

СЗ45А

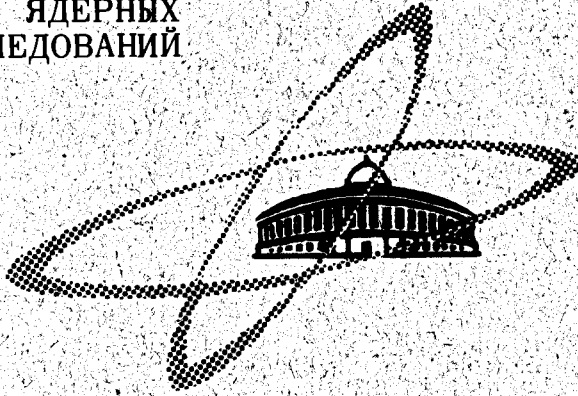
Р-471

10/x-69

СООБЩЕНИЯ  
ОБЪЕДИНЕННОГО  
ИНСТИТУТА  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

Р9 - 4678



К.А.Решетникова, В.П.Саранцев

ВЫВОД ЭЛЕКТРОННОГО КОЛЬЦА  
ИЗ АДГЕЗАТОРА

ЛАБОРАТОРИЯ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

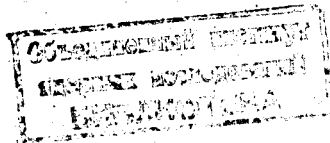
1969

**P9 - 4678**

**К.А.Решетникова, В.П.Саранцев**

**ВЫВОД ЭЛЕКТРОННОГО КОЛЬЦА  
ИЗ АДГЕЗАТОРА**

8064/2 чр.



Адиабатический генератор заряженных сгустков (адгезатор) - система, имеющая симметричные магнитные зеркала. В среднюю плоскость между пробками при сравнительно слабом магнитном поле инжектируются электроны. При этом магнитное поле адиабатически увеличивается со временем, в результате чего растет вращательная энергия электронов и уменьшаются размеры кольца. В определенный момент времени электронное кольцо захватывает ионы. Поскольку процесс сжатия электронного кольца происходит в потенциальной яме, то для вывода кольца из адгезатора необходимо ее определенным образом деформировать.

Магнитное поле адгезатора формируется системой витков, расположенных симметрично относительно плоскости, где происходит сжатие электронного кольца. Токи в витках текут в одном направлении, витки соединены последовательно. Схема расположения и размеры витков, названных основными, показаны на рис. 1.

Рассмотрим поле, созданное основными витками. Магнитное поле тонкого токового витка известно:

$$H_z = \frac{2J}{c\sqrt{(a+r)^2 + (z_0-z)^2}} [K(k) - \frac{a^2 - r^2 - (z_0-z)^2}{(a-r)^2 + (z_0-z)^2} E(k)] = \quad (1)$$

$$= \frac{2J}{c} \Phi(r, z),$$

где

$$k = \frac{2\sqrt{ar}}{\sqrt{(a+r)^2 + (z_0 - z)^2}},$$

$a, z_0$  - радиус и координата витка с током,  $r, z$  - координаты точки наблюдения,  $K(k)$  и  $E(k)$  - эллиптические интегралы 1-го и 2-го родов,  $I$  - ток витка.

Распределение магнитного поля, созданное указанной на рис. 1 системой четырех витков при токе  $I = 250$  ка, представлено на рис. 2 (показана половина симметричной картины). Как видно из рисунка, для выведения электронного кольца из адгезатора, необходимо преодолеть барьер, созданный нарастающим по  $z$  магнитным полем. При этом надо сохранить продольный размер сгустка и удержать ионы.

Для этой цели предполагается адиабатически деформировать магнитный барьер - нарушить его симметрию таким образом, чтобы на сгусток действовала выталкивающая сила в нужном направлении.

