

1-183

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

P9 - 4102



В.И.Данилов, В.Б.Мухина, Э.А.Полферов

ЛАБОРАТОРИЯ ЯДЕРНЫХ ПРОБЛЕМ

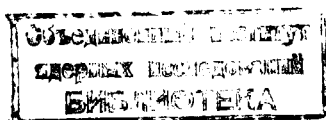
РАСЧЕТ СИСТЕМЫ ВЫВОДА СИНХРОЦИКЛОТРОНА

1968

Р9 - 4102

В.И.Данилов, В.Б.Мухина, Э.А.Полферов

РАСЧЕТ СИСТЕМЫ ВЫВОДА СИНХРОЦИКЛОТРОНА



1. В В Е Д Е Н И Е

В настоящее время действующие синхротроны на энергию в несколько сот Мэв имеют коэффициент вывода не более 5-7%. В то же время почти во всех лабораториях мира, имеющих машины такого типа, разрабатываются проекты увеличения интенсивности до десятков микроампер. При таком значении тока подавляющее большинство экспериментов может проводиться на выведенном пучке, поэтому достигнутый уровень эффективности вывода должен быть значительно увеличен. Только в этом случае эффект увеличения тока внутреннего пучка будет использован оптимальным образом.

В первых вариантах системы вывода /1-3/ использовались две локальные неоднородности магнитного поля (возбудитель и регенератор) для создания вынужденных радиальных колебаний. Однако уже через несколько лет было предложено заменить действие возбудителя действием краевого поля магнита, а регенератор с линейным законом изменения поля по радиусу - на регенератор с квадратичным полем. При этом несколько упрощалась конструкция системы вывода (отсутствие возбудителя) и увеличивалась максимальная энергия выводимого пучка. В настоящее время в системе вывода наиболее крупных синхротронов (машины Калифорнийского университета, CERN , NASA), кроме ускорителя ОИЯИ, для раскачки радиальных колебаний используется только регенератор.

Для отклонения частиц с последних рабочих орбит ускорителя используется магнитный канал. Магнитный канал предназначен для снижения напряженности основного магнитного поля ускорителя на пути отклонения выводимых частиц. В простейшем виде магнитный канал представляет собой размещенные в средней плоскости две параллельные прямоу-

гольные пластины с зазором между ними. Как правило, магнитный канал состоит из нескольких секций разного радиуса кривизны. Поля отдельных секций могут быть сформированы таким образом, что, кроме своего основного назначения (отклонять выводимые частицы), будут выполнять и другую функцию — фокусировать пучок. В частности, магнитное поле первой секции канала Калифорнийского синхротрона и последней секции синхротрона ОИЯИ является фокусирующим в радиальном направлении.

В ОИЯИ предложена конструкция "жесткофокусирующего" магнитного канала ^{14/}. Его первая секция создает спадающее по радиусу поле, фокусирующее частицы по вертикали. Во второй секции поле нарастает по радиусу, обеспечивая фокусировку частиц в радиальной плоскости. После прохождения первой секции магнитного канала частицы попадают во вторую, которая является "зеркальным" отражением первой. Здесь частицы испытывают также отклонение и фокусировку, но уже в радиальном направлении.

Таким образом, после заброса частиц в первую секцию магнитного канала и прохождения ее по длине частицы будут не только отклонены, но и сфокусированы в двух взаимно перпендикулярных направлениях.

Следует отметить, что в конструкции начальный участок магнитного канала является для частиц геометрически прозрачным.

Для создания эффективной системы вывода необходимо выбрать соответствующие параметры регенератора и магнитного канала (например, закон изменения магнитного поля регенератора, кривизну секций магнитного канала и т.д.). Сделать это посредством анализа и нахождения решений уравнений движения частицы в замкнутом виде практически невозможно, поэтому соответствующий анализ можно выполнить решая уравнения движения на электронно-вычислительной машине.

Для описания движения частицы могут быть использованы следующие уравнения:

$$\frac{d^2 r}{d\theta^2} - \frac{2}{r} \left(\frac{dr}{d\theta} \right)^2 - r = - \frac{1}{H_0 r_0} \left[r^2 + \left(\frac{dr}{d\theta} \right)^2 + \left(\frac{dz}{d\theta} \right)^2 \right]^{3/2} \frac{H}{r}, \quad (1a)$$

$$\frac{d^2 z}{d\theta^2} - \frac{2}{r} \frac{dr}{d\theta} \cdot \frac{dz}{d\theta} = \frac{1}{H_0 r_0} \left[r^2 + \left(\frac{dr}{d\theta} \right)^2 + \left(\frac{dz}{d\theta} \right)^2 \right]^{1/2} \left(r - z \frac{dH}{dr} - \frac{H}{r} \frac{dr}{d\theta} \frac{dz}{d\theta} \right), \quad (1b)$$

Здесь r , z , θ — радиальная, аксиальная и азимутальная координаты частицы соответственно; произведение $H_0 r_0$ характеризует импульс частицы; H — суммарная напряженность магнитного поля.

Определение параметров системы вывода осуществляется трансформацией радиального и аксиального фазовых пространств пучка в течение сотен и тысяч оборотов через поле регенератора, а затем и магнитного канала. Проведение комплекса таких расчетов даже для минимального числа частиц является нетривиальной задачей.

Метод расчета, используемый в данной работе, позволяет определить радиальное фазовое пространство пучка на входе магнитного канала посредством трансформации через систему вывода координат только одной частицы для каждой амплитуды радиальных колебаний.

Фазовое пространство аксиальных колебаний пучка на входе в магнитный канал находится из расчета уравнений движения в течение только последнего периода прецессии.

При выводе пучка из камеры ускорителя предполагается три вида потерь частиц:

1. Потери из-за вертикального распыливания пучка на последних оборотах перед входом в магнитный канал — η_1 .

2. Потери из-за рассогласования радиального эмитанса пучка с аксептансом магнитного канала — η_2 .

3. Потери в магнитном канале из-за неоднородного распределения поля по вертикали — η_3 .

Тогда эффективность вывода ϵ может быть определена следующим образом:

$$\epsilon = (1 - \eta_1)(1 - \eta_2)(1 - \eta_3). \quad (2)$$

II . МЕТОД РАСЧЕТА

Движение частиц с учетом магнитного поля регенератора

При расчете движения частиц начальные условия характеризуются радиальными и аксиальными фазовыми пространствами пучка на входе в регенератор. На рис. 1а схематически представлена фазовая диаграмма (r, r') пучка. (Все численные результаты работы приводятся для параметров синхроциклотрона ОИЯИ). Условная граница по магнитному полю регенератора соответствует точке $r_{\text{рег}}$. На рис. 1б изображен эмиттанс пучка на фазовой плоскости аксиальных колебаний. Различные эллипсы $x)$ характеризуют частицы с разными начальными амплитудами бетатронных колебаний и, следовательно, для радиального движения с разными значениями энергии.

Для трансформации пучка через магнитное поле регенератора необходимо рассчитать траектории совокупности частиц с различными начальными условиями. При этом можно рассматривать два этапа ^{/5/} движения частиц через регенератор.

1) Первый этап регенеративного процесса – это движение в течение первых сотен оборотов, когда частицы "проскальзывают" регенератор.

2) Второй этап – несколько последних оборотов, когда происходит непрерывное увеличение амплитуды радиальных колебаний.

Рассмотрим более подробно движение частицы через регенератор отдельно на каждом этапе, причем на первом этапе будем считать радиальные и аксиальные колебания независимыми друг от друга.

Первый этап регенеративного процесса .

Радиальные колебания

На первом этапе частица совершает обычное прецессионное движение, только иногда попадая в поле регенератора. Как показано в рабо-

^{x)} На самом деле, кривая, характеризующая эмиттанс пучка на фазовой плоскости радиальных колебаний, строго говоря, не является эллипсом.

те $1/6$, амплитуда радиальных колебаний при этом должна уменьшаться. Механизм прохождения частицами поля регенератора представлен на рис.2. С одинаковой вероятностью частица попадает в поле регенератора как с положительным, так и с отрицательным значениями производной $r' = dr/d\theta$. Оценим среднее изменение амплитуды колебаний частицы. В первом приближении для бесконечно узкого по азимуту регенератора изменение r' можно представить в виде

$$\Delta r' = (r - r_{\text{рег}}) \cdot F_r (r - r_{\text{рег}}), \quad (3)$$

где F_r - функция, характеризующая действие поля регенератора на радиальное движение. При конечной азимутальной протяженности регенератора в соответствии с теорией о среднем

$$\overline{\Delta r'} = \frac{1}{\Delta\theta_{\text{рег}}} \int_{-\theta_{\text{рег}}}^{+\theta_{\text{рег}}} (r - r_{\text{рег}}) F_r (r - r_{\text{рег}}) d\theta = (\bar{r} - r_{\text{рег}}) F_r (\bar{r} - r_{\text{рег}}). \quad (4)$$

Здесь \bar{r} - эффективное значение радиальной координаты частицы, а $\Delta\theta_{\text{рег}}$ - азимутальная протяженность регенератора. После прохождения регенератора амплитуда колебаний частицы (при $|\Delta r'| < |r'|$)

$$\begin{aligned} (\rho_k)_{\text{max}} &= \sqrt{\rho_H^2 + (r' + \Delta r')^2} \frac{1}{\nu_r^2} \approx \sqrt{\rho_H^2 + \frac{r'^2}{\nu_r^2} + \frac{2r' \cdot \Delta r'}{\nu_r^2}} = \\ &= \sqrt{(\rho_H)_{\text{max}}^2 + \frac{2r' \cdot \Delta r'}{\nu_r^2}} \approx (\rho_H)_{\text{max}} \left[1 + \frac{r' \Delta r'}{\nu_r^2 (\rho_H)_{\text{max}}^2} \right] \dots \end{aligned} \quad (5)$$

$\rho_H = \sqrt{(\rho_H)_{\text{max}}^2 + \frac{r'^2}{\nu_r^2}}$ - амплитуда радиальных бетатронных колебаний перед попаданием частицы в регенератор, $\nu_r = \sqrt{1 - n}$, где n - показатель неоднородности основного магнитного поля синхротрона. Величина ν_r предполагается независимой от радиуса.

