

К-821

30/IX-68

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна



P9 - 3982

Э.Н.Криворуцкий, В.Г.Маханьков, В.Н.Цытович

ДРЕЙФОВЫЕ НЕУСТОЙЧИВОСТИ
ЗАМАГНИЧЕННОЙ ТУРБУЛЕНТНОЙ ПЛАЗМЫ

ЛАБОРАТОРИЯ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ТЕХНИКИ
И АВТОМАТИЗАЦИИ

1968

P9 - 3982

Э.Н.Криворуцкий, В.Г.Маханьков, Е.Н.Цытович

ДРЕЙФОВЫЕ НЕУСТОЙЧИВОСТИ
ЗАМАГНИЧЕННОЙ ТУРБУЛЕНТНОЙ ПЛАЗМЫ

Направлено в журнал "Ядерный синтез"

Объединенный институт
ядерных исследований
БИБЛИОТЕКА

7487/2 чф

§1. В в е д е н и е

Обычно теория дрейфовых неустойчивостей не учитывает наличия высокочастотных турбулентных пульсаций в плазме. Вместе с тем их влияние на низкочастотные свойства плазмы может быть немалым уже при относительно низком уровне энергии высокочастотных пульсаций. Действительно, хорошо известно, что высокочастотная турбулентность приводит к тому, что в плазме возникают эффективные соударения, зависящие от энергии турбулентности. Именно с указанными эффективными соударениями связаны эффекты аномального турбулентного сопротивления плазмы^{/1/}, рассеяния электромагнитных волн турбулентными пульсациями^{/2/} и др. К числу таких эффективных частот соударений могут быть отнесены как характерные частоты квазилинейных эффектов, так и частоты нелинейных спектральных перекачек^{/3/}. Характерные эффективные частоты этих процессов могут быть достаточно большими, и в пределе $\frac{W}{n_0 T_e} \rightarrow 1$ приближаться к частотам турбулентных пульсаций.

В реальных экспериментальных условиях обычно $\frac{W}{n_0 T_e} \ll 1$ ($\frac{W}{n_0 T_e} = 0,1-0,01$). Однако все же указанные эффективные частоты могут быть достаточно высокими, особенно для турбулентности высоких частот. Именно эти

аргументы показывают, что следует ожидать большого влияния на низкочастотные свойства плазмы развитой турбулентности на высоких частотах. В настоящей работе мы ограничимся рассмотрением эффектов, связанных с высокочастотными электронными колебаниями на частотах, близких к ω_{pe} . Имея в виду приложения к проблемам удержания плазмы, мы ограничимся здесь случаем, когда электроны плазмы являются замагниченными и могут быть описаны в рамках дрейфового кинетического уравнения. Такое уравнение может быть использовано для исследования высокочастотной пульсации на частотах порядка ω_{pe} , если (c - скорость света)

$$\omega_{He} = \frac{|eH|}{m_e c} \gg \omega_{pe}. \quad (1.1)$$

Мы ограничимся рассмотрением лишь потенциальных пульсаций, имеющих спектр

$$\omega_1^l = \omega_{pe} \frac{|k_{1z}|}{k_1}; \quad k_1 \gg \frac{\omega_{pe}}{c} (H \parallel z), \quad (1.2)$$

и непотенциальных пульсаций со спектром

$$\omega_1^t = \omega_{pe} + \frac{k_{1\perp}^2 c^2}{2\omega_{pe}}. \quad (1.3)$$

В (1.2), (1.3) k_{1z} - проекция волнового вектора высокочастотных пульсаций на направление магнитного поля, которое выбрано за ось z , а $k_{1\perp}$ - модуль проекции k_1 на направление, перпендикулярное внешнему магнитному полю.

В настоящей работе внешнее магнитное поле предполагается однородным и постоянным.

Как показано ниже, эффективная частота турбулентных столкновений ν_{et} оказывается зависящей не только от ω и k низкочастотных

колебаний, но и от распределения высокочастотных колебаний по спектру (по волновым числам высокочастотных пульсаций k_1). Поэтому область частот, в которой существенно меняются электромагнитные свойства плазмы, не может быть найдена методом грубых оценок. Постановка задачи, исследуемой ниже, состоит в отыскании линейного "отклика" турбулентной плазмы на внешнее воздействие (внешнее поле) (для изотропной плазмы см. /4/. Предполагается, что турбулентность плазмы является стационарной. В общем случае такая стационарность обеспечивается балансом "раскачки" высокочастотных колебаний, нелинейной спектральной перекачки в область поглощения, и наконец, поглощения турбулентных пульсаций в этой области. Отклик турбулентной плазмы будет зависеть от характерных времен указанных процессов. Простоты ради здесь мы ограничимся лишь эффектами, для которых эффективные соударения линейны по W . В этом случае стационарность турбулентности может быть обеспечена отсутствием частиц, резонансных с турбулентными пульсациями. Ниже мы интересуемся откликом турбулентной плазмы на частотах, меньших указанных эффективных турбулентных частот, но больших эффективных частот более высокого порядка по энергии турбулентности W .

В §2 настоящей работы изложен общий метод расчета нелинейных электромагнитных свойств турбулентной плазмы для дрейфового кинетического уравнения. §3 посвящен выводу нелинейной диэлектрической проницаемости плазмы, §4 - исследованию дрейфовых неустойчивостей в случае одномерной турбулентности, §5 - для изотропной турбулентности, §6 - влиянию непотенциальных турбулентных пульсаций типа (1.3).

Наличие высокочастотной турбулентности может привести в определенных условиях к стабилизации дрейфовых неустойчивостей. Такие эффекты стабилизации существенно отличаются от тех, которые возникают от внешних высокочастотных полей /5,6/. Самым существенным отличием является возможность стабилизации при малой амплитуде турбулентности

$\frac{W}{n_0 T_e} \ll 1$ и зависимость эффектов стабилизации от волновых чисел k турбулентных пульсаций. Наконец, обнаруженные новые нелинейно-дрейфовые неустойчивости имеют аналогию с исследованиями неустойчивости однородной изотропной плазмы для потенциальных колебаний /7,8/ и для неустойчивостей турбулентной плазмы относительно спонтанного возбуж-

дения магнитных полей^{4/}. Последний, §7 настоящей работы посвящен оценкам границ применимости используемого подхода и перспективам развития теории.

§2. Изменение состояния турбулентной плазмы под действием слабого возмущающего поля

Ограничимся здесь рассмотрением потенциальных продольных возмущений в плазме. Как известно^{8,10/}, если плазма сильно замагничена, так что $\omega_i, \omega_{pe} \ll \omega_{He}$ и $k_{\perp} \rho_s \ll 1$ ($\rho_s = \frac{v_{Te}}{\omega_{He}}$), поведение электронов может быть описано кинетическим уравнением в дрейфовом приближении

$$\frac{\partial \bar{f}_i^{(e)}}{\partial t} + v_z \frac{\partial \bar{f}_i^{(e)}}{\partial z} + \frac{e}{m_e} E_z \frac{\partial \bar{f}_i^{(e)}}{\partial v_z} + \frac{c}{H} (E_y \frac{\partial \bar{f}_i^{(e)}}{\partial x} - E_x \frac{\partial \bar{f}_i^{(e)}}{\partial y}) = 0 \quad (2.1)$$

(здесь и в дальнейшем ω_i и k_i относятся к высокочастотным колебаниям, ρ_s и ω_{He} — ларморовские радиус и частота электронов соответственно).

Поскольку нас будет интересовать влияние высокочастотной турбулентности на дисперсионные свойства плазмы в области низких частот, целесообразно искомые величины представить в следующем виде:

$$\bar{f}_i^{(e)} = \bar{f}_i^{(e)} + F_i^{(e)} \quad (2.2)$$

$$\bar{E} = E + \bar{\mathcal{E}}, \quad (2.3)$$

где $\bar{f}_i^{(e)}$ — полная функция распределения электронов, $F_i^{(e)}$ и $\bar{f}_i^{(e)}$ — ее турбулентная и регулярная части соответственно. Аналогично E и $\bar{\mathcal{E}}$ — турбулентная и регулярная части электрического поля. Под турбулентной частью мы понимаем $F_i^{(e)} = \bar{f}_i^{(e)} - \langle \bar{f}_i^{(e)} \rangle$, $E = \bar{E} - \langle \bar{E} \rangle$, под регулярной — $\bar{f}_i^{(e)} = \langle \bar{f}_i^{(e)} \rangle$ и $\bar{\mathcal{E}} = \langle \bar{E} \rangle$. Знак $\langle \dots \rangle$ означает усреднение по статистическому ансамблю.

Усредняя уравнение (2.1) по статистическому ансамблю и вычитая полученный результат из (2.1), имеем систему уравнений для $F_i^{(e)}$ и $\bar{f}_i^{(e)}$

$$\frac{\partial f^{(e)}}{\partial t} + v_x \frac{\partial f^{(e)}}{\partial z} + \frac{e}{m_0} \mathcal{E}_x \frac{\partial f^{(e)}}{\partial v_x} + \frac{c}{H} (\mathcal{E}_y \frac{\partial f^{(e)}}{\partial x} - \mathcal{E}_x \frac{\partial f^{(e)}}{\partial y}) - \frac{e}{m_0} \langle E_x \frac{\partial F^{(e)}}{\partial v_x} \rangle +$$

$$+ \frac{c}{H} \langle E_y \frac{\partial F^{(e)}}{\partial x} - E_x \frac{\partial F^{(e)}}{\partial y} \rangle \quad (2.4)$$

$$\frac{\partial F^{(e)}}{\partial t} + v_x \frac{\partial F^{(e)}}{\partial z} + \frac{e}{m_0} \mathcal{E}_x \frac{\partial F^{(e)}}{\partial v_x} + \frac{c}{H} (\mathcal{E}_y \frac{\partial F^{(e)}}{\partial x} - \mathcal{E}_x \frac{\partial F^{(e)}}{\partial y}) + \frac{e}{m_0} F_x \frac{\partial f^{(e)}}{\partial v_x} +$$

$$+ \frac{c}{H} (E_y \frac{\partial f^{(e)}}{\partial x} - E_x \frac{\partial f^{(e)}}{\partial y}) + \frac{e}{m_0} E_x \frac{\partial F^{(e)}}{\partial v_x} + \frac{c}{H} (E_y \frac{\partial F^{(e)}}{\partial x} - E_x \frac{\partial F^{(e)}}{\partial y}) - \frac{e}{m_0} \langle E_x \frac{\partial F^{(e)}}{\partial v_x} \rangle +$$

$$(2.5)$$

$$+ \frac{c}{H} \langle E_y \frac{\partial F^{(e)}}{\partial x} - E_x \frac{\partial F^{(e)}}{\partial y} \rangle .$$

Разложим $f^{(e)}$, $F^{(e)}$ и E по регулярному полю с точностью до первого порядка, и $F^{(e)}$ - по турбулентному с точностью до первого порядка.

