ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ
ОТДЕЛ НОВЫХ МЕТОДОВ УСКОРЕНИЯ
ЛАБОРАТОРИЯ ЯДЕРНЫХ РЕАКЦИЙ

Р9 - 4849

М.Л. Иовнович, М.М. Фикс

НАКОПЛЕНИЕ МНОГОЗАРЯДНЫХ ИОНОВ В СГУСТКЕ РЕЛЯТИВИСТСКИХ ЭЛЕКТРОНОВ

Дубна 1969.

P9 - 4849

М.Л. Иовнович, М.М. Фикс

НАКОПЛЕНИЕ МНОГОЗАРЯДНЫХ ИОНОВ В СГУСТКЕ РЕЛЯТИВИСТСКИХ ЭЛЕКТРОНОВ

Направлено в АЭ

Введение

В настоящее время интенсивно разрабатывается предложенный в работе [1] метод коллективного ускорения ионов.

В основе метода лежит возможность получения устойчивых электронно-ионных сгустков. При определенных условиях время жизни сгустка оказывается достаточным для его эффективного ускорения как целого. В процессе формирования сгустка и во время ускорения ионы удерживаются в сгустке пространственным зарядом электронов. Поскольку скорость поступательного движения ионов и электронов одинакова, то энергия иона больше энергии электрона в $\frac{M}{m\gamma}A$ раз (m и M - массы покоя электрона и нуклона соответственно, A - массовое число иона, γ -релятивистский фактор электрона в покоящемся сгустке). Поэтому возможно ускорение ионизированных тяжелых атомов до больших энергий [2,3].

Процесс создания двухкомпонентного сгустка происходит следующим образом. Сначала во внешнем магнитном поле формируется тонкое кольцо релятивистских электронов. На этом этапе ионы в сгустке практически отсутствуют; накопление их происходит после того, как электронное кольцо сформировано. Вопросы накопления ионов обсуждались ранее в работах /2,3/. В настоящей работе рассмотрен процесс накопления многозарядных ионов тяжелых атомов в тонком электронном кольце, большой радиус которого – R , а малый – a .

Накопление ионов одноатомного газа в сгустке релятивистских электронов

Пусть нейтральные атомы с достаточно малой кинетической энергией попадают внутрь сгустка релятивистских электронов и в результате столкновений с последними ионизируются. Одновременно с этим происходит изменение потенциальной энергии иона, находящегося в поле объемного заряда электронов. Это изменение потенциальной энергии, вызванное увеличением заряда тяжелой частицы, в среднем много больше передаваемой ей при столкновении кинетической энергии. Поэтому подавляющая часть образующихся ионов будет захвачена потенциальной ямой электронного кольца.

В ходе последующих столкновений с электронами заряд удерживаемых внутри кольца ионов будет увеличиваться. Вероятность многократной ионизации, когда в одном акте взаимодействия заряд частицы увеличивается более чем на единицу, много меньше однократной. Поэтому ионизацию будем считать ступенчатой, а именно: частицы с зарядом Z образуются из ионов с зарядом $Z-1$. Кроме того естественно пренебречь процессами рекомбинации между ионами всех зарядностей и релятивистскими электронами.

Изменение усредненной по объему сгустка плотности нейтральных атомов n_0 в единицу времени равно /4/:

$$\dot{n}_0 = -\lambda_1 n_0 + \lambda_a (n_a - n_0) ,$$
$$\lambda_1 = n_e c \sigma_0 , \quad \lambda_a = \frac{S \bar{u}}{V} , \qquad (1)$$

где n_0 –плотность нейтральных атомов в окрестности сгустка; n_e, c – соответственно плотность и скорость электронов в кольце; σ_0 – сечение ионизации нейтрального атома электроном; S –площадь поверхности, через которую атомы проникают в сгусток; $\bar{u}$ –среднее значение нормальной к поверхности сгустка компоненты скорости нейтрального атома; V – объем сгустка.