В адиабатически уменьшающемся магнитном поле магнитный момент частицы является адиабатическим инвариантом:

$$\mu = \frac{m_0 \gamma_0 v_{\perp 0}^2}{2H_0} = \text{inv}.$$

Условия адиабатичности, как обычно, могут быть представлены в виде:

$$\mathcal{L} \frac{\partial H_z}{\partial z} \ll H_z \quad \text{и} \quad \frac{E_{\phi}}{H_z} \ll \beta_{\phi}, \quad (2)$$

где  $\mathcal{L}$  - длина порядка  $r$  - радиуса электронного кольца,  $E_{\phi}$  - возникающее при изменении  $H$  индукционное электрическое поле.

Выполнение первого из соотношений (2) очевидно из рис. 2, откуда можно вычислить градиенты; второе соотношение учитывается при выборе скорости изменения магнитного поля.

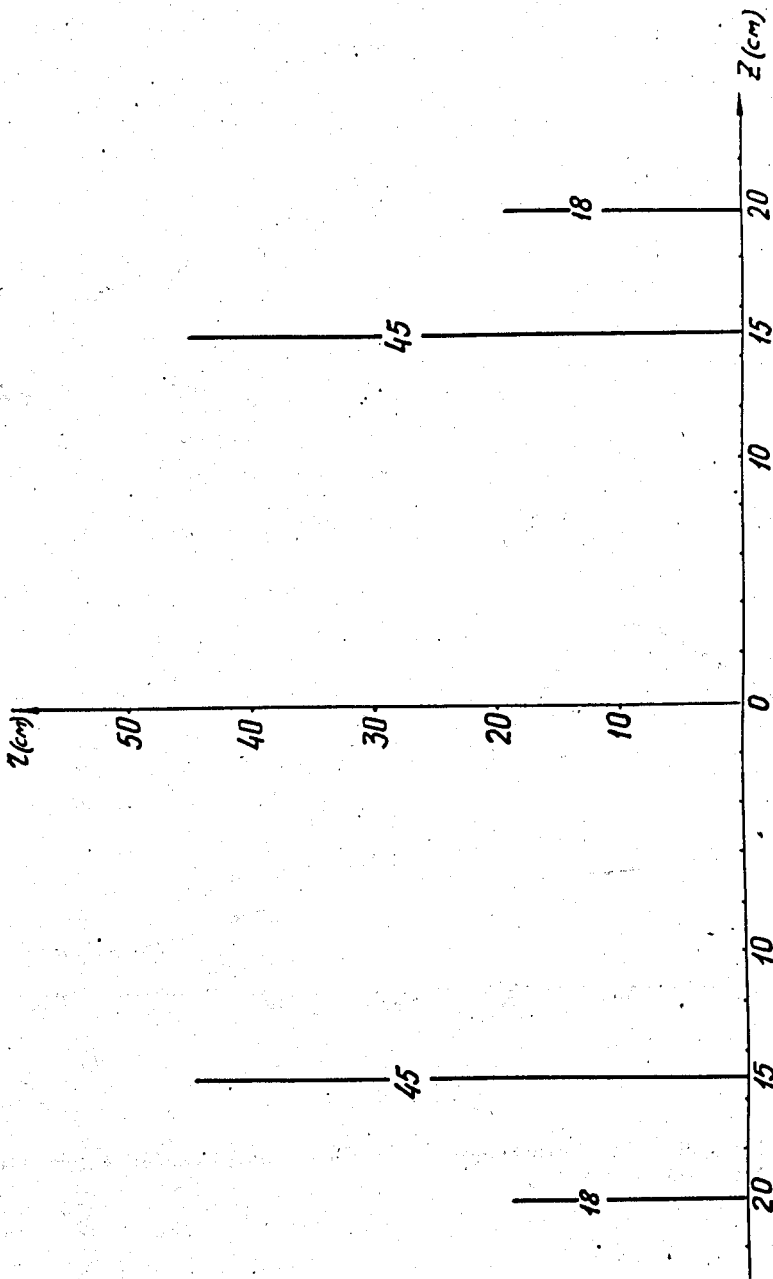


Рис. 1. Схема расположения и размеры основных витков.