Последнее разложение позволяет учесть эффективные турбулентные соударения с точностью до $E^2 \approx W$:

$$\frac{\partial f_0^{(e)}}{\partial t} + v_x \frac{\partial f_0^{(e)}}{\partial z} = - \frac{e}{m_0} \langle E_{x,0} \frac{\partial F_0^{(e)}}{\partial v_x} \rangle - \frac{c}{H} \langle E_{y,0} \frac{\partial F_0^{(e)}}{\partial x} - E_{x,0} \frac{\partial F_0^{(e)}}{\partial y} \rangle \quad (2.6)$$

$$\frac{\partial f_1^{(e)}}{\partial t} + v_x \frac{\partial f_1^{(e)}}{\partial z} + \frac{e}{m_0} \langle E_{x,0} \frac{\partial F_1^{(e)}}{\partial v_x} \rangle + \frac{c}{H} \langle E_{y,0} \frac{\partial F_1^{(e)}}{\partial x} - E_{x,0} \frac{\partial F_1^{(e)}}{\partial y} \rangle + \frac{e}{m_0} \mathcal{E}_x \frac{\partial f_0^{(e)}}{\partial v_x} +$$

$$+ \frac{c}{H} \mathcal{E}_y \frac{\partial f_0^{(e)}}{\partial x} + \frac{e}{m_0} \langle E_{x,1} \frac{\partial F_0^{(e)}}{\partial v_x} \rangle + \frac{c}{H} \langle E_{y,1} \frac{\partial F_0^{(e)}}{\partial x} - E_{x,1} \frac{\partial F_0^{(e)}}{\partial y} \rangle = 0 \quad (2.7)$$

$$\frac{\partial F_0^{(e)}}{\partial t} + v_x \frac{\partial F_0^{(e)}}{\partial z} + \frac{e}{m_0} E_{x,0} \frac{\partial f_0^{(e)}}{\partial v_x} + \frac{c}{H} E_{y,0} \frac{\partial f_0^{(e)}}{\partial x} = 0 \quad (2.8)$$

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial F_1^{(e)}}{\partial t} + v_z \frac{\partial F_1^{(e)}}{\partial z} + \frac{e}{m_0} E_{z,1} \frac{\partial f_0^{(e)}}{\partial v_z} + \frac{c}{H} E_{y,1} \frac{\partial f_0^{(e)}}{\partial x} + \frac{e}{m_0} E_{z,0} \frac{\partial f_1^{(e)}}{\partial v_z} - \\
& - \frac{c}{H} E_{x,0} \frac{\partial f_1^{(e)}}{\partial y} + \frac{c}{H} E_{y,0} \frac{\partial f_1^{(e)}}{\partial x} + \frac{e}{m_0} \mathcal{E}_z \frac{\partial F_0^{(e)}}{\partial v_z} + \frac{c}{H} (\mathcal{E}_y \frac{\partial F_0^{(e)}}{\partial x} - \mathcal{E}_x \frac{\partial F_0^{(e)}}{\partial y}) = 0
\end{aligned} \tag{2.8}$$

Здесь функции $f_0^{(e)}$, $F_0^{(e)}$ и E_0 не зависят от регулярного поля \mathcal{E} , а $f_1^{(e)}$, $F_1^{(e)}$ и E_1 - пропорциональны ему, $f_0^{(e)} = f_0^{(e)}(x, v_z)$.

В соответствии со сказанным выше предполагаем уравнение (2.6) выполненным. Разложим все искомые функции в интеграл Фурье. Решая систему уравнений (2.7) - (2.9) совместно с уравнением $\text{div } E_1 = 4\pi\rho_1$, получим для потенциальных колебаний:

$$\begin{aligned}
& -i(\omega - k_z v_z) f_{1k}^{(e)} + \mathcal{E}_k A(k) f_0^{(e)} = -\hat{D}^{(0)} f_{1,k}^{(e)} - \hat{D}^{(e)} \mathcal{E}_k + \\
& + \frac{\partial}{\partial v_z} D_{zz} \frac{\partial f_0^{(e)}}{\partial v_z} + D_{xz} \frac{\partial f_0^{(e)}}{\partial v_x} + \frac{\partial}{\partial v_x} D_{zx} \frac{\partial f_0^{(e)}}{\partial x} + D_{xx} \frac{\partial f_0^{(e)}}{\partial x}.
\end{aligned} \tag{2.10}$$

Здесь введены обозначения: $f_{1k}^{(e)}$ - компонента Фурье $f_1^{(e)}$;

$$k = \{k, \omega\}; dk_1 = dk_x dk_y dk_z;$$

$$\hat{D}^{(0)} = -i \int dk_1 |E_{0k_1}|^2 A(k_1, k - k_1) \frac{1}{\omega - \omega_1 - (k_z - k_{1z})v_z} A(-k_1, k); \tag{2.11}$$

$$\hat{D}^{(e)} = \int dk_1 |E_{0k_1}|^2 A(k_1, k - k_1) \frac{1}{\omega - \omega_1 - (k_z - k_{1z})v_z} A(k, -k_1) \frac{1}{\omega_1 - k_{1z}v_z} A(-k_1); \tag{2.12}$$

$$D_{zz} = \frac{4\pi e^2 i}{m^2} \int dk_1 |E_{0,k_1}|^2 \frac{k_{1z}}{k_1} \frac{k_z - k_{1z}}{|\vec{k} - \vec{k}_1|} \frac{\omega - k_z v_z}{(\omega_1 - k_{1z} v_z)(\omega - \omega_1 - (k_z - k_{1z}) v_z)}$$

$$\cdot \frac{1}{|\vec{k} - \vec{k}_1| \epsilon^\pi(\omega - \omega_1, \vec{k} - \vec{k}_1)} \sum_\alpha e_\alpha f \frac{dv'_z}{(\omega - \omega_1 - (k_z - k_{1z}) v'_z)} [A'(-k_1, k) f_{1,k}^{(\alpha)} + \delta_k A'(k, -k_1)]$$

(2.13)

$$\cdot \frac{i}{(\omega_1 - k_{1z} v'_z)} A'(-k_1) f_0^{(\alpha)}(v'_z)],$$

$$D_{x,z} = -\frac{4\pi e c}{m_0 H} \int dk_1 |E_{0,k_1}|^2 \left[\frac{k_{1y} k_x - k_{1x} k_y}{|\vec{k} - \vec{k}_1| k_1} \cdot \frac{k_z - k_{1z}}{\omega - \omega_1 - (k_z - k_{1z}) v_z} - \right.$$

(2.14)

$$\left. - \frac{k_{1y} k_x - k_{1x} k_y}{|\vec{k} - \vec{k}_1| k_1} \cdot \frac{k_{1z}}{(\omega_1 - k_{1z} v_z)} \right] \frac{1}{|\vec{k} - \vec{k}_1| \epsilon^\pi(\omega - \omega_1, \vec{k} - \vec{k}_1)} \sum_\alpha e_\alpha f \frac{dv'_z}{\omega - \omega_1 - (k_z - k_{1z}) v'_z} (A'(-k_1, k) f_{1,k}^{(\alpha)} +$$

$$+ \delta_k A'(k, -k_1) \frac{i}{\omega_1 - k_{1z} v'_z} A'(-k_1) f_0^{(\alpha)}(v'_z)),$$

$$D_{z,x} = \frac{4\pi i e c}{m_0 H} \int dk_1 |E_{0,k_1}|^2 \left[\frac{k_{1z} k_y - k_{1y} k_{1z}}{k_1 |\vec{k} - \vec{k}_1|} \cdot \frac{1}{\omega - \omega_1 - (k_z - k_{1z}) v_z} + \frac{k_{1z} k_{1y} - k_{1y} k_{1z}}{k_1 |\vec{k} - \vec{k}_1|} \cdot \frac{1}{\omega_1 - k_{1z} v'_z} \right]$$

(2.15)

$$\frac{1}{|\vec{k}-\vec{k}_1| \epsilon^{\pi}(\omega-\omega_1, \vec{k}-\vec{k}_1)} \sum_{\alpha} e_{\alpha} \int \frac{d\vec{v}'_{\alpha}}{\omega-\omega_1-(\vec{k}-\vec{k}_1) \cdot \vec{v}'_{\alpha}} (A'(-\vec{k}_1, \vec{k}) f_{1\vec{k}}^{(\alpha)}(\vec{v}'_{\alpha}) + \epsilon_{\vec{k}} A'(k, -k_1) \frac{A'(-k_1) f_0^{(\alpha)}(\vec{v}'_{\alpha})}{\omega_1 - k_{1z} v'_{\alpha}})$$

$$D_{xx} = -\frac{4\pi c^2}{H^2} \int dk_1 |E_{0, k_1}|^2 \left[\frac{k_{1y} k_x - k_{1x} k_y}{k_1 |\vec{k} - \vec{k}_1|} \gamma \frac{k_y - k_{1y}}{\omega - \omega_1 - (\vec{k} - \vec{k}_1) \cdot \vec{v}'_{\alpha}} - \frac{k_{1y} k_x - k_{1x} k_y}{k_1 |\vec{k} - \vec{k}_1|} \cdot \frac{k_{1y}}{\omega_1 - k_{1z} v'_{\alpha}} \right] \quad (2.16)$$

$$\frac{\sum_{\alpha} e_{\alpha}}{|\vec{k}-\vec{k}_1| \epsilon^{\pi}(\omega-\omega_1, \vec{k}-\vec{k}_1)} \int \frac{d\vec{v}'_{\alpha}}{\omega-\omega_1-(\vec{k}-\vec{k}_1) \cdot \vec{v}'_{\alpha}} (A'(-\vec{k}_1, \vec{k}) f_{1\vec{k}}^{(\alpha)}(\vec{v}'_{\alpha}) + \epsilon_{\vec{k}} A'(k, -k_1) \frac{iA'(-k_1) f_0^{(\alpha)}(\vec{v}'_{\alpha})}{\omega_1 - k_{1z} v'_{\alpha}})$$

$$\langle E_{0, k_1}, E_{0, k_1}^* \rangle = |E_{0, k_1}|^2 \delta(k_1 - k_1'); \quad \vec{E}_{0, k_1} = \frac{\vec{k}_1}{k_1} E_{0, k_1} \quad (2.17)$$

$$A(k) = \frac{e_{\alpha}}{m_{\alpha}} \frac{\partial}{\partial v_{\alpha}} + \frac{c}{H} \frac{k_y}{k} \frac{\partial}{\partial x}; \quad A' = A \left| \frac{\partial}{\partial v_{\alpha}} = \frac{\partial}{\partial v'_{\alpha}} \right.$$

$$\Lambda(k, k_1) = \frac{e_0}{m_0} \frac{k_x}{k} \frac{\partial}{\partial v_x} + i \frac{c}{H} \frac{k_y k_{1x} - k_x k_{1y}}{k} \quad (2.18)$$

$\epsilon^{\perp}(\omega, \vec{k})$ - линейная диэлектрическая проницаемость плазмы.

