

И-203
ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

P9 - 4132



И.Н.Иванов, М.Л.Иовнович, А.Б.Кузнецов, Ю.Л.Обухов,
К.А.Решетникова, Н.Б.Рубин, В.П.Саранцев,

О.И.Ярковой

ВОПРОСЫ ДВИЖЕНИЯ ЧАСТИЦ В АДГЕЗАТОРЕ

ЛАБОРАТОРИЯ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

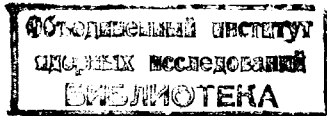
1968

P9 - 4132

И.Н.Иванов, М.Л.Иовнович, А.Б.Кузнецов, Ю.Л.Обухов,
К.А.Решетникова, Н.Б.Рубин, В.П.Саранцев,

О.И.Ярковой

ВОПРОСЫ ДВИЖЕНИЯ ЧАСТИЦ В АДГЕЗАТОРЕ



1. Основные требования к сгустку и способ его создания

Одна из основных задач, возникающих при осуществлении коллективного ускорителя /1/, - это создание заряженного электронно-ионного сгустка.

В этом сгустке число электронов должно существенно преобладать над числом ионов и плотность электронов должна быть максимально возможной. Во всяком случае необходимо, чтобы напряженности электрических полей в этом сгустке, действующие на ионы, превышали величины $10^5 \frac{\text{В}}{\text{см}}$ и были, скажем, $10^6 + 10^7 \frac{\text{В}}{\text{см}}$.

Тогда коллективный метод может оказаться весьма перспективным для получения частиц сверхвысоких энергий (сотни, тысячи Гэв), а также для создания компактных ускорителей многозарядных ионов с достаточными плотностями частиц и относительно высокими энергиями.

Простейший анализ показывает, что наиболее подходящим для наших целей может быть кольцевой сгусток с вращающимися электронами. В таком сгустке силы кулоновского расталкивания между электронами в значительной степени скомпенсированы магнитным стягиванием. Ионы в кольце удерживаются чисто кулоновскими силами. Чем компактнее сгустки и чем больше там электронов, тем больше электростатические поля в них.

Для получения кольцевого сгустка с требуемыми параметрами принята следующая схема. Электроны инжектируются из сильноточного линейного индукционного ускорителя на орбиту "большого" радиуса в ус-

тановку, названную "адгезатор". В этой установке создано мягкофокусирующее магнитное поле бочкообразного типа с помощью безжелезных катушек. В районе радиуса инъекции $\rho = 0,5$, в центре $\rho = 0$. Магнитное поле в установке нарастает во времени.

Начиная с некоторого этапа после инъекции пучок образует кольцо, сжимающееся (условие "2:1" не выполнено) в адиабатически растущем азимутально-однородном магнитном поле. Такое сжатие сопровождается азимутальным ускорением электронов и адиабатическим уменьшением сечения кольца. Благодаря этому, напряженность собственного электрического поля повышается, нарастая до требуемого значения. На завершающем этапе сжатия в кольцо инжектируются ионы. Конфигурация катушек, создающих магнитное поле, позволяет выводить кольцо из адгезатора по оси.

2. О квазистационарных состояниях электронного кольца

Рассмотрение движения частиц начнем с изучения квазистационарных состояний электронного кольца с большим зарядом и током в приближении самосогласованного поля. Это позволит рассчитать адиабатическое изменение параметров кольца с учетом собственных сил и выбрать начальные параметры в соответствии с требованиями, предъявляемыми к конечному состоянию, а также с учетом возможностей инжектора. Рассмотрение будет проведено для двух идеализированных моделей кольца, отвечающих в известном смысле двум возможным крайним случаям: а) пучок без энергетического разброса в линейном приближении, но с радиальными и аксиальными колебаниями ("симметричный пучок" /2/); б) пучок с энергетическим разбросом, аксиальными колебаниями, но без радиальных бетатронных колебаний /3/.

3. Собственные поля и силы в кольце

Обе модели, о которых говорилось выше, отвечают пучку торондального вида с резкой границей. Форма сечения - эллипс. Пространственная плотность заряда однородна по азимуту, не зависит в пределах сечения от z (ось z - перпендикулярна плоскости тора) и обратно пропорциональна полярному радиусу r .

В линейном приближении собственные силы, действующие в кольце, можно записать в виде

$$F_r = \frac{m_e c^2 \gamma_{\perp}}{R} \left\{ \mu P + \frac{\rho}{R} \left[\frac{\mu}{bg \gamma_{\perp}^2} \cdot \frac{4b}{(b+g)} - \mu P \right] \right\}, \quad (3.1)$$

$$F_z = \frac{m_e c^2 \gamma_{\perp}}{R} \frac{z}{R} \left[\frac{\mu}{bg \gamma_{\perp}^2} \cdot \frac{4g}{(b+g)} + \frac{1}{2} \mu P \right]. \quad (3.2)$$

$\gamma_{\perp} = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta_{\theta}^2}}$, b , g - полуоси эллиптического сечения тора, отнесенные к радиусу орбиты R (b - по оси z , g - по оси r), $\rho = r - a$,

$$\mu = \frac{\nu}{\gamma_{\perp}}, \quad \nu = r_0 \frac{N_e}{2\pi R} = \frac{r_0}{c \beta_{\theta}} \frac{I}{e}, \quad (3.3)$$

где N_e - число электронов в кольце, $r_0 = 2,8 \cdot 10^{-13}$ см - классический радиус электрона, I - ток пучка.

$$P = 2 \ln \left(\frac{16}{b+g} \right). \quad (3.4)$$

Предполагается, что

$$\mu P \ll 1, \quad \mu P > g, b. \quad (3.5)$$

При $b+g \approx 10^{-1}$ величина $P \approx 10$; если $(b+g)$ уменьшается в 10 раз, то P увеличивается на ≈ 5 единиц.