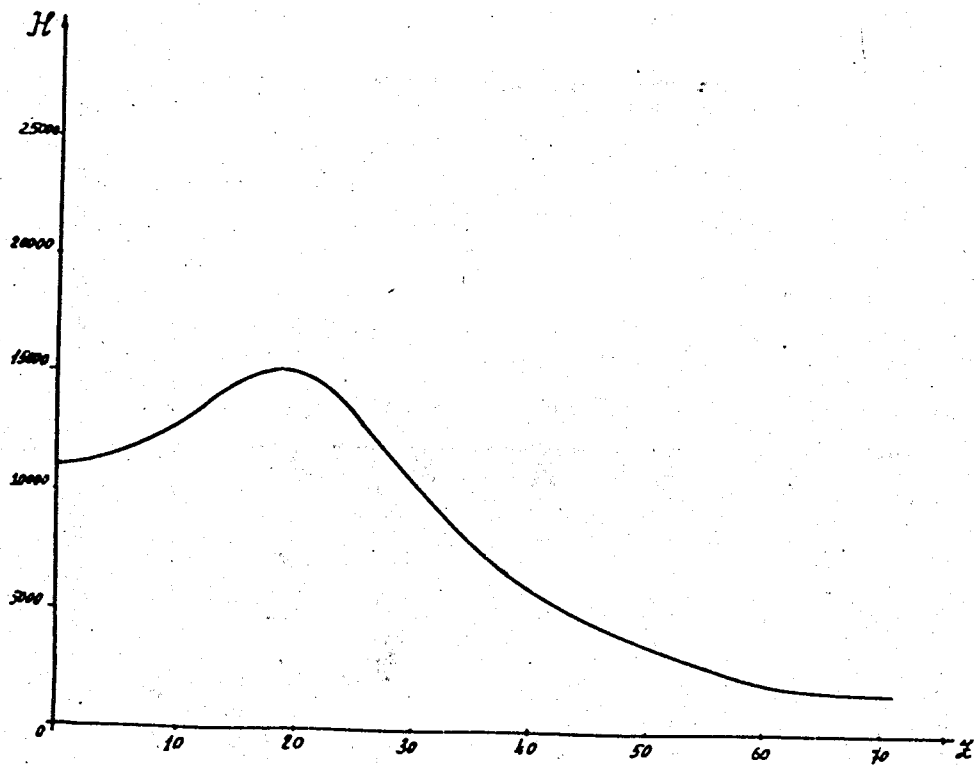


Рис. 2. Распределение магнитного поля в адгезаторе, созданное основными витками при  $t = t_k$ .

Уравнение движения по оси  $z$  для постоянного неоднородного поля будет:

$$\frac{d}{dt} m_0 \gamma \ddot{z}_s = -\mu \left( \frac{dH}{dz} \right)_s. \quad (3)$$

Индекс "s" означает центральную (равновесную) частицу сгустка, на которую не действуют кулоновские силы.

Так как  $\gamma = \text{const}$ , то

$$\ddot{z}_s = - \frac{v_{\perp 0}^2}{2H_0} \left( \frac{dH}{dz} \right)_s. \quad (4)$$

Первый интеграл уравнения (4) при начальных условиях:  $t = 0$ ,  $z = 0$ ,  $\dot{z} = 0$ ,  $H = H_0$  будет:

$$\beta_z = \beta_{L_0} \sqrt{1 - \frac{H}{H_0}}. \quad (5)$$

Отсюда видно, что для вывода электронного кольца из адгезатора надо создать уменьшающееся по  $z$  магнитное поле.

Оценим допустимые градиенты поля. Чтобы ионы не оторвались от электронного сгустка, необходимо добиться равенства ускорений, испытываемых электронами и ионами.