Среднее значение $(\rho_k)_{\text{max}}$ равно

$$(\rho_k)_{\text{max}} \approx (\rho_H)_{\text{max}} \left[1 - \frac{|r'|}{2\nu_r^2 (\rho_H)_{\text{max}}^2} (\Delta r'_+ - \Delta r'_-), \right] \quad (6)$$

поскольку абсолютные значения r' предполагаются равными. Здесь $\Delta r'_{\pm}$ — изменения r' при его положительном или отрицательном начальном значении. Так как всегда $|\Delta r'_{+}| \geq |\Delta r'_{-}|$, то при многократном прохождении частицей регенератора амплитуда радиальных колебаний должна уменьшаться, т.е. $(\rho_k)_{\max} \leq (\rho_N)_{\max}$.

С другой стороны, при ускорении частицы в синхроциклотроне амплитуда ее радиальных бетатронных колебаний увеличивается. На рис. 3 показано изменение амплитуды при движении на конечных радиусах в отсутствие регенератора. Этот результат получен численным интегрированием уравнений движения (1). Очевидно, что движение при наличии регенератора будет определяться как магнитным полем синхроциклотрона, так и магнитным полем регенератора. На рис. 4 представлено радиальное фазовое пространство частиц пучка одинаковой амплитуды при движении на первом этапе регенеративного процесса. Каждый эллипс характеризует положение совокупности частиц с начальной амплитудой $\rho_1 = 0,5$ мм через очередные 100 оборотов. Последний эллипс представляет фазовое положение частиц перед вторым этапом регенеративного процесса. Из этого рисунка видно, что при заданных параметрах регенератора происходит затухание радиальных бетатронных колебаний. Поле регенератора имеет азимутальную протяженность 0,1 рад и изменяется с радиуса 275 см по закону $\Delta H_{\text{рег}} = 40 [(r-275)^2 + (r-275)]$.

Аксиальные колебания

При движении частиц через магнитное поле регенератора особое значение имеет устойчивость аксиальных колебаний пучка. На рис. 5 схематически представлено изменение фазовых характеристик аксиальных колебаний пучка в течение одного оборота. Регенератор предполагается бесконечно узким по азимуту. Полуэллипс (а) на рисунке соответствует положению пучка частиц с одинаковой амплитудой перед регенератором. На выходе регенератора пучок характеризуется полуэллипсом (б). Видно, что частицы пучка имеют уже не одинаковую амплитуду, а характеризуются спектром, причем можно показать, что максимальная и ми-

нимальная амплитуды этого спектра определяются с помощью следующих выражений:

$$z_{\max}^2 = \frac{z_0^2}{2} \left[1 + \frac{\xi}{\sqrt{1+\xi^2}} + (2\xi\sqrt{1+\frac{\xi}{\sqrt{1+\xi^2}}} + \sqrt{1-\frac{\xi}{\sqrt{1+\xi^2}}})^2 \right], \quad (7a)$$

$$z_{\min}^2 = \frac{z_0^2}{2} \left[1 - \frac{\xi}{\sqrt{1+\xi^2}} + (2\xi\sqrt{1-\frac{\xi}{\sqrt{1+\xi^2}}} - \sqrt{1-\frac{\xi}{\sqrt{1+\xi^2}}})^2 \right]. \quad (7b)$$

Здесь $\xi = F_z / 2\nu_z$, F_z - функция, характеризующая действие поля регенератора на аксиальное движение, $\nu_z = \sqrt{n}$, z_0 - начальная амплитуда аксиальных колебаний.

На рис. 6 представлена зависимость $z_{\text{экстр.}}/z_0$ от ξ . Видно, что при $\xi > 1$ величина максимальной амплитуды становится пропорциональной ξ , а значение минимальной стремится к нулю.

Полуэллипс (в) (рис. 5) соответствует положению частиц перед входом в регенератор через один оборот. Становится уже заметным увеличение амплитуд аксиальных колебаний для некоторых значений начальных фаз.

Оценим такое изменение амплитуд на первом этапе регенеративного процесса, когда частицы "проскальзывают" регенератор.

После прохождения бесконечно-узкого регенератора

$$z'_k = z'_H + \Delta z'. \quad (8)$$

$\Delta z'$ - изменение z' при прохождении частицей регенератора.

На выходе регенератора координаты $z_k = z_H$ и z_k соответствуют амплитуде z , определяемой из соотношений

$$\begin{aligned} z &= \sqrt{z_k^2 + \frac{z'^2}{\nu_z^2}} = \sqrt{z_H^2 + \frac{z_H'^2}{\nu_z^2} + \frac{\Delta z'^2}{\nu_z^2} + \frac{2\Delta z' z'_H}{\nu_z^2}} = \\ &= \sqrt{z_0^2 + \frac{2\Delta z' z'_H}{\nu_z^2} + \frac{\Delta z'^2}{\nu_z^2}} \dots \end{aligned} \quad (9)$$

где

$$z_0^2 = z_H^2 + \frac{z_H'^2}{\nu_z^2}, \quad (10)$$

Если второй и третий члены под знаком корня много меньше z_0^2 , имеем

$$z \approx z_0 \left(1 + \frac{\Delta z' \cdot z_H}{z_0^2 \cdot \nu_z^2} + \frac{\Delta z'^2}{2 z_0^2 \nu_z^2} \right) = z_0 + \Delta z_0. \quad (11)$$

С учетом того, что $\Delta z' = F_z z_H$, среднее значение приращения начальной амплитуды z_H

$$\Delta z_0 = z_0 \frac{F_z}{6 \nu_z} (F_z + 2 \nu_z). \quad (12)$$

Таким образом, при прохождении поля регенератора пучок в среднем будет расплываться по вертикали. В то же время при движении в поле синхроциклотрона до радиусов, где $n < 0,2$, амплитуда аксиальных колебаний затухает. Такое изменение амплитуды показано на рис. 7. Резкое ее увеличение происходит на радиусах, соответствующих значению $n = 0,2$.

Расчеты показали, что на первом этапе регенеративного процесса не происходит значительного (более чем в три раза) увеличения амплитуды аксиальных колебаний. Только на нескольких последних оборотах, когда частицы каждый раз проходят дефокусирующее поле регенератора, возможны потери частиц пучка.

Второй этап регенеративного процесса

На втором этапе движения частицы на каждом обороте проходят регенератор. Благодаря этому, начинаются вынужденные радиальные колебания с непрерывным увеличением радиальной координаты на азимутах, близких к азимуту регенератора. На рис. 8 показано изменение величин r , r' в процессе ускорения в точке $\theta = -1$ рад (начало системы координат $\theta = 0$ совпадает с передней границей регенератора) в течение нескольких последних периодов прецессии. Становится уже заметным "затягивание" периода прецессии радиальных колебаний при прохождении частицей регенератора. Например, при движении, схематически показанном

на рис. 8, частица совершает в предпоследний период прецессии 18 оборотов с наружным отклонением и только 10 с внутренним.

На рис. 9 в координатах (r, r') представлено движение частиц с одинаковой начальной амплитудой, но различными фазами. Результаты получены из решения уравнения (1) для $z_0 = 2$ см и $z'_0 = 0$. Видно, что фазовые точки расположены в плоскости (r, r') почти по прямой, которую можно назвать "линией эммитанса" для данной начальной амплитуды. Разным начальным амплитудам будут соответствовать свои линии эммитанса, а совокупность этих линий для всех амплитуд определяет эммитанс пучка. Отклонение некоторых фазовых точек от прямой объясняется влиянием z -движения на радиальные колебания.