^{x)} См. работу /4/.

4. Уравнения и интегралы движения

На равновесную частицу, движущуюся по оси кольца, помимо внешних сил, действует лишь постоянная составляющая силы (3.1), обусловленная взаимным влиянием собственных полей разных участков замкнутого пучка ^{14/}. Эта сила дает поправку к известной формуле, связывающей энергию равновесной частицы и магнитное поле H_{\perp} на ее орбите радиуса R :

$$H_{\perp} = - \frac{m_0 c^2 \beta \theta \gamma_{\perp}}{e R} (1 + \mu P). \quad (4.1)$$

С помощью интеграла момента находим следующую связь $H_{\perp}(R, t)$ и $R(t)$:

$$H_{\perp}(R, t) R^2 [1 - \delta(R)] = \text{const}, \quad \delta(R) = \frac{1}{H_{\perp} R^2} \int_0^R n(u) H_{\perp}(u) du. \quad (4.2)$$

Изменение энергии равновесного электрона определяется формулой

$$\gamma_{\perp} R = \frac{\text{const}}{[1 - \delta(R)](1 + \mu P)} = \gamma_{\perp 0} R_0 \frac{[1 - \delta(R_0)]}{[1 - \delta(R)]} = \text{const}, \quad (4.3)$$

$$\mu = \mu_0 \frac{[1 - \delta(R)]}{[1 - \delta(R_0)]} = \text{const}; \quad (4.4)$$

индексом "0" помечено начальное состояние.

Как видно из (4.3), уменьшение R сопровождается увеличением γ_{\perp} благодаря ускоряющему действию вихревого электрического поля. Поведение неравновесных частиц описывается уравнениями:

$$\frac{d}{dt} (\gamma_{\perp} \dot{\rho}) + \gamma_{\perp} \omega^2 \nu_z^2 \rho = \frac{\omega W}{R m_0}, \quad (4.5)$$

$$\frac{d}{dt} (\gamma_{\perp} \dot{z}) + \gamma_{\perp} \omega^2 \nu_z^2 z = 0, \quad (4.6)$$

$$\omega = \frac{c \beta \theta}{R}, \quad W = M - M_{\perp},$$

M - обобщенный момент; безразмерные частоты колебаний

$$\left. \begin{aligned} \nu_r^2 &= (1-n)(1+\mu P) - \left[\frac{4\mu}{g(b+g)\beta_\theta^2 \gamma_\perp^2} + \frac{\mu P}{2} \right], \\ \nu_z^2 &= n(1+\mu P) - \left[\frac{4\mu}{b(b+g)\beta_\theta^2 \gamma_\perp^2} + \frac{\mu P}{2} \right]; \end{aligned} \right\} \quad (4.7)$$

$$\frac{\Delta \gamma_\perp}{\gamma_\perp} = \beta_\theta^2 \frac{W}{P_2} + \frac{\mu P}{2} \cdot \frac{\rho}{R}, \quad P_2 = R \gamma_\perp m_e c \beta_\theta. \quad (4.8)$$

Частицы с различными параметрами W имеют различные положения равновесия. При $W=0$ положение равновесия совпадает с радиусом мгновенной равновесной орбиты R .

Амплитуды колебаний

$$\left. \begin{aligned} a_\rho^2 &= \left(\rho - \frac{W}{R \gamma_\perp \omega \nu_r^2 m_e} \right)^2 + \frac{P_r^2}{m_e^2 \gamma_\perp^2 \omega^2 \nu_r^2}, \\ a_z^2 &= z^2 + \frac{P_z^2}{m_e^2 \gamma_\perp^2 \omega^2 \nu_z^2}. \end{aligned} \right\} \quad (4.8)$$

Адиабатические инварианты

$$\gamma_\perp R \beta_\theta \frac{a_{r,z}^2}{R^2} \nu_{r,z} = J_{r,z}. \quad (4.10)$$

Точный интеграл

$$W = \text{const.} \quad (4.11)$$

5. Две функции распределения

Первая функция распределения, согласующая задачу, имеет вид

$$f_1 = Q_1 \delta(W) \delta\left(\frac{J_r}{J_{rm}} + \frac{J_z}{J_{zm}} - 1\right), \quad (5.1)$$

$$J_{rm} = \gamma_{\perp} R \beta_{\theta} g^2 \nu_r = \text{const}, \quad J_{zm} = \gamma_{\perp} R \beta_{\theta} b^2 \nu_z = \text{const}. \quad (5.2)$$

$Q_1 = \text{const}$ - нормировка.

Анализ показывает, что структура такого пучка дает записанные ранее собственные силы. Формулы (5.2) определяют адиабатическое поведение полуосей g, b . В данной модели присутствуют частицы, амплитуды радиальных и аксиальных колебаний которых связаны соотношением

$$\frac{a_r^2}{g^2} + \frac{a_z^2}{b^2} = 1, \quad \bar{g} = gR, \quad \bar{b} = bR, \quad (5.3)$$

равновесная частица - фиктивна. Этот случай назовем "симметричным", подчеркивая тем самым симметричную связь (5.3) амплитуд r - и z - колебаний.