Подчеркнем, что полученное уравнение (2.10) справедливо в рамках локального подхода /10,11/. Поэтому в приведенных выше коэффициентах отброшены члены порядка $\frac{1}{ka}$ и $\frac{v_{Te}}{\omega_{He} a}$, где a - размер неоднородности. По тем же причинам, как нетрудно показать, коэффициенты D_{xx} и D_{yx} относительно малы, как $\frac{v_{Te}}{\omega_{He} a}$ и $\frac{1}{k_1 a}$, в сравнении с D_{xx} .

Дальнейшее упрощение коэффициентов D_{ij} может быть получено, если в $|E_{0, k_1}|^2$ выделять положительно и отрицательно частотные части /3/. При этом в формулах (2.11) - (2.14) вместо выражения $|E_{0, k_1}|^2$ должно стоять

$$\frac{\omega^2(\vec{k}_1)}{2\pi^2 \frac{\partial}{\partial \omega_1} \omega_1^2 \epsilon^{\perp}(\omega_1, \vec{k}_1)} \Big|_{\omega_1 = \omega(\vec{k}_1)} (N_{\vec{k}_1} \delta(\omega_1 - \omega(\vec{k}_1)) + N_{-\vec{k}_1} \delta(\omega_1 + \omega(\vec{k}_1))).$$

В этом выражении $\omega(\vec{k}_1) = \omega(-\vec{k}_1)$, а $N_{\vec{k}_1}$ - число плазменных турбулентных пульсаций.

В случае $\omega \ll \omega(\vec{k}_1)$ и $k \ll k_1$ в подынтегральных выражениях (2.11) - (2.14) вклады положительно и отрицательно частотных частей в большинстве коэффициентов почти компенсируют друг друга, поэтому разложение должно быть сделано достаточно тщательно.

Удобнее всего в данном случае в отрицательно частотной части провести замену переменных таким образом, чтобы в результат входило только $N_{\vec{k}_1}$ и разложение по степеням $\frac{\omega}{\omega_1}$, $\frac{k}{k_1}$. Заметим также, что вид коэффициентов D_{ij} зависит от характера в.ч. спектра (одномерная или изотропная турбулентность). Это связано с тем, что приближенное значение тензора $\epsilon^{\perp}(\omega, \vec{k}, \vec{k}_1)$, входящего в знаменатель D_{ij} ,

$$\epsilon^{\perp}(\omega - \omega_1, \vec{k} - \vec{k}_1) = \epsilon^{\perp}(\omega_1, \vec{k}_1) + \frac{\partial \epsilon^{\perp}}{\partial \omega_1}(\omega - k v_x) + \frac{\partial \epsilon^{\perp}}{\partial \omega_1 \partial k_{1i}} k_1 \omega + \frac{\partial^2 \epsilon^{\perp}}{\partial \omega_1^2} \frac{\omega^2}{2} + \frac{1}{2} k_1 k \frac{\partial^2 \epsilon^{\perp}}{\partial k_{1i} \partial k_{1j}} + \frac{\partial \omega_1(\vec{k}_1)}{\partial \vec{k}_1}$$

Здесь в первом приближении, когда спектр можно приближенно считать линейным, $\epsilon^{\mathcal{L}}(\omega_1(\vec{k}_1), \vec{k}_1) = 0$ ^{ж)}, а учёт членов со вторыми производными необходим в связи с отмеченной выше компенсацией. Однако в одномерном случае вклад вторых производных оказывается малым, так как последние связаны с эффектами пространственной дисперсии (теплового движения). Поэтому формулы для коэффициентов D_{ij} имеют вид, аналогичный полученным в ^{4/}. Имея в виду это обстоятельство, ниже приводим приближенные выражения для коэффициентов D_{ij} в условиях, когда эффекты теплового движения в спектре колебаний $\omega(\vec{k}_1)$ и в $\epsilon^{\mathcal{L}}(\omega_1, \vec{k}_1)$ пренебрежимо малы ^{жж)}, но учитываются вторые производные в (2.18). Подчеркнем, что на величину $\frac{\omega}{k_x}$ не накладывается пока никаких ограничений. Кроме того, в дальнейшем удобно в коэффициентах D_{ij} выделить часть, пропорциональную функции $f_{1k}^{(a)}$ (или интегралу от нее) и обозначить её $D_{ij}^{(1)}$, остальную часть $D_{ij}^{(2)}$, пропорциональную ϵ_k , обозначим через

$$D_{ij}^{(2)}, \text{ тогда: } (D_{ij}^{(2)} = D_{ij}^{(2-)} + D_{ij}^{(2+)})$$

$$D_{xx}^{(1)} = -i \frac{e^2}{8\pi^2 m^2} \int d\vec{k}_1 \frac{k_{1z}^2 k^2}{k_1^4} \frac{\omega(\vec{k}_1)(\omega - k_{1z} v_z)}{(\omega - \vec{k}_1 \vec{v}_g)^2} N_{k_1} \left[\frac{n_{1k}^{(a)}}{n_0} - \right.$$

$$\left. - i \frac{cm_0}{e^2 n} \cdot \frac{k_{1y} k_x}{n_0 k_{1z}} (j_{1k,x}^{(a)} + j_{1k,x}^{(1)}) \right]; \quad (2.19)$$

$$D_{x,x}^{(1)} = -i \frac{e^2}{4\pi^2 m^2} \int d\vec{k}_1 \frac{\omega^2(\vec{k}_1) k_{1z} [(k_{1x}^2 + k_{1y}^2) k_x k_y + k_{1z} k_x (k_{1x} k_y + k_{1y} k_x)]}{\omega_{na} k_1^4 (\omega - \vec{k}_1 \vec{v}_g)^2} \quad (2.20)$$

$$\cdot \left[\frac{n_{1k}^{(a)}}{n_0} - i \frac{cm_0}{e^2 n_0} \cdot \frac{k_{1y} k_x}{k_{1z}} (j_{1k,x}^{(a)} + j_{1k,x}^{(1)}) \right] N_{k_1};$$

ж) В 87 содержится оценка, показывающая, в каких условиях пренебрежение $\epsilon^{\mathcal{L}}(\omega_1, \vec{k}_1)$ законно.

жж) В 84 рассмотрены дисперсионные свойства плазмы в области низких частот при наличии одномерной в.ч. турбулентности.

$$D_{xx(-)}^{(2)} = -i \frac{e^3}{4\pi^2 m_0^3} \int d\vec{k}_1 N_{k_1} \frac{k_{1y}^2 k_{1x}}{k_1^3} \frac{k_y}{k_1} \frac{k}{\omega_{H_0}} \frac{\omega - k v_{\parallel}}{(\omega - k v_{\parallel})^2} \hat{\epsilon}_k \quad (2.21)$$

$$D_{xx(-)}^{(2)} = -\frac{e^3}{2\pi^2 m_0^3} \int d\vec{k}_1 \frac{\omega(k_1) k_y k_{1x}^2 k_{1z}}{\omega_{H_0} k_1^4} \frac{k_z}{k} \frac{(k_{1z} k_y - k_{1y} k_z)}{(\omega - k v_{\parallel})^2} N_{k_1} \hat{\epsilon}_k \quad (2.22)$$

$$D_{xx(+)}^{(2)} = -3 \frac{e^3}{m_0^3 \omega_{pe}^2} \int d\vec{k}_1 \frac{k_{1z} k_z (\omega - k v_{\parallel})}{4\pi^2 k (\omega - k v_{\parallel})^2} N_{k_1} \hat{\epsilon}_k \quad (2.23)$$

$$D_{xx(+)}^{(2)} = -i \frac{3e^3}{\pi^2 m_0^3 \omega_{pe}} \int d\vec{k}_1 \frac{k_{1y} k_{1x} k_z}{k \omega_{H_0} (\omega - k v_{\parallel})} N_{k_1} \hat{\epsilon}_k \quad (2.24)$$

$$n_{1,k}^{(\alpha)} = \int f_{1,k}^{(\alpha)} d v_{\parallel}'; \quad j_{1,k}^{(\alpha)} = \int v_{\parallel}' f_{1,k}^{(\alpha)}(v_{\parallel}') d v_{\parallel}';$$

n_0 - равновесная плотность плазмы.

В случае одномерной турбулентности эти коэффициенты могут быть получены из результатов работы^{/4/} путем замены $\vec{k} v_{\parallel}$ на $k_{\parallel} v_{\parallel}$.

Полученные результаты позволяют оценить различные коэффициенты D . Например, D_0 содержит множитель $\omega - k_{\parallel} v_{\parallel}$. При сравнении с первым членом левой части (2.10) можно по порядку величины считать $\frac{\partial}{\partial v_{\parallel}} \approx \frac{1}{v_{Te}}$. Это показывает, что вклад \hat{D}_0 имеет относительный порядок $\frac{v_{Te}}{n_0 T_e} \ll 1$. Следовательно, коэффициентом \hat{D}_0 можно пренебречь. Тот же вывод можно получить для \hat{D} . Приведем далее значения коэффициентов D_{ij} для высокочастотной турбулентности с полем волны E_{\parallel} , поляризованным вдоль внешнего магнитного поля, со спектром ω_1^{\dagger} .

$$D_{xx}^{(1)} = \frac{e^2}{8\pi^2 m_0^2} \int d\vec{k}_1 \frac{\omega - k_{\parallel} v_{\parallel}}{\omega - k_{\parallel} v_{\parallel}} \left(k \frac{\partial N_{k_1}}{\partial k_1} \frac{n_{1,k}^{(\alpha)}}{n_0} \right) \quad (2.25)$$

$$D_{xx}^{(2)} = -i \frac{c^3}{4\pi^2 m_e^3} \frac{1}{\omega_{He}} \frac{k_y}{k} \int dk_1 \frac{\omega - k_x v_x}{\omega - k_1 v_x} \frac{k_{1x} k_{1z}}{\omega(k_1)} \left(\vec{k} \frac{\partial N_{k_1}}{\partial \vec{k}_1} \right) \epsilon_k. \quad (2.26)$$

Остальные коэффициенты оказываются равными нулю. Выражения (2.25, 2.26) получены в предположении $\frac{c^4}{v_x v_x \phi_1} \ll 1$ и $\frac{\omega(k_1)}{\omega_1} \gg \frac{\omega}{k}$, а $v_{\phi_1} = \frac{\omega_1}{k_1}$.