Введем так называемый коэффициент усиления радиальных колебаний, определяемый как

$$K(r_1) = r_{1+1} / r_1 \quad (13)$$

Здесь r_1 и r_{1+1} — два последовательных (через 1 оборот) радиальных положения частицы на данном азимуте. Поскольку величина поля регенератора увеличивается по радиусу, функция $K(r)$ должна быть растущей, причем скорость ее изменения определяется полем регенератора. Вид этой функции зависит от начальной амплитуды колебаний частиц. Можно утверждать, что если на линии эммитанса (рис. 12) положение фазовой точки ℓ_1 , соответствует радиусу r_1 , а положение точки ℓ_1'' — радиусу r_1' , то фазовые точки, характеризующие все частицы с данной начальной амплитудой, должны в какие-то моменты времени лежать между точками r_1 и r_1^* , т.е. радиальная координата r любой из рассматриваемых частиц будет в какой-то момент удовлетворять условию

$$r_1 \leq r \leq r_1^* \quad (14)$$

Таким образом, все частицы данной амплитуды будут последовательно проходить на фазовой плоскости интервалы радиусов (r_1, r_1^*) , (r_1^*, r_1^{**})

и т.д. Это свойство позволяет определить потери частиц, связанные с несогласованием радиального эмитанса пучка с аксептансом магнитного канала.

Расчет аксептанса магнитного канала

Движение частиц через магнитный канал схематически показано на рис. 10а. Большими буквами А, В, С обозначены начальные положения некоторых частиц на входе в магнитный канал, малыми — характерные траектории для частиц с начальным положением В. Траектория а соответствует верхней граничной точке аксептанса магнитного канала, т.е. частицы с $r' > r'_a$ попадают на наружную его стенку (рис. 10б). Частицы с начальными значениями r' , меньшими r'_a , но большими r'_b , проходят магнитный канал. При $r' < r'_b$ частицы начинают падать на его внутреннюю стенку. Только при значительном уменьшении r' до r'_d частица начинает проходить мимо магнитного канала и делает еще один оборот прежде, чем войти в область действия последнего.

На рис. 10б линия ММ соответствует этим значениям r'_d для всего спектра амплитуд радиальных колебаний.

Можно принять следующий порядок расчета аксептанса магнитного канала. В качестве начальной азимутальной координаты выбирается угол θ , соответствующий либо азимуту входа в канал, либо некоторому азимуту перед каналом. Первоначальное значение радиальной координаты r_n принимается равным r_A , а r' выбирается заведомо больше r'_a . После просчета каждой траектории r' уменьшается на $\Delta r'$. Таким образом, для данной амплитуды радиальных колебаний, равной $r_A - r_s$ (r_s — равновесный радиус), определяются граничные точки аксептанса магнитного канала r'_a , r'_b , r'_d . После этого r_n уменьшается на Δr и расчет повторяется. Процесс счета продолжается до тех пор, пока существуют частицы с данным r_s , проходящие канал.

Следует отметить, что поскольку пучок на входе канала имеет энергетический разброс ΔE , то, в принципе, нужно рассчитывать аксептанс для всего диапазона энергий частиц. Однако, так как отношение $\Delta E/E_{\text{ср.}}$ ($E_{\text{ср.}}$ - средняя энергия частиц пучка) равно всего нескольким процентам, то изменение аксептанса магнитного канала при учете энергетического разброса мало (рис. 11).

Расчет эффективности системы вывода

Для вычисления эффективности вывода ϵ необходимо знать коэффициенты η_1 , η_2 , η_3 , характеризующие потери пучка в различные моменты процесса вывода.

η_2 определяет потери пучка из-за рассогласования его эмиттанса с аксептансом магнитного канала (рис. 12). На верхнем рисунке сплошная линия представляет аксептанс канала, пунктирная - эмиттанс пучка. На нижнем рисунке приведены коэффициенты усиления радиальных колебаний для трех значений начальных амплитуд.

Для того, чтобы получить эмиттанс пучка на фазовой диаграмме аксептанса, проводится линия эмиттанса для всех возможных амплитуд радиальных колебаний ρ_1 . В точке пересечения этих кривых с линией ММ аксептанса из нижнего графика определяется $K(r)$ для того же ρ_1 . По этому значению $K(r)$ вычисляется максимальный радиус r , куда частицы могут быть заброшены через переднюю стенку канала. Такое построение для всех начальных амплитуд даст эмиттанс пучка, соответствующий аксептансу данного магнитного канала.

Эффективность $\epsilon_2 = 1 - \eta_2$ определяется из этого рисунка следующим образом. Рассмотрим совокупность частиц с начальной амплитудой колебаний ρ_1 . На данной диаграмме фазовые точки, соответствующие этим частицам, будут в какой-то момент времени расположены в интервале $l_1 l_1''$. Считая плотность их расположения на этой линии постоянной, определим для них ϵ_2' как отношение отрезков $l_1' l_1'' / l_1 l_1''$. Поступая аналогичным образом (например, для ρ_3 того же рисунка $\epsilon_3' = l_3' l_3'' / l_3 l_3''$), вычисляем ϵ_2^1 для всех амплитуд ρ_1 . Теперь

для получения ϵ_2 остается просуммировать полученные результаты с учетом начального спектра амплитуд радиальных бетатронных колебаний $\Phi(\rho)$ х), т.е.

$$\epsilon_2 = -\frac{1}{\rho_{\max}} \int_0^{\rho_{\max}} \epsilon_2(\rho) \Phi(\rho) d\rho. \quad (15)$$

Из этого рассмотрения ясно, что ϵ_2 зависит от коэффициента усиления радиальных колебаний, который, в свою очередь, определяется формой магнитного поля регенератора. Коэффициент потерь η_2 зависит также от толщины внутренней стенки второй секции магнитного канала. На рис. 13 представлена зависимость максимальной величины $\epsilon_{2\max}$ от толщины Δ передней пластины второй секции магнитного канала. Видно, что ϵ_2 не может быть равно 1 при конечном значении Δ .

Потери пучка из-за попадания частиц на "заднюю" стенку канала можно предотвратить уменьшением коэффициента усиления радиальных колебаний для таких частиц. Практически это достигается изменением формы магнитного поля регенератора на больших радиусах.

Потери частиц за счет вертикального распыливания пучка η_1 зависят от формы поля регенератора и краевого поля ускорителя. Кроме того, очевидно, $\epsilon_1 = 1 - \eta_1$ будет зависеть от значений амплитуд радиальных и аксиальных колебаний. Характер функций $\epsilon_1(\rho)$ и $\epsilon_1(z)$ при постоянных z и ρ соответственно показан на рис. 14 и 15. Расчет ϵ_1 аналогичен определению ϵ_2 , т.е.

$$\epsilon_1 = -\frac{1}{\rho_{\max}} \int_0^{\rho_{\max}} \Phi(\rho) \epsilon_1(\rho) d\rho. \quad (16)$$

В этом выражении функция $\epsilon_1(\rho)$ должна находиться с учетом спектра амплитуд аксиальных бетатронных колебаний по формуле

$$\epsilon_1(\rho_1) = -\frac{1}{z_{\max}} \int_0^{z_{\max}} \Phi(z) \epsilon_1(\rho_1, z) dz. \quad (17)$$

х) Об определении спектра радиальных и аксиальных бетатронных (15) колебаний в синхроциклотроне см. работу /7/.

ρ_1 считается постоянной величиной. Выражения (16) и (17) можно объединить, представив ϵ_1 в виде

$$\epsilon_1 = \frac{1}{\rho_{\max} z_{\max}} \int_0^{\rho_{\max}} \int_0^{z_{\max}} \epsilon_1(\rho_1, z) \Phi(\rho) \Phi(z) d\rho dz,$$

но для практических расчетов пользоваться этой формулой менее удобно.

Функцию $\epsilon_1(\rho_1, z)$ можно найти следующим образом. Для заданного ρ_1 рассчитываем движение частицы до начала второго этапа регенеративного процесса. Затем, используя в качестве новых начальных условий значения r , r' , r_c в конце первого этапа регенеративного процесса и полагая величину набора энергии за оборот равной нулю, рассчитываем в течение нескольких оборотов движение частицы через поле регенератора. Полученная в плоскости r , r' кривая характеризует положение совокупности частиц пучка с данной амплитудой ρ_1 перед началом второго этапа регенеративного процесса.

Далее предполагается, что функция $\Phi(z)$ и аксиальный эммитанс пучка не меняются на первом этапе регенерации x).

Для расчета движения частиц на втором этапе в качестве новых радиальных начальных условий используются значения полученной фазовой кривой, а в качестве аксиальных — начальный эммитанс пучка (до регенеративного процесса). На основе этого расчета строятся зависимости $\epsilon_1(z) = f(z)$ такого типа, как показано на рис. 15, для различных ρ_1 . Окончательное определение ϵ_1 получается с помощью ранее найденных функций $\epsilon_1(\rho_1, z)$ и соотношения (16).

х)

В действительности эти величины должны меняться, и это изменение будет тем больше, чем ближе ко второму этапу регенеративного процесса расположена рассчитываемая кривая новых начальных условий. Проведенные расчеты для начальной амплитуды радиальных бетатронных колебаний 0,5 см показали, что если эти начальные условия определяются за 30-50 оборотов до входа частиц в магнитный канал, то различие в конечных результатах составляет не более 10-15%. Кроме того, аналогичные расчеты, описанные в работе /8/, дали хорошее согласие с экспериментом.