Согласно уравнению (1), изменение плотности нейтральных частиц в сгустке вызвано как их ионизацией электронами, так и разностью потоков, связанной с различием концентраций атомов вне и внутри сгустка. В зависимости от выбранного способа натекания атомов в вакуумную камеру, в которой сформировано электронное кольцо, концентрация нейтральных частиц в окрестности сгустка задана либо плотностью их потока, падающего на поверхность кольца, либо парциальным давлением соответствующего газа в вакуумной камере. Пусть тонкое электронное кольцо пересекает со скоростью u_a направленный вдоль его оси поток атомов. Тогда среднее значение нормальной к поверхности сгустка компоненты скорости равно $\bar{u} = \frac{2}{\pi} u_a$, площадь – $S = 2\pi^2 R a$ и отсюда – $\lambda_a = \frac{2}{\pi} \frac{u_a}{a}$. Если же в кольцо поступают атомы остаточного газа, и их тепловая скорость равна u_T , то /4/ $\bar{u} = \frac{u_T}{4}$ и $\lambda_a = \frac{1}{2} \frac{u_T}{a}$.

Уравнение (1) запишем в следующем виде:

$$\dot{n}_0 + \lambda_0 n_0 = \lambda_a n_a ,$$
$$\lambda_0 = \lambda_1 + \lambda_a . \qquad (1a)$$

Изменение во времени средней плотности однократно ионизированных атомов n_1 описывается уравнением:

$$\dot{n}_1 + \lambda_1 n_1 = \lambda_1 n_0 , \qquad (2)$$

уравнение для плотности n_Z ионов с зарядом $Z > 1$

$$\dot{n}_Z + \lambda_Z n_Z = \lambda_{Z-1} n_{Z-1} ,$$
$$\lambda_Z = n_e c \, \sigma_Z , \qquad (3)$$

где σ_Z – сечение ионизации иона с зарядом Z при столкновении с электроном, причем $\lambda_{Z_0} = 0$ (Z_0 – атомный номер). Поэтому

$$\dot{n}_{Z_0} = \lambda_{Z_0-1} n_{Z_0-1} . \qquad (4)$$

В системе уравнений (1а)-(4) не учитываются соударения между тяжелыми частицами, приводящие, в частности, к процессам ионизации и перезарядки. Вклад ионов в эти процессы определяется отношением характерных времен столкновений, равным $\frac{n_1 \sigma_1 u_1}{n_e \sigma_e c}$. Средняя скорость иона с массовым числом A и зарядом Z, совершающего колебания в потенциальной яме, созданной пространственным зарядом электронов, равна $u_1 = (\frac{Z}{A})^{1/2} u_p$; сечение столкновения /5/ $\sigma_1 = Z^2 \sigma_p$; где u_p и σ_p – соответственно средняя скорость и сечение для протона. Скорость протона в сгустке $u_p \approx 10^{-2}$ с, а сечение $\sigma_p \approx 10^3 \sigma_e$. Поэтому вкладом ионов можно пренебречь, если отношение числа ионов и электронов:

$$\frac{n_1}{n_e} \ll \frac{A^{1/2}}{10 Z^{5/2}} . \qquad (5)$$

Допустим, что в начальный момент времени $t = 0$ в сгустке находятся только нейтральные атомы: $n_Z(0) = n_a \delta_{0Z}$. Решение системы уравнений (1а)-(4) запишем в виде суммы частного решения неоднородной системы и общего решения однородной:

$$n_0 = n_a \left(\frac{\lambda_a}{\lambda_0} + y_0 \right) ,$$
$$n_Z = n_a \frac{\lambda_1}{\lambda_0} \left(\frac{\lambda_a}{\lambda_Z} + y_Z \right), \quad 1 \le Z \le Z_0 - 1 , \qquad (6)$$
$$n_{Z_0} = n_a \frac{\lambda_1}{\lambda_0} \left(\lambda_a t + y_{Z_0} \right) ,$$