Еще один вариант функции распределения, отвечающей выбранному тороидальному пучку, соответствует следующей модели: частицы не совершают радиальных бетатронных колебаний, но имеют распределенный набор величин W , то есть набор орбит, набор энергий; аксиальные колебания таковы, что благодаря им покрывается эллиптическое сечение тора.

$$f_2 = Q_2 \frac{\delta(\sqrt{J_r})}{\sqrt{J_r}} \cdot \frac{\Theta\left[\sqrt{J_{zm}}\left(1 - \frac{W^2}{W_m^2}\right) - J_z\right]}{\sqrt{J_{zm}\left(1 - \frac{W^2}{W_m^2}\right) - J_z}}, \quad (5.4)$$

$$\Theta(x) = \begin{cases} 1, & x \geq 0, \\ 0, & x < 0, \end{cases} \quad Q_2 = \text{const};$$

$$W_m = m_e c \beta_{\theta} \gamma_{\perp} R \nu_r^2 g = \text{const}, \quad -W_m < W < +W_m. \quad (5.5)$$

Энергетический полуразброс связан, главным образом, с W_m и после подстановки выражения для последней величины записывается так:

$$\frac{\Delta \gamma_{\perp}}{\gamma_{\perp}} = g \left(\nu_r^2 \beta_{\theta}^2 + \frac{\mu P}{2} \right)^{x)} \quad (5.6)$$

Сравнение (5.6) и (5.5) показывает, что величина $\frac{\Delta \gamma_{\perp}}{\gamma_{\perp}}$ здесь близка к константе, так как второй член в (5.6) - небольшая поправка.

6. Анализ адиабатического поведения пучка

Запишем частоты в виде

$$\left. \begin{aligned} \nu_z^2 &= \kappa_z^2 - \Delta \nu_z^2, & \nu_r^2 &= \kappa_r^2 - \Delta \nu_r^2, \\ \kappa_z^2 &= n(1 + \mu P) - \frac{\mu P}{2}, & \kappa_r^2 &= (1-n)(1 + \mu P) - \frac{\mu P}{2}, \\ \kappa_r^2 + \kappa_z^2 &= 1. \end{aligned} \right\} \quad (6.1)$$

Из сравнения с (4.7) вид $\Delta \nu_z^2$ и $\Delta \nu_r^2$ ясен. Эти величины описывают основное действие поля пучка на частоты колебаний. Начальное состояние пучка будем задавать параметрами

x) В случае "симметричного" пучка некоторый небольшой энергетический разброс, связанный с величиной μP , также есть; в этом случае

$$\frac{\Delta \gamma_{\perp}}{\gamma_{\perp}} = g \frac{\mu P}{2}. \quad (5.6a)$$

$$\nu_0 = \nu_{01} \ell, \quad \Delta \nu_{z0}^2, \quad \epsilon_0 = \frac{b_0}{g_0} = \frac{b_0}{g_{01} \ell}, \quad (6.2)$$

ℓ - число оборотов инжекции. Тогда другие начальные параметры будут:

$$b_0 = \sqrt{\frac{4\nu_0 \epsilon_0}{\beta_{\theta 0}^2 \gamma_{\perp 0}^2 (1 + \epsilon_0) \Delta \nu_{z0}^2}}, \quad g_0 = \frac{b_0}{\epsilon_0}, \quad \Delta \nu_{z0}^2 = \epsilon_0 \Delta \nu_{z00}^2, \quad (6.3)$$

где ν_0 - начальное значение величины ν из (3.3) с учетом возможного накопления тока.

Несколько слов по поводу соотношений (6.3).

а) Если $\nu_0 \rightarrow 0$, то и $\Delta \nu_{z0}^2 \rightarrow 0$, тогда величина b_0 из (6.3) не определяется и является, в принципе, произвольной.

б) Уменьшение ϵ_0 при данных ν_0 и $\Delta \nu_{z0}^2$ означает одновременное уменьшение b_0 и увеличение g_0 : заряд распределяется по большему интервалу радиусов и облегчаются требования к z -движению.

в) Если уменьшение ϵ_0 происходит за счет дополнительных порций частиц (увеличения ν_0), дающих вклад в радиальный размер, так что $\nu_0 \epsilon_0 = \text{const}$, то при достаточно малых ϵ_0 величина $b_0 \rightarrow \text{const}$: пучок становится типа кольцевой ленты.

г) Уменьшение $\Delta \nu_{z0}^2$ с уменьшением ϵ_0 легко понять переходя к пределу: при $g_0 \rightarrow \infty$ собственное радиальное электрическое поле стремится к нулю (эффект "многовитковых" взаимодействий). При значительной адиабатике в случае симметричного пучка

$$\frac{b}{b_0} = \left(\frac{\kappa_{z0}^2 - \Delta \nu_{z0}^2}{\kappa_z^2} \right)^{1/4} \equiv \psi_b, \quad \frac{g}{g_0} = \left(\frac{\kappa_{z0}^2 - \epsilon_0 \Delta \nu_{z0}^2}{\kappa_r^2} \right)^{1/4} \equiv \psi_{g1}. \quad (6.4)$$

В случае пучка с разбросом энергий

$$\frac{g}{g_0} = \frac{\kappa_{r0}^2 - \epsilon_0 \Delta v_{z0}^2}{\kappa_r^2} = \psi_{g2} \quad (6.5)$$

Подчеркнем, что g и b - величины относительные и при $\psi = 1$ размеры затухают пропорционально R .