При попадании пучка на вход магнитного канала амплитуда аксиальных колебаний некоторых частиц будет по крайней мере не меньше начальной максимальной амплитуды. В то же время аксиальная протяженность магнитного поля канала ограничена эффективной высотой, равной приблизительно полувысоте пластины канала. Поэтому частицы с амплитудой, большей эффективной высоты пластины, будут слабее отклоняться и могут попасть на внутреннюю стенку канала. Очевидно, что такие потери будут зависеть от радиальной координаты частицы на входе в магнитный канал. Для вычисления коэффициента потерь η_3 необходимо трансформировать фазовое пространство аксиальных колебаний через канал для различных радиальных координат частицы.

Для получения аксиального фазового пространства на входе канала начальный эллипс в течение нескольких оборотов трансформируется через регенератор (такая трансформация фактически производится при расчете ϵ_1). Затем, трансформируя полученный эллипс через канал, строим зависимость $\epsilon_3 = \epsilon_3(z)$ для $r_{\max} \leq r \leq r_{\min}$ (r_{\max} — максимальное и r_{\min} — минимальное значение радиальной координаты эммитанса на входе в канал). Пользуясь выражениями, аналогичными (16) и (17), запишем

$$\epsilon_3 = \frac{1}{\rho_{\max}} \int_0^{\rho_{\max}} \Phi(\rho) \epsilon_3(\rho) d\rho, \quad (18)$$

где

$$\epsilon_3(\rho_1) = \frac{1}{z_{\max}} \int_0^{z_{\max}} \Phi(z) \epsilon_3(\rho_1, z) dz, \quad (19)$$

и найдем значение η_3 из выражения $\eta_3 = 1 - \epsilon_3$.

Выбор полей регенератора и магнитного канала.

Магнитный канал

Конструкция магнитного канала схематически представлена на рис.10а. Магнитное поле первой секции, состоящей из одной "задней" пластины,

фокусирует частицы по вертикали и является дефокусирующим в радиальном направлении. Вторая секция имеет только переднюю пластину, и ее действие на пучок противоположно действию первой секции. (В реальной конструкции канала целесообразно использовать и "заднюю" пластину второй секции. Ее толщина должна быть меньше толщины передней пластины. В этом случае сохранится фокусирующее действие секции на пучок и, кроме того, уменьшится абсолютное значение магнитного поля внутри секции). Расчеты аксептанса магнитного канала, проведенные для параметров синхроциклотрона ОИЯИ, показали, что градиент магнитного поля второй секции должен быть максимально возможным при минимальной толщине передней пластины. Это требование противоречиво. Зависимость радиального аксептанса от градиента поля первой секции магнитного канала слабая, поэтому его целесообразно выбирать, соблюдая условие оптимальности аксиального аксептанса.

В расчетах принималось, что магнитное поле на пути выводимых частиц в третьей и четвертой секциях уменьшается на 6000 э. При меньшем значении поля требуется большая кривизна двух последних секций.

Регенератор

В новой системе вывода синхроциклотрона ОИЯИ предполагается использовать только нелинейный регенератор, а роль возбудителя будет выполнять основное магнитное поле ускорителя. Регенератор должен выбираться при условии минимума потерь η_1 , с одной стороны, и достаточной величины коэффициента усиления радиальных колебаний на входе в магнитный канал — с другой. Коэффициент усиления не должен быть достаточно большим, чтобы частицы не перебрасывались через магнитный канал.

Порядок расчета и предварительных экспериментов с системой вывода

На основании изложенного можно предложить следующую схему разработки системы вывода.

1. Провести на макете шиммирование магнитного канала. Параметры второй секции следует выбирать такими, чтобы выполнялось условие максимума градиента и минимума толщины передней пластины второй секции магнитного канала.

2. Шиммирование поля следует провести одновременно с расчетом аксептанса канала. Оптимум параметров канала должен определяться максимальной величиной расчетного значения ϵ_2 .

3. Для выбранного значения аксептанса канала нужно оценивать необходимые коэффициенты усиления радиальных колебаний. По заданным значениям этих коэффициентов выбирается форма поля регенератора. Для этого рассчитывается движение частиц через регенератор для нескольких типов магнитных полей.

4. Если частицы с большими амплитудами перебрасываются через магнитный канал, необходимо скорректировать поле регенератора в области больших радиусов.

5. Провести шиммирование регенератора.

6. Найти для выбранного регенератора ϵ_2 .

7. Рассчитать аксиальный аксептанс канала.

8. Рассчитать аксиальный эммитанс пучка на входе канала.

9. Найти ϵ_3 .

10. Варьируя параметры регенератора и магнитного канала, нужно определить оптимальное значение эффективности вывода $\epsilon = \epsilon_1 \cdot \epsilon_2 \cdot \epsilon_3$.

Некоторые особенности численного расчета движения частиц через магнитное поле регенератора

При численном расчете движения отдельной частицы через регенератор в течение десятков или сотен оборотов любое не очень малое изменение начальных условий магнитного поля и других параметров приводит к изменению конечного положения частицы на фазовой плоскости. В то же время практически невозможно при таком исследовании движения ввести в уравнение точные значения всех возможных параметров. Например, при предварительном выборе регенератора неизвестно с достаточной точ-

ностью распределение его магнитного поля. Учет фазового движения возможен только при знании закона изменения частоты и напряжения на конечных радиусах, с которых начинается вывод пучка частиц.

При проведении таких расчетов в качестве основных условий принимаются следующие:

1) все фазовые точки, соответствующие частицам с заданной начальной амплитудой, не должны значительно отклоняться от их линии эммитанса при изменении некоторых параметров, входящих в исходные уравнения;

2) энергия частиц, попадающих на вход магнитного канала из рассматриваемого фазового пространства при изменении ряда параметров (H , $V_{\text{уск}}$ и др.) ускорителя, должна оставаться неизменной с точностью до энергетического разброса, определяемого как

$$\Delta E_{\text{нр}} = N_{\text{нр}} \cdot \bar{e V_0}, \quad (20)$$

где $N_{\text{нр}}$ — число оборотов, совершаемых частицей за период прецессии, а $\bar{e V_0}$ — средний набор энергии за оборот.

Движение пучка через "отрицательное поле" регенератора

Реальное магнитное поле регенератора характеризуется наличием "отрицательного поля" в области радиусов, меньших начального радиуса эффективного действия регенератора. Исследование влияния такого поля можно провести, если радиальные начальные условия частиц пучка будут соответствовать радиусам, меньшим радиусов действия "отрицательного поля" (рис. 16, эллипс б).

На фазовой плоскости рис. 17 кружками представлено движение частиц на азимуте входа в магнитный канал. Треугольниками даны результаты расчета с отрицательным полем регенератора. Протяженность такого поля для этого случая принимается равной 1 см, максимальная отрицательная величина его 50 эрстед.

На рис. 18 представлена зависимость числа оборотов, совершаемых частицей, от величины начальной амплитуды радиальных колебаний. Кривая "а" соответствует случаю движения пучка через отрицательное поле регенератора, кривая "б" характеризует движение в отсутствие этого поля. Различие в числе совершаемых оборотов должно равняться $\Delta N = \Delta r / st = 532$ оборота ($\Delta r = 1$ см - радиальная протяженность отрицательного поля регенератора, $st = 0,00188$ см - шаг орбиты).

Оба этих рисунка (17 и 18) показывают, что нет существенного различия при расчете движения через регенератор с отрицательным полем и без него.

Азимутальные границы регенератора

Практическое осуществление конструкции регенератора с бесконечно резкими границами невозможно. В то же время в начальной стадии расчетов трудно определить закон изменения магнитного поля регенератора по азимуту. Поэтому представляется целесообразным проверить влияние "смягчения" границ регенератора при условии сохранения неизменной величины

$$\int_{\theta_H}^{\theta_K} \Delta H_{\rho}(\theta) d\theta = \text{const.}$$

θ_H и θ_K - границы положительного поля регенератора по азимуту. В работе проверено движение частиц через регенератор, распределение поля в котором схематически представлено на рис. 19.

Результаты движения изображающих точек для регенератора трапециевидальной формы представлены на рис. 17 (крестики в кружке). Полное число оборотов, совершаемых частицей, во всех этих случаях одинаково с точностью, определяемой энергетическим разбросом на входе в магнитный канал. Однако следует заметить, что влияние "смягчения" границ регенератора должно сказываться на аксиальном движении частиц. Поэтому при расчете ϵ_1 следует рассматривать регенератор с реальными границами, полученными при шиммировании в магнитном поле ускорителя.

Учет набора энергии за оборот

При расчете движения частиц увеличение энергии (увеличение радиуса равновесной орбиты) учитывалось с помощью соотношения

$$r_s = r_{s0} + a \theta .$$

Здесь r_{s0} - начальное значение равновесного радиуса, $2\pi a$ - шаг орбиты ($\theta = 2\pi$ - определяет один оборот, совершаемый частицей).