§3. Нелинейная диэлектрическая проницаемость плазмы для потенциальных низкочастотных колебаний

Во всех рассмотренных частных случаях, несмотря на различную зависимость коэффициентов диффузии от спектра частот турбулентных пульсаций, их зависимость от скорости v_x является общей для всех случаев. Это позволяет, выделив зависимость от v_x , найти общее выражение для диэлектрической проницаемости плазмы. Запишем следующие определения:

$$D_{xx}^{(1)} = -i (\omega - k_x v_x) (d_{xx}^{(n)} n_{1k}^{(e)} + d_{xx}^{(j)} (j_{1k,x}^{(e)} + j_{1k,x}^{(j)})) \quad (3.1)$$

$$D_{xx}^{(1)} = - (d_{xx}^{(n)} n_{1k}^{(e)} + d_{xx}^{(j)} (j_{1k,x}^{(e)} + j_{1k,x}^{(j)})) \quad (3.2)$$

$$D_{xx}^{(2)} = (\omega - k_x v_x) \epsilon_k \Delta_x \quad (3.3)$$

$$D_{xx}^{(2)} = \epsilon_k \Delta_x \quad (3.4)$$

При этом уравнение (2.10) для функции f_1 можно записать в виде:

$$\begin{aligned}
 & -i(\omega - k_x v_x) f_{1k} + \frac{e}{m_0} \frac{\mathcal{E}_k}{k} (k_x \frac{\partial f_0}{\partial v_x} + \frac{k_y}{\omega_{He}} \frac{\partial f_0}{\partial x}) = -i \frac{\partial}{\partial v_x} (\omega - k_x v_x) \frac{\partial f_0}{\partial v_x} \\
 & (d_x^n n_{1k}^{(e)} + d_x^j (j_{1k,x}^{(e)} + j_{1k,x}^{(l)})) - \frac{\partial f_0}{\partial v_x} (d_x^n n_{1k}^{(e)} + d_x^j (j_{1k,x}^{(e)} + j_{1k,x}^{(l)})) + \quad (3.5) \\
 & + \frac{\partial}{\partial v_x} (\omega - k_x v_x) \frac{\partial f_0}{\partial v_x} \Delta_x \mathcal{E}_k + \Delta_x \mathcal{E}_k \frac{\partial f_0}{\partial v_x}
 \end{aligned}$$

Из этого уравнения следует:

$$\begin{aligned}
 f_{1k} &= \frac{1}{\omega - k_x v_x} \frac{\partial}{\partial v_x} (\omega - k_x v_x) \frac{\partial f_0}{\partial v_x} (d_x^n n_{1k}^{(e)} + d_x^j (j_{1k,x}^{(e)} + j_{1k,x}^{(l)})) - \\
 & - \frac{i}{\omega - k_x v_x} \frac{\partial f_0}{\partial v_x} (d_x^n n_{1k}^{(e)} + d_x^j (j_{1k,x}^{(e)} + j_{1k,x}^{(l)})) + \frac{i \Delta_x \mathcal{E}_k}{\omega - k_x v_x} \quad (3.6) \\
 & \cdot \frac{\partial}{\partial v_x} (\omega - k_x v_x) \frac{\partial f_0}{\partial v_x} - \frac{e}{m_0} \frac{\mathcal{E}_k}{k} \frac{i}{\omega - k_x v_x} (k_x \frac{\partial f_0}{\partial v_x} + \frac{k_y}{\omega_{He}} \frac{\partial f_0}{\partial x})
 \end{aligned}$$

Интегрируя это равенство по dv_x и используя соотношение

$$j_{1k,x}^{(e)} + j_{1k,x}^{(l)} = \frac{\omega}{k_x} e (n_{1k}^{(e)} - n_{1k}^{(l)}), \quad (3.7)$$

получим

$$\begin{aligned} \epsilon_k^{(e)} = \epsilon_k \left\{ \int \frac{dv_z}{\omega - k_z v_z} \left[\frac{e}{m_0 k_x} \left(k_z \frac{\partial f_0}{\partial v_z} + \frac{k_y}{\omega_{H_0}} \frac{\partial f_0}{\partial x} \right) + \right. \right. \\ \left. \left. + i(\Delta_x - \Delta_z k_z) \frac{\partial f_0}{\partial v_z} - \frac{n_{1k}^{(1)}}{\epsilon_k} \frac{\partial f_0}{\partial v_z} - \frac{e\omega}{k_x} (id_x^j - k_z d_z^j) \right] \right\}. \end{aligned} \quad (3.8)$$

$$\cdot \left\{ 1 + \int \frac{dv_z}{\omega - k_z v_z} \frac{\partial f_0}{\partial v_z} \left[(d_z^n k_z - id_x^n) + \frac{\omega_e}{k_x} (k_z d_z^j - id_x^j) \right] \right\}^{-1}.$$

Обозначим через ϵ_k^{i-1} мнимую часть линейного тензора диэлектрической проницаемости плазмы в области низкой частоты

$$\epsilon_k^{i-1} = 1 - \frac{4\pi e^2}{k \epsilon_k} n_{1k}^{(1)} = 1 + \frac{4\pi e^2}{m_1 k^2} \int \frac{dv_z}{\omega - k_z v_z} \left(k_z \frac{\partial f_0}{\partial v_z} - \frac{k_y}{\omega_{H_0}} \frac{\partial f_0}{\partial x} \right). \quad (3.9)$$

Тогда из (3.8), (3.9) и уравнения $\text{div E} = 4\pi e(n^{(e)} - n^{(1)})$

получим нелинейную диэлектрическую проницаемость плазмы в области низких частот:

$$\epsilon_k = \epsilon_n^{(e)} + \epsilon_k^{(1)} - 1, \quad (3.10)$$

$$\begin{aligned} \epsilon_k^{(e)} = 1 + \frac{4\pi e^2}{m_0 k^2} \frac{\int \frac{dv_z}{\omega - k_z v_z} \left[k_z \frac{\partial f_0}{\partial v_z} (1 + \alpha) + \frac{k_y}{\omega_{H_0}} \frac{\partial f_0}{\partial x} \right]}{1 + \int \frac{dv_z}{\omega - k_z v_z} \frac{\partial f_0}{\partial v_z} \beta}, \end{aligned} \quad (3.11)$$

где

$$\alpha = \frac{m_e k^2}{4\pi k_z^2 e} \omega (i d_x^j - k_z d_z^j) (\epsilon_k^{(1)} - 1) + \frac{m_e k}{e} (\Delta_z - \frac{\Delta_x}{k_x}), \quad (3.12)$$

$$\beta = \frac{\omega e}{k_x} (k_z d_z^j - i d_x^j) + (d_z^n k_x - i d_x^n). \quad (3.13)$$

Часто оказывается достаточным рассматривать квазинейтральные колебания ($n_{1k}^{(e)} = n_{1k}^{(1)}$), пренебрегая током смещения. При этом $\epsilon \gg 1$ и выражение (3.11) упрощается (в частности, исчезают члены, пропорциональные $d_{x,z}^j$)

$$\epsilon_k^{(e)} = \frac{4\pi e^2}{m_e k^2} \frac{\int \frac{d v_z}{\omega - k_z v_z} [k_x \frac{\partial f_0}{\partial v_z} (1 + \alpha_0) + \frac{k_y}{\omega_{He}} \frac{\partial f_0}{\partial x}]}{1 + \int \frac{d v_z}{\omega - k_z v_z} \frac{\partial f_0}{\partial v_z} \beta_0} \quad (3.14)$$

и

$$\alpha_0 = \frac{m_e k}{e} (\Delta_z - \frac{\Delta_x}{k_x})$$

$$\beta_0 = k_z d_z^n - i d_x^n. \quad (3.15)$$

Ниже мы будем использовать полученные выражения для тензора ϵ_k при исследовании ряда частных случаев.

§4. Дрейфовые колебания в случае одномерной турбулентности

Рассмотрим влияние высокочастотной одномерной турбулентности на дисперсионные свойства плазмы в области низких частот. В этом случае в формуле (3.11) величина v_g определяется соотношением

$$v_g = 3 \frac{k_1 v_{Te}^2}{\omega_{pe}}, \quad (4.1)$$

т.е. связана с тепловым движением (как и для ленгмюровских колебаний в плазме без магнитного поля).

Из формул (2.15-2.16) кроме того, следует, что все коэффициенты в уравнении для f_1 (2.10) равны нулю, за исключением $D_{zz}^{(1)}$ и $D_{zz}^{(2)}$. Используя обозначения § 3, легко найдем (см. также /12/)

$$\epsilon_k = \epsilon_k^{(e)} + \epsilon_k^{(i)} - 1 \quad (4.2)$$

$$\epsilon_k^{(1)} = 1 + \frac{4\pi e^2}{m_1 k^2} \int \frac{dv_z}{\omega - k_z v_z} \left(k_z \frac{\partial f_0^{(1)}}{\partial v_z} - \frac{k_y}{\omega_{H1}} \frac{\partial f_0^{(1)}}{\partial x} \right) \quad (4.3)$$

$$\epsilon_k^{(e)} = 1 + \frac{\frac{4\pi e^2}{m_1 k^2} \int \frac{dv_z}{\omega - k_z v_z} \left(k_z \frac{\partial f_0^{(e)}}{\partial v_z} - \frac{k_y}{\omega_{He}} \frac{\partial f_0^{(e)}}{\partial x} \right)}{1 + \frac{k_z v_{Te}^2}{n_0} g \int \frac{dv_z}{\omega - k_z v_z} \frac{\partial f_0^{(e)}}{\partial v_z}} \quad (4.4)$$

$$g = - \frac{\pi_0^2 k_z}{m_e^2 v_{Te}^2 \omega_{pe}} \int \frac{dk_1}{\omega - k_z v_z} \frac{\partial}{\partial k_1} W_{k_1} \quad (4.5)$$

Рассмотрим дисперсионное уравнение $\epsilon = 0$ в области частот, определяемой неравенствами $k_z v_{T1} \ll \omega \ll k_z v_{Te}$, имеем

$$\epsilon_k^{(e)} = 1 + \frac{\omega_{pe}^2}{k^2 v_{Te}^2} \frac{1 + i\sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{k_z v_{Te}} (\omega - \omega_* + \omega_* \eta/2)}{1 + g \left(1 + i\sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{\omega}{k_z v_{Te}} \right)}, \quad (4.6)$$

где

$$\omega_* = - \frac{T_e k_y}{m_1 \omega_{H1}} \frac{\partial \ln n_0}{\partial x}, \quad \eta = \frac{\partial \ln T_e}{\partial \ln n_0}.$$

Из выражения (4.6) следует, что наиболее сильное влияние оказывает в.ч. турбулентность, если $g \gg 1$, при этом

$$\epsilon_k^{(\omega)} = 1 + \frac{\omega_{pe}^2}{g k^2 v_{Te}^2} \left[1 + i \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{\omega_*}{k v_{Te}} \left(\frac{\eta}{2} - 1 \right) \right] \quad (4.7)$$

или

$$\text{Im} \epsilon_k^{(\omega)} = \frac{\omega_{pe}^2}{g k^2 v_{Te}^2} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{\omega_*}{k v_{Te}} \left(\frac{\eta}{2} - 1 \right). \quad (4.8)$$

Таким образом, при $\eta > 2$ происходит стабилизация кинетической неустойчивости относительно той ветви колебаний, которая в линейном приближении соответствовала быстрой дрейфовой волне.

