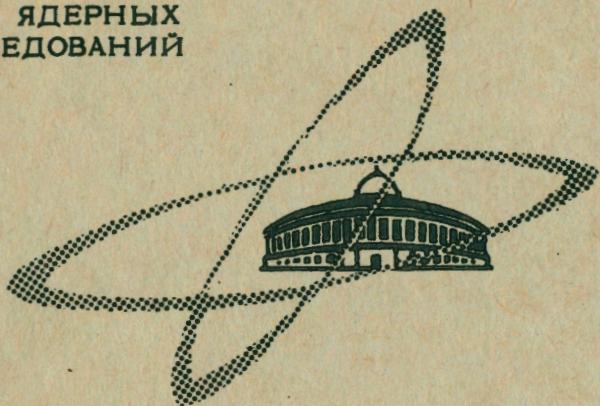


1105
ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна



Р9 - 4135 е

А.Г.Бонч-Осмоловский, Г.В.Долбилов, И.Н.Иванов,
Э.А.Перельштейн, В.П.Саранцев, О.И.Ярковой

ЛАБОРАТОРИЯ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

ФОКУСИРОВКА ЗАРЯЖЕННОГО
ЭЛЕКТРОННОГО КОЛЬЦА В ЛИНЕЙНОМ
КОЛЛЕКТИВНОМ УСКОРИТЕЛЕ ИОНОВ

1968

Р9 - 4135

**А.Г.Бонч-Осмоловский, Г.В.Долбилов, И.Н.Иванов,
Э.А.Перельштейн, В.П.Саранцев, О.И.Ярковой**

**ФОКУСИРОВКА ЗАРЯЖЕННОГО
ЭЛЕКТРОННОГО КОЛЬЦА В ЛИНЕЙНОМ
КОЛЛЕКТИВНОМ УСКОРИТЕЛЕ ИОНОВ**

**Научно-техническая
библиотека
ОИЯИ**

В линейном коллективном ускорителе ионы захватываются и удерживаются потенциальной ямой электронного кольца, которое ускоряется внешними полями^{1/1}. Отсюда ясно, насколько важно сохранить плотность электронов в кольце достаточно высокой, чтобы обеспечить нужную глубину потенциальной ямы. Для кольца тороидальной формы требования сохранения плотности адекватны необходимости поддерживать малыми размеры поперечного сечения.

Большой радиус кольца и радиальный размер сечения можно достаточно эффективно поддерживать постоянным магнитным полем. Поэтому основное внимание будет уделяться z -размеру. (Кольцо из релятивистски вращающихся электронов летит вдоль оси z так, что его центр все время находится на этой оси. Последняя перпендикулярна плоскости вращения).

Проблему фокусировки можно разделить на две части: самофокусировка и фокусировка внешними полями. Под самофокусировкой понимается механизм Беннета-Будкера, суть которого сводится к тому, что при определенных соотношениях между числами частиц одного и другого знака частицы одного сорта удерживаются при ускорении в потенциальной яме другого. Однако этот сложный и принципиальный вопрос в данной работе не рассматривается, поскольку он является предметом отдельного исследования.

Здесь мы остановимся на способах фокусировки заряженных частиц внешними полями. Первое, что приходит в голову — использовать эффект

автофазировки на бегущей волне. Однако в наших условиях этот способ оказался малоэффективным, так как он требует использования мощных генераторов, создания системы замедления, а также изменения скорости волны в процессе ускорения. Кроме того,

так как градиенты фокусирующего поля в собственной системе координат убывают как $1/\gamma_z^2$, где $\gamma_z = (1 - v_z^2/c^2)^{-1/2}$, то при амплитуде фокусирующего поля $E_0 = 100$ кВ/см и $\lambda \leq 10$ см фокусировка возможна только до $\gamma_z = 4$.

Поэтому мы остановимся на разработанных нами способах фокусировки, которые могут быть достаточно эффективно применены в наших условиях. Будут разобраны способы фокусировки винтовым магнитным полем, на H_ϕ волне, миллеровским механизмом на встречных волнах и фокусировка при помощи полей изображения.

1. H_ϕ - фокусировка

Механизм H_ϕ -фокусировки легко понять на примере прямого шнура в продольном магнитном поле. Под действием собственных расталкивающих сил частицы шнура приобретают скорости, перпендикулярные направлению магнитного поля, которое заворачивает частицы, не позволяя им уходить от шнура. Для кольца роль такого продольного поля может играть азимутальная компонента (H_ϕ) магнитного поля, созданного, например, проводом с током, идущим вдоль оси z .

