ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

Р9 - 4138

А.Г.Бонч-Осмоловский, И.Н.Иванов, М.Л.Иовнович, В.Г.Маханьков, Э.А.Перельштейн

ЛАБОРАТОРИЯ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

ВОПРОСЫ УСТОЙЧИВОСТИ ЭЛЕКТРОН-ИОННОГО КОЛЬЦА

1968

P9 - 4138

А.Г.Бонч-Осмоловский, И.Н.Иванов, М.Л.Иовнович,
В.Г.Маханьков, Э.А.Перельштейн

ВОПРОСЫ УСТОЙЧИВОСТИ ЭЛЕКТРОН-ИОННОГО КОЛЬЦА

В настоящей работе будут рассмотрены основные вопросы, связанные с устойчивостью электронно-ионного кольца во внешнем магнитном поле. Общий метод исследования подобных систем известен в теории ускорителей и плазмы и заключается в совместном изучении кинетического уравнения для функций распределения электронов и ионов и системы уравнений Максвелла для электромагнитного поля. Ниже приводятся результаты подобного исследования как в линейном, так и в нелинейном приближении. Поскольку общее изучение вопроса весьма затруднительно, целесообразно рассмотреть различные модели, выявляющие наиболее характерные черты системы.

В нашем случае система представляет собой кольцо релятивистских электронов во внешнем магнитном поле, которое содержит относительно небольшое число медленно движущихся ионов. В подобном кольце могут появиться неустойчивости, присущие как электронным пучкам в магнитном поле (сильноточные ускорители), так и электрон-ионным системам (плазма). Рассмотрим неустойчивости первого типа. В кольце вращающихся в магнитном поле электронов развиваются неустойчивости, связанные с продольным (азимутальным) разбиением кольца на сгустки (эффект "отрицательной" массы). Как известно /1/, неустойчивость этого типа не возникает, если полуширина энергетического разброса электронов ΔE удовлетворяет условию

$$\left(\frac{\Delta E}{E}\right)^2 > \frac{4\pi^2 \nu g}{\gamma^3 \left[\frac{1}{1-n} - \frac{1}{\gamma^2}\right]}, \qquad (1)$$

Здесь E – средняя энергия электронов, $\nu = \frac{N r_e}{2\pi R}$, где N – число электронов, R – радиус кольца, $r_e = \frac{e^2}{m_e c^2}$, $n_{эф}$ – эффективный показатель спада магнитного поля, γ – отношение энергии вращения электрона к энергии покоя, g – геометрический фактор, зависящий от параметров камеры ускорителя и расположенного в ней сгустка. Одним из возможных эффектов, уменьшающих величину энергетического разброса, необходимого для стабилизации кольца, является экранировка пучка электронов металлическим экраном с высокой проводимостью. Влияние экрана изучалось на примере бесконечно тонкого цилиндрического слоя вращающихся в однородном магнитном поле релятивистских электронов, окруженного цилиндрическим экраном с бесконечной проводимостью /2/. Решая совместно линеаризованную систему уравнений гидродинамики и Максвелла для величин, описывающих отклонение от равновесных значений, пропорциональных $e^{in\theta - i\omega t}$, найдём дисперсионное уравнение в виде

$$p^2(p^2 - 1) = \epsilon f(p), \qquad (2)$$

где $p = n - \frac{\omega}{\omega_0}$, ω_0 – частота обращения электрона в магнитном поле, равная $-\frac{eH_0}{mc\gamma}$, $\epsilon = \frac{\Omega^2}{\omega_0^2}$ – малый параметр в нашем случае, $\Omega^2 = \frac{2\pi e^2 \sigma_0}{mc^2\gamma} R \omega_0^2$, σ_0 – поверхностная плотность частиц, R – радиус электронного слоя. Решая уравнение (2) методом последовательных приближений, найдем две ветви колебаний: "продольные" колебания $(p = 0)$ и "поперечные" $(p = \pm 1)$. Если ток находится вблизи экрана и $\frac{b - R}{b} n \beta \ll 1$, где b – радиус экрана, то инкремент нарастания "продольных" колебаний для моноэнергетического пучка равен $\frac{\Omega}{\omega_0} \frac{n}{\gamma}\sqrt{\frac{2(b-R)}{b}}$. Отсюда видно, что экранировка существенно уменьшает инкремент и снижает величину необходимого для стабилизации энергетического разброса.