Если g зависит от ω , то могут возникать новые нелинейные ветви колебаний, в том числе и неустойчивые гидродинамически.

Пусть $\omega \ll k v_g$, тогда из (4.5) нетрудно получить

$$g = \frac{1}{12} \frac{\omega_{pe}^2}{v_{Te}^2 n_0 T_e} \int W_{k_1} \frac{dk_1}{k_1^2}; \quad (4.9)$$

отсюда $g \gg 1$ при

$$\frac{W}{n_0 T_e} \gg 12 \frac{v_{Te}^2}{v_{\phi 1}^2} \quad (W = \int W_{k_1} dk_1). \quad (4.10)$$

Это неравенство легко может выполняться совместно с условием $\frac{W}{n_0 T_e} \ll 1$ при достаточно больших фазовых скоростях $v_{\phi 1} = \frac{\omega_{pe}}{k}$. Следует отметить, что, так как $g \gg 1$ (хотя и не зависит от ω), значительно изменяется спектр колебаний ($v_g = \sqrt{T_e / m_i}$)

$$\omega = \frac{\omega_*}{2} g \pm \sqrt{\frac{1}{4} g^2 \omega_*^2 + k^2 v_g^2 g} \quad (4.11)$$

и при $k_z v_s \ll \sqrt{g} \omega_*$ имеем для быстрой ветви

$$\omega = \omega_*. \quad (4.12)$$

Условие $\omega \gg k_z v_{T1}$ выполняется, если $\frac{W}{n_0 T_e} \gg 12 \frac{k_z^2 v_{T1}}{\omega_*} \frac{v_{T0}^2}{v_s \phi_1}$

Для медленной ветви из (4.11) получим

$$\omega = - \frac{k_z^2 v_s^2}{\omega_*} \quad (4.13)$$

и при $\eta > 2$ эта волна раскачивается.

Удовлетворим условиям, при выполнении которых справедливы результаты (4.9)-(4.12);

$$\omega = \omega_* g \ll k_z v_g \ll \sqrt{g} \omega_* \frac{v_g}{v_s} \quad (4.14)$$

Отсюда

$$1 \ll g \ll \frac{v_g^2}{v_s^2} \quad (4.15)$$

или $v_g \gg v_s$, поэтому $\frac{v_{\phi 1}}{v_{T_e}} \ll 3 \sqrt{\frac{m_i}{m_e}}$. Это означает, что

$$\frac{W}{n_0 T_e} \gg \frac{m_e}{m_i} \quad (4.16)$$

Наряду с выписанными условиями следует также учесть неравенства §7, определяющие возможность пренебрежения турбулентными соударениями, пропорциональными W^2 . Пусть теперь групповая скорость высокочастотных колебаний достаточно мала, так что

$$\omega \gg k_z v_g \quad (4.17)$$

В этом случае g становится функцией от ω

$$g = \frac{3}{4} \frac{k_z^2 v_{T_e}^2}{\omega^2} \frac{W}{n_0 T_e} \quad (4.18)$$

и появляются совершенно новые гидродинамические нелинейно-дрейфовые колебания. Если при этом $g > 1$, эти колебания становятся неустойчивыми. Так, при $\omega \gg k_z v_s$ и $g \gg 1$, получим:

$$\omega = \frac{1 \pm i\sqrt{3}}{2} k_z v_{Te} \left(\frac{3\omega_*}{4k_z v_{Te}} \right)^{1/3} \left(\frac{W}{n_0 T_e} \right)^{1/3}. \quad (4.19)$$

Выясним область применимости полученного решения (4.19). Учитывая, что $g \gg 1$, имеем

$$1 \gg \frac{W}{n_0 T_e} \gg \left(\frac{\omega_*}{k_z v_{Te}} \right)^2. \quad (4.20)$$

Это означает, что рассмотренная неустойчивость (4.19) может развиваться на весьма малых длинах волны $k_z \gg \frac{\omega_*}{v_{Te}}$, тем меньших, чем больше неоднородность плазмы. Кроме того, совместное выполнение неравенств

$$k_z v_s, k_z v_g \ll \omega \ll k_z v_{Te}$$

приводит к условию

$$1 \gg \frac{W}{n_0 T_e} \gg \frac{k_z v_{Te}}{\omega_*} \max \left\{ \left(\frac{m_e}{m_i} \right)^{3/2}, \left(\frac{3v_{Te}}{v} \right)^3 \right\}, \quad (4.21)$$

которое ограничивает возможные неустойчивые длины волны снизу. Таким образом, (см. также §7),

$$\frac{\omega_*}{v_{Te}} \min \left\{ \left(\frac{m_i}{m_e} \right)^{3/2}, \left(\frac{v_{\Phi 1}}{v_{Te}} \right)^3 \right\} \gg k_z \gg \frac{\omega_*}{v_{Te}}. \quad (4.22)$$

Для реального проявления неустойчивости должны быть еще выполнены неравенства (4.20) и (4.21) и условия §7. Кроме того, при анализе низкочастотных ветвей колебаний мы предполагали, что спектр высокочастотных волн одномерный. Такое предположение может быть оправдано, если характерные частоты и инкременты (дрейфовых колебаний) значительно превосходят обратное время изотропизации высокочастотных колебаний за счёт разного рода нелинейных эффектов. В качестве одного из приме-

ров можно сравнить инкремент (4.19) с обратным временем, характеризующим изменение направления ленгмюровских волн на угол $\theta \approx \sqrt{\frac{v_{Te}}{v_{\phi 1}}}$ при их индуцированном рассеянии на замагниченных электронах плазмы $\gamma =$

$$\omega_{pe} \frac{W}{v_0 T_e} \left(\frac{v_{Te}}{v_{\phi 1}} \right)^5 \text{ и } \frac{v_{\phi 1}}{v_{Te}} \ll 3 \sqrt{\frac{m_e}{m_i}}. \text{ Получим } \frac{W}{v_0 T_e} \ll \left(\frac{v_{\phi 1}}{v_{Te}} \right)^6 \left(\frac{\omega_*}{k_x v_{Te}} \right)^{1/2} \left(\frac{k_x}{k_{1z}} \right)^{3/2}.$$

Следует отметить, что полученные здесь ограничения оказываются несущественными в относительно слабом магнитном поле, когда $\omega_1 \gg \omega_{He}$, $\omega \ll \omega_{H1}$. Нетрудно видеть, что это условие может выполняться в широкой области параметров. Кроме того, одномерный спектр в.ч. турбулентности может существовать в длинных системах^{/10/}, в которых осуществляется стационарное возбуждение в.ч. колебаний вдоль магнитного поля и поглощение их на стенках. Если изотропизация происходит за времена, меньшие $\frac{1}{\omega}$, то в неограниченной плазме необходимо либо считать турбулентность изотропной (85), либо учитывать, что процесс изотропизации колебаний сопровождается появлением турбулентных пульсаций на частотах $\omega_{pe} + \frac{k_{1z}^2 c^2}{2 \omega_{pe}}$ (86). Мы покажем, что изотропные пульсации $\omega_{pe} k_{1z} / k_1$ значительно слабее сказываются на дрейфовых колебаниях, нежели в одномерном случае, а пульсации $\omega_{pe} + \frac{k_{1z}^2 c^2}{2 \omega_{pe}}$ весьма эффективно изменяют низкочастотные свойства плазмы.

85. Дрейфовые колебания плазмы при наличии изотропной турбулентности

Рассмотрим теперь случай изотропной турбулентности, которая может возникать как при возбуждении колебаний с малой степенью анизотропии, так и в случае, когда характерное время изотропизации колебаний оказывается малым в сравнении с инкрементами (декрементами) низкочастотных колебаний. В этом случае спектр ленгмюровских волн имеет вид

$$\omega_1^l = \omega_{pe} \left| \frac{k_{1z}}{k_1} \right|, \quad (5.1)$$

и при вычислении их групповой скорости можно пренебречь пространственной дисперсией

$$\vec{v}_g = \frac{\omega_{pe}}{k_1} \operatorname{sgn}(k_{1z}) \left\{ -k_{1z} \vec{k}_{1\perp}, k_{1\perp}^2 \right\}. \quad (5.2)$$

Из формул (3.1 - 3.3), полагая вместо (3.13)

$$\beta = d_{\perp}^n k_{\perp},$$

получим

$$\beta = \frac{D_{\perp}^{(1)} k_{\perp}}{-i(\omega - k_{\perp} v_{\perp}) n_{ik}} \quad (5.3)$$

Рассмотрим случай $\omega \ll k v_{\perp}$, при этом после интегрирования по углам /16/, получим

$$\beta = - \frac{k_{\perp}}{4 m_e n_0^2} \left\{ 3 \frac{|k_{\perp}|}{k} \ln \frac{k_{\perp}^2}{(k - k_{\perp})^2} - 1 \right\} W. \quad (5.4)$$

Подставляя это выражение в уравнение $\epsilon_k = 1$ (см. (4.2)), легко убедиться, что в данном случае влияние в.ч. турбулентности сводится к малым поправкам порядка $\frac{W}{n_0 T_e}$. Заметим, что логарифмическая расходимость, возникающая в (5.4), при $k_{\perp} \rightarrow 0$ только кажущаяся, так как в пределе $k_{\perp} \rightarrow 0$ при вычислении v_{\perp} необходим учёт членов, связанных с тепловым движением, и тогда вместо $\ln \frac{k_{\perp}^2}{(k - k_{\perp})^2}$ будет стоять $\ln \frac{3}{2} \frac{v_{Te}^2}{v_{\Phi 1}^2}$ при $k_{\perp} \ll k_{\perp} (v_{Te}/v_{\Phi 1})$. Случай $\omega \ll k v_{\perp}$ не представляет интереса, так как в этом пределе β еще меньше, чем (5.4). Однако малое изменение дисперсии может конкурировать с эффектом конечного ларморовского радиуса. Как известно /11/, эффект конечного ларморовского радиуса в плазме, не турбулентной с $\eta \ll k^2 \rho_i^2$, приводит к раскачке дрейфовых колебаний. Турбулентное изменение частот дрейфовых колебаний происходит в противоположном направлении, и если турбулентная поправка к частоте превосходит эффект конечного ларморовского радиуса ионов, то наличие турбулентности приводит к стабилизации дрейфовых колебаний. Условие стабилизации имеет вид

$$\eta \geq \frac{W}{n_0 T_e} \quad (5.5)$$

т.е. стабилизация возможна лишь при малых η . Изотропная турбулентность на частотах $\omega_{pe} \frac{|k_{\perp}|}{k_1}$ не может существенным образом изменить также наиболее опасные гидродинамические дрейфовые неустойчивости. Это, однако, возможно для турбулентности на частотах $\omega_{pe} + \frac{k_{\perp}^2 c^2}{2 \omega_{pe}}$.

