

Д-64

27/XI-69



**ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ**  
**ОТДЕЛ НОВЫХ МЕТОДОВ УСКОРЕНИЯ**

**P9-4737**

**Г.В.Долбилов, И.Н.Иванов, Э.А.Перельштейн,  
В.П.Саранцев, В.Ф.Шевцов**

**ФОКУСИРОВКА ЭЛЕКТРОННОГО КОЛЬЦА  
В КОЛЛЕКТИВНОМ ЛИНЕЙНОМ УСКОРИТЕЛЕ  
ИОНОВ СИСТЕМОЙ ТИПА "БЕЛИЧЬЕ КОЛЕСО"**

Дубна 1969

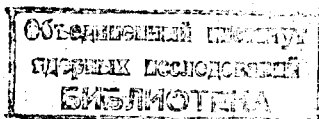
**P9-4737**

**Г.В.Долбилов, И.Н.Иванов, Э.А.Перельштейн,  
В.П.Саранцев, В.Ф.Шевцов**

**ФОКУСИРОВКА ЭЛЕКТРОННОГО КОЛЬЦА  
В КОЛЛЕКТИВНОМ ЛИНЕЙНОМ УСКОРИТЕЛЕ  
ИОНОВ СИСТЕМОЙ ТИПА "БЕЛИЧЬЕ КОЛЕСО"**

Доклад на VII Международной конференции  
по ускорителям, СССР, Ереван, 1969 г.

8093/2 чр



В коллективном методе ускорения ионов эффективная сила, удерживающая ионы в электронном сгустке, пропорциональна его плотности <sup>/1/</sup>. Увеличение размеров сгустка связано в основном с неполной компенсацией его заряда, поэтому возникает проблема фокусировки сгустка при ускорении.

В модели коллективного ускорителя ОИЯИ сгусток представляет собой кольцо электронов с эллиптическим поперечным сечением. Радиальный размер эллипса хорошо удерживается постоянным магнитным полем, в котором движется кольцо. В работе <sup>/2/</sup> рассматривались некоторые способы продольной фокусировки, т.е. фокусировки в направлении движения кольца. Оказывается, что металлический экран обладает фокусирующими свойствами, но для практического применения этого эффекта необходимо ослабить действие экранированного магнитного поля.

В настоящей работе рассмотрена фокусировка кольца при ускорении с помощью металлического цилиндра, разрезанного вдоль образующих ("беличье колесо").

Рассмотрим движение в такой системе тонкого кольца с радиусом  $a$ , образованного вращающимися со скоростью  $v$  электронами. Кольцо, как целое, движется коаксиально с цилиндром в положительном направлении. Нам будут в основном интересовать компоненты поля  $E_z$  и  $H_r$ , определяющие силу  $F_z$ . В собственной системе они имеют вид:

$$E_z = E_z^0 - \frac{\rho_0}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dk \cdot k e^{ikz} \sum_m e^{imN\phi} \left\{ \begin{array}{l} a_m^I K_{mN}(|k|r) I_{mN}(|k|b) \quad r > b \\ a_m^{II} K_{mN}(|k|b) I_{mN}(|k|r) \quad r < b; \end{array} \right. \quad (1)$$

$$H_r = H_r^0 + \frac{\rho_0 v}{\pi c} \int_{-\infty}^{\infty} dk \cdot k e^{ikz} \sum_m e^{imN\phi} \left\{ \begin{array}{l} C_m^I K_{mN}'(|k|r) I_{mN}'(|k|b) \quad r > b \\ C_m^{II} K_{mN}'(|k|b) I_{mN}'(|k|r) \quad r < b. \end{array} \right.$$

Здесь  $E_z^0$  и  $H_r^0$  - собственные поля кольца в свободном пространстве,  $I_n(x)$  и  $K_n(x)$  - модифицированные функции Бесселя, штрих означает производную по полному аргументу,  $b$  - радиус цилиндра,  $N$  - число разрезов,  $\rho_0$  - плотность заряда в собственной системе координат, коэффициенты  $a_m^I$ ,  $a_m^{II}$ ,  $C_m^I$  и  $C_m^{II}$  неизвестны и определяются из граничных условий. Граничные условия на ленте в собственной системе кольца совпадают с условиями Леонтовича <sup>/9/</sup> для переменных полей в лабораторной системе. На щели требуется непрерывность всех компонент поля. Вычисление коэффициентов  $a_m^I = a_m^I = a_m^{II}$ ,  $C_m^I = C_m^I = C_m^{II}$  сводится к решению функциональных уравнений типа:

