ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

Р9 - 3981

Э.Н.Криворуцкий, В.Г.Маханьков, В.Н.Цытович

НЕЛИНЕЙНО-ДРЕЙФОВЫЕ НЕУСТОЙЧИВОСТИ В ТУРБУЛЕНТНОЙ ПЛАЗМЕ

ЛАБОРАТОРИЯ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ТЕХНИКИ И АВТОМАТИЗАЦИИ

1968

Р9 - 3981

Э.Н.Криворуцкий, В.Г.Маханьков, В.Н.Цытович

НЕЛИНЕЙНО-ДРЕЙФОВЫЕ НЕУСТОЙЧИВОСТИ В ТУРБУЛЕНТНОЙ ПЛАЗМЕ

Направлено в "Письма ЖЭТФ"

В настоящей работе показано, что высокочастотная турбулентность плазмы оказывает существенное влияние на спектр и раскачку (затухание) дрейфовых колебаний. Стабилизация дрейфовой неустойчивости возможна при больших градиентах температуры $\left(\eta = \dfrac{\partial \ln T_e}{\partial \ln n_0} > 2\right)$.

Обычно теория дрейфовых неустойчивостей [1,2] не учитывает влияния высокочастотных пульсаций на спектр и раскачку дрейфовых колебаний. Вместе с тем в экспериментальных условиях плазма часто является турбулентной и в ней возбуждены различные колебания. Цель настоящей работы – обратить внимание на то, что даже при малой амплитуде высокочастотных пульсаций $\dfrac{W}{n_0 T_e} \ll 1$ [x] возможно коренное изменение спектра дрейфовых колебаний. Ограничимся важным для приложений случаем, когда электроны плазмы замагничены и описываются дрейфовым приближением [x][3]

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v_z \frac{\partial f}{\partial z} + \frac{e}{m} E_z \frac{\partial f}{\partial v_z} + \frac{c}{H_0} E_y \frac{\partial f}{\partial x} = 0 \qquad (1)$$

---

[x] W – энергия, заключенная в высокочастотных колебаниях, $n_0 T_e$ – тепловая энергия частиц плазмы.

Считаем высокочастотные и низкочастотные колебания потенциальными. Рассмотрим влияние развитой турбулентности на частотах $\omega_{0e}\frac{k_z}{k}$ (z – -направление H_0) $\omega_{He} \gg \omega_{0e}$ на спектр дрейфовых колебаний. Будем считать отсутствующими частицы, резонансные с высокочастотной турбулентностью[x/]. Тогда в квазилинейном приближении в однородной плазме частицы не взаимодействуют с высокочастотной турбулентностью. Это является, однако, лишь следствием обращения в нуль "интеграла соударений" частиц и турбулентных пульсаций. Наличие указанных эффективных соударений частиц и пульсаций $\nu_{эф}$ может проявиться в распространении низкочастотных возмущений в плазме. Если частота возмущений много меньше ν, то дисперсионные свойства плазмы могут коренным образом изменяться. Это важно для проблем удержания плазмы, так как, согласно существующим представлениям, именно развитию низкочастотных колебаний приписываются наблюдаемые экспериментально эффекты аномальной диффузии плазмы[/1/]. С другой стороны, известно[/4/], что эффективные частоты соударений частиц и турбулентных пульсаций при развитой высокочастотной турбулентности могут быть весьма высокими (приближающимися к ω_{0e} при $W \to n_0 T_e$) Таким образом, возможным оказывается изменение дисперсионных свойств плазмы в широком диапазоне частот[xx/].

2. В рамках сделанных допущений теория может быть построена в общем виде[/8/]. Поле E и функцию распределения f разложим на турбулентные (T) и регулярные (R) составляющие, определив первые равенством $\langle E^T \rangle = 0$, $\langle f^T \rangle = 0$, где $\langle \;\; \rangle$ означает усреднение по статическому ансамблю. Интересуясь в интеграле соударений частиц и турбулентных пульсаций членами первой степени по энергии турбулентных пульсаций, разложим f^T по полю E^T. Рассмотрим возмущения,

---

[x/] Учёт экспоненциально малого числа частиц, резонансных с высокочастотной турбулентностью, не изменяет получаемых ниже выводов, относящихся к основной массе частиц.

[xx/] Следует отметить, что высокочастотная турбулентность, например, вызванная пучковой[/5,6/] или конусной[/7/] неустойчивостью, в реальных экспериментальных условиях развивается за времена, много меньшие характерных времен развития дрейфовых неустойчивостей. Поэтому низкочастотные дрейфовые колебания такой плазмы должны описываться с учётом эффектов, рассматриваемых в настоящей работе.