В работе Бриггса и Нейла /2/ показано, что в ультрарелятивистском случае вблизи от стенки при выполнении условия $\gamma^2 > \frac{b}{b - R}$ продольная неустойчивость не возникает вообще.

Вычисление геометрического фактора с учетом экрана для модели длинного цилиндра и подстановка его в формулу (1) дает величину необходимого для подавления неустойчивости энергетического разброса. При наших параметрах (см. работу /10/) эта величина в начале сжатия кольца должна быть больше 3%.

Изучение продольной неустойчивости с учетом конечной длины цилиндра (кольцо) показывает, что минимальный энергетический разброс, обеспечивающий стабилизацию, заметно уменьшается.

Рассмотрение поперечных колебаний /3/ показывает, что колебания с частотами $\omega = (n \pm 1)\,\omega_0$, $n > 1$ стабилизируются проводящим экраном.

Если кольцо находится в резонансной полости (резонатор, волновод), то возникает продольная неустойчивость, связанная с резонансами на собственных модах камеры. Этот вопрос был рассмотрен в работах /4/. Наши исследования показали, что для модели длинного цилиндра в резонансном случае, когда частоты обращения частиц близки к одной из собственных частот камеры, возникает неустойчивость, которая сопровождается синхротронным излучением.

Инкремент этой неустойчивости равен:

$$\mathrm{Im}\,\omega \cong \sqrt[3]{|A|}\,, \quad \text{когда энергетический разброс мал, и}$$

$$\mathrm{Im}\,\omega = \sqrt{\frac{|A|}{n\,|\omega_1 - \omega_2|}}\,, \quad \text{когда разброс велик.} \tag{3}$$

Здесь

$$A = -\frac{e^2 \sigma_0\, n\, c\, \beta}{m\, b^2\, R\, \gamma}\;\frac{J_n'^{\,2}\left(\lambda'_{np_0}\frac{R}{b}\right)}{J_n^2(\lambda'_{np_0})\left(1 - n^2/\lambda'^{\,2}_{np_0}\right)}\,,$$

λ'_{np_0} – корень производной функции Бесселя. Для кольца соответствующие инкременты несколько уменьшаются.

Характерной чертой этой неустойчивости является отсутствие порога.

Дальнейшее развитие неустойчивости типа отрицательной массы было исследовано /5/ с помощью методов квазилинейной теории плазмы.

Условием применимости метода является малость отношения начального инкремента к начальному среднеквадратичному разбросу $\overline{\Delta\omega}_0$. Предполагается также, что нелинейным взаимодействием гармоник возмущений электрического поля можно пренебречь. Остальные допущения такие же, как в линейной теории отрицательной массы. Тогда функцию распределения электронов можно представить в виде суммы медленно меняющейся фоновой функции f_0 и быстро осциллирующей в пространстве и времени f_1. Производя обычную процедуру усреднения, получим уравнение диффузии для фоновой функции. Из этого уравнения можно получить выражение для закона сохранения полной энергии пучка в виде

$$\frac{m_1}{2}\int R(\omega-\bar{\omega})^2 f_0\, dW + \frac{1}{2}\sum_{\substack{n=-\infty\\ n\neq 0}}^{\infty} \frac{c^2|\bar{\epsilon}_n|^2}{n^2(\omega_0^2-\omega_n^2)g_n(\omega_n)} = \mathrm{const}, \tag{4}$$