§ 6. Дрейфовые колебания при наличии в плазме
изотропных непотенциальных колебаний

Предположим, что в плазме имеется интенсивная изотропная турбулентность со спектром $\omega_1^t = \omega_{pe} + \frac{k_{\perp}^2 c^2}{2\omega_{pe}}$. Обратимся к коэффициентам диффузии (2.25) и (2.26). Простые оценки показывают, что получаемая из (2.26) величина $\alpha_0 \ll 1$. Пренебрегая величиной α_0 в дисперсионном уравнении и используя (2.25), рассмотрим ряд предельных случаев.

1. Пусть $\omega \ll k_{\perp} v_{Te}$, $\omega \gg k_{\perp} v_g$, т.е. $v_g \ll v_{Te}$ или $k_{\perp} \ll \frac{\omega_{pe} v_{Te}}{c^2}$, тогда дисперсионное уравнение потенциальных колебаний приобретает вид:

$$-\frac{\omega_{pe}^2 k_{\perp}^2}{\omega^2 k_{\perp}^2} - \frac{\omega_{pe}^2 \omega_{*}}{k_{\perp}^2 v_{Te}^2 \omega} + \frac{\omega_{pe}^2}{k_{\perp}^2 v_{Te}^2} \cdot \frac{1 + i\sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{k_{\perp} v_{Te}} (\omega - \omega_{*} + \omega_{*} \frac{\eta}{2})}{1 + (1 + i\sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{\omega}{k_{\perp} v_{Te}}) \frac{k_{\perp}^2 c^2}{\omega^2} \frac{\eta}{4n_0 T_e}} = 0 \quad (6.1)$$

В области низких частот последний член (6.1) может быть малым, и тогда

$$\omega_{*} = -\frac{k_{\perp}^2 v_{Te}^2}{\omega_{*}} \cdot \frac{m_e}{m_i} \quad (6.2)$$

Подставляя (6.2) в последний член (6.1), получим оценку, показывающую, когда сделанное пренебрежение допустимо:

$$\frac{\eta}{n_0 T_e} \gg \frac{k_{\perp}^2 v_{Te}^2}{k_{\perp}^2 c^2 \omega_{*}^4} \left(\frac{m_e}{m_i}\right)^3 \quad (6.3)$$

Если подставить максимальное ω_{*} в (6.3) из условия $\omega > k_{\perp} v_g$, то (6.3) имеет вид $\frac{\eta}{n_0 T_e} \gg \frac{k_{\perp}^2}{k_{\perp}^2} \frac{v_{Te}^4}{v_{Te}^4} \frac{m_i}{m_e} \frac{v_{Te}^2}{c^2}$.

Учитывая мнимые члены в (6.1), получим, что колебания (6.2) устойчивы при выполнении неравенства

$$\eta = \frac{d \ell_n T_e}{d \ell_n n_0} > 2 \quad (6.4)$$

Декремент затухания колебаний имеет вид

$$\gamma = 2\sqrt{2}\pi \frac{n_0 T_e}{\eta} \frac{k_{\perp}^2 v_{Te}^7}{\omega_{*}^4 k_{\perp}^2 c^2} \left(\frac{m_e}{m_i}\right)^4 \left(\frac{\eta}{2} - 1\right) \quad (6.5)$$

Если $k_{\perp}^2 v_s^2 \ll \omega \omega_*$, то при выполнении условий

$$\frac{k_{\perp}^2 v_s^2 T_e}{\omega_* k_{\perp}^2 c^2} \gg \frac{W}{n_0 T_e} \gg \max \left\{ \frac{\omega_*^2}{k_{\perp}^2 c^2}; \frac{k_{\perp} c}{\omega_*} \left(\frac{v_s}{c} \right)^3; \frac{k_{\perp}^6 v_s^6}{\omega_*^4 k_{\perp}^2 c^2} \right\}$$

$$\frac{k_{\perp} v_s T_e}{k_{\perp} v_s} \gg 1; \quad \frac{k_{\perp}^2 v_s^2}{k_{\perp} v_s T_e} \ll \omega_* \ll k_{\perp} v_s T_e$$
(6.6)

имеем следующий спектр

$$\omega^3 = \omega_* k_{\perp}^2 c^2 \frac{W}{n_0 T_e}$$
(6.7)

Если $k_{\perp}^2 v_s^2 \gg \omega \omega_*$, то из (6.1) получим

$$\omega^4 = k_{\perp}^2 v_s^2 k_{\perp}^2 c^2 \frac{W}{n_0 T_e}$$
(6.8)

причём

$$\max \left\{ \frac{k_{\perp}^2 v_s^2}{k_{\perp}^2 c^2}; \frac{k_{\perp}^2 c^2}{k_{\perp}^2 v_s^2} \left(\frac{v_s}{c} \right)^4 \right\} \ll \frac{W}{n_0 T_e} \ll \min \left\{ \frac{k_{\perp}^4 v_s^4}{k_{\perp}^2 v_s^2 k_{\perp}^2 c^2}; \frac{k_{\perp}^6 v_s^6}{\omega_*^4 k_{\perp}^2 c^2} \right\}$$

$$\frac{k_{\perp} v_s T_e}{k_{\perp} v_s} \gg 1; \quad \omega_* \ll k_{\perp} v_s; \quad \frac{\omega_* k_{\perp} v_s}{k_{\perp}^2 v_s^2} \ll 1$$
(6.9)

2. Пусть $\omega \gg k_{\perp} v_s$, но $\omega \gg k_{\perp} v_s T_e$. Тогда дисперсионное уравнение приобретает вид

$$-\frac{k_{\perp}^2 \omega_{p1}^2}{k^2 \omega^2} + \frac{\omega_{p1}^2 k_{\perp}^2}{\omega_{H1} k^2} \left(1 + \frac{\omega_*}{\omega} \right) - \frac{\omega_{pe}^2 \omega_*}{k^2 v_s^2 \omega} - \frac{\omega_{pe}^2 k_{\perp}^2 (1 - \frac{\omega_*}{\omega}) - \frac{\omega_{pe}^2 \omega_*}{k_{\perp} v_s^2 \omega}}{1 - \frac{k_{\perp}^2 c^2 k_{\perp}^2 v_s^2}{\omega^4} - \frac{W}{4 n_0 T_e}} = 0, \quad (6.10)$$

Рассмотрим область частот, в которой последним членом в (6.10) можно пренебречь. Это приводит к спектру

$$\omega = \frac{\omega_*}{2} \left(\frac{\omega_{H1}^2}{k_{\perp}^2 v_s^2} - 1 \right) \pm \sqrt{\frac{\omega_*}{4} \left(1 - \frac{\omega_{H1}^2}{k_{\perp}^2 v_s^2} \right) + \frac{k_s^2}{k_{\perp}^2} \omega_{H1}^2} \quad (6.11)$$

Сделанное предположение относительно малости последнего члена оказывается справедливым при выполнении следующих неравенств:

$$\frac{W}{n_0 T_0} \gg \frac{\omega_*^4}{k_{\perp}^2 k_s^2 c^2 v_s^2 T_0} \left(\frac{\omega_{H1}}{k_{\perp} v_s} \right)^8 ; \quad \omega_* \gg \max \left\{ \frac{k_{\perp}^2 v_s^2}{\omega_{H1}^2} (k_{\perp} v_s ; k_s v_{T_0}) \right\} \quad (6.12)$$

Если $\frac{k_{\perp}^2 c^2 k_{\perp}^2 v_{T_0}^2}{\omega_*^4} \frac{W}{n_0 T_0} \gg 1$, уравнение (6.10) приводится к виду

$$\omega^3 + \omega^2 \omega_* - k_{\perp}^2 c^2 \omega_* \frac{W}{4 n_0 T_0} = 0 \quad (6.13)$$

Если $\omega_*^2 \ll k_{\perp}^2 c^2 \frac{W}{n_0 T_0}$, то

$$\omega^3 = -\omega_* k_{\perp}^2 c^2 \frac{W}{n_0 T_0} \quad (6.14)$$

при выполнении условий

$$\min \left\{ \frac{k_s^3 v_{T_0}^3}{\omega_* k_{\perp}^2 c^2} ; \frac{k_{\perp} v_s}{\omega_* c} \right\} \ll \frac{W}{n_0 T_0} \ll \frac{k_s^3 v_{T_0}^3}{k_{\perp}^2 c^2 \omega_*^4} \quad (6.15)$$

$$\omega_* \ll \min \left\{ k_s v_{T_0} ; \frac{k_s^2 v_{T_0}^2}{k_{\perp} v_s} \right\} .$$

3. Пусть $\omega < k v_g$, $\omega \ll k_z v_{Te}$, $\omega \gg k_z v_{Ti}$, тогда

$$-\frac{\omega^2 p_l k_z^2}{\omega^2 k^2} - \frac{\omega^2 \omega_*}{k^2 v_{Te}^2 \omega} + \frac{\omega^2 p_e}{k^2 v_{Te}^2} \cdot \frac{1 + i \sqrt{\frac{\pi}{2}} (\omega - \omega_* + \omega_* \frac{\eta}{2}) \frac{1}{k_z v_{Te}}}{1 - \frac{\omega^2 p_e}{4 n_0 T_e} \int \frac{W_{k_1}^* d k_1}{k_1^2} (1 + i \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{\omega}{k_z v_{Te}})} = 0. \quad (6.16)$$

Обозначив $\frac{\omega^2 p_e}{4 n_0 T_e} \int \frac{W_{k_1}^* d k_1}{k_1^2}$ через g , получим спектр ($g \gg 1$)

$$\omega = -g \frac{\omega_*}{2} \pm \sqrt{\frac{g^2 \omega^2}{4} - g k_z^2 v_g^2}. \quad (6.17)$$

В случае $\omega_* \sqrt{g} > 2 k v_g$ колебания затухают, декремент имеет вид

$$\gamma = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{\omega^2}{\omega_* k_z v_{Te} g} (\omega - \omega_* + \omega_* \frac{\eta}{2}). \quad (6.18)$$

На плотность энергии турбулентности должны быть наложены следующие условия:

$$\frac{v_g^2}{c^2} \ll \frac{W}{n_0 T_e} \ll \min \left\{ \frac{v_g^3 k_1}{c^2 \omega_*}, \frac{k_z v_{Te}}{\omega_*}, \frac{v_g^2}{c^2} \right\}, \quad (6.19)$$