Условия фокусировки для движущегося вдоль оси кольца выражаются двумя неравенствами:

$$\omega_{H\phi}^2 > \Omega_\Lambda^2 / \gamma_L^2 \gamma_z^2$$

$$\Omega_\Lambda^2 / \gamma_z^2 > \omega_{Hz}^2 - 2\omega_{Hz} \cdot \omega_{H\phi} \cdot \gamma_z$$

где Ω_Λ -ленгмюровская частота кольца, $\omega_{H\phi} = \frac{e H_\phi(r_0)}{m c \gamma_L}$,

$\omega_{Hz} = \frac{e H_z}{m c \gamma_L}, \gamma_L^2 = \frac{1}{(1 - v_L^2/c^2)}$ - большой радиус кольца, Ω_Λ, γ_L взяты в собственной системе координат кольца.

Анализ показывает, что при увеличении релятивистского фактора γ_z при неизменных полях H_z и H_ϕ большой радиус кольца увеличивается. Это ограничивает длину пути ускорения кольца при данной фокусировке.

Ограничение может быть снято, если по мере роста γ_z в той же степени уменьшать величину H_ϕ поля (в лабораторной системе координат).

II. Фокусировка на встречных волнах

Известен так называемый миллеровский механизм фокусировки, которая может осуществляться в системе двух встречных волн. Легко показать, что в этом случае имеется выделенное значение скорости, т.е. можно найти равновесную частицу, около которой остальные совершают устойчивые колебания. Такая система обладает рядом достоинств. Пусть в лабораторной системе имеется внешнее "гофрированное" магнитное поле с фазой $\Psi_0 = k'_0 z'$, а навстречу кольцу бежит волна с фазой $\Psi = k'z - \omega't'$. Перейдем в систему, где частоты этих волн совпадают, тогда

$$\omega = \gamma_z (\omega' - v k'), \quad k = \gamma_z (k' - v \omega')$$

$$\omega_0 = \gamma_z v k'_0, \quad k_0 = \gamma_z k'_0$$

и $\omega = \omega_0$, что дает:

$$c \beta_z = \frac{\omega'}{k' + k'_0} < 1.$$

Отсюда видно, что такая система не требует замедления, и изменение $\frac{\omega'}{k' + k'_0}$ с ускорением можно осуществлять при помощи k'_0 , что очень удобно. Если принять $k' \gg k'_0$, $\omega' \approx k'c$, то легко найти $\gamma_z = \sqrt{\frac{k'}{2k'_0}}$, поэтому ошибка в k'_0 сказывается на γ_z , а ошибка

в скорости (или условие точности синхронизма ямы и частицы) есть $\delta\beta_z = \frac{1}{\gamma_z^2} \cdot \frac{\delta\gamma_z}{\gamma_z}$, т.е. убывает с ростом γ_z . Отсюда перспективность этого метода фокусировки при ультрарелятивистских энергиях.

Уравнение z колебаний в собственной системе на примере H_{01} волны есть:

$$\ddot{z} + \frac{e\beta_0}{m\gamma_{\perp}} \left(\frac{k}{k'} h_1 \cos \Psi - \gamma_z h_0 \cos \Psi_0 \right) = 0,$$

где $h_1 = H_1 J_1(\kappa_1 r_0)$ - амплитуда бегущей волны; $h_0 = H_0 I_1(\kappa_1 r_0)$ - амплитуда гофрированного поля.

Предполагается, что время изменений внешних параметров велико по сравнению с периодом усредненных колебаний. Это уравнение решается методом Боголюбова. Находится яма, характеристика которой есть:

$$\omega^2 \gg \frac{e^2 h_1 h_0}{m^2 c^2 \gamma_{\perp}^2} > \frac{2}{\gamma_{\perp}^3} \frac{c}{a^2} \frac{e^2 N}{m c^2 2\pi r_0}, \quad \omega' \approx k', k' \gg k'_0.$$

Здесь a - малый размер кольца; N - полное число частиц в кольце. 'Левое неравенство - условие применимости метода, правое представляет собой условие компенсации сил кулоновского расталкивания электронов.

Применение этого метода будет возможно при получении мощных источников излучения в коротковолновой области (для того, чтобы удержать кольцо с $N = 10^{13}$, требуется амплитуда бегущей волны $\approx 10^3$ эрстед).