Выше рассмотрены две "крайние" модели пучка. Реальный пучок будет сложнее. При однооборотной инжекции начальное состояние более соответствует симметричному пучку. Если инжекция "несколькооборотная", то полезно менять энергию инжекции от оборота к обороту и осуществлять условия, соответствующие второму случаю, так как радиальные бетатронные колебания будут малыми, а радиальный размер, связанный с энергетическим разбросом, затухает сильнее (сравните (6.4) и (6.5)). Для оценок предположим, что смещение орбиты за оборот при инжекции (так называемая "промашка") $= 2g_{01}$, где $2g_{01}$ - размер пучка при однооборотной инжекции. Далее примем, что пучок имеет приблизительно эллиптическое сечение, а затухание задается следующим образом:

$$b = b_0 \psi_b, \quad g = g_0 \psi_g, \quad \psi_g = \left(1 - \frac{1}{\ell}\right) \psi_{g2} + \frac{1}{\ell} \psi_{g1}, \quad (6.6)$$

где $g_0 = g_{01} \ell$, ℓ - число оборотов инжекции,
 $\ell = \begin{cases} \ell & \text{при переменной энергии инжекции,} \\ 1 & \text{при постоянной энергии инжекции.} \end{cases}$

Энергетический полуразброс зададим так:

$$\frac{\Delta y_{\perp}}{y_{\perp}} = \frac{\Delta y_{\perp 0}}{y_{\perp 0}} - g_{10} (1 - \psi_g) \frac{\mu P}{2} \quad (6.7)$$

7. Поле, ускоряющее ионы, в зависимости от параметров адгезатора

Наше кольцо используется в дальнейшем для ускорения ионов. Если ион расположен на полуширине потенциальной ямы в границах пучка, то действующее на него ускоряющее поле

$$\mathcal{E}_{\frac{1}{2}\text{эф}} = \frac{|e| N_0}{\pi R^2 (b+g)} \quad (7.1)$$

Выразим параметры кольца через начальные, задаваемые при инжекции в адгезатор:

$$\mathcal{E}_{\frac{1}{2}\text{эф}} = H_0 \frac{\sqrt{\gamma_{\perp 0} \nu_0 \Delta \nu_{z0}^2 \frac{(1+\epsilon_0)}{\epsilon_0}}}{\left[\psi_b + \frac{1}{\epsilon_0 \tilde{\ell}} \psi_{s1} + \frac{(\tilde{\ell}-1)}{\epsilon_0 \tilde{\ell}^2} \psi_{s2} \right]} \quad (7.2)$$

где

$$\epsilon_0 = \frac{\epsilon_{01}}{\ell}, \quad \frac{1}{\epsilon_0 \tilde{\ell}} = \frac{1}{\epsilon_{01}} \frac{\ell}{\tilde{\ell}} \quad (7.3)$$

H_0 — магнитное поле на конечном радиусе.

Из анализа (7.2) следует, что для случая, когда имеется достаточный ток из инжектора и используется один оборот инжекции при $\epsilon_0 = \text{const}$, $\Delta \nu_{z0}^2 = \text{const}$, $\gamma_{\perp 0} = \text{const}$,

$$\mathcal{E}_{\text{эф}} \approx \sqrt{\nu_0} \approx \sqrt{I_0} \quad (7.4)$$

Зависимость в виде корня от тока связана с тем, что хотя согласно (7.1) $\mathcal{E}_{\text{эф}} \approx N_0$, но величина b_0 , определяющая $b = b_0 \psi_b$, в знаменателе (7.1) пропорциональна $\sqrt{N_0}$.

Если инжекция несколькооборотная, но энергия при этом не меняется, то $\tilde{\ell} = 1$ и из (7.2) получаем

$$\xi_{\frac{1}{2} \text{эф}} = \sqrt{l_{01}} \frac{\sqrt{1 + \epsilon_{01}/l}}{\psi_b + \frac{l}{\epsilon_{01}} \psi_{g^1}} \quad (7.5)$$

где l_{01} - ток от одного оборота инжекции.

При относительно больших l (порядка или больше 5) величина $\xi_{\text{эф}}$ насыщается, и не увеличивается с ростом l , так как величина g в знаменателе (7.1) также растет пропорционально l , как и N_l , величина же $b \rightarrow \text{const} < g$.

При переменной энергии инжекции $\bar{l} = l$ и получается:

$$\xi_{\frac{1}{2} \text{эф}} \approx \sqrt{l_{01}} \frac{\sqrt{1 + \epsilon_{01}/l}}{\psi_b + \frac{l}{\epsilon_{01}} \psi_{g^1} + \frac{(l-1)}{\epsilon_{01}} \psi_{g^2}} \quad (7.6)$$

Здесь насыщение наступает позже (при больших l), так как при $\psi_{g^2} < \psi_{g^1}$ энергетический радиальный разброс затухает быстрее, чем радиальный разброс, связанный с бетатронными колебаниями x .

Приведем таблицу некоторых типичных параметров для трех случаев, взятых при $n_0 = 0,5$, конечных значениях радиуса $R = 5$ см, $\kappa_z^2 = 0,05$ и величине $\nu_{z^0} \approx 0,23$ ($\nu_{z^0}^2 \approx 0,05$), полученной на основе экспериментальных данных.