раскладывая все величины по E^R. Возмущению будут подвержены также турбулентные пульсации, которые станут под действием возмущения неоднородными и нестационарными. Эти эффекты легко могут быть учтены точно без каких-либо дополнительных предположений об отношении частот и длин волн возмущений к частотам и длинам волн турбулентных пульсаций. Эффекты неоднородности плазмы рассматриваются в рамках локального подхода x/.

Уравнение для линейной по полю возмущения поправки δf_k^R к регулярной части f_0^R функции распределения может быть получено в общем виде как при $\omega \gg \nu_{эф}$, так и при $\omega \ll \nu_{эф}$. Для дальнейшего достаточно использовать приближенное уравнение для δf^R

$$-i(\omega - k_z v_z)\delta f_k^R + \frac{eE_k^R}{mk}\left(k_z \frac{\partial f_0^R}{\partial v_z} + \frac{k_y}{\omega_H}\frac{\partial f_0^R}{\partial x}\right) = \frac{\partial}{\partial v_z}(\omega - k_z v_z)\left(-ig\frac{\delta n_k}{n_0}k_z v_{Te}^2\right)\frac{\partial f_0^R}{\partial v_z} \qquad (2)$$

$$\delta n_k = \int \delta f_k^R d\vec{v}.$$

Уравнение (2) получено из точного интегрального уравнения для δf_k путем разложения по $\frac{\omega}{\omega_{0e}}$, $\frac{k}{k_1}$, $\frac{W}{n_0T_e}$ (k_1 – волновое число высокочастотных пульсаций). Кроме того в (2), простоты ради, турбулентность считается одномерной. Наконец, g выражается через энергию турбулентных пульсаций $W = \int W_{k_1} dk_1$ в виде:

$$g = -\frac{\pi e^2 k_z}{v_{Te}^2 m_e^2 \omega_{0e}} \int dk_1 \frac{1}{\omega - k_z v_g} \frac{\partial}{\partial k} W_{k_1}; \quad v_g = \frac{3k_1 v_{Te}^2}{\omega_{0e}}. \qquad (3)$$

x/ Т.е. предполагается, что длины волн дрейфовых колебаний много меньше характерного размера неоднородности плазмы и возмущения распространяются за время их нарастания или затухания на расстояния, меньшие размера неоднородности плазмы.

Из (2) легко получить выражение для диэлектрической проницаемости

$$\epsilon \approx \epsilon_k^{(e)} + \epsilon_k^{(i)} - 1;\ \epsilon_k^{i} = 1 + \frac{4\pi e^2}{m_i k} \int \frac{d v_z}{\omega - k_z v_z} \left(k_z \frac{\partial f_0^{Ri}}{\partial v_z} - \frac{k_y}{\omega_{Hi}} \frac{\partial f_0^{Ri}}{\partial x} \right)$$

(4)

$$\epsilon_k^{(e)} = 1 + \left[1 + \frac{v_{Te}^2 g\, k_z}{n_0} \int \frac{d v_z}{\omega - k_z v_z} \frac{\partial f_0^{Re}}{\partial v_z} \right]^{-1} \frac{4\pi e^2}{m_e k^2} \int \frac{d v_z}{\omega - k_z v_z} \left(k_z \frac{\partial f_0^{Re}}{\partial v_z} n + \frac{k_y}{\omega_{He}} \frac{\partial f_0^{Re}}{\partial x} \right)$$

3. При $k_z v_{Ti} \ll \omega \ll k_z v_{Te}$ имеем

$$\epsilon_k^{(e)} = 1 + \frac{\left[1 + \frac{i^i}{k_z v_{Te}} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \left(\omega - \omega_* + \omega_* \frac{\eta}{2} \right) \omega_{oe}^2 \right.}{k^2 v_{Te}^2 \left[1 + g \left(1 + i \sqrt{\frac{\pi}{2}}\, \omega / k_z v_{Te} \right) \right]} \qquad \omega_* = -\frac{T_e k_y}{m_i \omega_{Hi}} \frac{\partial \ln n_0}{\partial x} .$$

Отсюда при $g \gg 1$ имеем

$$\operatorname{Im} \epsilon_k^{(e)} = \frac{\omega_{oe}^2}{g\, k^2 v_{Te}^2}\, i \sqrt{\frac{\pi}{2}}\, \frac{\omega_*}{k_z v_{Te}} \left(\frac{\eta}{2} - 1 \right) . \qquad (5)$$

Таким образом, плазма становится устойчивой относительно раскачки быстрой дрейфовой волны при $\eta > 2$. Если $\omega \ll k_z v_g$, то

$$g = \frac{1}{12} \frac{\omega_{oe}^2}{v_{Te}^2 n_0 T_e} \int W_{k_1} \frac{d k_1}{k_1^2};\ g \gg 1 \qquad \text{при} \qquad \frac{W}{n_0 T_e} \gg 12 \frac{v_{Te}^2}{v_\phi^2} ,$$

что при больших $v_\phi = \omega_{oe} / k_1$ заведомо может выполняться при $\frac{W}{n_0 T_e} \ll 1$ x/.