4. Пусть $\omega \ll k_z v_g$, $\omega \gg k_z v_{Te}$. Этот случай представляет особый интерес, так как соответствует гидродинамическим неустойчивостям нетурбулентной плазмы. Дисперсионное уравнение приобретает вид

$$\begin{aligned}
& \frac{\omega_{pi}^2 k_{\perp}^2}{\omega^2 k^2} - \frac{\omega_{pe}^2 \omega_*}{k^2 v_{Te}^2 \omega} - \frac{\omega_{pe}^2 k_{\perp}^2}{\omega^2 k^2} \left(1 - \frac{\omega_*}{\omega}\right) - \frac{\omega_{pe}^2 \omega_*}{k^2 v_{Te}^2 \omega} \\
& \frac{1 + \frac{k_{\perp}^2 v_{Te}^2 \omega_{pe}^2}{\omega^2 4n_0 T_e}}{\int \frac{W_{k_1}^* dk_1}{k_1^2}} + \\
& + \frac{\omega_{pi}^2 k_{\perp}^2}{\omega^2 k^2} \left(1 + \frac{\omega_*}{\omega}\right) = 0.
\end{aligned} \tag{6.20}$$

Если третья член мал, получается следующий спектр;

$$\omega = \frac{\omega_*}{2} \left(\frac{\omega_{Hi}^2}{k_{\perp}^2 v_{Te}^2} - 1 \right) \pm \sqrt{\frac{\omega_*^2}{4} \left(1 - \frac{\omega_{Hi}^2}{k_{\perp}^2 v_{Te}^2}\right)^2 + \frac{k_{\perp}^2}{k^2} \omega_{Hi}^2} \tag{6.21}$$

Для его реализации должны выполняться условия

$$\begin{aligned}
& \frac{W}{n_0 T_e} \gg \frac{\omega_*^2}{k_{\perp}^2 v_{Te}^2} \frac{\omega_{Hi}^4}{k_{\perp}^4 v_{Te}^4} \frac{v_s^2}{c^2}, \\
& k_{\perp} v_{Te} \frac{k_{\perp}^2 v_{Te}^2}{\omega_{Hi}^2} \ll \omega_* \ll k_{\perp} v_s \frac{k_{\perp}^2 v_{Te}^2}{\omega_{Hi}^2}.
\end{aligned} \tag{6.22}$$

Подчеркнем, что найденный спектр не является гидродинамически неустойчивым.

При выполнении условия

$$M = \frac{k_{\perp}^2 v_{Te}^2}{\omega^2} \frac{\omega_{pe}^2}{4n_0 T_e} \int \frac{W_{k_1}^* dk_1}{k_1^2} \gg 1 \tag{6.23}$$

дисперсионное уравнение (6.20) может быть существенно упрощено. Последний член (6.20), учитывающий эффект конечного ларморовского радиуса ионов, обычно учитывается из-за того, что эффекты нулевого порядка по ларморовскому радиусу $-\frac{\omega_{pe}^2 \omega_*}{k^2 v_{Te}^2 \omega}$ для ионов и $+\frac{\omega_{pe}^2 \omega_*}{k^2 v_{Te}^2 \omega}$ для электронов взаимно компенсируются. Эта компенсация нарушается турбулентными столкновениями. При выполнении неравенства (6.23) можно вообще пренебречь членом $\frac{\omega_{pe}^2 \omega_*}{k^2 v_{Te}^2 \omega}$ в электронной части проницаемости плазмы. Если, далее, $M \gg 1$, но $M \ll \frac{m_i}{m_e}$, то первым членом (6.20) $-\frac{\omega_{pi}^2 k^2 a^2}{\omega^2 k^2}$ также можно пренебречь. Пренебрегая последним членом (6.20), получаем

$$\omega^2 = -\omega_* g_* \quad (6.25)$$

$$g_* = \frac{\omega_{pe}^2}{4 n_0 T_e} \int \frac{W_{k_1} d k_1}{k_1^2} \quad (6.26)$$

Возникновение такого решения означает стабилизацию гидродинамической неустойчивости. Последнее приближенное неравенство следует из $g_* \gg 1$, так как $M \gg 1$ при принятом $\omega \gg k_z v_{Te}$ возможно лишь, если $g_* \gg 1$. Условие (6.23) приобретает вид

$$\frac{k_z^2 v_{Te}^2}{\omega_*^2} \frac{1}{g_*} \gg 1, \quad \text{т.е.} \quad \omega_* \ll k_z v_{Te}. \quad (6.27)$$

Обнаруженный эффект стабилизации дрейфовых гидродинамических неустойчивостей обязан декомпенсации ионных и электронных дрейфовых членов. Для проявления декомпенсации условие (6.23) достаточное, но не необходимое. Действительно, при $M \ll 1$ можно пренебречь эффектом конечного

ларморовского радиуса, если выполнено условие $M \gg k_{\perp}^2 \rho_i^2$. Решение уравнения (6.20) в общем случае $M \gg k_{\perp}^2 \rho_i^2$ есть

$$\omega = \omega_* \left(1 - \frac{\omega_*^2}{4n_0 T_0} \int \frac{W_{k_1} d\vec{k}_1}{k_1^2} \right). \quad (6.28)$$

Это решение также гидродинамически устойчиво. Таким образом, полученный критерий стабилизации имеет вид

$$\frac{m_i}{m_0} \gg M \gg k_{\perp}^2 \rho_i^2. \quad (6.29)$$

При больших $M \gg 1$ необходимо выполнение (6.27), тогда как при $M \ll 1$ это условие не является необходимым и заменяется при $\varepsilon_* \ll 1$ на

$$\varepsilon_* \frac{k_s^2 v_{Te}^2}{\omega_*} \gg k_{\perp}^2 \rho_i^2. \quad (6.30)$$

§7. Обсуждение результатов

В настоящем параграфе обсудим некоторые вопросы, связанные с развитием изложенной теории для проблем устойчивости дрейфовых колебаний системы плазма-пучок (82), непотенциальных дрейфовых колебаний (83) и др., а также наиболее существенный общий вопрос о роли следующих по энергии турбулентности эффектах и границах применимости развитой теории. Предварительно, однако, кратко сформулируем основные выводы из проведенного рассмотрения.

1. Проведенный анализ показывает, что наличие в плазме высокочастотной турбулентности при определенных условиях может существенным образом менять спектр дрейфовых колебаний. Нелинейные эффекты, возникающие в таких условиях, оказываются зависящими не только от плотности энергии пульсаций, но и от спектра электромагнитных колебаний. Из сравнения результатов для рассмотренных видов спектров в.ч. турбулентности видно, что наиболее существенной оказывается величина групповой скорости v_g высокочастотных колебаний. Это позволяет заключить

что рассмотренные эффекты коренного изменения дисперсионных свойств дрейфовых колебаний могут быть весьма значительными в плазме с немагнитными электронами. Действительно, в этих условиях ленгмюровские колебания имеют весьма малую групповую скорость, определяемую эффектами теплового движения. Малость групповой скорости ленгмюровских колебаний приводит к необходимости учёта их сильного воздействия на низкочастотные свойства плазмы уже при небольших плотностях энергии турбулентности.

Можно считать, что рассмотренный выше случай одномерной турбулентности в определенной мере моделирует случай немагнитных ленгмюровских колебаний. Действительно, одномерный спектр, рассмотренный в § 4, совпадает со спектром немагнитных ленгмюровских колебаний, а следовательно, совпадают и групповые скорости волн и другие характеристики. Изотропные намагнитенные ленгмюровские колебания могут дать в выписанных формулах численные коэффициенты порядка единицы (например, среднее значение $(\frac{\vec{k}_1}{k_1})^2 = \frac{1}{3}$). Впрочем, из-за различия в фазовых объемах одномерного dk_1 и трехмерного $d\vec{k}_1 = 4\pi k_1^2 dk_1$, знаки этих колебаний могут также отличаться. Это видно из (4.9). В одномерном случае возникает $\int \frac{1}{k_1} \frac{dW_{k_1}}{dk_1} dk_1 = \int \frac{W_{k_1} dk_1}{k_1^2}$, а в трехмерном $\int \frac{1}{k_1} \frac{dW_{\vec{k}_1}}{dk_1} d\vec{k}_1 = -\int \frac{W_{\vec{k}_1}}{k_1^2} dk_1$. Наконец, следует отметить, что существенное влияние на спектр дрейфовых колебаний могут оказывать также как высокочастотные электронные пульсации частот меньше или порядка ω_{He} (свисты, $\omega_{He} \cos \theta$, $\omega_{He} \gg \omega_{pe}$), так и низкочастотные пульсации.

2. Метод, использованный выше для анализа взаимодействия потенциальной турбулентности и продольных дрейфовых колебаний, может быть легко обобщен для случая как непотенциальных в.ч. полей, так и непотенциальных низкочастотных колебаний. В качестве примера рассмотрим влияние высокочастотной турбулентности со спектром $\omega_1 = \omega_{pe} + \frac{k_1^2 c^2}{2\omega_{pe}}$ на непотенциальные дрейфовые колебания, причём, как и выше, замагнитными остаются только электроны.

При выполнении условий $v_A^2 = \frac{H_0^2}{4\pi n_0 m_1} \ll c^2$; $T_1 = T$;

$$\beta = \frac{8\pi P}{H_0^2} \gg \frac{m_e}{m_1} \quad (\beta \ll 1); \quad \frac{k_1^2 v^2}{\omega_{He}^2} \ll 1; \quad \nabla T_{e,1} = 0$$

в области частот $k_{\perp} v_{T1} \ll \omega \ll k_{\perp} v_{Te}$ дисперсионное уравнение имеет следующий вид:

$$\left[\frac{k_{\perp}^2}{k^2} \frac{1 + i\sqrt{\frac{\pi}{2}} (\omega - \omega_* + \omega_* \eta/2) \frac{1}{k_{\perp} v_{Te}}}{1 + g(1 + i\sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{\omega}{k_{\perp} v_{Te}})} - \frac{\omega_*}{\omega} - \frac{k_{\perp}^2 v_{T1}^2}{\omega^2} I_0(z) \right] \quad (7.1)$$

$$\cdot e^{-z^2} \left(1 + \frac{\omega_*}{\omega} \right) (\omega^2 + \omega \omega_* - \frac{z}{1 - I_0(z) e^{-z^2}} k_{\perp}^2 v_A^2) = z k_{\perp}^2 v_A (1 + \frac{\omega_*}{\omega}),$$

где $z = \frac{k_{\perp}^2 v_{T1}^2}{\omega^2}$, $I_0(z)$ - функция Бесселя мнимого аргумента.