Величина $\xi_{\text{доп}}$ в таблице рассчитана для протонов на основании формулы

$$\xi_{\text{доп}} = G \frac{m_0 \gamma_{\perp 0}}{M_p} \xi_{\frac{1}{2} \text{эф}} \quad G = \frac{\kappa Z}{A} \quad (7.7)$$

где A - число нуклонов в ускоряемом ионе, Z - заряд ядра, $\kappa \leq 1$ - фактор "обдирки". Для протонов $G=1$.

х) Эффективность многооборотной инжекции может быть, по-видимому, несколько повышена за счет увеличения ϵ_{01} . Многовитковые взаимодействия, возможно, позволят взять одновитковый пучок достаточно узким по r и с большой величиной $\Delta \nu_{z^0}^2$.

Таблица 1

R_0	$\gamma_{\perp 0}$	n	γ_{\perp}	I_0	Тип инжекции	\bar{b}_0	\bar{r}_0	\bar{h}	\bar{r}	$\bar{\epsilon}_{эф}$	$\bar{\epsilon}$ доп
37 см	4	10^4 эрст	30	2·100а	при постоян. энергии	0,9 см	1,8 см	0,12 см	0,17 см	$310 \frac{KB}{CM}$	$5 \frac{KB}{CM}$
43 см	7	$2 \cdot 10^4$ эрст	60	1·200а	при постоян. энергии	0,6 см	0,6 см	0,07 см	0,03 см	$1,2 \frac{MB}{CM}$	$40 \frac{KB}{CM}$
35 см	7	$2 \cdot 10^4$ эрст	49	5·400а	при перемен. энергии	0,8 см	4,0 см	0,12 см	0,28 см	$2,7 \frac{MB}{CM}$	$70 \frac{KB}{CM}$

При расчете скорости изменения магнитного поля для обеспечения необходимой промашки использовалась формула

$$\dot{H} = \frac{R}{H_{\bullet}(1-n)} \left(-\frac{\partial H_{\bullet}}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial \bar{H}_{\bullet}}{\partial t} \right), \quad (7.8)$$

где \bar{H}_{\bullet} - среднее поле в круге радиуса R . Для сооружаемой модели (первая строка в таблице) величина $\dot{H}_{\bullet} \approx 10^9 \frac{\text{эрсТ}}{\text{сек}}$ в период инжекции, затем $\dot{H}_{\bullet} = 5 \cdot 10^7 \frac{\text{эрсТ}}{\text{сек}}$. Прирост энергии электрона за оборот

$$\Delta(m_e c^2 \gamma_{\perp}) = \frac{|e| \pi R^2}{c} \frac{\partial \bar{H}_{\bullet}}{\partial t}. \quad (7.9)$$

При рабочем значении \dot{H}_{\bullet} эта величина для модели меняется в пределах $\approx 2,5 \text{ кэВ} + 25 \mu\text{эВ}$. Потери энергии частицы на синхротронное излучение за оборот существенно меньше.

8. Влияние экранов

В предыдущем рассмотрении не учитывалось влияние изображения пучка в стенках камеры. Наибольшее действие может оказать стенка, ограничивающая камеру по радиусу. При этом, однако, действие стенки будет существенно лишь на начальном этапе сворачивания. С учетом влияния стенок кольцо будет устойчивым по большому радиусу (не притянется к стенке), если

$$n < 1 - \frac{\xi(1+\xi)}{2} \cdot \frac{1}{(1-\xi)^2} \mu \equiv 1-a, \quad (8.1)$$

где $\xi = \frac{R}{R_{\ominus}}$, R_{\ominus} - радиус стенки, R - радиус орбиты. При $\xi = 0,6 + 0,8$ и $n = 0,5$ неравенство (8.1) выполняется для всех трех случаев, представленных в табл. 1.

Экран оказывает влияние, естественно, и на бетатронные колебания. При учете экрана поправки к частотам изменяются:

$$\left. \begin{aligned} (\Delta\nu_z^2)_\xi &= \Delta\nu_z^2 [1 - b(b+g)\gamma_\perp^2 T_z] \\ (\Delta\nu_r^2)_\xi &= \Delta\nu_r^2 [1 + g(b+g)\gamma_\perp^2 T_r] \end{aligned} \right\} \quad (8.2)$$

Здесь $\Delta\nu_z^2$ и $\Delta\nu_r^2$ - величины, определенные в (6.1) и (4.7). Коэффициенты T_r и T_z зависят от геометрических факторов и материала экрана.

Для трех представленных в табл. 1 вариантов в табл. 2 даются соответствующие поправки при двух значениях ξ .

Таблица 2

		$b(b+g)\gamma_\perp^2 T_z$		$g(b+g)\gamma_\perp^2 T_r$	
		0,6	0,8	0,6	0,8
вариант	ξ				
	I	0,008	0,06	0,01	0,07
	II	0,005	0,035	0,004	0,03
	III	0,05	0,35	0,15	1,05

Из таблицы видно, что стенка может быть расположена при $\xi = 0,8$. При разумных значениях ξ надо учесть дополнительные сдвиги частот и изменение адиабатики. Существенного изменения приведенных выше данных не произойдет.