где частное решение представлено первыми членами, а функции y_Z определяются однородной системой уравнений:

$$\dot{y}_0 + \lambda_0 y_0 = 0 ,$$
$$\dot{y}_Z + \lambda_Z y_Z = \lambda_{Z-1} y_{Z-1} , \qquad (7)$$
$$\dot{y}_{Z_0} = \lambda_{Z_0-1} y_{Z_0-1}$$

с начальными условиями $y_0(0) = \frac{\lambda_1}{\lambda_0}$; $y_Z(0) = -\frac{\lambda_a}{\lambda_Z}$; $y_{Z_0}(0) = 0$. Система уравнений, совпадающая с (7), описывает процесс распада радиоактивного семейства /6/. Воспользовавшись известным решением, получим, что плотность ионов с зарядом Z от единицы до $Z_0 - 1$ включительно равна:

$$n_Z = n_a \frac{\lambda_1}{\lambda_0}\left[\lambda_a\left(\frac{1}{\lambda_Z} - \sum_{k=1}^{Z} \frac{S_{Zk}}{\lambda_k}\right) + \frac{\lambda_1}{\lambda_0} S_{Z0}\right], \tag{8}$$

плотность полностью ионизированных атомов равна

$$n_{Z_0} = n_a \frac{\lambda_1}{\lambda_0}\left[\lambda_a\left(t - \sum_{k=1}^{Z_0-1} \frac{S_{Z_0 k}}{\lambda_k}\right) + \frac{\lambda_1}{\lambda_0} S_{Z_0 0}\right]. \tag{9}$$

Здесь:

для $Z \le Z_0 - 1$

$$S_{Zk} = \prod_{m=k}^{Z-1} \lambda_m \sum_{s=k}^{Z} \frac{e^{-\lambda_s t}}{\prod_{n=k}^{Z} \lambda_{ns}}, \quad S_{ZZ} = e^{-\lambda_Z t}, \quad 0 \le k \le Z-1, \tag{10а}$$

для $Z = Z_0$

$$S_{Z_0 k} = 1 - \prod_{m=k}^{Z_0-1} \lambda_m \sum_{s=k}^{Z_0-1} \frac{e^{-\lambda_s t}}{\lambda_s \prod_{n=k}^{Z_0-1} \lambda_{ns}}, \quad 0 \le k \le Z_0 - 1. \tag{10б}$$

$\lambda_{ns} = \lambda_n - \lambda_s$; $\lambda_{ss} = 1$.

Плотности нейтральных и однократно ионизированных атомов соответственно равны:

$$n_0 = n_a\left(\frac{\lambda_a}{\lambda_0} + \frac{\lambda_1}{\lambda_0} e^{-\lambda_0 t}\right), \tag{11а}$$

$$n_1 = n_a \frac{\lambda_1}{\lambda_0}\left[\frac{\lambda_a}{\lambda_1} - \frac{\lambda_1}{\lambda_{01}} e^{-\lambda_0 t} - \frac{\lambda_0(\lambda_a - \lambda_1)}{\lambda_1 \lambda_{01}} e^{-\lambda_1 t}\right], \tag{11б}$$

Суммируя систему (1а)-(4), получим уравнение, которому удовлетворяет плотность всех тяжелых частиц (атомов и ионов) $n = \sum_{Z=0}^{Z_0} n_Z$,

$$\dot{n} = \lambda_a (n_a - n_0). \tag{12}$$

Его решение в случае $n(0) = n_a$ имеет вид:

$$s(t) \equiv \frac{n}{n_a} = 1 + \frac{\lambda_a \lambda_1}{\lambda_0} t - \frac{\lambda_a \lambda_1}{\lambda_0^2}\left(1 - e^{-\lambda_0 t}\right). \tag{13}$$

Приведем также значение величины $p = \frac{1}{n_a}\int_0^t n(t')\,dt'$,

$$p(t) = \left(1 - \frac{\lambda_a \lambda_1}{\lambda_0^2}\right) t + \frac{\lambda_a \lambda_1}{2\lambda_0} t^2 + \frac{\lambda_a \lambda_1}{\lambda_0^3}\left(1 - e^{-\lambda_0 t}\right). \tag{14}$$