Предположим, что при каком-то значении параметра a частица некоторым набором начальных условий совершила N оборотов. Известно, что все частицы данной начальной амплитуды колебаний совершают до попадания на внутреннюю мишень или вход магнитного канала разное число оборотов в пределах периода прецессии:

$$\begin{aligned} N_{\max} &= N + N_{np} , \\ N_{\min} &= N - N_{np} , \end{aligned} \tag{21}$$

т.е. частицы пучка должны совершать не больше N_{\max} и не меньше N_{\min} оборотов. При увеличении набора энергии в m раз N_{\max} и N_{\min} будут соответственно равны

$$\begin{aligned} N_{\max}^m &= \frac{N}{m} + N_{np} , \\ N_{\min}^m &= \frac{N}{m} - N_{np} . \end{aligned} \tag{22}$$

На рис. 20 представлена зависимость числа оборотов, совершаемых частицей, от параметра a . Из этого рисунка можно видеть, что при различных значениях a число оборотов, совершаемых частицей, лежит в обусловленных выше пределах, определяемых периодом прецессии.

На рис. 17 (крестики) изображена линия эммитанса для частицы, характеризуемой теми же начальными условиями, что и исходная линия эммитанса (кружки). Однако в этом случае набор энергии за оборот в

4 раза больше. Из рисунка видно, что нет существенного различия при движении изображающих точек для таких частиц, т.е. особой критичности в задании параметра α не существует. Тем более нет необходимости учитывать в расчетах фазовое движение x).

III. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основании вышеизложенного можно сделать следующие выводы.

1) При движении частиц через систему вывода основными причинами потерь являются:

а) вертикальное распыливание пучка на последних оборотах перед входом в магнитный канал;

б) несогласование радиального эмиттанта пучка с аксептансом канала;

в) конечная величина "эффективной" высоты канала.

2) При расчете радиального движения можно не принимать во внимание наличие отрицательного поля регенератора по радиусу, а также считать, что его азимутальные границы являются "жесткими". Кроме того, можно пренебречь влиянием фазовых колебаний.

3) На последних оборотах следует учитывать неоднородности в основном магнитном поле, вносимые реальным полем магнитного канала.

4) Предварительные расчеты, проведенные для синхроциклотрона ОИЯИ, показали, что в зависимости от параметров магнитного канала можно получить эффективность вывода $20 \pm 50\%$.

В заключение авторы считают своим приятным долгом выразить благодарность руководству отдела синхроциклотрона ЦЕРНа д-ру G. Brianti и д-ру E.G. Michaelis и руководителю группы новых разработок д-ру N. Vogt-Nilsen за предоставление возможности проведения численных расчетов на вычислительном комплексе ЦЕРНа.

х)

Аналогичные результаты получены в работе /8/.

Л и т е р а т у р а

1. J.L. Tuck, L.C. Teng. 170 Inch Synchrocyclotron, Institute for Nuclear Studies, Progress, Report III, 1950, University of Chicago.
2. K.J. Le Couteur. The Regenerative Deflector for Synchrocyclotron, Proc. Phys. Soc., London B64, p. 1073-1084, 1951.
3. В.П. Дмитриевский и др. ПТЭ, 1, 11 (1956).
4. В.Н. Данилов, В.Б. Мухина. Авторское свидетельство № 1355 с приоритетом от 5 марта 1965 г.
5. G.T. de Kruiff, N.F. Verster. The Orsay 160 MeV Synchrocyclotron with Beam-Extraction System, Philips tech. Rev., 12, 381, 1961/62.
6. S. Kullander, S. Lindbäck, A. Svanheden. Some Studies on Regenerative Beam Extraction in Synchrocyclotron, IEEE, Transactions NS-12 (1966), 106.
7. В.Н. Данилов и др. Препринт ОИЯИ, Р9-3968, Дубна, 1968 .
8. A.C. Panl. Study of the Regenerative Extractor of the Berkley 184 Inch Synchrocyclotron, UCID-3142, 1968.

Рукопись поступила в издательский отдел

10 октября 1968 года.

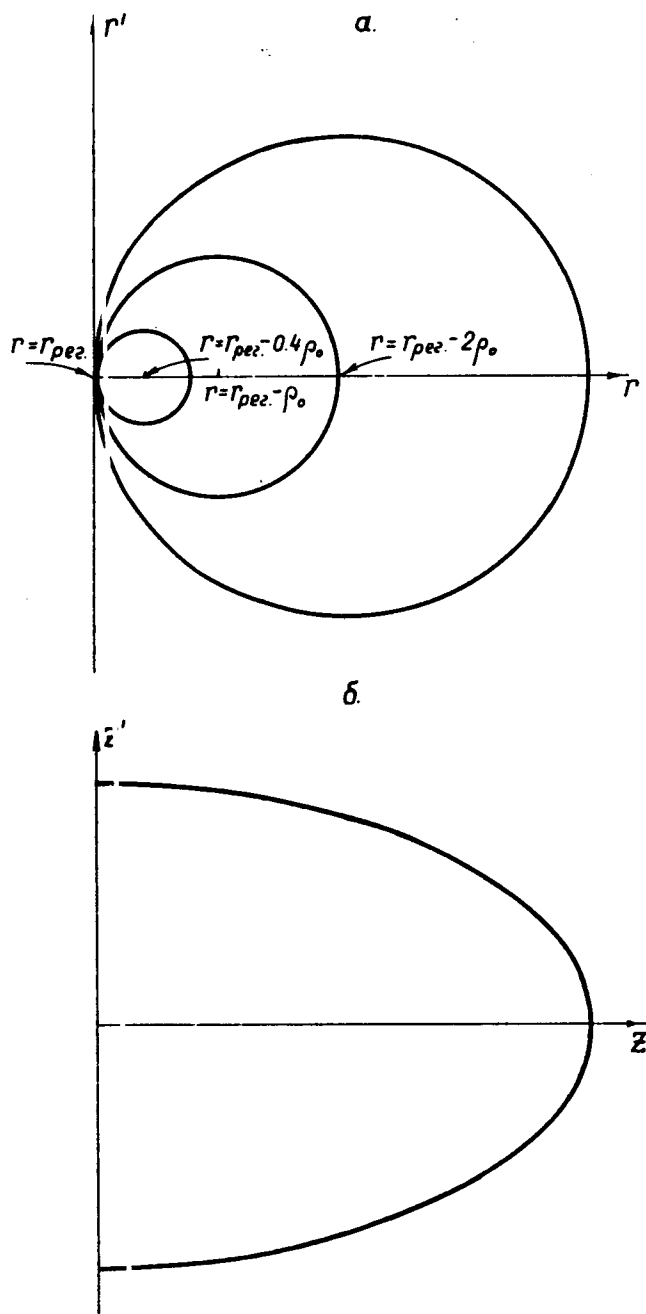


Рис.1. Схематическое представление на фазовой плоскости начальных условий для частиц с различными амплитудами радиальных (кривые "а") и аксиальных (кривая "б") колебаний.

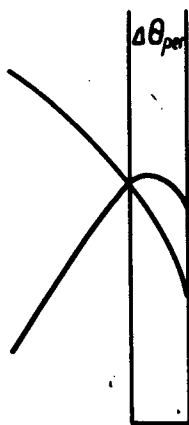


Рис.2. Схематическое представление радиального движения частиц через регенератор конечной азимутальной протяженности.

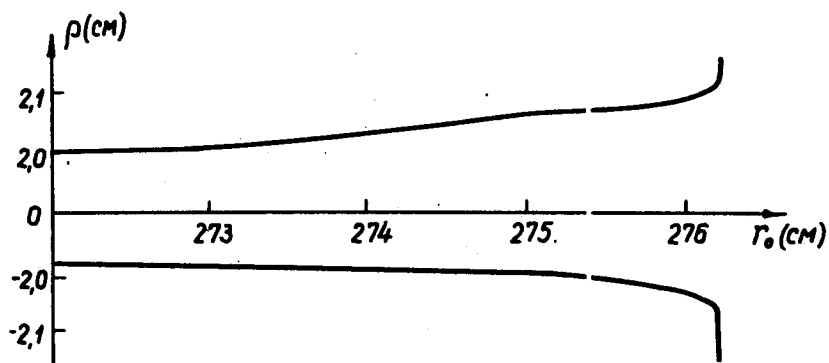


Рис.3. Зависимость амплитуды радиальных бетатронных колебаний от радиуса при движении частицы в отсутствие регенератора ($\rho_H = 2 \text{ см}$).