где m_1 – эффективная масса частицы, движущейся по циклической орбите, R – радиус кривизны орбиты, $\bar{\omega}$ – среднее значение циклической частоты $\omega(W)$, $\omega_0 = \frac{c}{R}$, ω_n – действительная часть частоты n-ой гармоники разложения быстро осциллирующих частей в ряд Фурье, $\bar{\epsilon}_n$ – амплитуда n-ой гармоники электрического поля, g_n – функция, которая выражается через собственные функции задачи. Поскольку эффективная масса частицы отрицательна, с ростом амплитуды электрического поля при развитии неустойчивости увеличивается величина первого члена в выражении (4), являющаяся аналогом продольной температуры пучка. Это означает увеличение энергетического разброса в пучке, что в свою очередь должно привести к срыву неустойчивости. Конечная полная энергия электромагнитного поля пропорциональна четвертой степени начального инкремента. Таким образом, показана при определенных условиях возможность срыва неустойчивости на нелинейной стадии развития.

Перейдем далее к неустойчивостям, вызванным наличием в электронном кольце небольшого количества ионов, т.е. к плазменным неустойчивостям. Начнем с общеизвестной пучковой неустойчивости, которая возникает в электрон-ионной плазме. Исследование продольной пучковой неустойчивости в гидродинамическом приближении в пренебрежении тепловым разбросом скоростей частиц показывает, что эффективное взаимодействие испытывают частицы, находящиеся в резонансе с волной (когда фазовая скорость волны близка к скорости относительного движения электронов и ионов v_0). В системе координат, связанной с электронами, мы имеем хорошо изученный случай прохождения пучка ионов малой плотности сквозь плотную плазму. При этом возбуждение аксиально симметричных мод в цилиндрическом пучке крайне затруднено, т.к. инкременты экспоненциально малы, Уменьшение инкремента азимутальных волн хотя и имеет место, но не столь существенно /6/. Однако в нашем случае критическая длина волны, вычисленная для неограниченного пучка и равная $\frac{v_0 \gamma_0^{3/2}}{\Omega_e}$ ($\gamma_0 = (1 - \frac{v_0}{c^2})^{-1/2}$, $\Omega_e = \sqrt{\frac{4\pi e^2 n_e}{m_e}}$ - ленгмюровская частота. n - плотность электронов) принимает значение $\lambda_{кр} \cong 10^3$ см, т.е. значительно превосходит большой радиус кольца. Следовательно, при заданных параметрах кольца продольная пучковая неустойчивость возникнуть не может.

Рассмотрение линейного приближения указывает на возможность возникновения гидродинамической апериодической неустойчивости /7/. Прохождение пучка заряженных частиц сквозь плазму приводит к возбуждению электромагнитных волн, распространяющихся поперек пучка, амплитуда волн растет со временем с инкрементом, равным

$$\Omega_i \ \beta_0 \frac{\gamma_0}{\sqrt{2}} , \qquad (5)$$

где $\Omega_i = \sqrt{\frac{4\pi e^2 n_i}{m_i}}$, $\beta_0 = \frac{u_0}{c}$. Численное значение инкремента достигает 10^6 сек$^{-1}$. Однако применение методов квазилинейной теории показывает, что на нелинейной стадии неустойчивость исчезает /11/, причем относительные потери энергии пучка, равные $\frac{m_e n_i}{m_i n_e}$, оказываются малыми. Заметим также, что тепловой разброс, не учитываемый в гидродинамическом подходе, улучшает условия устойчивости в линейном приближении.

Изучим затем вопрос об устойчивости электрон-ионного кольца по отношению к поперечным изгибаниям /8/. Решение дисперсионного уравнения показывает, что существует узкорезонансная область неустойчивых мод, для которых критическая длина волны для выбранных значений параметров кольца вновь оказывается большой по сравнению с размерами кольца. Рассмотрим низкочастотные потенциальные колебания в электрон-ионной системе на примере цилиндрического слоя релятивистских частиц, вращающихся в однородном магнитном поле /9/. С помощью линеаризованного кинетического уравнения и уравнения Пуассона получим дифференциальное уравнение для потенциала электрического поля ψ . Сделаем в дальнейшем упрощающие предположения: частота колебаний много меньше циклотронной частоты частиц, фазовая скорость волн много меньше скорости света, распределение частиц по продольным, т.е. вдоль магнитного поля, импульсам нерелятивистское, продольная длина волн много меньше радиуса слоя. В этом случае методом геометрической оптики можно найти спектр колебаний слоя, а с помощью теории возмущений величину инкремента. Колебания моды с $|n| = 1$, соответствующие ионному звуку в однородной плазме, оказываются неустойчивыми, инкремент нарастания колебаний равен