Увеличение частоты аксиальных колебаний - положительный фактор, а уменьшение радиальной частоты не опасно при несколькооборотной инжекции или вообще при значениях ϵ_0 , в несколько раз меньших 1, так как тогда $\Delta\nu_r^2$ - небольшая величина (см. (6.3)). В то же время

мя некоторое уменьшение начальной радиальной частоты может улучшить затухание радиального размера ^{x)}. Анализировалось также влияние изображения пучка в инжекторе, для модели – влияние несущественно; для данных, представленных в табл. 1, в третьем варианте следует произвести более детальные оценки.

9. Роль резонансов

Радиальные резонансы не очень опасны, так как они проходятся в выгодном направлении: частота колебаний повышается, и начавшийся резонанс быстро проходит из-за расширения пучка, так как влияние пространственного заряда падает.

Прохождение резонансов в сторону уменьшения частоты удлинняет резонансное взаимодействие, так как из-за пространственного заряда при расширении пучка частота повышается. Для избежания опасного прохождения z – резонансов желательно иметь:

$$0,1 < \nu_z < 0,25 \quad (0,01 < \nu_z^2 < 0,063). \quad (9.1)$$

Тогда мы минуем резонансы $\nu_z = 0,5; 0,33; 0,25$. Оценки показали, что допуск на ν для прохождения, например, резонанса $\nu_z = 0,5$ выдержать трудно, но наша рабочая точка не захватывает этот резонанс. Резонанс $\nu_z = 1/3$ может быть пройден. Следует оценить также действие смешанных радиально-аксиальных резонансов. Вообще имеются довольно жесткие ограничения на параметры пучка. Так, если вначале b_0 будет в $\sqrt{2}$ раз больше расчетного, то резонанс $\nu_z = 0,5$ осуществится. Впрочем, если учесть, что этот резонанс будет проходиться при наличии сфокусированного значения $\frac{\partial N_z}{\partial t}$, то можно попытаться выдержать соответствующий допуск ($\delta_{N_1} < 2 \cdot 10^{-3}$).

^{x)} В этих рассуждениях предполагается, что экран приводит к уменьшению начальной радиальной частоты, а не к увеличению начального радиального размера при той же частоте.

10. Инжекция ионов

В конце процесса сжатия начинает работать источник водорода. При столкновениях релятивистских электронов с молекулами водорода образуются в основном молекулярные ионы (это наиболее вероятный процесс, $\sigma = 10^{-19} \text{ см}^2$, энергия ионизации $\approx 15 \text{ эв}$), которые при последующих столкновениях с электронами диссоциируют на атом водорода и протон.

Сколько будет протонов и за какое время?

Примем, что время заполнения водородом объема кольца

$$t_v = \frac{a}{V} = \frac{0,1 \text{ см}}{(10^5 + 10^6) \frac{\text{см}}{\text{сек}}} \approx 1 + 0,1 \text{ мксек} \quad (10.1)$$

много меньше $t_g = t_u$, где $a = \frac{\bar{b} + \bar{g}}{2}$ - средний радиус сечения кольца, V - скорость молекул водорода, t_g , t_u - характерные времена диссоциации и ионизации.

$$t_u \approx \frac{2\pi R a^2}{N_e c \sigma} \approx (50 + 5) \text{ мксек} \quad (10.2)$$

для $N_e = 10^{13} + 10^{14}$. Для $t > t_u$ найдем

$$N_p = N_e n_{H^+} \frac{P_{\text{водорода}}}{760 \text{ мм рт. ст.}}, \quad (10.3)$$

где N_p - число протонов, $n_{H^+} \approx 6 + 8$ - число ионов, образованных одним электроном на 1 см пути при нормальном давлении. Если $t = 50 \text{ мксек}$, $N_p \approx 10^{-2} N_e$, то $P_{\text{водорода}} \approx 10^{-6} \text{ мм рт. ст.}$ В случае большего давления водорода процесс можно ускорить.

Отметим одно обстоятельство. При наличии ионов частоты бетатронных колебаний будут выше, чем рассчитанные ранее. Может оказаться, что соответствующий сдвиг радиальной частоты при напуске ионов может привести к прохождению через резонанс $\nu_r = 1$. Надо учесть, однако, роль выводной металлической трубы, дающей дефокусирующий по радиусу

эффект. Детальный учет этого эффекта позволит выяснить, будет ли проходить этот опасный резонанс. В интервале радиусов, при которых производится напуск ионов, можно осуществить также резкое изменение μ в адгезаторе. Этот вопрос требует дополнительного изучения.

11. Вывод электронного кольца из адгезатора

Магнитное поле адгезатора формируется системой витков, расположенных симметрично относительно плоскости, где происходит сжатие электронного кольца. Схема расположения и размеры витков показаны на рис. 1. Распределение магнитного поля в адгезаторе, созданное этими основными витками, представлено на рис. 2.

Как видно из рис. 2, чтобы вывести электронное кольцо из адгезатора, необходимо преодолеть барьер, созданный нарастающим магнитным полем. При этом надо сохранить продольный размер сгустка и удержать ионы.

