ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

Р9 - 3980

В.Г.Маханьков, В.Н.Цытович

НЕЛИНЕЙНАЯ ГЕНЕРАЦИЯ ПЛАЗМЕННЫХ ВОЛН ПУЧКОМ ПОПЕРЕЧНЫХ ВОЛН.

ЛАБОРАТОРИЯ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ТЕХНИКИ
И АВТОМАТИЗАЦИИ

1968

Р9 - 3980

В.Г.Маханьков, В.Н.Цытович

НЕЛИНЕЙНАЯ ГЕНЕРАЦИЯ ПЛАЗМЕННЫХ ВОЛН ПУЧКОМ ПОПЕРЕЧНЫХ ВОЛН. V.

Направлено в ЖЭТФ

Маханьков В.Г., Цытович В.Н. P9-3980

Нелинейная генерация плазменных волн пучком поперечных волн.V.

В работе исследованы неустойчивости пучка электромагнитных волн относительно возбуждения акустических колебаний плазмы, частоты которых много меньше частоты парных соударений частиц. Показано, что могут возбуждаться два типа акустических колебаний.

Препринт Объединенного института ядерных исследований.
Дубна, 1968.

Makhan'kov V.G., Tsytovich V.N. P9-3980

Non-Linear Generation of the Plasma Waves by the Transverse Wave Beam. V.

Unstability of the electromagnetic wave beam with respect to the excitation of the acoustic vibrations of plasma has been investigated. The frequencies of the latter are a lot smaller than the frequency of the pair particle collisions. It is shown that two types of the acoustic vibrations can be excited.

Preprint. Joint Institute for Nuclear Research.
Dubna, 1968

§1. Введение

В предыдущих работах/1–4/ (см. также/5,6/) этой серии было исследовано возбуждение пучком электромагнитных волн как высокочастотных, так и низкочастотных колебаний (в частности, ионозвуковых в неизотермической плазме ($T_e \gg T_i$). Было показано, что возбуждение возможно и в условиях, когда нелинейный инкремент много меньше линейного затухания(нелинейно-диссипативная неустойчивость/4/). Рассмотрение подобных неустойчивостей привлекает в последнее время внимание в связи с разнообразными экспериментами, в которых исследуется взаимодействие лазеров с плазмой (см. напр./7,8/), и при исследовании лазерной искры/9,10/. Обычно при этом концентрация плазмы достаточно высока

$n \approx 10^{19}-10^{20}\,\text{см}^{-3}$, $v_{Te} \approx 3.10^{8}\,\frac{\text{см}}{\text{сек}}$ и, следовательно, $\omega_{0e} \approx 2.10^{14}\,\text{сек}^{-1}$,

частота парных электронных соударений имеет порядок

$$\nu_e \approx \frac{L}{3(2\pi)^{3/2}} \cdot \frac{\omega_{0e}^4}{v_{Te}^3 n_0} \approx \frac{L\,\omega_{0e}}{100(2\pi)^{3/2}} \approx 10^{12}\,\text{сек}^{-1},$$

а ионных $\nu_i \approx 3.10^{10}\,\text{сек}^{-1}$. Скорость выравнивания температур электронов и ионов для водорода имеет порядок $\frac{m_e}{m_i}\nu_e \approx 10^9\,\text{сек}^{-1}$. Колебания плазмы, имеющие частоты меньше ν_e, ν_i, относятся к акустической ветви, которая может существовать и при $T_e = T_i$. В дальнейшем, однако, общности ради, мы не будем предполагать последнее равенство выполненным. Считать температуры электронов и ионов различными в процессах возбуждения акустических колебаний целесообразно в том случае, когда нелинейный инкремент генерации колебаний превосходит скорость выравнивания температур $\approx \frac{m_e}{m_i}\nu_e$. В этом случае можно предположить, что возбуждение акустических колебаний может привести к аномальному разогреву электронов и ионов, связанному с различной эффективностью поглощения ими акустических колебаний и, следовательно, к отличию T_e и T_i [x].

Настоящая работа посвящена исследованию эффектов возбуждения акустических волн (s) в плазме пучком электромагнитных волн (t).