Уравнение движения иона имеет вид:

$$\ddot{z}_i = \frac{e^2 N_e}{\pi R \delta M \gamma_z^3}, \quad (6)$$

где  $N_e$  - число электронов в кольце,  $r, \delta$  - большой и малый радиусы,  $M$  - масса иона.

Приравнивая левые части (4) и (6), получим величину предельного градиента магнитного поля:

$$\left(\frac{dH}{dz}\right)_s = \frac{2e^2 N_e H_0}{\pi R \delta M v_{\perp 0}^2}. \quad (7)$$

Но

$$H_0 = \frac{m_0 c v_{\perp 0} \gamma}{e r}. \quad (8)$$

Подставляя (8) в (7), получим:

$$\left(\frac{dH}{dz}\right)_s = \frac{2}{r} \frac{m_0 \gamma}{M \pi T \delta \beta_{\perp}^{(c)} \gamma_z^2}. \quad (9)$$

Здесь использовано преобразование Лоренца:  $\beta_{\perp} = \frac{\beta_{\perp}^{(c)}}{\gamma_z}$ , где  $\beta_{\perp}^{(c)}$  — значение  $\beta_{\perp}$  в сопутствующей системе координат (где  $v_z = 0$ ).

Легко показать, что при допустимых градиентах поля и  $\ell \approx 50$  см (половина длины адгезатора)  $\gamma_z \approx 1$ .

Для снятия потенциального барьера и вывода электронного кольца предлагается поставить вблизи максимума основного поля два разомкнутых витка (назовем их дополнительными), которые могут быть накоротко замкнуты в определенный момент времени. Этот момент выбирается так, что поле в основных витках еще нарастает, т.е. процесс сжатия электронного кольца еще не закончился. За счёт индукционного поля, направленного против поля основных витков, снимается часть магнитного барьера, а т.к. ток в основных витках продолжает нарастать, то в определенный момент времени создается необходимое для вывода распределение магнитного поля. С этого момента ток в основных витках перестанет изменяться и частица будет двигаться в постоянном неоднородном поле. Как показал предварительный анализ, необходимо поставить и включить одновременно два дополнительных витка.



Как видно из рис. 2, поле адгезатора на расстояниях  $z > 20$  см спадает весьма быстро. Для выравнивания распределения с целью удержания ионов надо поставить короткие катушки, число которых определяется требуемым градиентом поля.

Величины токов в короткозамкнутых витках найдем из следующих уравнений:

$$L_{g(1)} \frac{dI_{g(1)}}{dr} = -I_{g(1)} R_{g(1)} - L_{gg} \frac{dI_{g(2)}}{dr} + \epsilon_1; \quad (10)$$

$$L_{g(2)} \frac{dI_{g(2)}}{dr} = -I_{g(2)} R_{g(2)} - L_{gg} \frac{dI_{g(1)}}{dr} + \epsilon_2;$$

где

$$\epsilon_1 = -\sum_{n=1}^4 L_{ng(1)} \frac{dI_n}{dr} - \sum_{m=1}^M L_{k_m g(1)} \frac{dI_{k_m}}{dr};$$

$$\epsilon_2 = -\sum_{n=1}^4 L_{ng(2)} \frac{dI_n}{dr} - \sum_{m=1}^M L_{k_m g(2)} \frac{dI_{k_m}}{dr}; \quad (11)$$

$$r = \omega(t - t^*),$$

$t^*$  - момент замыкания дополнительных витков;  $L_{g(1)}$ ,  $L_{g(2)}$ ,  $R_{g(1)}$ ,  $R_{g(2)}$  - самоиндукция и сопротивление дополнительных витков;  $L_{gg}$  - коэффициент их взаимной индукции;  $L_{ng(1)}$ ,  $L_{ng(2)}$  - коэффициенты взаимной индукции дополнительных витков с основными;  $L_{k_m g(1)}$ ,  $L_{k_m g(2)}$  - коэффициенты взаимной индукции дополнительных витков с катушками.