$$\sum_m e^{im\psi} x_m^{\partial, M} = 0 \quad \frac{\pi q}{e} < |\psi| < \pi;$$

$$\sum_{m \neq 0} e^{im\psi} |m| (1 - \epsilon_m^{\partial, M}) x_m^{\partial, M} = -\kappa (1 - x_0^{\partial, M}) \quad |\psi| < \frac{\pi q}{\ell}; \quad (2)$$

$$\epsilon_m^{\partial} = 1 - \frac{1}{2|mN| K_{mN}(|k|b) I_{mN}(|k|b)}, \quad \epsilon_m^M = 1 + \frac{2(kb)^2 I_{mN}'(|k|b) K_{mN}'(|k|b)}{|mN|};$$

$$\kappa^{\partial} = \frac{\ell}{4\pi b K_0'(|k|b) I_0'(|k|b)}, \quad \kappa^M = -\frac{2(kb)^2 I_1(|k|b) K_1(|k|b)}{N};$$

$x_m^{\partial, M}$  связано с  $a_m$ ,  $C_m$  соотношениями:

$$a_m^I = \frac{\rho_0}{2\pi} \frac{I_0'(|k|a) K_0'(|k|b)}{I_{mN}'(|k|b) K_{mN}'(|k|b)} x_m^{\partial}, \quad C_m^I = (-1)^{m+1} \frac{\rho_0 v}{2\pi c} \frac{I_1'(|k|a)}{I_1'(|k|b)} x_m^M,$$

$q^{\partial} = d$  - ширина щели,  $q^M = c$  - ширина ленты,  $\ell = d + c$ . Вид этих уравнений совпадает с видом уравнений, полученных в работе <sup>/4/</sup>, отличаясь от них лишь определениями  $\epsilon_m$  и  $\kappa$ . Решение этих уравнений проводилось в соответствии с методикой, описанной в <sup>/4/</sup>, на ЭВМ. При стрем-

лении величин  $a, b \rightarrow \infty$  при сохранении  $b/a$ , результаты согласуются с работой /2/.

С учетом экранированных полей уравнения движения частицы можно записать в следующем виде:

$$\ddot{\xi} + \omega_0^2 \left( 1 - \frac{4r_{\text{кл}} N_0}{\gamma_0} \frac{1}{\gamma_0^2 - 1} \frac{a^2}{g(g+f)} - \frac{4r_{\text{кв}} N_0}{\gamma_0} \frac{\gamma_0^2}{\gamma_0^2 - 1} T_r \right) \xi = 0, \quad (3)$$

$$\ddot{\zeta} + \omega_0^2 \left( - \frac{4r_{\text{кл}} N_0}{\gamma_0} \frac{1}{\gamma_0^2 - 1} \frac{a^2}{f(g+f)} + \frac{4r_{\text{кв}} N_0}{\gamma_0} \frac{\gamma_0^2}{\gamma_0^2 - 1} T_z \right) \zeta = 0,$$

где  $g$  и  $f$  - размеры малого сечения кольца,  $r_{\text{кл}}$  - классический радиус электрона,  $\gamma_0 = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$ ,  $N_0$  - линейная плотность частиц,  $\xi, \zeta$  - отклонение частицы в  $r$  и  $z$  - направлениях.

$$T_{r,z} = \sum_m T_m^{r,z} e^{imN\phi}, \quad T_m^{r,z} = T_m^{r,z} + T_{mM}^{r,z};$$

$$T_{0,\pm}^r = p^3 \int_0^\infty dt t^2 I_0(pt) \left\{ I_0(pt) - \frac{1}{pt} I_1(pt) \right\} \frac{K_0(t)}{I_0(t)} (x_0^\pm - 1)$$

$$T_{0M}^r = -p^3 \frac{v^2}{c^2} \int_0^\infty dt t^2 K_1(t) \frac{I_1^2(pt)}{I_1(t)} x_0^M \quad (4)$$

$$T_{0,\pm}^z = p^3 \int_0^\infty dt t^2 \frac{K_0(t) I_0^2(pt)}{I_0(t)} (x_0^\pm - 1)$$

$$T_{0M}^z = -p^3 \frac{v^2}{c^2} \int_0^\infty dt t^2 \frac{K_1(t) I_1^2(pt)}{I_1(t)} x_0^M$$

$$p = \frac{a}{b}.$$

Для экспериментального осуществления этого метода фокусировки нужно выбрать оптимальное значение для  $p, N$  и  $q = \frac{\pi d}{\ell}$ . Выберем  $p = 0,8$ . Ясно, что с увеличением расстояния между стенкой и кольцом фокусирующая сила падает (таблица 1). Приближение к стенке опасно, так как может возникнуть неустойчивость кольца как целого (2).