Все вышесказанное указывает на то, что в условиях плотной плазмы/9,10/ широкий диапазон соударений частот колебаний ее соответствует области частых соударений, когда коллективные колебания плазмы являются акустическими. Вопрос о возбуждении гиперзвука в жидких и твердых телах рассматривался во многих работах (первая в этом направлении –/11/). В отличие от/11/, в которой был использован феноменологический подход в плазме при описании нелинейного взаимодействия, можно найти явные выражения для инкрементов возбуждения акустических колебаний. Другим существенным отличием настоящей работы от/11/ является учёт того обстоятельства, что пучок электромагнитных волн представляет собой набор волн с различными k и ω, а не отдельную монохроматическую волну. Наконец, здесь выявлены новые нелинейные диссипативные неустойчивости, которые возможны, если инкременты генерации много меньше линейных декрементов затухания волн.

Возбуждение акустических колебаний в плазме может иметь важное значение для понимания ее физического состояния в условиях лазерной искры. Такое состояние можно назвать турбулентным. Диссипация турбулентности может быть связана с эффектами спектральной перекачки колебаний в область их интенсивного поглощения. В данном случае поглошение колебаний обусловлено парными соударениями чаотиц, т.е. связано с процессами вязкости и теплопроводности. Эти процессы дис-

---

[x] Отметим, что подобный эффект возможен лишь при возбуждении высокочастотной ветви s – колебаний (подробнее см. ниже).

сипации могут привести к нагреву плазмы. Эффективность такого нагрева, который следует назвать турбулентным, может намного превосходить эффекты обычного поглощения возбуждаемых колебаний. Это связано с тем, что характерное время поглощения колебаний будет при развитой турбулентности определяться временем перекачки колебаний в область, где их поглощение велико, а не затуханием колебаний в области их возбуждения. Таким образом, о турбулентном нагреве имеет смысл говорить в том случае, когда характерное время спектральной перекачки колебаний в область поглощения существенно меньше характерного времени линейного поглощения вблизи области генерации.

Задачей изучения турбулентного состояния плазмы, которое может возникнуть в условиях, например,/9,10/, является:

1) исследование эффектов генерации колебаний;

2) исследование нелинейных эффектов спектральной перекачки колебаний в область поглощения;

3) определение спектра стационарной турбулентности;

4) исследование эффектов, к которым может привест наличие турбулентности (рассеяние волн на турбулентных пульсациях, уширение спектральных линий x/ и т.п.). Обсуждению первой из перечисленных проблем и посвящена настоящая работа. Здесь мы будем касаться исключительно проблемы акустической турбулентности, т.к. эффекты, возникающие для ионозвуковой и высокочастотной (ленгмюровской) турбулентности, подробно обсуждены в предыдущих работах /1-4/.

§2. Спектры акустических колебаний и вероятности их возбуждения электромагнитными волнами

При исследовании спектров акустических колебаний можно использовать выражение для диэлектрической проницаемости плазмы в области

---

x/ Заметим, кстати, что в экспериментах /9/ наблюдалось аномальное уширение спектральных линий, что позволяет (если предположить, что такое уширение обусловлено турбулентностью) оценить интенсивность возбужденных колебаний.

частот, много меньших частот парных соударений, найденное в/12/. Мы приведем здесь лишь результаты решения дисперсионного уравнения.

При $\omega_s \nu_e \ll k^2 v_{Te}^2$ (высокочастотная ветвь $\omega_s \gg \frac{m_e}{m_i}\nu_e$), т.е.

$$\frac{\nu_i}{v_s} \gg k \gg \frac{\nu_e v_s}{v_{Te}^2}, \tag{2.1}$$

$$\omega_s = k v_s, \qquad v_s = v_{Te}\sqrt{\frac{m_e}{m_i}\left(1 + \frac{5}{3}\frac{T_i}{T_e}\right)}; \tag{2.2}$$

$$\gamma_s = \gamma_e + \gamma_i \tag{2.3}$$

$$\gamma_e = 0{,}41\frac{m_e}{m_i}\nu_e, \qquad \gamma_i \approx \frac{1{,}92 + 0{,}64\frac{T_e}{T_i}}{\frac{5}{3} + \frac{T_e}{T_i}} \cdot \frac{k^2 v_{Ti}^2}{\nu_i}. \tag{2.4}$$