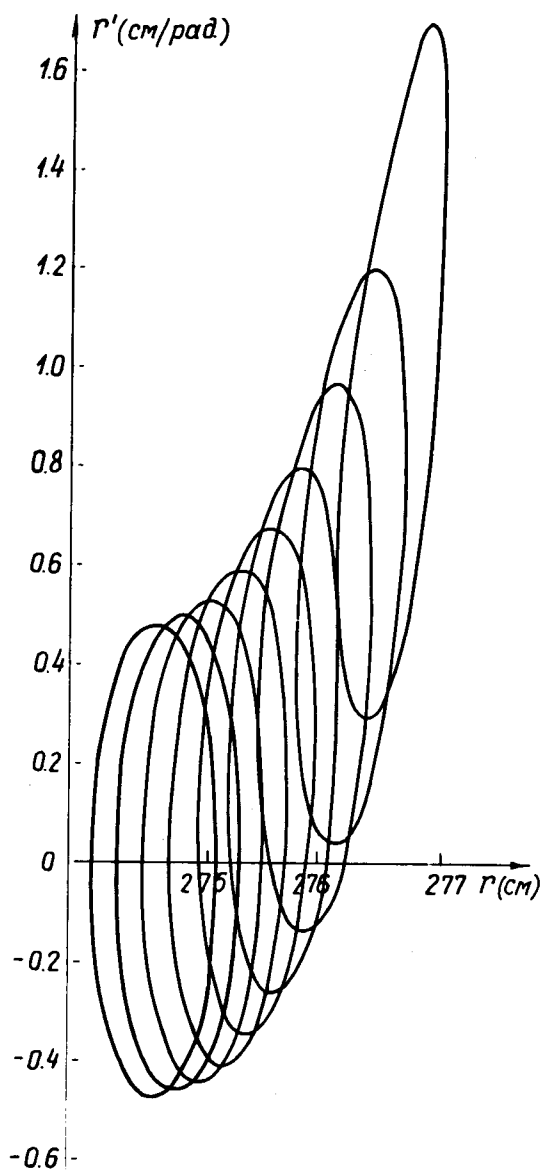


Рис.4. Изменение радиального фазового пространства при движении частиц в синхроциклотроне при наличии регенератора.

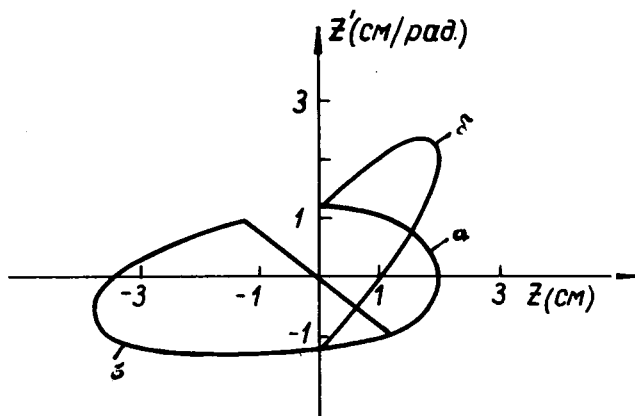


Рис.5. Схематическое представление изменения фазового пространства аксиальных колебаний при движении частицы в магнитном поле синхроциклотрона с бесконечно узким по азимуту регенератором. а) фазовое положение частиц на входе регенератора, б) фазовое положение частиц на выходе регенератора, в) фазовое положение частиц на входе регенератора через один оборот.

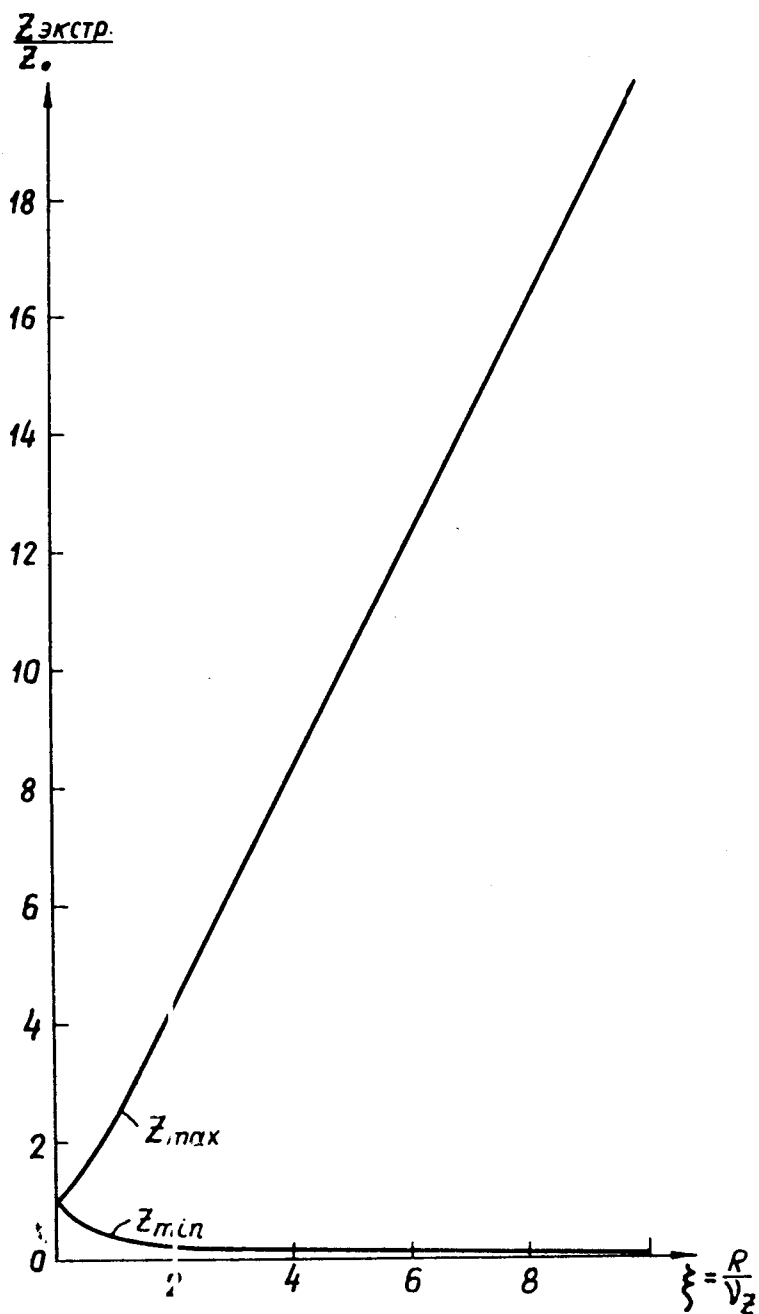


Рис.6. Зависимость экстремальных значений амплитуд аксиальных колебаний от ξ при однократном прохождении регенератора.

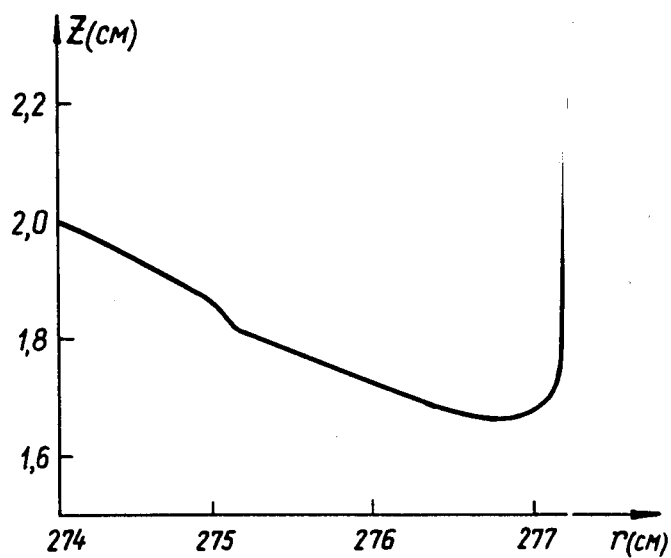


Рис.7. Зависимость амплитуд аксиальных бетатронных колебаний от радиуса при движении частицы в отсутствие регенератора ($z_H = 2$ см).

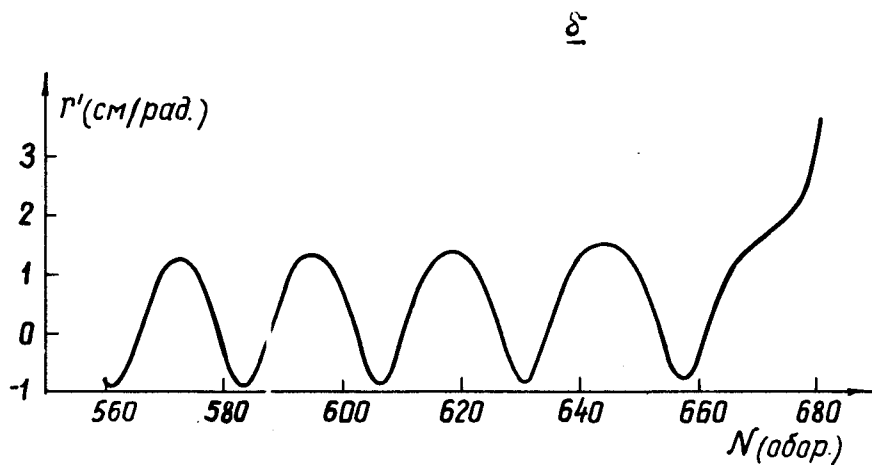
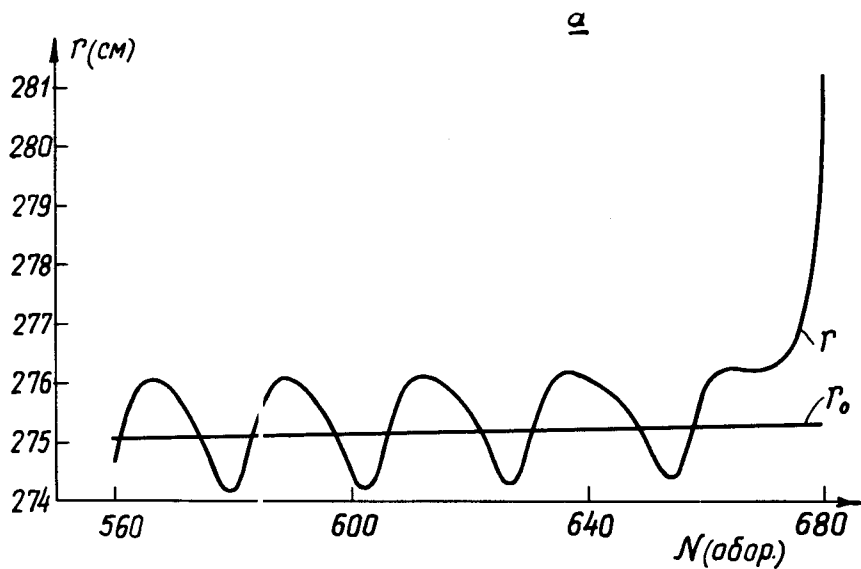