Если $g \gg 1$, то для $k_{\perp}^2 v_A^2 \ll \omega^2$ и $z \ll 1$

получим спектр

$$\omega = \omega_* \frac{k^2}{k_{\perp}^2} g \left[1 - \frac{2 z k_{\perp}^2 k_A^2}{\omega_*^2 \frac{k^4}{k_{\perp}^4} g^2 + \omega_*^2 \frac{k^2}{k_{\perp}^2} g - k_{\perp}^2 v_A^2} \right]^{-1} \quad (7.2)$$

3. В качестве примера использования развитого метода рассмотрим влияние в.ч. турбулентности со спектром $\omega_{pe} + \frac{k_{\perp}^2 c^2}{2\omega_{pe}}$ на низкочастотные свойства неоднородной плазмы, через которую движется однородный ионный пучок. В этом случае нелинейное дисперсионное уравнение приобретает вид ($|\omega - k_{\perp} u| \gg k v_{T1}$):

$$-\frac{n'}{n_0} \frac{T_e}{T_i} \frac{k_{\perp}^2 v_{T1}^2}{(\omega - k_{\perp} u)^2} - \frac{\omega_*}{\omega} + \frac{1}{\beta_0} = 0 \quad (7.3)$$

Здесь n' - плотность пучка ионов, u - его скорость, T_e и T_i - соответственно электронная и ионная температуры плазмы, T_i' - температура ионов пучка (будем считать $T_e \gg T_i$; $\beta_0 \gg 1$). Из (7.3) следует, что влияние пучка будет наиболее существенным, если $|\frac{\omega - k_{\perp} u}{\omega}| \ll 1$ *).

Полагая $\omega - k_{\perp} u = \delta$, из (7.3) получим

$$\delta^2 = \frac{n'}{n_0} \frac{T_e}{T_i} \frac{k_{\perp}^2 v_{T1}^2}{\frac{1}{\beta_0} - \frac{\omega_*}{k_{\perp} u}} \quad (7.4)$$

*) Это утверждение справедливо, однако, если $T_i' = T_i$. В том случае, когда ионы плазмы достаточно нагреты, влияние пучка будет сказываться в более широкой области частот.

В формуле (7.4) β_0 уже не зависит от ω и в области $kv_{Te} \gg \omega \gg kv_s$,

$$\beta_0 = \frac{k_1^2 c^2}{k^2 u^2} \frac{W}{n_0 T_e}$$
, а при $\omega \ll kv_s, \omega \ll kv_{Te}$ $-\beta_0 = -\frac{\omega^2}{4n_0 T_e} \int \frac{F_1 d^3 k}{k_1^2}$.

Из (7.4) видно, что пучковая неустойчивость возникает при наличии в.ч. турбулентности уже при $k_s u < \beta_0 \omega$, и, так как, по предположению, $\beta_0 \gg 1$, то условия появления неустойчивости облегчаются. Следует отметить также, что в данном случае (так же как и выше), учёт в.ч. турбулентности при $\beta_0 \gg 1$ приводит к стабилизации кинетической неустойчивости при $\eta > 2$ (это может представлять интерес для достаточно горячих ионных пучков).

4. Обсудим теперь вопрос о границах применимости результатов настоящего рассмотрения. Очевидно, что для определения таких границ необходимо было бы вычислить эффекты, возникающие от турбулентных столкновений более высокой степени по энергии турбулентности, т.е. пропорциональные W^2 . Можно, однако, качественно получить необходимые критерии из простых соображений применимости используемых разложений §2. Действительно, рассмотрим $\epsilon(k_1 - k)$. Используемое в §2 разложение предполагает $\epsilon(\vec{k}_1, \omega) = 0$. В действительности, однако, благодаря нелинейным взаимодействиям, существуют корреляции турбулентных пульсаций, и ω_1 не равна точно ω_{k_1} , т.е. $\epsilon(\vec{k}_1, \omega_1) \neq 0$. Можно написать, что

$$\epsilon(\vec{k}_1, \omega_1) \approx (\omega_1 - \omega_{k_1}) \frac{\partial \epsilon}{\partial \omega} \Big|_{\omega = \omega_{k_1}} \quad (7.5)$$

где

$\omega_1 - \omega_{k_1}$ - нелинейная поправка к частоте колебаний.

Наиболее существенную роль играет действительная часть этой нелинейной поправки ω_1 . Известно, что /3,13,14/

$$\Delta \omega_{\text{от}} = \omega_1 - \omega_{k_1} = -\omega_{pe} \int \frac{(k_1^2 k_2^2)^2 \epsilon(k_1 - k_2)}{k_1^2 k_2^2 \epsilon(k_1 - k_2)} \frac{W_{k_2}}{4n_0 T_e} d^3 k_2 \quad (7.6)$$

Этот результат записан для изотропной турбулентности ($\omega_{pe} \ll \omega_{pe}$).

Для случая замагниченной ленгмюровской плазмы, которая рассматривалась выше, как показывает расчёт, возникает результат, отличающийся от (7.6) лишь тем, что отсутствует фактор $\left(\frac{k_1^2 k_2^2}{k_1 k_2}\right)^2$.

* С одной стороны мнимые части, описывающие спектральные перекачки, обычно малы в сравнении с действительной, а с другой стороны - для стационарной турбулентности все мнимые части скомпенсированы.

Таким образом, более точным разложением $\epsilon(k_1 - k)$ является

$$\epsilon(k_1 - k) \approx \Delta\omega_{\text{огр}} \frac{\partial \epsilon}{\partial \omega} \Big|_{\omega = \omega_{p_1}} - (\omega - \bar{k}v_g) \frac{\partial \epsilon}{\partial \omega} \Big|_{\omega = \omega_{p_1}} + \dots \quad (7.7)$$

Отсюда видно, что необходимый критерий, определяющий область применимости результатов настоящего рассмотрения, имеет вид

$$\max\{\omega, kv_g\} \frac{k}{k_1} > \Delta\omega_{\text{огр}}. \quad (7.8)$$

В левой части (7.8) записан фактор $\frac{k}{k_1}$, который является следствием компенсационных эффектов, возникающих при $k \ll k_1$ в рассматриваемом приближении, но отсутствующих в следующем приближении. В качестве примера использования критерия (7.8) рассмотрим колебания (4.12). Пусть, далее, $v \ll v^* = 3 \frac{v^2}{v_{T_1}}$, тогда $\Delta\omega_{\text{огр}}$ имеет оценки

$$\Delta\omega_{\text{огр}} \approx \omega_{pe} \frac{W}{4 n_0 T_e} \frac{v^2 \Phi_1}{(v^*)^2 \Phi}. \quad (7.9)$$

Имеем $\frac{k^2 v_g}{k_1} \approx \frac{k^2 v_{T_e}}{\omega_{pe}}$, откуда

$$kv_{T_e} \gg \frac{\omega_{pe}}{2} \frac{v \Phi_1}{v^* \Phi} \sqrt{\frac{W}{n_0 T_e}}. \quad (7.10)$$

С другой стороны, для спектра (4.12) $kv_{T_e} \sqrt{\frac{m_e}{m_i}} \ll \omega_* \sqrt{\frac{W}{n_0 T_e}} \frac{v \Phi_1}{\sqrt{12} v_{T_e}}$. Сопоставляя эти два неравенства, имеем $\omega_* \sqrt{m_i/m_e} \gg \omega_{pe} \sqrt{12} v_{T_1} / 6 v_{T_e}$ или

$$\omega_* \gg \omega_{pe} \frac{m_e}{m_i} \frac{1}{\sqrt{3}}. \quad (7.11)$$

Аналогичные неравенства могут быть легко получены для других ветвей высокочастотных пульсаций. Мы не будем здесь подробно приводить подобные критерии. Укажем лишь на то, что в ряде случаев, например, для одномерной турбулентности, коренное изменение низкочастотных свойств турбулентной плазмы может происходить только в относительно узком

интервале энергии турбулентности^{*)}. В других случаях, например, когда в плазме возбуждены непотенциальные турбулентные пульсации $\omega_1^* = \omega_{pe} + \frac{k^2 c^2}{2\omega_{pe}}$, коренное изменение дисперсионных свойств плазмы может происходить в относительно широком интервале ω и k ^{**)}. Можно поэтому считать, что особую роль в стабилизации и изменении спектра дрейфовых колебаний могут играть непотенциальные турбулентные пульсации.

Рукопись поступила в издательский отдел

15 июля 1968 года.

) Например, из $\epsilon \gg 1$ в (4.12) следует $\frac{W}{n_0 T_e} \gg 12 v_{Te}^2 / v_{\phi 1}^2$, а из $k \ll k_1$ и (7.9) $(W/n_0 T_e) \ll 4 (v_{Te} / v_{\phi 1}) (\frac{v_{\phi 1}^}{v_{\phi 1}})^2$. Указанные неравенства совместны

**) лишь при $v_{\phi 1}^* \ll \frac{1}{3} (v_{\phi 1}^*)^2$. Заметим, что это отчасти связано с относительно большим значением $\omega_{pe} - \omega_{pe2}$ (когда $\Delta\omega_{ог}$ мало) и также с тем, что входит новый параметр — скорость света.

Л и т е р а т у р а

1. Е.К. Завойский, Т.И. Рудаков, Физика плазмы (коллективные процессы и турбулентный нагрев) "Знание" М. 1967.
Я.Б. Файнберг. Атомная энергия 11, 313, 1961.
2. Б.А. Демидов, С.Д. Фанченко. Письма ЖЭТФ, 2, вып. 12, 532 1965.
3. В.Н. Цытович "Нелинейные эффекты в плазме" Наука, М, 1967.
4. В.Н. Цытович. ДАН СССР, 180, 1968 г.
5. Я.Б. Фейнберг, В.Д. Шапиро. ЖЭТФ 52, 293, 1967.
6. А.И. Иванов, Л.И. Рудаков, Ю. Тейхман. ЖЭТФ, 53, 1690, 1967.
7. А.Г. Гайлитис. Автореферат диссертации М, 1966.
8. В.А. Ведынов, Л.И. Рудаков. ДАН СССР 159, 767, 1967.
9. Л.И. Рудаков, Р.З. Сагдеев. ДАН СССР 138, 581, 1961.
10. Б.Б. Кадомцев. Вопросы теории плазмы. Атомиздат 1964.
11. А.Б. Михайловский. Вопросы теории плазмы. Атомиздат т.3 1963
12. Э.Н. Криворучкий, В.Г. Маханьков, В.Н. Цытович. Письма ЖЭТФ 1968
Препринт ОИЯИ Р9-3981, Дубна, 1968г.
13. Л.М. Горбунов, А.М. Тимербулатов, ЖЭТФ 53, 1492, 1967.
14. В.Г. Маханьков, В.Н. Цытович ЖТФ 37, №8, 1967.
15. И.С. Градштейн, И.М. Рыжик. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. ФМ.Л., М. 1962.