При $\omega_s \nu_e \gg k^2 v_{Te}^2$ ("низкочастотная" ветвь $\omega_s \ll \frac{m_e}{m_i}\nu_e$, поэтому $T_e = T_i$), т.е.

$$k \ll \frac{\nu_e v_s}{v_{Te}^2}, \tag{2.5}$$

имеем

$$\omega_s = k v_s, \qquad v_s = v_{Ti}\sqrt{\frac{10}{3}} \tag{2.6}$$

$$\gamma_e = 0{,}08\frac{k^2 v_{Te}^2}{\nu_e}; \qquad \gamma_i = 0{,}9\frac{k^2 v_{Ti}^2}{\nu_i}. \tag{2.7}$$

Здесь ω_s – действительная часть частоты акустических колебаний, определяющая их дисперсию, γ_e и γ_i – соответственно декременты затухания из-за парных соударений на электронах и ионах. Частоты "низкочастотных" акустических колебаний, как правило, меньше скорости выравнивания температур, и поэтому в (2.6), (2.7) $T_e = T_i$.

Имея в виду в дальнейшем приложение результатов к/9,10/, будем считать частоту электромагнитных волн существенно превосходящей плазменную частоту $\Omega^t \gg \omega_{oe}$.

При анализе нелинейных взаимодействий электромагнитных волн с акустическими нельзя, строго говоря, использовать метод вероятностей. Это связано с тем, что в области частых соударений, когда одна из взаимодействующих частот удовлетворяет неравенствам $\omega \ll \nu_e , \nu_i$, в нелинейных взаимодействиях происходит частый обмен энергией с частицами плазмы. Можно при этом строго показать, что лишь сумма энергий частиц и волн является сохраняющейся величиной. Нелинейные уравнения, описывающие взаимодействие электромагнитных и акустических волн, должны быть получены путем непосредственного усреднения исходных нелинейных уравнений так, как это было сделано в/12,15/. В результате мы получим, что уравнение для возбуждения акустических волн электромагнитными имеет форму, совпадающую с той, которая была получена в/4/ из вероятностных соображений:

$$\omega' - i\gamma^s_{\vec{k}} = -\frac{1}{(2\pi)^4}\int \frac{d\vec{k}_1\, u(\vec{k},\vec{k}_1)(N^t_{\vec{k}_1} - N^t_{\vec{k}_1-\vec{k}})}{\omega' - \Delta\omega_{\vec{k},\vec{k}_1}} . \qquad (2.8)$$

Здесь $\gamma^s_{\vec{k}}$ – линейный инкремент (декремент), $\omega' = \omega - \mathrm{Re}\,\omega^s_{\vec{k}}$ – нелинейная поправка к частоте акустических колебаний (содержащая также мнимую часть, связанную с раскачкой колебаний),

$\Delta\omega_{\vec{k},\vec{k}_1} = \mathrm{Re}\,\omega^s_{\vec{k}} - \omega^t_{\vec{k}_1} + \omega^t_{\vec{k}_1-\vec{k}}$, $N^t_{\vec{k}_1}$ – число квантов поперечных волн x/.

x/ При получении (2.8) мы пренебрегли членами порядка ω_s/Ω^t ,так как в исходном уравнении вместо $N^t_{\vec{k}_1} - N^t_{\vec{k}_1-\vec{k}}$ было

$$\frac{\Omega^t_{\vec{k}_1}}{\Omega^t_{\vec{k}_1-\vec{k}}} N^t_{\vec{k}_1} - \frac{\Omega^t_{\vec{k}_1-\vec{k}}}{\Omega^t_{\vec{k}}} N_{\vec{k}_1-\vec{k}} .$$