Если время накопления ионов удовлетворяет условию $\lambda_0 t \gg 1$, $\lambda_1 t \gg 1, \dots, \lambda_Z t \gg 1$, то плотность ионов с соответствующим зарядом стремится к предельному равновесному значению:

$$n_Z = n_a \frac{\lambda_a}{\lambda_0} \frac{\sigma_0}{\sigma_Z}, \quad 0 \le Z \le Z_0 - 1, \tag{15}$$

величина которого так же, как и время достижения этого значения, растет с увеличением заряда иона. Вместе с этим суммарная плотность тяжелых частиц n увеличивается пропорционально времени накопления.

На рис. 1 и 2 показано накопление ксенона (функция $s(t)$). В одном случае (рис. 1) нейтральные атомы поступают в электронный сгусток из направленного потока, скорость которого $\approx 1{,}4$ M, т.е. $u_a \approx 4{,}8 \cdot 10^4$ см/сек, а в другом (рис. 2) осуществляется накопление ксенона из остаточного газа в вакуумной камере при температуре T=300°K, т.е. $u_T = 2{,}4 \cdot 10^4$ см/сек. Конечную плотность тяжелых частиц можно повышать, уменьшая время заполнения объема кольца нейтральными атомами: если $\lambda_a \gg \lambda_1$, то всюду величину λ_a/λ_0 следует заменить ее максимальным значением, равным единице.