III. Фокусировка силами изображений

Взаимодействие заряженного сгустка с экраном носит "когерентный" характер, т.е. сила, действующая на каждую частицу, пропорциональна числу частиц в нем. Это подчеркивает необходимость учёта экранирования при рассмотрении движения частиц в кольце и поведения кольца, как целого образования. Очень интересным является то обстоятельство, что экранировку можно использовать для фокусировки кольца. Рассмотрим прямой заряженный шнур, образованный потоком электронов и экранирован-

ный металлической проводящей плоскостью. Если расстояние от центра шнура до плоскости значительно больше его малого размера, то поле изображения можно заменить полем бесконечно тонкого шнура, образованного заряженными частицами другого знака. Элементарное построение сил взаимодействия "изображенного" шнура с крайними частицами реального дает фокусирующую силу. Величина этой силы была бы значительно меньше сил кулоновского расталкивания частиц в пучке, если бы не было продольного движения частиц. В результате этого движения собственные расталкивающие силы в пучке ослаблены в γ_{\perp}^2 раз и имеется возможность скомпенсировать силы кулоновского расталкивания силами изображения.

Однако моделью кольца, летящего в экранирующей трубе, может являться шнур, движущийся как целое в направлении, перпендикулярном направлению движения частиц внутри шнура. Но в этом случае электрическое поле шнура становится зависящим от времени, что влечет за собой появление экранированного магнитного поля, которое ослабляет фокусирующие силы изображения в γ_{\perp}^2 раз и делает их меньше собственных дефокусирующих. Использование сил изображения для фокусировки представляется привлекательным, поскольку фокусировка таким способом не требует ввода дополнительных мощностей и не зависит от скорости кольца до достаточно больших γ_z . Поэтому были предприняты попытки найти системы, которые сохраняли бы фокусирующее действие электрической экранировки и уменьшали бы дефокусирующее действие магнитной.

Во-первых, оказывается, что если рассмотреть кольцо, экранированное цилиндром, то кривизна приводит к желаемому результату. При этом пренебрежение кривизной в собственных полях можно допускать при выполнении неравенства $\frac{1}{\gamma_{\perp}^2} \gg \frac{a^2}{r_0^2} \frac{\ell_n}{a} \frac{8r_0}{a}$, а в наведенных полях

$\frac{1}{\gamma_{\perp}^2} \gg \left(\frac{b-r_0}{r_0} \right) \frac{\ell_n}{b-r_0} \frac{r_0}{b-r_0}$, т.е. можно создать условия, при которых собственное поле можно считать "прямым" (а это значит ослабленным в γ_{\perp}^2 раз), а наведенное "кривым" (не ослабленным). Обозначения здесь следующие: a - малый радиус тороидального кольца; r_0 - его большой радиус; b - радиус экранирующей трубы. Интересующий нас градиент силы имеет в этом случае вид:

$$\frac{1}{\omega_0^2 m \gamma_{\perp}} \cdot \frac{\partial F_z}{\partial z} = - \frac{4e^2}{mc^2} \cdot \frac{1}{\gamma_{\perp}} \cdot \frac{N}{2\pi r_0} \int_0^{\infty} dt \left[I_0^2(t\rho) \frac{K_0(t)}{I_0(t)} - \beta^2 I_1^2(t\rho) \frac{K_1(t)}{I_1(t)} \right] =$$

$$= - \frac{4e^2}{mc^2} \cdot \frac{1}{\gamma_{\perp}} \cdot \frac{N}{2\pi r_0} T_z.$$

I_n, K_n - модифицированные функции Бесселя; N - полное число частиц в кольце. В области $0,8 < \rho < 0,95$; $0,4 < t < 0,8$. Градиент силы кулоновского расталкивания $\approx \frac{4e^2}{mc^2} \cdot \frac{1}{\gamma_0} \cdot \frac{N}{2\pi r_0} \cdot \frac{r_0}{d(g+d)} \cdot \frac{1}{\gamma_{\perp}^2}$, где d и g - размеры сечения кольца в r и z направлениях, если считать что наше кольцо представляет собой эллиптический тор. При наших параметрах ($N=10^{18}$, $r_0 \approx 5$ см, $\gamma_0 \approx 30$, $g \approx 10^{-1}$ см, $\rho \approx 0,8$) можно обеспечить при помощи этой фокусировки $d \approx 1$ см, а отношение квадрата частоты бетатронных колебаний в z направлении к квадрату частоты обращения частицы в кольце $\approx 3 \times 10^{-3}$. Отсюда следует, что для практического применения следует повысить эффективность этой фокусировки.