Выражение для $u(\vec{k},\vec{k}_1)$ в данном случае не является коэффициентом при вероятности распада, однако, очевидно, играет ту же роль. Формально же то обстоятельство, что $u(\vec{k},\vec{k}_1)$ не является вероятностью, отражается в том, что эта величина выражается не через квадрат модуля нелинейного тока S, а через произведение двух нелинейных токов $S_1 S_2$, и может быть комплексной (определение S_1 и S_2 см./12/. Различие между S_1 и S_2 связано с тем, что в $S_1(\vec{k}_-,\vec{k}_1,\vec{k}_2)$ первый аргумент соответствует низкой частоте $\omega \ll \nu_e, \nu_i$, а в S_2 – второй или третий). В отсутствие частых соударений существует универсальная связь между величинами типа S_1 и S_2, которая позволяет выразить результат через $|S_1|^2$ или $|S_2|^2$), т.е. фактически u связано с вероятностью. В интересующем нас здесь случае отношение действительной и мнимой части величины $S_1 S_2$ может быть различным. В частности, оно различно в условиях (2.1) (для звука (2.2)) и в условиях (2.5) (для звука (2.6)). Поэтому мы отдельно выпишем результат, который получается для $u(\vec{k},\vec{k}_1) = u_1(\vec{k},\vec{k}_1)$ в условиях (2.1) и $u = u_2(\vec{k},\vec{k}_1)$ в условиях (2.5)(см. Приложение)

$$u_1 = 0{,}27 \frac{(2\pi)^2 \nu_e^2 \omega_{oe}^4 \omega^s_{\vec{k}}}{\left(1+\frac{5}{3}\frac{T_i}{T_e}\right) k^2 v_{Te}^2 4\pi n_0 T_e} \left(1+\frac{(\vec{k}_1,\vec{k}_1-\vec{k})^2}{k_1^2|\vec{k}_1-\vec{k}|^2}\right) \frac{1}{\Omega^t_{\vec{k}_1}\Omega^t_{\vec{k}_1-\vec{k}}} \qquad (2.9)$$

$$u_2(\vec{k},\vec{k}_1) = i\,\frac{1{,}71(2\pi)^2 \nu_e \omega_{oe}^4}{8\Omega^t_{\vec{k}_1}\Omega^t_{\vec{k}_1-\vec{k}} 4\pi n_0 T_e} \left(1+\frac{(\vec{k},\vec{k}_1-\vec{k})^2}{\vec{k}_1^2|\vec{k}_1-\vec{k}|^2}\right). \qquad (2.10)$$

Существенно, что в первом случае $\frac{\mathrm{Re}\,u}{\mathrm{Im}\,u} \gg 1$, а во втором – наоборот. Мнимость u_2 тесно связана с диссипативными процессами нагрева плазмы в.ч. полем.

§3. Исследование нелинейного возбуждения "высокочастотных" акустических колебаний

Общая теория исследования уравнения вида (2.8) была рассмотрена в /4/, в частности, на примере ионозвуковых колебаний. Здесь мы используем результаты §2 работы /4/, чтобы проанализировать возбуждения "высокочастотных" ($\omega^s \gg \frac{m_e}{m_i} \nu_e$) акустических колебаний пучком электромагнитных волн ($\Omega^t_{\vec{k}_1} \gg \omega_{oe}$).

1. Придерживаясь обозначений /4/, из (2.9) получим

$$W^{st}_{\nu}(1) = \frac{1{,}08\, \nu_e^2}{(1 + \frac{5}{3}\frac{T_i}{T_e})^2 k^2 v_{Te}^2} W^{st} . \tag{3.1}$$

Здесь W^{st} – выражение бесстолкновительной теории

$$W^{st} = \frac{\pi}{4} \frac{\omega_{oe}^4 (\omega^s_k)^3 m_i \left(1 + \frac{(\vec{k}_1, \vec{k}_1 - \vec{k})^2}{k_1^2 |\vec{k}_1 - \vec{k}|^2}\right)}{m_e n_0 k^2 v_{Te}^4 \sqrt{k_1^2 c^2 + \omega_{oe}^2} \sqrt{(\vec{k}_1 - \vec{k})^2 c^2 + \omega_{oe}^2}} , \tag{3.2}$$

c – скорость света в вакууме. Условие обращения в нуль $\Delta\omega_{\vec{k}\,\vec{k}_1}$ в общем случае имеет вид (в пренебрежении членами порядка v_s^2/c^2)

$$x_1 = \cos(\vec{k}, \vec{k}_1) = \frac{\omega^s_k \omega_1}{k k_1 c^2} + \frac{k}{2k_1} , \tag{3.3}$$