Таблица 1

$\rho$	$N=30$ $q=\pi/2$	$T_{0,\vartheta}^z$	$T_{OM}^z$	$T_0^z$
	0,8	1,84	-0,16	1,68
	0,6	0,28	-0,009	0,27

Удобно сделать равными длину щелей и лент ( $q = \frac{\pi}{2}$ ). При  $q = 0$  беличье колесо переходит в сплошной цилиндр и фокусирующая сила определяется только разницей между электрической и магнитной силами, связанной с кривизной системы [2,5]. Значение  $q = \pi$  соответствует кольцу в свободном пространстве. Расчеты показывают, что фокусирующая сила мало зависит от  $q$ , когда  $q$  близко к  $\frac{\pi}{2}$ . Число разрезов определяется зависимостью от него амплитуд гармоник с  $m \geq 1$  и фокусирующей силы. Оценки показывают, что:

$$\frac{T_{(m+1)\vartheta}^z}{T_{m\vartheta}^z} \approx (\rho)^N. \quad (5)$$

Численные расчеты подтверждают эту оценку (5). С увеличением числа разрезов растет фокусирующая сила и уменьшается дефокусирующая (Таблица 2).

Таблица 2

$N$	$\rho=0,8$ $q=\pi/2$	$T_{0,\vartheta}^z$	$T_{OM}^z$	$T_0^z$
5		1,25	-0,38	0,87
10		1,61	-0,36	1,25
30		1,84	-0,16	1,68

Таким образом, "беличье колесо" является анизотропным экраном, который задерживает аксиальное электрическое поле и пропускает нормальное магнитное. При  $q = \frac{\pi}{2}$  и малом числе разрезов расстояние

между полосами довольно большое, и часть аксиального электрического поля проходит между ними наружу. При увеличении  $N$  увеличивается число силовых линий электрического поля, которое заканчивается на зарядах лент (заряды на ребрах), а это значит, что растет поле внутри трубы.

Дефокусирующая магнитная сила в  $F_z^r$  связана с компонентой  $H_r$ , для которой на металлической полосе должно выполняться условие  $H_r = 0$ . Это значит, что  $H_r$  - компонента магнитного поля свободно проходит в щели между лентами, значительно искривляясь около них. Поле, связанное с искривлением магнитной силовой линии около середины ленты, в основном остается внутри системы (если  $N=0$ , то все магнитное поле  $H_r$  отражено). При увеличении  $N$  и сохранении  $q = \frac{\pi}{2}$  все более увеличивается роль ребер лент и связанное с ними провисание магнитного поля наружу.

Итак, в модели коллективного линейного ускорителя ионов ОИЯИ параметры фокусирующей системы выбраны следующими:

$$p = 0,8 ; \quad q = \frac{\pi}{2} , \quad N = 30 .$$

Это дает значения  $T_0^z = 1,68$ ,  $T_0^r = 1,33$  и обеспечивает те же размеры кольца при ускорении, что и в адгезаторе в конце сжатия.

Точность проведенных расчетов определяется выбором верхнего предела интегрирования в формулах, которые позволяют оборвать систему уравнений /2/ на некотором значении  $m_{\max}$ . В нашем случае  $m_{\max} = 10$ , верхний предел интегрирования  $t = 15$ , точность расчетов выше 1%.

Авторы благодарны М. Нехаевой, И. Золиной, Л. Баландиковой и Н. Филипповой за численные расчеты.

#### Л и т е р а т у р а

1. В.И. Векслер и др. Коллективное линейное ускорение ионов. Доклад на 4-ой Международной конференции по ускорителям, США, Кембридж 1967.

2. А.Г. Бонч-Осмоловский и др. Фокусировка заряженного электронного кольца в линейном коллективном ускорителе ионов. Препринт ОИЯИ Р9-4135, Дубна, 1968.
3. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. Электродинамика сплошных сред. ГИТЛ, Москва, 1957.
4. З.С. Агранович и др. ЖТФ, 32, 4, 1968 г.
5. Symposium ERA, Lawrence Radiation Laboratory of the University of California, Berkeley, 1968.

Рукопись поступила в издательский отдел

9 октября 1969 года.