Рис.8. Изменение координат частицы r (кривая „а“) и r' (кривая „б“) в течение нескольких последних периодов прецессии.

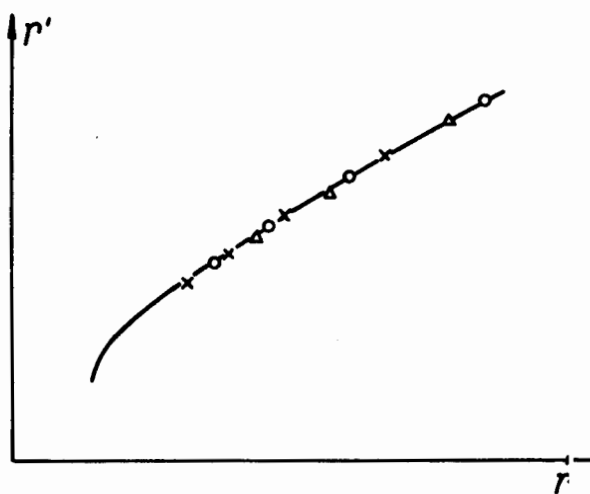


Рис.9.Фазовая диаграмма r, r' на азимуте входа в магнитный канал.

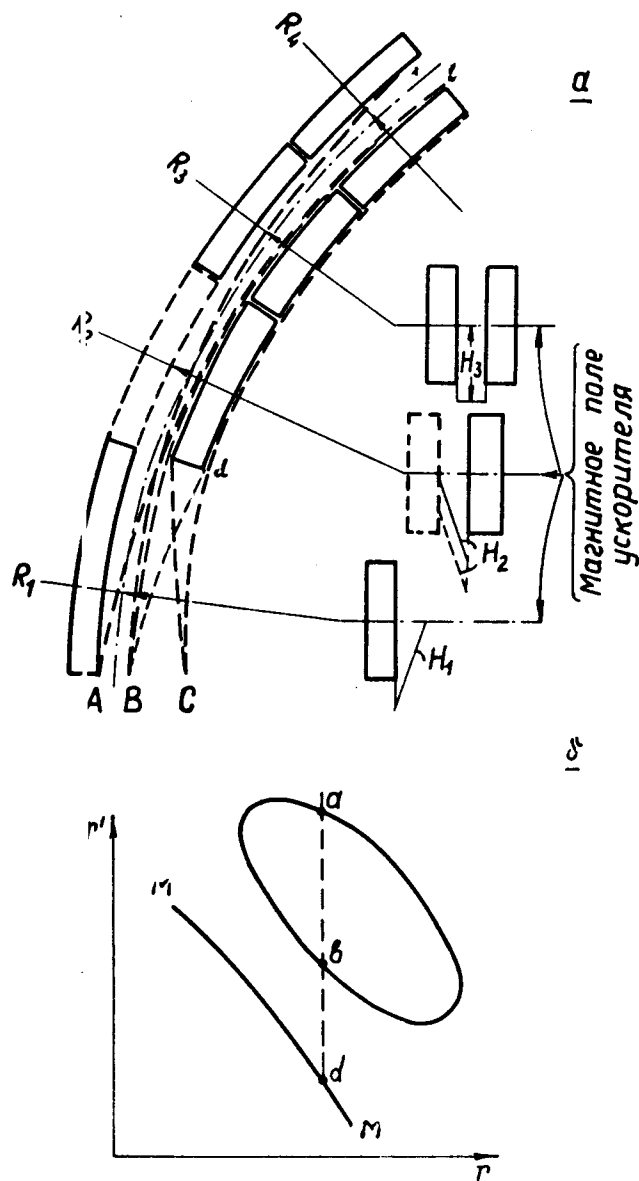


Рис.10. а) Схематическое изображение магнитного канала и траекторий некоторых характерных частиц; б) примерный вид абберанса магнитного канала.

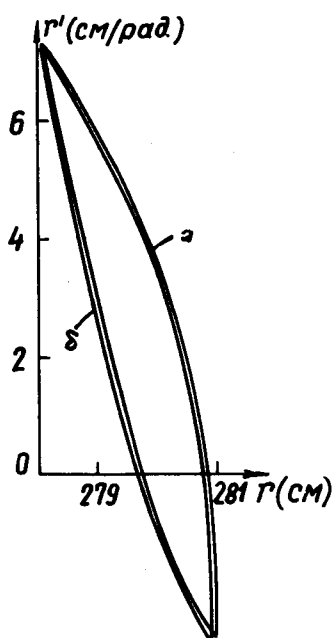


Рис.11. Кривые, характеризующие аксептанс магнитного канала для частиц разных энергий; а) частицы с минимальной энергией; б) частицы с максимальной энергией.

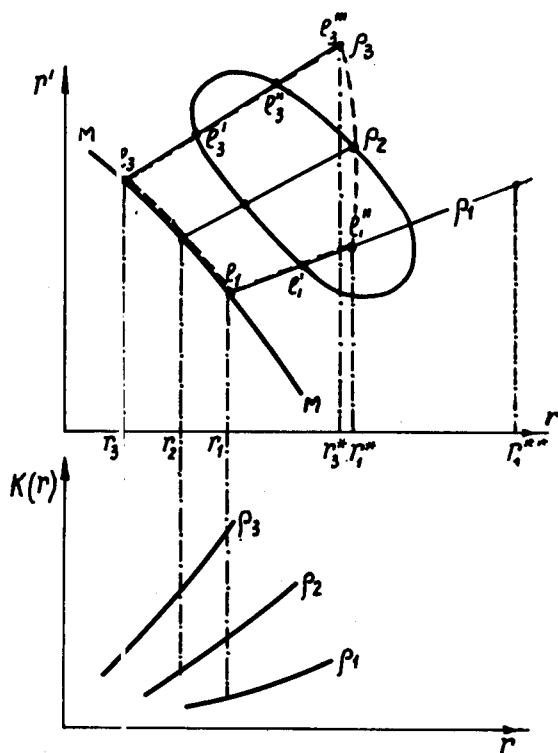


Рис.12. Построение эмитанса пучка для данного магнитного канала.

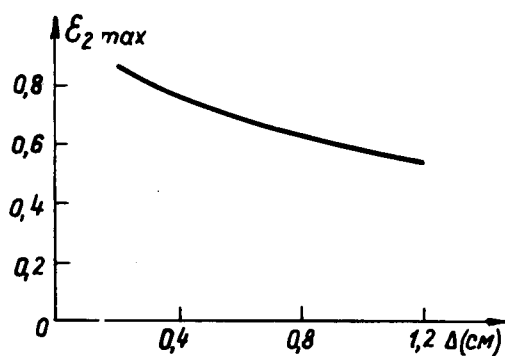


Рис.13. Зависимость $\epsilon_{2\max}$ от толщины стенки Δ "передней" пластины второй секции магнитного канала.

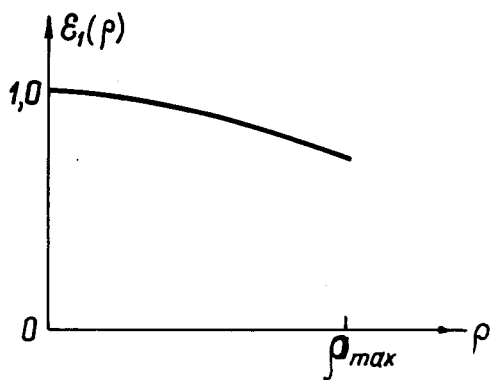


Рис.14. Характер зависимости ϵ_1 от начальной амплитуды радиальных бетатронных колебаний.