В работе [2] предложен один из возможных способов увеличения сил фокусировки. Способ состоит в покрытии изнутри металлической трубы тонким диэлектрическим слоем. По мысли авторов, этот слой приведет к большему ослаблению дефокусирующих сил магнитного экранирования по сравнению с фокусирующими электрическими.

Наряду с изучением этого интересного предложения мы исследовали другой способ увеличения фокусировки, используя так называемый "разрезанный" экран.

Вернемся к нашей модели шнура,двигающегося вдоль плоскости, только вместо нее возьмем систему полос. Полосы расположены таким образом, чтобы шнур в своем движении двигался вдоль них, поэтому выбранная система не является замедляющей. Градиент фокусирующей силы в этом случае:

$$\frac{\partial F_z}{\partial z} = - m \Omega_k^2 \frac{g}{a^2} \left[T_0 + \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{i \frac{2\pi n}{a} x} T_n \right].$$

В этой формуле Ω_k - кулоновская частота, определяющая величину сил расталкивания; g - малый размер пучка; a - расстояние до плоскости. Коэффициенты T_n получаются из бесконечной системы алгебраических уравнений на ЭВМ. Как показывают численные расчеты, членами с T_n при $|n| \geq 1$ можно пренебречь, T_0 есть функция от $q = \frac{\pi d}{\ell}$ и $p = \frac{\ell}{2\pi a}$; d - ширина металлической ленты; ℓ - длина периода решетки. При расчетах величина продольной скорости бралась равной c . Функция T_0 обращается в нуль при $q=0$ и π . При подходе к $q=0$ и $q=\pi$ T_0 имеет довольно большие производные, а при промежуточных значениях q сохраняется примерно постоянной. При этом значения T_0 в области $0 < q < \pi$ колеблются от $T_0 \approx 0,2$ при $p = \frac{1}{2\pi}$ до $T_0 \approx 0,25$ при $p \approx 0,001$. При наших параметрах для обеспечения фокусировки ($g^2/a^2 T_0 > \Omega_k^2 / \gamma_{\perp}^2$) достаточно иметь $T_0 \geq 0,1$.

Таким образом, имеется возможность достичь нужной эффективности фокусирующей силы при экранировании круглым "разрезанным" экраном. При приближении к экрану повышаются требования к точности проводки его по оси трубы. Если кольцо отклонилось от оси, то при выполнении неравенства:

$$\frac{8e^2}{mc^2} \cdot \frac{1}{\gamma_{\perp}} \cdot \frac{N}{2\pi r_0} \cdot \frac{1}{\beta^2} p^2 \Phi(p) \leq 1$$

оно будет совершать круговой дрейф около оси трубы. Функция $\Phi(p)$ нелинейна. При $p \approx 0,5$ $\Phi(p) \approx 1$, при $p=0,8$, $\Phi \approx 4,5$, а при $p \approx 0,95$ $\Phi(p) \approx 140$. Однако даже при выполнении указанного неравенства отклонение от центра кольца от оси трубы не должно превышать расстояний порядка малого радиуса, чтобы последний не "разбух" в результате дрейфа кольца.

Как показывают оценки, возможности фокусировки стенкой ограничены при $\gamma_z \approx 40$ из-за торможения, которое становится заметным при этой энергии в связи с конечной проводимостью стенок трубы.

Литература

1. В.И. Векслер, В.П.Саранцев, А.Г.Бонч-Осмоловский, Г.А.Иванов, Г.В.Долбилов, И.Н.Иванов, М.Я.Иовнович, И.В.Кожухов, А.Б.Кузнецов,

В.Г.Маханьков, Э.А.Перельштейн, В.П.Рашевский, К.А.Решетникова,
Н.Б.Рубин, С.Б.Рубин, П.И.Рыльцев, О.И.Ярковой

"Коллективное линейное ускорение ионов". "Доклад на 1У Международной конференции по ускорителям". США, Кембридж, 1967 г., Препринт ОИЯИ, Р8-3440-2, 1967 г.

2. Symposium on Electron Ring Accelerators, Held at Lawrence Radiation Laboratory, 1968.

Рукопись поступила в издательский отдел

31 октября 1968 года.