а обращение в нуль $\Delta\omega_{\vec{k}, \vec{k}_1 + \vec{k}}$ соответственно дается формулой

$$x_2 = \frac{\omega^s_{\vec{k}} \omega_1}{k k_1 c^2} - \frac{k}{2k_1} . \tag{3.4}$$

Если

$$\frac{k}{2k_1} \gg \frac{v_s}{c}\,, \tag{3.5}$$

(при этом $\frac{k}{k_1}$ может быть также и малым), то углы $\theta_1 = \arccos x_1$ и $\theta_2 = \arccos x_2$ могут быть существенно различными. При $k = 2\,k_1$ эти углы противоположны. Поэтому, если угловая расходимость пучка поперечных волн меньше $\frac{k}{2k_1}$, то углы, для которых $\Delta\omega_{\vec{k}\vec{k}_1}$ мало, не могут совпадать с углами, для которых $\Delta\omega_{\vec{k},\vec{k}_1+\Delta\vec{k}}$ мало. Возбуждаться поэтому будут волны с $k < 2k_1$, распространяющиеся под углом $|\theta| < \frac{\pi}{2}$. Каждому k соответствует средний угол, определяемый соотношением (3.3) $\bar{\theta} = \arccos\frac{k}{2k_1}$. Считая $x - x_1 \ll 1$ при $k = 2k_1$ или произвольные $x - x_1$ при $k \ll 2\,k_1$, имеем

$$\Delta\omega_{\vec{k}\vec{k}_1} \approx ck\,(x - x_1). \tag{3.6}$$

Отсюда следует, что при $\delta x = (x - x_1) > \frac{v_s}{c}$ (или, что то же самое, $\Delta\theta > \frac{v_s}{c}$) $\Delta = (\Delta\omega_{\vec{k}\vec{k}_1})_{max} > \omega^s_{\vec{k}}$, и возникает кинетическая неустойчивость с инкрементом, оцениваемым по формуле

$$\gamma(1) = \frac{\pi}{8}\,\frac{1{,}08\,\nu_e^2}{\left(1 + \frac{5}{3}\frac{T_i}{T_e}\right)k^2 v_{Te}^2}\,\frac{W^t}{n_0 T_e}\,\frac{v_s}{c\cos\theta}\left(\frac{\omega_{oe}}{\Omega_1^t}\right)^3 \omega_{oe}, \tag{3.7}$$

где W^t – полная плотность энергии пучка. Сравнение (3.7) с инкрементом бесстолкновительной теории показывает, что (3.7) содержит дополнительный большой множитель $\nu_e^2/k^2 v_{Te}^2$. Однако условие $\gamma(1) \ll \omega^s$, являющееся необходимым условием применимости используемого подхода, показывает, что инкремент $\gamma(1)$ меньше инкремента возбуждения ионного звука. Условие $\gamma(1) \ll \omega^s_{\vec{k}}$ выполнимо при значительно меньших интенсивностях W^t x/.

Учитывая, что $\gamma(1) > \gamma^s_{\vec{k}}(1)$, а поэтому и величины $\frac{m_e}{m_i}\nu_e$, легко получить одно из необходимых неравенств на W^t, при выполнении которого возможно возбуждение "высокочастотных" акустических колебаний:

$$1 \gg \frac{W^t}{n_0 T_e} > \frac{m_e}{m_i} \frac{k^2 v^2_{Te}}{\nu_e \omega_{oe}} \frac{c\cos\theta}{v_s} \left(\frac{\Omega^t_i}{\omega_{oe}}\right)^3 \left(1 + \frac{5}{3}\frac{T_i}{T_e}\right) \tag{3.8}$$

или

$$\left(\frac{\omega_{oe}}{\Omega^t_i}\right)^3 \frac{v_s}{c\cos\theta} \frac{m_i}{m_e} \gg \frac{k^2 v^2_{Te}}{\nu_e \omega_{oe}} \gg \frac{k v_s}{\omega_{oe}} .$$

Из последнего соотношения следует

$$\left(\frac{\omega_{oe}}{\Omega^t_i}\right)^4 \gg \frac{m_e}{m_i} \cdot \frac{k}{k_i} . \tag{3.9}$$

Подчеркнем, что рассматривать взаимодействие поперечных и акустических колебаний (если не предполагать, что спектр t-волн стациона-

---

x/ Это значит, что коренное изменение низкочастотных свойств плазмы происходит при относительно малых W^t. Исследование подобных эффектов в области частых соударений выходит за рамки настоящей работы (о соответствующих эффектах для частот, больших частот парных соударений, см. /4,17/.