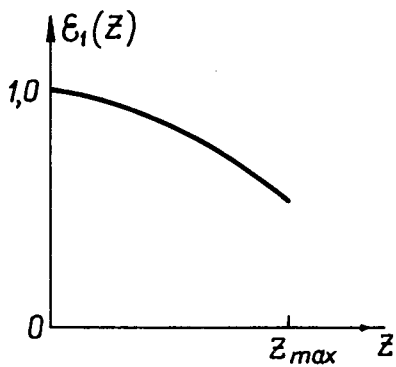


Рис.15. Характер зависимости ϵ_1 от начальной амплитуды аксиальных бетатронных колебаний.

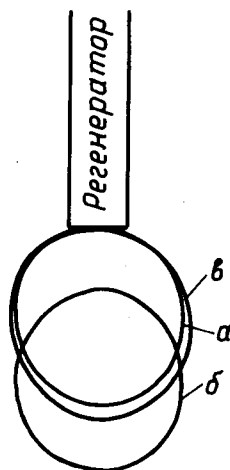


Рис.16. Схематическое представление начального эмитанса радиальных колебаний совокупности частиц данной амплитуды перед началом регенеративного процесса: а) расчет начинается при условии, что частицы сразу же попадают в регенератор; б) расчет начинается, когда частицам до прохождения регенератора необходимо совершить некоторое число оборотов; в) частицы, соответствующие случаю б, совершили некоторое число оборотов, поэтому их амплитуда радиальных колебаний в момент подхода к регенератору стала несколько больше.

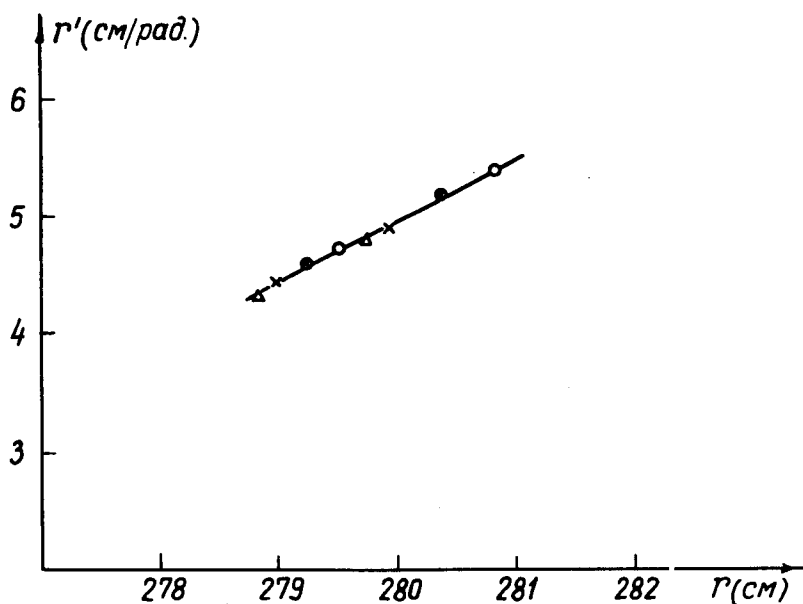


Рис.17. Движение изображающих точек в плоскости r, r' на азимуте входа в магнитный канал: \circ - расчет без отрицательного поля регенератора, Δ - частицы проходят отрицательное поле регенератора, \times - движение без отрицательного поля регенератора при четырехкратном увеличении набора энергии за оборот, \otimes - движение через регенератор трапецеидальной формы по азимуту, изображенный на рис. 19.

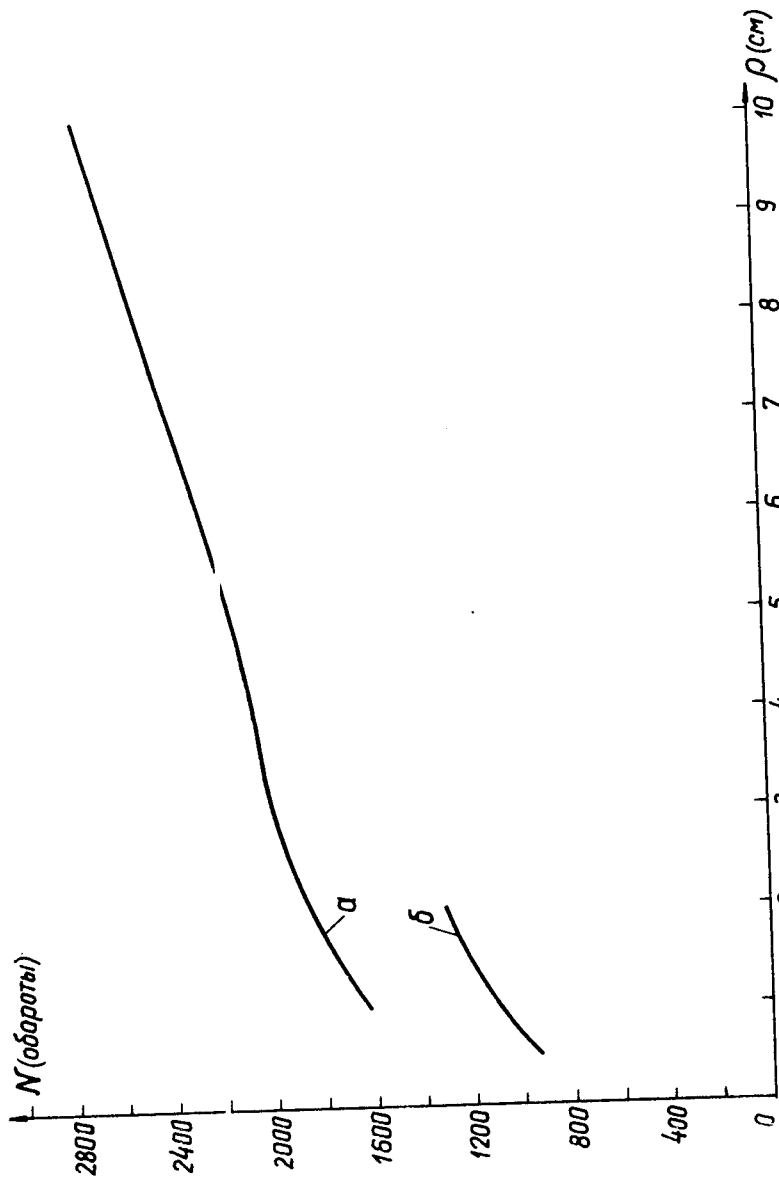


Рис.18. Зависимость числа оборотов, совершаемых частицей до попадания на вход магнитного канала, от начальной амплитуды радиальных колебаний: а) частицы проходят "отрицательное поле" регенератора, б) движение без учета отрицательного поля.

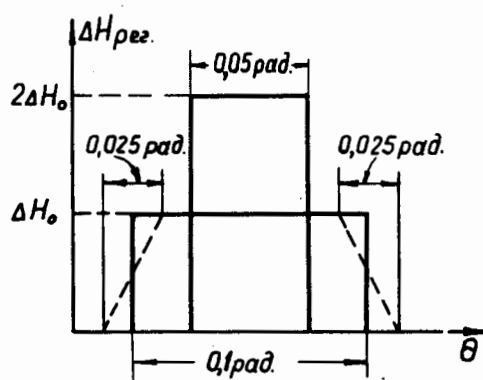


Рис.19. Схематическое представление азимутальной формы поля регенератора.

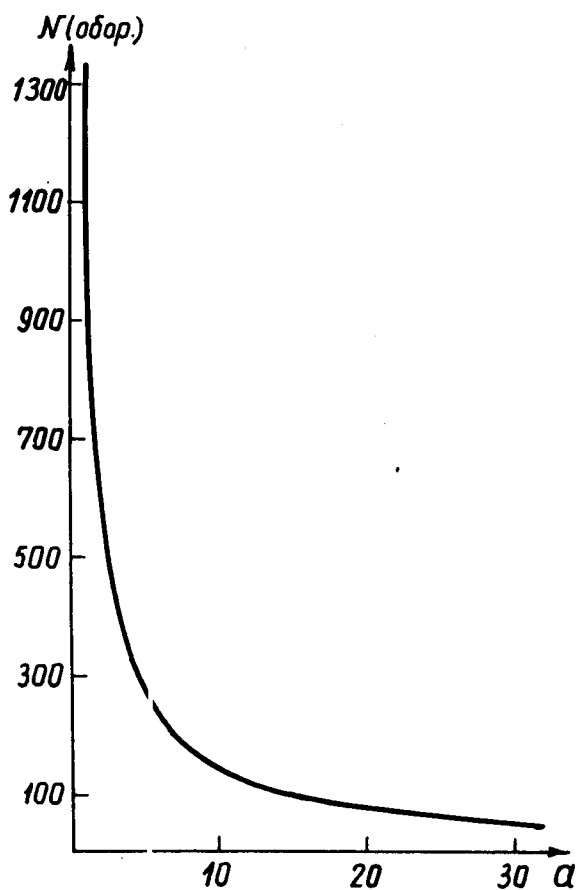


Рис.20. Зависимость числа оборотов, совершаемых частицей в процессе вывода, от величины параметра α .