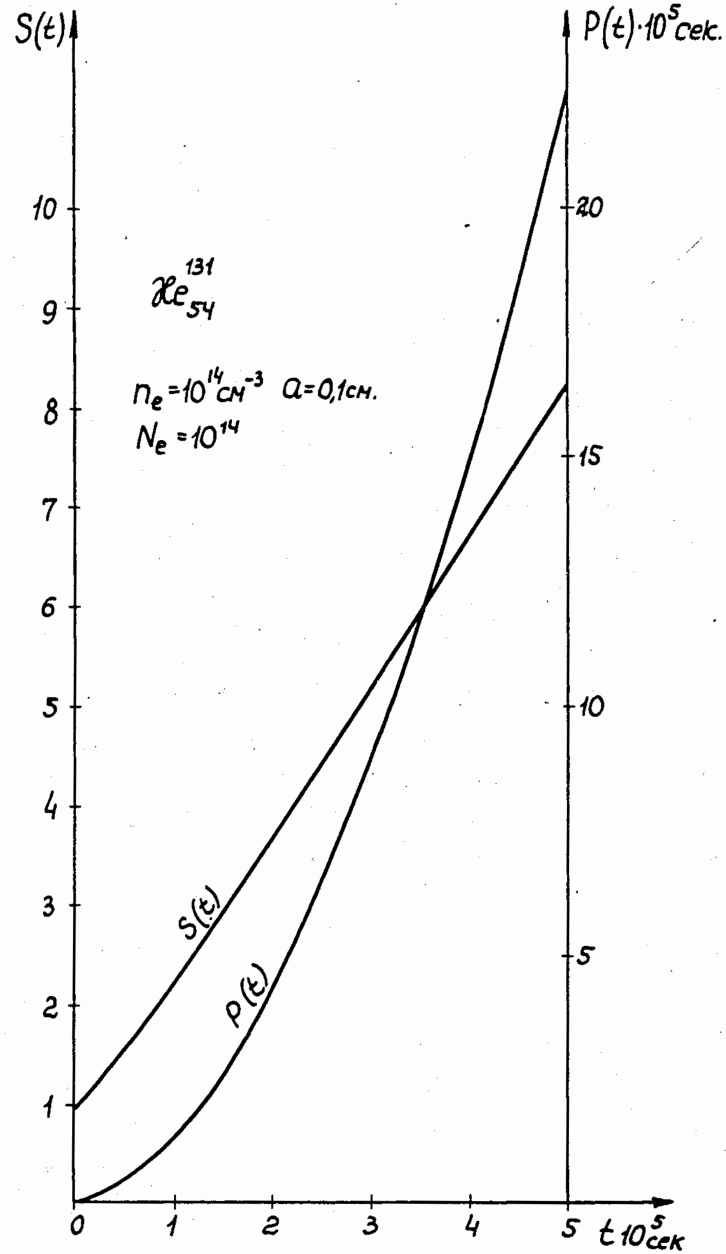

Рис.1. Накопление ксенона в электронном сгустке (пучок атомов u_a = $4{,}76 \cdot 10^4$ см/сек).