рен) на основе уравнения (2.8), строго говоря, справедливо при

$\gamma^t_{\vec{k}_1} \approx \nu_e(\omega_{oe}/\Omega^t_1)^2 \ll \omega^s = k v_s$ x/, поэтому должно выполняться

следующее неравенство:

$$k^2 v_s^2 \gg \nu_e^2 (\omega_{oe}/\Omega^t_1)^4. \qquad (3.10)$$

Сопоставляя (3.10) с (3.9), имеем

$$1 \gg \frac{k^2 v^2_{Te}}{\nu_e^2} \gg \frac{k}{k_1}. \qquad (3.11)$$

Таким образом, рассмотренная кинетическая неустойчивость с инкрементом (3.7) существует лишь для достаточно длинных s – волн, у которых $(\frac{k}{k_1}) \ll 1$ (практически должна подчиняться условию (кроме (3.8))

$$\left(\frac{T_i}{T_e}\right)^{5/2} \frac{k^4 v^4_{Te}}{\omega_{oe}\nu_e^3} \cos\theta \left(\frac{\Omega^t_1}{\omega_{oe}}\right)^3 \left(\frac{m_e}{m_i}\right)^{1/2} \ll \frac{W^t}{n_0 T_e} \ll \frac{k^2 v^2_{Te}}{\nu_e^2} \cos\theta \left(\frac{\Omega^t}{\omega_{oe}}\right)^4 \frac{k}{k_1} \qquad (3.12)$$

Здесь, по-видимому, целесообразно отметить, что условия $k v_{Te} \ll \nu_e$ и $\omega^s_{\vec{k}} \gg \frac{m_e}{m_i}\nu_e$ ограничивают область возможных волновых чисел s -волн неравенствами

$$k_{min} = \left(\frac{m_e}{m_i}\right)^{1/2} \frac{\nu_e}{v_{Te}} < k < \frac{\nu_e}{v_{Te}} = k_{min}. \qquad (3.13)$$

---

x/ Записанное условие необходимо для того, чтобы в резонансных знаменателях (2.8) можно было не учитывать затухания поперечных волн. Однако для того, чтобы турбулентный нагрев мог превосходить нагрев из-за соударений (джоулиев нагрев), необходимо выполнение неравенства $\gamma(1) \gg \gamma^t_{\vec{k}}$, что является более жестким требованием, т.к. низкочастотные свойства плазмы не меняются коренным образом, если $\gamma(1) \ll \omega_s$.

Следует заметить, что инкремент (3.7) растет с уменьшением k и максимален для $k = k_{min}$. Подставляя k_{min} в (3.7), получим оценку

$$\gamma(1)_{max} = \frac{m_i}{m_e} \frac{W^t}{n_0 T_e} \frac{v_s}{c \cos\theta} \left(\frac{\omega_{oe}}{\Omega_i^t} \right)^3 \omega_{oe} . \tag{3.13а}$$

Условие $\gamma(1) > \gamma^t_{\vec{k}_1}$ приобретает вид

$$\frac{W^t}{n_0 T_e} \gg \frac{m_e}{m_i} \frac{\nu_e}{\omega_{oe}} \frac{v_s}{c} \frac{\Omega_i^t}{\omega_{oe}} . \tag{3.13б}$$

Если k_{min} подставить в (3.12), то $\frac{W^t}{n_0 T_e} \ll \left(\frac{m_e}{m_i}\right)^{3/2} \left(\frac{\Omega_i^t}{\omega_{oe}}\right)^3 \frac{\nu_e}{\omega_{oe}} \frac{c}{v_{Te}}$,

что не противоречит (3.13б). Итак, даже при $(W^t / n_0 T_e) \ll \frac{m_e}{m_i}$ (т.е. в терминологии /18/, когда поле электромагнитных волн много меньше "плазменного" поля) существует широкая область значений W^t, для которых турбулентный нагрев доминирует над джоулевым.

