$

Рассмотрим, наконец, возбуждение пучком поперечных волн низкочастотных длинноволновых колебаний, у которых $k < k_0 = k_1 \Delta\theta$. Используя формулу (4.8), из уравнения (4.1) можно получить

$$\omega^5 = -\frac{i}{6}\frac{m_e}{m_i}\nu_e k^4 c^2 v_{Te}^2 \left(\frac{\omega_{pe}}{\omega_1}\right)^4 \frac{W^T}{n_0 T_e} \qquad (4.16)$$

при $\omega \gg k^2 v_{Te}^2/\nu_e$, $\delta\nu$, $kc\Delta\theta$, ω_s ,

$$\omega^4 - \omega^2(\omega_s^2 + \omega_*^2) - \omega_*^2(\omega_1^2 - \omega_{\approx}^2) = 0 . \qquad (4.17)$$

при $k^2 v_{Te}^2/\nu_e > \omega > \delta\nu$,

$$\omega_*^2 = k^2 c^2 (\Delta\theta/2)^2 , \quad \omega_{\approx} = \frac{m_e}{m_i}\frac{\nu_e^2}{12{,}6}\left(\frac{\omega_{pe}}{\omega_1}\right)^4 \left(\frac{2}{\Delta\theta}\right)^2 \frac{W^T}{n_0 T_e} .$$

Уравнение (4.17) имеет неустойчивые решения, если

$$(\Delta\theta)^2 < \left(\frac{\nu_e}{k v_{Te}}\right)^2 \left(\frac{\omega_{pe}}{\omega_1}\right)^4 \frac{W^T}{n_0 T_e}\frac{1}{3{,}16} . \qquad (4.18)$$

Пусть теперь $\Delta\theta \gg v_{Ti}/c$, тогда из (4.17) будем иметь

$$\omega^2 = \frac{1}{2}\omega_*^2 \pm \frac{1}{2}\sqrt{\omega_*^4 + 4\omega_*^2\omega_{\approx}^2} ,$$

или

$$\omega = \pm i\sqrt{\omega_* \omega_{\approx}} , \qquad \omega_{\approx} \gg \omega_* \qquad (4.19)$$

и

$$\omega_{1,2} = \pm\omega_* , \quad \omega_{3,4} = \pm i\omega_{\approx} , \qquad \text{если} \quad \omega_{\approx} \ll \omega_* .$$

Сравнивая величины инкрементов неустойчивых решений для уравнений (4.16) и (4.17), легко показать, что имеет место ситуация, описанная выше для (4.10) и (4.11), однако теперь

$$k_p = \left(\frac{m_e c^2}{m_i v_{Te}^2}\right)^{1/6} \left(\frac{\omega_{pe}}{\omega_i}\right)^{2/3} \left(\frac{W^T}{n_0 T_e}\right)^{1/6} \frac{\nu_e}{v_{Te}} . \tag{4.20}$$

В заключение настоящего параграфа заметим, что н.ч. возмущения с $k < k_0$ имеют наибольший инкремент, если они распространяются под углом $\theta = \frac{\pi}{2} - \Delta\theta$. Действительно, при этом вместо величины $[(\frac{\omega}{kc})^2 - (\frac{\Delta\theta}{2})^2]^{-1}$ в формуле (4.8) будем иметь $[\frac{\omega}{kc}(\frac{\omega}{kc} - \Delta\theta)]^{-1}$. Поэтому в случае $\omega > kc\,\Delta\theta$ результаты совпадают с полученными ранее, а при $\omega < kc\,\Delta\theta$ инкременты увеличиваются в $(kc\,\Delta\theta/\omega)$ раз. Кроме того выражение для β, приведенное в пункте 3, справедливо для пучка поперечных волн, волновые векторы которых удовлетворяют условию

$$k_I < \nu_e / v_{Te} .$$

Если же это условие нарушено, то в выражении для β появляется большой коэффициент вида $k_1^2 v_{Te}^2/\nu_e^2$, поэтому во всех полученных выше формулах достаточно вместо W^T написать $(k_1 v_{Te}/\nu_e)^2 W^T$.

Краткие выводы

1. В работе использован полуфеноменологический подход к исследованию н.ч. дисперсионных свойств слаботурбулентной плазмы. Этот подход проиллюстрировался на примере возбуждения пучком поперечных волн (например, лазером) н.ч. возмущений, частоты которых значительно меньше частот парных соударений частиц.

2. Частоты пучка поперечных волн предполагались достаточно высокими $\omega_t = k_t c \gg \omega_{pe}$. Как известно, в этом случае скорость Джоулевой потери энергии (непосредственно за счёт парных соударений) может быть оценена из формулы:

$$\frac{d}{dt} W^T = - \nu_e \left(\frac{\omega_{pe}}{\omega_t} \right)^2 W^T .$$

В рассмотренном нами примере, благодаря возбуждению н.ч. возмущений, скорость диссипации энергии в.ч. волн может значительно возрасти и достигать величины ν_e .

Литература

1. В.Н.Цытович. ЖТФ, 35, 773, 1965).
2. В.Я.Липеровский, Л.М.Коврижных, В.Н.Цытович. ЖТФ, 36, 1339, 1966.
3. В.Н.Цытович, А.Б.Шварцбург. ЖТФ, 37, 589, 1967.
4. В.Н.Цытович. ЖТФ, 39, №10, 1969.
5. В.Г.Маханьков, В.Н.Цытович. Препринт ОИЯИ Р9-3980, Дубна 1968; ЖТФ, 39, 1969.
6. И.Р.Геккер, О.В.Сизухин. В трудах 9 международной конференции "Phenomena in Ionized Gases"Бухарест, 1965, стр. 542.
7. К.Ф. Сергейчев. В трудах 9 международной конференции" Phenomena in Ionized Бухарест 1969, стр. 540.
8. Г.М.Батанов, К.А.Сарксян, В.П.Силин. В трудах 9 международной конференции "Phenomena in Ionized Gases" Бухарест, 1969, стр. 541.
9. M.Bornatici, A.Cavaliere, F.Engelman. Nuovo Cimento Let. 1, 713, 1969.
10. V.Assoli-Bartoli, B.Brunnelli, A.Caruso, A.De Angelis, G.Gatti, R.Graton, F.Parlange, K.Salzmann. Plasma Phys. and Control. Nucl. Fusion Research (Proc. Conf. Novosibirsk), V.1, p.917, IAEA, Vienna, 1969.
11. Ю.П.Райзер. УФН, 99, №4, 1969.

12. В.Г.Маханьков, Б.Г.Шинов. ЖЭТФ, 57, 877, 1969.

13. T.Consoli. Plasma Phys. and Nucl. Fusion Research (Proc. Conf. Novosibirsk), V.2, p.361, IAEA, Vienna, 1969.

14. В.Н.Цытович. ДАН СССР, 181, 60, 1968.

15. E.N.Krivorutsky, V.G.Makhankov, V.N.Tsytovich. Nuclear Fusion 9, 97, 1969.

16. В.Н.Цытович. ЖЭТФ, 57, 141, 1969.

17. В.Г.Маханьков, В.Н.Цытович. ПМТФ, №6, 1969. Препринт ОИЯИ Р9-4042, Дубна 1968; ЖЭТФ, 53, 1789, 1967.

18. В.Г.Маханьков, В.Н.Цытович. ЖЭТФ, 56, 672, 1969.

Рукопись поступила в издательский отдел
9 декабря 1969 года.