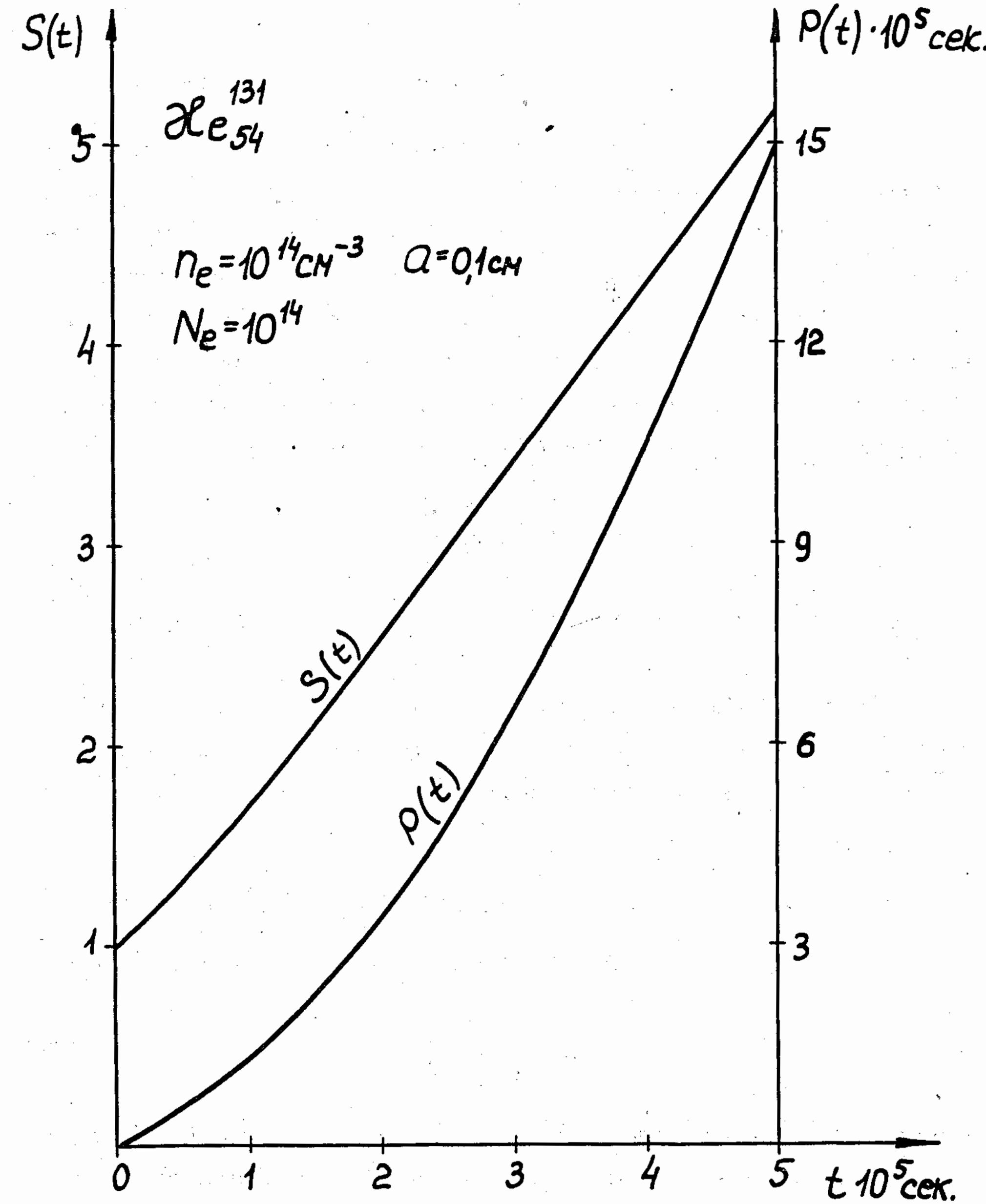

Рис.2. Накопление ксенона в электронном сгустке (остаточный газ, T = 300°K, u_T = $2{,}38 \cdot 10^4$ см/сек).

Потери электронов в процессе накопления ионов

С увеличением плотности тяжелых частиц возрастает вероятность рассеяния электронов на атомах и ионах, что приводит к ограничению конечной плотности тяжелых частиц n. Поскольку процессы рассеяния приводят к росту амплитуды бетатронных колебаний электрона, то можно считать, что электрон покинул пределы кольцевого пучка, если квадрат этой амплитуды становится больше квадрата малого радиуса кольца a^2. Среднее за период бетатронных колебаний значение квадрата амплитуды в случае упругого рассеяния на малый угол θ равно /7/:

$$\bar{u}^2 = u_0^2 + \frac{\theta^2 R^2}{2 n_B}, \tag{16}$$

где u_0^2 –квадрат амплитуды непосредственно перед рассеянием; n_B – показатель магнитного поля.

Электрон выбывает из пучка и при одном соударении с тяжелой частицей (рассеяние на большие углы; тормозное излучение на атомном ядре), и за счет малых, но многократно повторяющихся изменений его траектории.

1) Потери электронов в процессе однократных столкновений

Из выражения (16) следует, что однократное рассеяние на углы:

$$\theta \geq \theta_0 = \sqrt{2 n_B \frac{(a^2 - u_0^2)}{R^2}} \tag{17}$$

выводит электрон из пучка. Поскольку рассеянию на угол $\theta \geq \theta_0$ соответствуют прицельные расстояния, меньшие радиуса атома, то можно считать, что рассеяние происходит на атомном ядре с сечением, определяемым законом Резерфорда. В этом случае вероятность рассеяния электрона в единицу времени на углы $\theta > \theta_0$ равна:

$$P(u_0^2, t) = c\,n(t) \int_{\theta_0}^{\pi} \sigma(\theta)\, d\theta = 2\pi \frac{Z_0^2}{\gamma^2} \frac{1}{n_B} r_e^2\, c\,n(t) \frac{R^2}{a^2 - u_0^2}, \quad (18)$$

где $r_e = \dfrac{e^2}{m c^2}$ – классический радиус электрона.

Относительные потери электронов вследствие однократного рассеяния вычисляются с помощью выражения /7/

$$q_0 = 1 - \int_0^{a^2} d u_0^2\, F(u_0^2) \exp\left[- \int_0^t P(u_0^2, t')\, dt' \right], \quad (19)$$

где $F(u_0^2)$ – нормированная на единицу функция распределения электронов в начальный момент времени $t = 0$.

Если $F = \delta(u_0^2)$, то относительные потери можно представить в виде:

$$q_0 = 1 - \exp\left[-2\pi \frac{Z_0^2}{\gamma^2} \frac{1}{n_B} \frac{R^2}{a^2} r_e^2\, c\,n_a\, p \right]. \quad (20)$$

Неупругое рассеяние электронов можно учесть, заменив в формуле (20) Z_0^2 на число электронов ионизированного атома $Z_0 - Z$. Очевидно, что для тяжелых атомов вклад неупругих столкновений в величину потерь будет малым.