Рассмотренная кинетическая неустойчивость (3.7) не является единственно возможной. Если угловой разброс пучка t -волн достаточно мал $\Delta\theta \ll \frac{v_s}{c}$, то возникает гидродинамическая неустойчивость с инкрементом, который можно оценить по формуле (см./4/):

$$\gamma(1) = \frac{1}{2\sqrt{2}} \frac{\nu_e}{k\, v_{Te}} \left(1 + \frac{5}{3} \frac{T_i}{T_e}\right)^{-1/2} \left(\frac{\omega^s_{\vec{k}}}{\omega_{oe}}\right) \left(\frac{W^t}{n_0 T_e}\right)^{1/2} \omega_{oe} . \tag{3.14}$$

Такая неустойчивость возникает при

$$\max\left\{ \left(\frac{m_e}{m_i}\right)^3 \frac{\omega^s_{\vec{k}}}{\omega_{oe}};\ \frac{k^4 v^4_{Te}}{\nu^4_e}\frac{\omega^s_{\vec{k}}}{\omega_{oe}}\left(\frac{Ti}{Te}\right)^5\left(\frac{m_e}{m_i}\right)^2;\ \left(\frac{\omega_{oe}}{\Omega^t_i}\right)^4 \frac{\omega^s_{\vec{k}}}{\omega_{oe}}\frac{m_e}{m_i};\ \frac{k^2 v^2_s}{\omega^2_{oe}}\frac{\omega^s_{\vec{k}}}{\omega_s}\left(\frac{c\Delta\theta}{v_s}\right)^2 N^2_D\right\} \ll$$

$$\ll \frac{W^t}{n_0 T_e}\left(\frac{\omega_{oe}}{\Omega^t_i}\right)^3 \ll \left(\frac{\omega^s_{\vec{k}}}{\omega_{oe}}\right)^3 N^2_D \frac{m_e}{m_i}. \tag{3.15}$$

Возможна также нелинейная диссипативная неустойчивость, которая имеет оценку[x/]

$$\gamma(1) = \frac{1}{\sqrt{6}}\frac{\nu_e}{k v_{Te}}\left(\frac{m_i}{m_e}\right)^{1/2}\left(1 + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{m_i}{m_e}}\frac{k^2 v^2_{Te}}{\nu^2_e}\right)^{-1}\left(\frac{\omega_{oe}}{\Omega^t_i}\right)^3 \omega_{oe}\frac{W^t}{n_0 T_e} \tag{3.16}$$

[x/] Здесь и далее проведенное рассмотрение диссипативных неустойчивостей в условиях

$$\frac{k^2 v^2_{Te}}{\nu^2_e}\sqrt{\frac{m_i}{m_e}} \ll 1$$

справедливо, если кроме (3.18), (3.28), (3.32) плотность энергии пучка электромагнитных волн удовлетворяет неравенству

$$\frac{W^t}{n_0 T_e} \ll \frac{m_e}{m_i},$$

которое возникает из условия малости изменения температуры плазмы в результате джоулева нагрева. При этом, например, для (3.18) правая часть должна быть заменена на

$$\frac{W^t}{n_0 T_e} \ll \frac{m_e}{m_i}\min\left\{1;\ \frac{k v_{Te}}{\nu_e}\sqrt{\frac{m_e}{m_i}}\left(\frac{\Omega^t_i}{\omega_{oe}}\right)^3\frac{1}{N_D}\right\},$$

а (3.17) – на

$$\Delta\theta \ll \frac{m_e}{m_i}\frac{\omega_{oe}}{k c}\min\left\{\frac{1}{N_D};\ \frac{\nu_e}{k v_{Te}}\left(\frac{\omega_{oe}}{\Omega^t_i}\right)^3\sqrt{\frac{m_e}{m_i}}\right\}$$