В адиабатическом приближении уравнение движения частицы по оси z записывается в виде

$$\frac{d}{dt} (m_e \gamma \dot{z}) = -\mu \left(\frac{\partial H_z}{\partial z} \right) . \quad (11.1)$$

$\mu = \frac{m_e \gamma_0 v_{\perp 0}^2}{2H_0} = \text{const}$ — магнитный момент частицы, e — индекс, обозначает равновесную частицу сгустка. Первый интеграл уравнения (11.1) при нулевых начальных условиях ($z=0, \beta_{z0}=0$) для постоянного неоднородного магнитного поля ($\gamma = \gamma_0$) равен:

$$\beta_z = \beta_{\perp 0} \sqrt{1 - H_z / H_{z0}} . \quad (11.2)$$

Отсюда видно, что для вывода электронного кольца из адгезатора надо создать уменьшающееся по z магнитное поле. При этом требуется подобрать такие градиенты магнитного поля, чтобы ионы не оторвались

от электронного сгустка. Уравнение движения иона имеет вид:

$$z_1 = \frac{e^2 N_e}{\pi R a M}, \quad (11.3)$$

где R , a - большой и малый радиусы электронного кольца, N_e - число электронов, M - масса иона. Приравнивая (11.1) и (11.3) ($y = y_0$), оценим допустимые градиенты поля:

$$\left(\frac{\partial H_z}{\partial z} \right) = \frac{2e^2 N_e H_0}{\pi R a M v_{\perp}^2}. \quad (11.4)$$

Для снятия потенциального барьера и вывода электронного кольца предлагается поставить вблизи максимума поля два разомкнутых дополнительных витка, которые могут быть накоротко замкнуты в определенный момент времени. Этот момент выбирается так, что поле в основных витках еще нарастает и за счет индукционного поля, направленного против поля основных витков, снимается часть магнитного барьера, а т.к. ток в основных витках продолжает нарастать, то в определенный момент создается необходимое для вывода распределение магнитного поля. С этого момента ток в основных витках перестает изменяться и частица будет двигаться в постоянном магнитном поле.

Как видно из рис. 2, поле адгезатора на расстояниях 20 см спадает весьма быстро. Для выравнивания распределения поля здесь предлагается поставить дополнительные катушки, число которых (и токи в них) определяются требуемым градиентом поля. Величины токов в короткозамкнутых витках находились из обычных уравнений электротехники с учетом всех коэффициентов индукции и самоиндукции. Расчеты проводились на вычислительной машине БЭСМ-4. Остановились на следующем варианте, удовлетворяющем условиям вывода и удержания ионов.

Дополнительные витки имеют радиусы $R_b = 16$ см, координаты их: $z_{b1} = 18$ см, $z_{b2} = 22$ см (расстояния отсчитываются от плоскости симметрии основного поля). Дополнительные катушки помещаются в интервале $z_k = 30$ см \pm 50 см, радиусы их $R_k = 16$ см. Распределение

магнитного поля в разные моменты времени показано на рис. 3, где

$\alpha = \frac{t}{t_1}$ - отношение текущего времени ко времени включения дополнительных витков. Окончанию процесса сжатия кольца соответствуют $\alpha = 1,72$; $t_1 = 200$ мксек.

Как видно из рисунка, по мере нарастания индукционного поля дополнительных витков минимум магнитного поля постепенно сдвигается, магнитный барьер уменьшается и в определенный момент времени поле становится спадающим по z .

Результаты численного интегрирования уравнения движения частицы в таком изменяющемся во времени и пространстве магнитном поле показали, что за время, пока поле еще изменяется во времени, частица смешается вместе с потенциальной ямой на расстояние 10 см и скорость ее очень мала ($\beta_z \approx 10^{-4}$). На рис. 3 крестиками отмечены значения скорости и координаты частицы в соответствующие моменты времени. Затем поле перестает изменяться во времени и частица движется в постоянном спадающем поле. Скорость ее определяется соотношением (2). При расчете для $N_0 = 4,10^{13}$ конечная скорость $\beta_z \approx 0,3$. Фокусировка вначале (до 8-10 см) осуществляется неоднородным магнитным полем (пока потенциальная яма сохраняется). Затем она должна осуществляться внешними средствами.

Л и т е р а т у р а

- а) В. И. Векслер, В. П. Саранцев, А. Г. Бонч-Осмоловский, Г. В. Долбилов, Г. А. Иванов, И. Н. Иванов, М. Л. Иовнович, И. В. Кожухов, А. Б. Кузнецов, В. Г. Маханьков, Э. А. Перельштейн, В. П. Рашевский, К. А. Решетникова, Н. Б. Рубин, С. Б. Рубин, П. И. Рыльцев, О. И. Ярковой. Коллективное линейное ускорение ионов. Препринт ОИЯИ, Р9-3440-2, Дубна, 1967;
- б) V.I. Veksler, V.P. Sarantsev, A.G. Bonch-Osmolovsky, G.V. Dolbilov, G.A. Ivanov, I.N. Ivanov, M.L. Iovnovitch, I.V. Kozhukhov, A.V. Kusnetsov, V.G. Makhan'kov, E.A. Perel'shtein, V.P. Rashevsky, K.A. Reshetnikova, N.B. Rubin, S.B. Rubin, P.I. Ryl'tsev, O.J. Yarkovoy.

в) Те же авторы. *Атомная энергия*, 24, 317 (1968).

2. О.И. Ярковой, Препринт ОИЯИ, 2183, Дубна, 1966.

3. Н.Б. Рубин. Препринт ОИЯИ, 2882-2, Дубна, 1966.

4. Г.И. Будкер. *Атомная энергия*, 5, 9 (1956).

Рукопись поступила в издательский отдел
1 ноября 1968 года.