Размеры дополнительных витков взяты одинаковыми

$$R_{g(1)} = R_{g(2)} \quad L_{g(1)} = L_{g(2)}$$

Решая систему уравнения (10), найдем токи в дополнительных витках:

$$\begin{aligned}
 I_{g(1)} + I_{g(2)} &= \frac{\epsilon_1 + \epsilon_2}{R_g} \left( 1 - e^{-\frac{R_g}{L^*} \tau} \right), \\
 I_{g(1)} - I_{g(2)} &= \frac{\epsilon_1 - \epsilon_2}{R_g} \left( 1 - e^{-\frac{R_g}{L^{**}} \tau} \right),
 \end{aligned} \tag{12}$$

где  $\epsilon_1$  и  $\epsilon_2$  определяются (11)

$$\begin{aligned}
 L^* &= L_g + L_{gg}, \\
 L^{**} &= L_g - L_{gg}.
 \end{aligned}$$

При условии  $\frac{R_g}{L^*} \tau_k \ll 1$  и  $\frac{R_g}{L^{**}} \tau_k \ll 1$  из (12) имеем:

$$I_{g(1)} = \frac{\tau}{2} \left[ \frac{\epsilon_1 + \epsilon_2}{L^*} + \frac{\epsilon_1 - \epsilon_2}{L^{**}} \right], \tag{13}$$

$$I_{g(2)} = \frac{\tau}{2} \left[ \frac{\epsilon_1 + \epsilon_2}{L^*} - \frac{\epsilon_1 - \epsilon_2}{L^{**}} \right].$$

Зная токи, по формуле (1) найдем поле, созданное дополнительными витками. Ток в основных витках изменяется по следующему закону:

$$\begin{aligned}
 I &= I_0 \omega t && \text{при } 0 \leq t \leq t_k \\
 I &= \text{const} && \text{при } t > t_k.
 \end{aligned}$$

Короткие катушки включаются одновременно с замыканием дополнительных витков, и ток в них до  $t = t_k$  изменяется также линейно.

В результате магнитное поле адгезатора определяется по формуле:

$$H_z = \frac{2I_0}{c} \left\{ \sum_{n=1}^4 \Phi_n \omega t + \sum_{m=1}^M \Phi_{k_m} \delta k_m (\omega t - \omega t^*) - (\Phi_{g(1)} \alpha - \Phi_{g(2)} \beta) (\omega t - \omega t^*) \right\}, \tag{14}$$

где  $I_0 \omega t_k$  - максимальное значение тока в основных витках,  $\delta k_m = \frac{I_{k_m}}{I_0}$   
 - отношение тока в катушках к току в основных витках.

$$\alpha = \frac{1}{2} \left[ \sum_{n=1}^4 (a_n + \beta_n) + \sum_{m=1}^M (a_{k_m} + \beta_{k_m}) \delta k_m \right], \quad (15)$$

$$\beta = \frac{1}{2} \left[ \sum_{n=1}^4 (a_n - \beta_n) + \sum_{m=1}^M (a_{k_m} - \beta_{k_m}) \delta k_m \right].$$

Здесь

$$\alpha = \frac{L_{ng(1)} + L_{ng(2)}}{L^*}, \quad \beta = \frac{L_{ng(1)} - L_{ng(2)}}{L^{**}},$$

$$\alpha_{k_m} = \frac{L_{k_m g(1)} + L_{k_m g(2)}}{L^*}, \quad \beta_{k_m} = \frac{L_{k_m g(1)} - L_{k_m g(2)}}{L^{**}}.$$

При этом коэффициенты взаимной индукции вычислялись по формуле:

$$L = 4 \pi \sqrt{a_1 a_2} \left[ \left( \frac{2}{k} - k \right) K(k) - \frac{2}{k} E(k) \right].$$

Здесь

$$k^2 = \frac{4 a_1 a_2}{(a_1 + a_2)^2 + \ell^2},$$

$a_1, a_2$  - радиусы витков,  $\ell$  - расстояние между ними. Коэффициент самоиндукции находился из соотношения:

$$L_g = 4 \pi a_g \left( \ln \frac{8 a_g}{\Delta} - 2 \right),$$

где  $a_g, \Delta$  - большой и малый радиусы витка.