---

x/ Условие $k_z v_{Ti} \ll \omega \ll k_z v_g$ означает $v_g > v_{Ti}$ т.е. $12 (v_{Te}^2 / v_\phi^2) \gg$ $\gg 4 (v_{Te} / v_\phi)$. Последняя величина, однако, также может быть весьма малой.

В условиях $g \gg 1$ изменяется и спектр колебаний $\omega = \frac{\omega_*}{2} g \pm \sqrt{\frac{1}{4} g^2 \omega_*^2 + k_z^2 v_s^2 g}$. Для быстрой ветви имеем $\omega \approx \omega_* g$ при $k_z v_s \ll \sqrt{g}\, \omega_*$, т.е. $\omega \gg k_z v_{Ti}$ при $\frac{W}{n_0 T_e} \gg 12 \frac{\omega_*}{k_z v_{Ti}} \frac{v_{Te}^2}{v_\phi^2}$. Для медленной $\omega = -\frac{k_z^2 v_s^2}{\omega_*}$ при $\eta > 2$ эта волна раскачивается.

Из $\omega = g\omega_* \ll k_z v_g \ll \frac{\sqrt{g}\, \omega_*}{v_s} v_g$ имеем $1 \ll g \ll \frac{v_g^2}{v_s^2}$, т.е. $v_g \gg v_s$ или $\frac{v_\phi}{v_{Te}} \ll 3\sqrt{\frac{m_i}{m_e}}$. Это означает, что $\frac{W}{n_0 T_e} \gg \frac{m_e}{m_i}$. В условиях, когда v_g мало, или $\omega \gg k_z v_g$ появляются новые гидродинамические нелинейно-дрейфовые неустойчивости. В этом случае $g = \frac{3}{4} \frac{k_z^2 v_{Te}^2}{\omega^2} \frac{W}{n_0 T_e}$ и при $\omega \gg k_z v_s$ и $g \gg 1$ получим

$$\omega = \frac{1 \pm i\sqrt{3}}{2} k_z v_{Te} \left(3 \frac{\omega_*}{4 k_z v_{Te}} \right)^{1/3} \left(\frac{W}{n_0 T_e} \right)^{1/3}. \qquad (6)$$

Однако из $g > 1$ следует $\frac{W}{n_0 T_e} \gg \left(\frac{\omega_*}{k_z v_{Te}} \right)^2$, что при $\frac{W}{n_0 T_e} \ll 1$ требует весьма малых значений $\frac{\omega_*}{k_z v_{Te}}$, т.е. неустойчивость может развиваться на весьма малых длинах волн, тем меньших, чем больше неоднородность плазмы. Совместное выполнение неравенств $k_z v_s, k_z v_g \ll \omega \ll k_z v_{Te}$ приводит к $\frac{W}{n_0 T_e} \gg \frac{k_z v_{Te}}{\omega_*} \left\{ \left(\frac{m_e}{m_i} \right)^{3/2}, \left(\frac{3 v_{Te}}{v_\phi} \right)^3 \right\}$, что указывает на невозможность раскачки очень малых длин волн, которые могут быть не опасными в проблеме удержания плазмы.

Литература

1. Б.Б.Кадомцев, Вопросы теории плазмы, т.4, Атомиздат, 1964.
2. А.Б.Михайловский, Вопросы теории плазмы, т.3, Атомиздат, 1963.
3. Л.И.Рудаков, Р.З. Сагдеев, ДАН СССР, 138, 581 (1961).
4. В.Н.Цытович, Нелинейные эффекты в плазме, Изд-во "Наука", 1967.
5. Я.Б.Файнберг, Атомная энергия, 11, 313, 1961.

6. Е.К.Завойский, Атомная энергия, 14, 57, 1963.

7. M.N.Rosenbluth, R.R.Post. Phys. of Fluids, 8, 547 (1965).

8. В.Н.Цытович, ДАН СССР, 180 (1968).

Рукопись поступила в издательский отдел
15 июля 1968 года.