В процессе тормозного излучения имеет место взаимодействие трех тел. При этом потери электронов из кольца происходят даже при излучении мягких γ-квантов, поскольку возможна передача большого импульса ядру. Величину относительных потерь электронов q_r можно оценить с помощью выражения для полного сечения тормозного излучения, которое для тяжелых атомов при $1 \ll \gamma < 137 Z_0^{-1/3}$ равно /5/

$$\sigma r = \frac{4Z_0^2}{137} r_e^2 (\ln 2\gamma - 1/3) , \qquad (21)$$

в виде

$$q_r = 1 - \exp [- \sigma_r \, c \, n_a \, p] . \qquad (22)$$

2) Потери электронов вследствие многократного рассеяния

Из теоретических представлений о величине потерь частиц в ускорителях /7/ следует, что относительные потери электронов, вызванные многократным рассеянием на атомах, определяются величиной

$$r = \frac{c}{2} \int_0^t \frac{R^2}{n_B a^2} \frac{d\overline{\theta^2}}{dx} dt' , \qquad (23)$$

где среднее значение квадрата угла рассеяния ультрарелятивистского электрона на единице пути равно /5/:

$$\frac{d\overline{\theta^2}}{dx} = \frac{8\pi}{\gamma^2} r_e^2 \sum_{Z=0}^{Z_0} Z^2 n_Z \ln \frac{\theta_{max}}{\theta_{min}} . \qquad (24)$$

Формула (24) получена в предположении, что прицельные расстояния при многократном рассеянии значительно больше размеров атома и рассеяние происходит на ионах с зарядом Z. Максимальный угол многократного рассеяния выберем равным минимальному углу однократного рассеяния:

$$\theta_{max} = \sqrt{2 n_B} \frac{a}{R} . \qquad (25)$$

Минимальный угол рассеяния определяется максимальным прицельным расстоянием, которое совпадает с малым радиусом кольца, т.к. в данном случае дебаевский радиус экранирования значительно больше малого радиуса кольца

$$\theta_{min} \approx \frac{2Z}{\gamma} \frac{r_e}{a} . \qquad (26)$$

В результате получим, что:

$$r = \frac{4\pi}{\gamma^2} \frac{1}{n_B} \frac{R^2}{a^2} r_e^2 \, c \sum_{Z=0}^{Z_0} Z^2 \int_0^t n_Z(t') \, dt' \ln \sqrt{\frac{\overline{n_B}}{2}} \frac{\gamma}{Z} \frac{a^2}{R r_e} . \qquad (27)$$

Для оценки потерь можно воспользоваться тем, что r всегда меньше величины

$$4\pi \frac{Z_0^2}{\gamma^2} \frac{1}{n_B} \frac{R^2}{a^2} r_e^2 \, c \, n_a \, p \; L , \qquad (28)$$

где L – среднее значение логарифма в формуле (27). Определив величину r и зная начальное распределение электронов по амплитудам бетатронных колебаний, можно найти потери электронов, вызванные многократным рассеянием /7/. Сравнение выражений для потерь показывает, что тормозное излучение приводит к значительно меньшим потерям, чем процессы рассеяния. По-видимому, основным источником потерь является многократное упругое рассеяние электронов на малые углы. Если значение допустимых потерь электронов за время накопления принять равным 5–10%, то суммарная плотность n накопленных тяжелых частиц (ксенон) ограничена величиной $\frac{n}{n_e} \approx 10^{-3}$.

Литература

1. В.И. Векслер и др. Атомная энергия, 24, 317 (1968).
2. М.Л. Иовнович и др. Препринт ОИЯИ Р9-4257, Дубна, 1969.
3. Symposium on Electron Ring Accelerators. Berkeley, 1968,UCRL--18103.
4. A. Simon. Phys.Fluids, 1, 495 (1958).
5. Экспериментальная ядерная физика. Под редакцией Э. Сегре, т.1, ИЛ., 1955.
6. С.Е. Бреслер. Радиоактивные элементы. ГИТТЛ, 1957.
7. А.А. Коломенский, А.Н. Лебедев. Теория циклических ускорителей, Ф.М., 1962.

Рукопись поступила в издательский отдел
9 декабря 1969 года.