За время роста индукционного поля дополнительных витков нарастает поле и за счёт катушек на расстояниях  $z > 20$  см и создание монотонно уменьшающегося по  $z$  суммарного поля с нужным градиентом будет определяться теперь числом катушек и значениями токов в них.

Расчёты проводились на вычислительной машине БЭСМ-4. Остановились на следующем варианте, удовлетворяющем условиям вывода и удержания ионов.

Дополнительные витки имеют радиусы  $a_g = 16$  см, координаты их  $z_{g(1)} = 18$  см,  $z_{g(2)} = 22$  см (расстояния отсчитываются от плоскости симметрии основного поля). Дополнительные катушки помещаются в интервале  $z_k = 30$  см - 50 см, радиусы их  $a_k = 16$  см. На рис. 3 и 4 показано распределение магнитного поля в разные моменты времени для двух вариантов. Отличаются они друг от друга числом катушек и значениями токов в них. Для рис. 3 число катушек равно трем, координаты середины их:  $z_{k_1} = 30$  см,  $z_{k_2} = 42$  см,  $z_{k_3} = 47$  см. Коэффициенты, характеризующие токи в катушках, таковы:  $\delta k_1 = 0,09$ ,  $\delta k_2 = 0,095$ ,  $\delta k_3 = 0,195$ . Для рис. 4, отличающегося более плавным распределением магнитного поля при  $z > 20$  см, число катушек равно четырем, координаты их  $z_{k_1} = 30$  см,  $z_{k_2} = 36$  см,  $z_{k_3} = 42$  см,  $z_{k_4} = 47$  см, токи в них  $\delta k_1 = 0,05$ ;  $\delta k_2 = 0,05$ ;  $\delta k_3 = 0,08$ ;  $\delta k_4 = 0,18$ . Все катушки состоят из трех витков.

В качестве параметра на графиках взята величина  $n = \frac{t}{t^*}$ , равная отношению текущего времени к времени включения дополнительных витков ( $t^*$ ). Окончанию процесса сжатия соответствует  $n = 1,72$  на рис. 3 и  $n = 1,91$  - на рис. 4;  $t_k = 200$  мсек.

Как видно из рисунков, по мере нарастания индукционного поля дополнительных витков, минимум магнитного поля постепенно сдвигается, магнитный барьер уменьшается и в определенный момент времени магнитное поле становится монотонно убывающей функцией  $z$ . С этого момента магнитное поле перестанет изменяться во времени и частица будет двигаться в постоянном неоднородном магнитном поле. Скорость ее на выходе из адгезатора будет определяться первым интегралом уравнения (4):

$$\beta_z^2 = \beta_{z_k}^2 + \beta_{\perp k}^2 \left(1 - \frac{H}{H_k}\right),$$

где  $H_k$  - значение магнитного поля в точке, где находится частица в момент времени  $t_k$ , соответствующий окончанию процесса сжатия,

$v_{z_k} = \beta_{z_k} c$ ,  $v_{\perp k} = \beta_{\perp k} c$  - составляющие скорости частицы в этот момент.