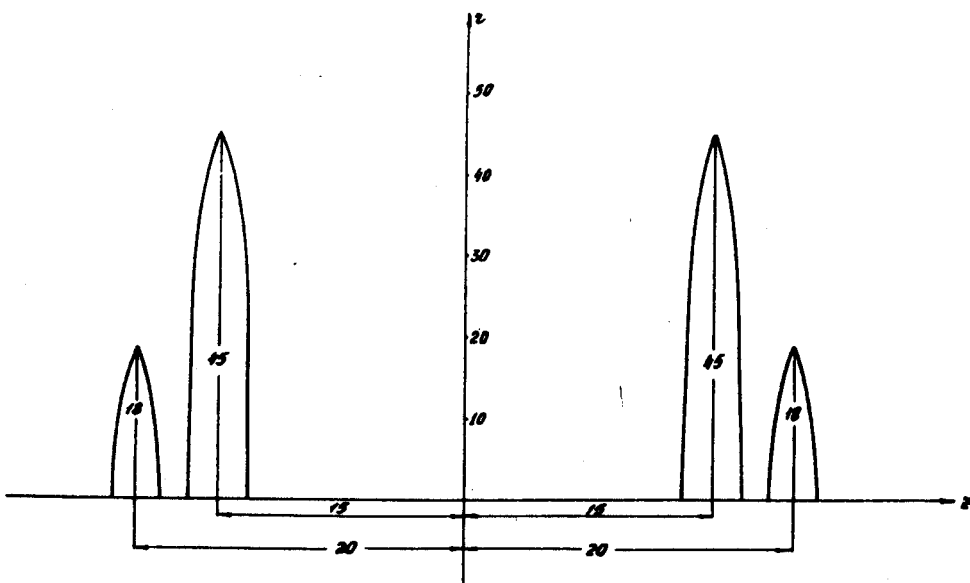


Рис.1. Схема расположения и размеры основных витков (схематически показаны их половинки).

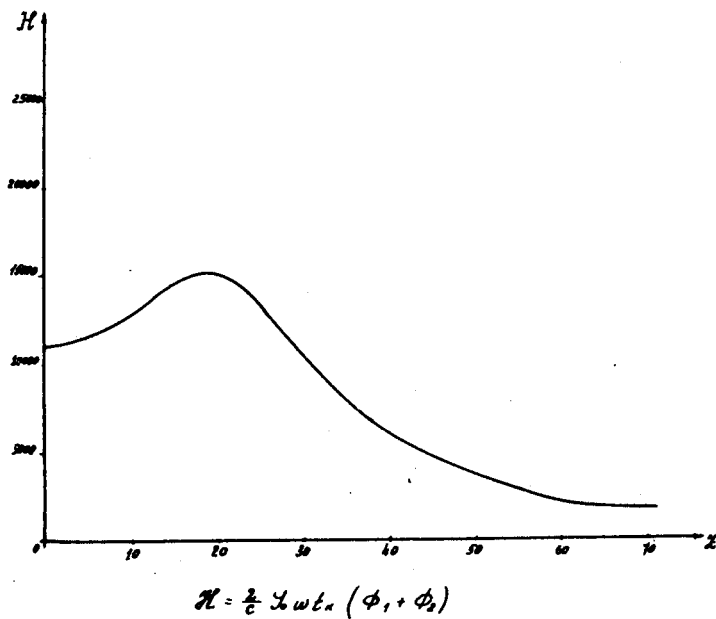


Рис.2. Распределение магнитного поля в адгезаторе при $R = 6$ см, I_0 - амплитудное значение тока в основных витках адгезатора, ω - частота его изменения, t_k - конечный момент сжатия кольца, Φ_1 и Φ_2 - функции, определяющие распределение поля.

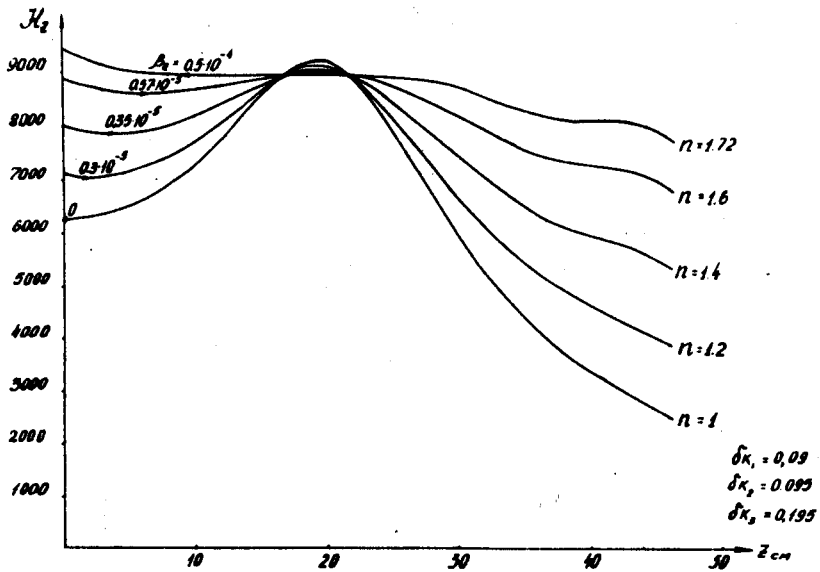


Рис.3. Распределение магнитного поля в адгезаторе при выводе в разные моменты времени, $\delta k_{1,2,3}$ - отношение токов в дополнительных катушках к максимальному значению тока в основных витках.