$$\mathrm{Jm}\,\omega = \sqrt{\pi}\,\frac{n_e}{n_i}\,\frac{\omega^2}{c|k_3|u_e}\;\frac{\int_0^\infty ds\, f\sqrt{1+u_{pe}^2 s}\,\left|\frac{d\psi}{ds}\right|^2 s}{\int_0^\infty ds\, f\, s\,\left|\frac{d\psi}{ds}\right|^2}, \qquad (6)$$

где k_3 – продольное волновое число, функция f описывает распределение частиц поперек магнитного поля, u_{pe}^2 , u_e^2 выражаются через среднее значение квадрата соответственно поперечного и продольного импульса электрона, n – линейная плотность частиц. Подобная кинетическая неустойчивость соответствует дрейфовой неустойчивости в слабонеоднородной нерелятивистской плазме. Можно показать, что для ограниченного вдоль магнитного поля сгустка, длина которого много меньше отношения тепловой скорости частиц к частоте волны, эта неустойчивость не успевает развиться. Оценки показывают, что это имеет место в нашем случае. Были рассмотрены также различные способы подавления неустойчивостей на нелинейной стадии развития. В результате учета влияния развитой высокочастотной турбулентности на устойчивость плазмы в низкочастотной области оказалось возможным подавить ряд неустойчивостей, однако для кольца подобные методы находятся в стадии изучения.

Таким образом, исследование различных характерных для нашего случая моделей позволяет выразить надежду на то, что за время создания и последующего ускорения электрон-ионного кольца неустойчивости не успеют развиться до уровня, который мог бы привести к развалу кольца.

Литература

1. А.А. Коломенский, А.Н. Лебедев. Атомная энергия, 7, 549 (1959); C. Nielsen, A. Sessler, K. Symon. Proc. Int. Conf. on high Energy Accel. and Instrum., Geneva, 239 (1959).
2. И.Н. Иванов. Препринт ОИЯИ, Р9-3476-2, Дубна, 1967.
3. И.Н. Иванов, В.Г. Маханьков. Препринт ОИЯИ, Р9-3475-2, Дубна, 1967; R. Briggs, V. Neil. Plasma Phys., 9, N2, p.209 (1967).
4. И.Н. Иванов. Препринт ОИЯИ, Р9-3474-2, Дубна, 1967; R. Briggs. Symp. ERA, Lawrence Radiation Laboratory (1968).
5. Э.А. Перельштейн. Доклад на Международной конференции по ускорителям, Фраскати (1965), ЖТФ, 37, 1177 (1967); Препринт ОИЯИ, Р-2648, Дубна, 1966.
6. В.Г. Маханьков. ЖТФ, 36, 1752 (1966); Изв. вузов, Радиофизика, 10, 455 (1967).
7. В.Г. Маханьков, А.А. Рухадзе. Ядерный синтез, 2, 177 (1962).
8. Г.И. Будкер. Атомная энергия, 5, 9 (1956).
9. М.Л. Иовнович. Препринт ОИЯИ, 9-3395-2, Дубна, 1967.
10. И.Н. Иванов, М.Л. Иовнович, А.Б. Кузнецов, Ю.Л. Обухов, К.А. Решетникова, Н.Б. Рубин, В.П. Саранцев, О.И. Ярковой. Вопросы движения частиц в адгезаторе. Препринт ОИЯИ, Р9-4132, Дубна, 1968.
11. В.Г. Маханьков, В.Н. Цытович. ЖТФ, XXXVIII, 809 (1968).

Рукопись поступила в издательский отдел

4 ноября 1968 года.