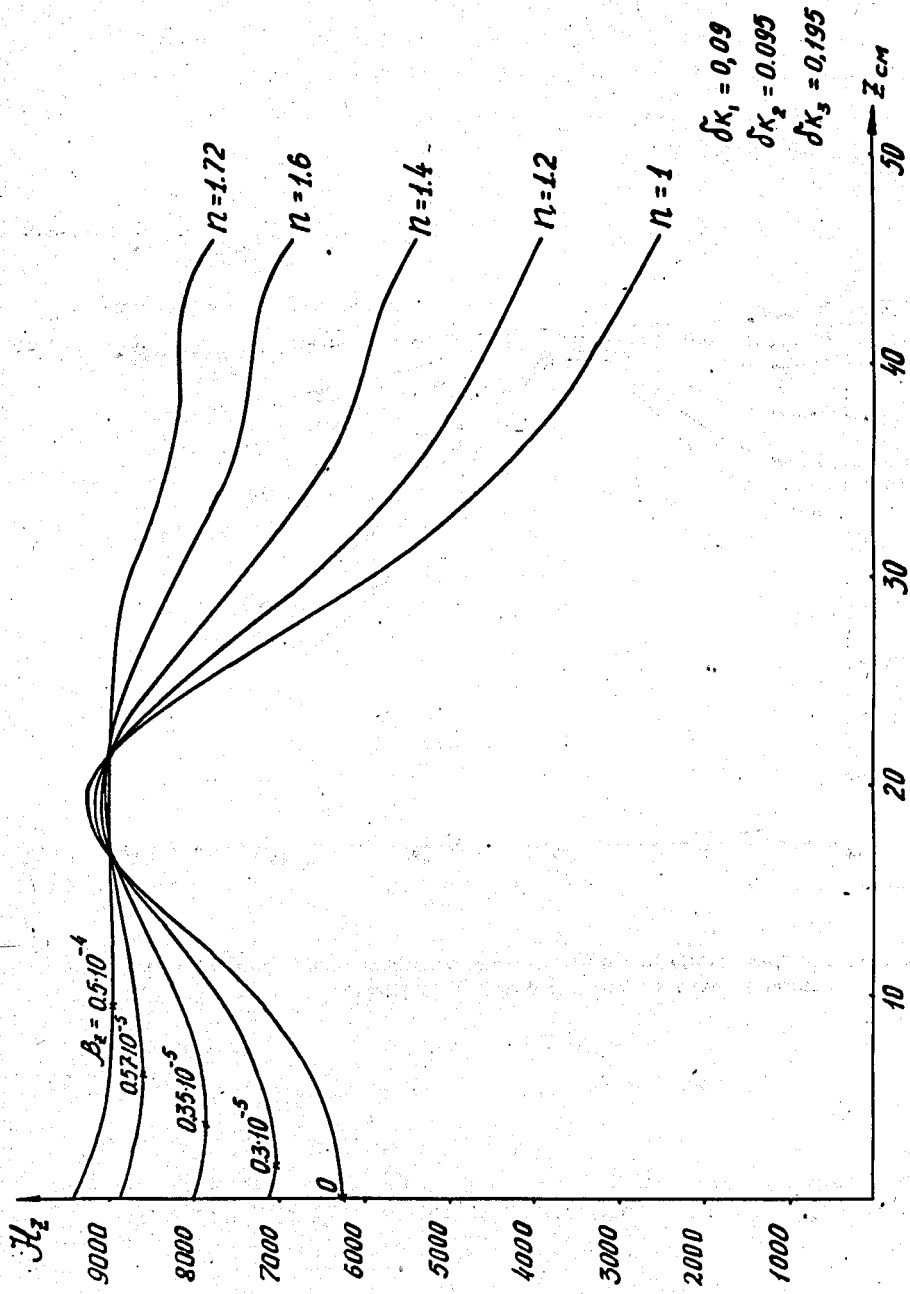


Рис. 3. Распределение магнитного поля в адгезаторе в разные моменты времени (три дополнительных катушки).

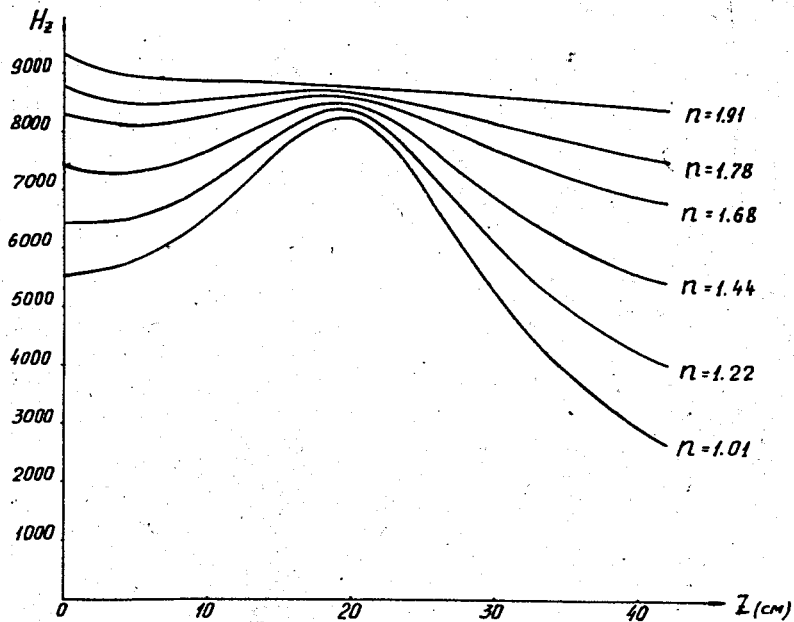


Рис. 4. Распределение магнитного поля в адгезаторе в разные моменты времени (четыре дополнительных катушки).

Значения координаты и скорости частицы в изменяющемся во времени магнитном поле ( $t^* \leq t \leq t_k$ ) находились численным интегрированием уравнений движения по методу Рунге-Кутты.

Результаты расчёта показаны на рис. 3, где крестиками отмечены координаты частицы в соответствующие моменты времени, а цифры указывают относительную скорость частицы ( $\beta_z$ ). Как видно, за время, пока поле еще изменяется во времени, частица смещается вместе с потенциальной ямой на расстояние 8-10 см и скорость ее очень мала -  $\beta_z \approx 10^{-4}$ . Затем поле перестает уменьшаться и частица движется в постоянном спадающем поле. В варианте, представленном на рис. 3 при расчёте на  $N_e = 4 \cdot 10^{13}$ , скорость равновесной частицы на выходе из адгезатора равна  $\beta_z = 0,33$ . В варианте, показанном на рис. 4, при расчёте на  $N_e = 10^{13}$  значения скорости на выходе  $\beta_z = 0,22$ .

Что касается фокусировки, то для отклонения частицы от равновесной имеем следующие линеаризованные по  $r' = r - r_0$  и  $z' = z - z_0$  уравнения колебаний:

$$\ddot{z}' + (\omega_H^2 n - \Omega_k^2) z' = 0,$$

$$\ddot{r}' + [\omega_H^2 (1-n) - \Omega_k^2] r' = 0,$$

где

$$\omega_H = \frac{e H z}{m_0 c \gamma},$$

$$n = \frac{r}{H} \frac{\partial H_z}{\partial r},$$

$$\Omega_k^2 = \frac{e 2N}{\pi R \delta^2 m_{\perp} \gamma_{\perp}^2}.$$

Как показал расчёт, величина  $\Omega_k^2 = \omega_H^2 n - \Omega_k^2 > 0$  при  $0 \leq z \leq 10$  см, и  $\Omega_k^2 < 0$  при  $z > 10$  см. Это значит, что продольная фокусировка вначале осуществляется неоднородным магнитным полем (пока потенциальная яма сохраняется). Затем она должна быть осуществлена внешними

средствами. При этом условии предложенная система витков позволяет осуществить вывод электронного кольца из адгезатора при нужных градиентах поля.

Рукопись поступила в издательский отдел

25 августа 1969 года.