и возникает в изотермической плазме, если угловая расходимость $\Delta\theta$ и плотность энергии W^t пучка t-волн подчиняются следующим условиям:

$$\Delta\theta < \max\left\{ \frac{v_s}{c} \frac{k v_{Te}}{\nu_e} ; \frac{m_e}{m_i} \frac{\nu_e}{k c} \right\} \tag{3.17}$$

$$\frac{k c \Delta\theta}{\omega_{oe}} \max\left\{1 ; \frac{k^2 v_{Te}^2}{\nu_e^2} \left(\frac{m_e}{m_i}\right)^{1/2}\right\} \ll \frac{W^t}{n_0 T_e} \frac{\nu_e}{k v_{Te}} \left(\frac{m_i}{m_e}\right)^{1/2} \left(\frac{\omega_{oe}}{\Omega_1^t}\right)^3 \ll$$
$$\ll \frac{1}{N_D} \max\left\{ \frac{m_e}{m_i} ; \frac{k^4 v_{Te}^4}{\nu_e^4} \right\} , \tag{3.18}$$

"Высокочастотные" s-волны, распространяющиеся под тупым углом к пучку t-волн, не возбуждаются (по крайней мере в пренебрежении мнимой частью величины $S_1 S_2$, см. Приложение).

Рассмотрим теперь возбуждение "высокочастотных" s-волн в пределе, обратном (3.5):

$$\frac{k}{k_1} \ll \frac{v_s}{c} ; \qquad k_1 c \gg \omega_{oe} . \tag{3.19}$$

В этом случае x_1 и x_2 весьма близки друг к другу. Легко получить теперь (обозначение[4])

$$\frac{\Delta_2}{\omega^s_{\vec{k}}} = \frac{\Delta_1}{\omega^s_{\vec{k}}} + 2 \frac{k c}{k_1 v_s} = 2 \frac{k c}{\omega^s_{\vec{k}}} \left((x - x_1) + \frac{k}{k_1}\right) . \tag{3.20}$$

В условиях $\Delta\theta \gg \frac{v_s}{c}$ может возникать кинетическая неустойчивость

$$\gamma(1) = \frac{\pi}{(4\pi)^4} \int d\vec{k}_1 \, \delta(\Delta\omega_{\vec{k}\vec{k}_1}) W^{st}_{\nu}(1)(\vec{k}\,\vec{k}_1)\left(k \frac{\partial N^t_{\vec{k}_1}}{\partial \vec{k}_1}\right), \tag{3.21}$$

инкремент которой может быть оценен по формуле

$$\gamma(1) \simeq \omega^{2}_{\vec{k}} \left(\frac{\nu_e^2}{k^2 v_{Te}^2} \right) \left(\frac{\omega_{oe}}{\Omega_1^t} \right)^4 \frac{W^t}{n_0 T_e} \frac{1}{(\Delta\theta)^2} \quad . \tag{3.22}$$

При этом, как и ранее,

$$\omega^{s}_{\vec{k}} > \gamma(1) > \max \left\{ \gamma^{s}_{\vec{k}}(1); \ \frac{m_e}{m_i} \nu_e \right\} .$$

Если $\frac{k}{k_1} \ll \Delta\theta \ll \frac{v_s}{c}$, то возможна нелинейная неустойчивость вида

$$\omega' - i\gamma^{s}_{\vec{k}} = \frac{1}{(2\pi)^4} \int_{\delta \to +0} d\vec{k}_1 N^{t}_{\vec{k}_1} \left\{ \frac{\vec{k} \frac{\partial W^{st}_{\nu}(1)}{\partial \vec{k}_1}}{\omega'} - \frac{W^{st}_{\nu}(1)}{\omega'^2} \left(\vec{k} \frac{\partial}{\partial \vec{k}} \right) \Delta\omega_{\vec{k}\vec{k}_1} \right\} . \tag{3.23}$$

Используя (3.1), (3.2) и выражение для $\Delta\omega_{\vec{k}\vec{k}_1}$, нетрудно показать, что отношение первого угла в фигурной скобке в правой части (3.23) ко второму может быть оценено как $\left(\frac{\omega'}{\omega^{s}_{\vec{k}}} \right) \cos(\vec{k}\vec{k}_1) \frac{v_s}{c} \ll 1$ при условии $\omega' \approx \mathrm{Im}\,\omega \ll \omega^{s}_{\vec{k}}$. Поэтому вместо (3.23) имеем

$$\omega'^2 (\omega' - i\gamma^{s}_{\vec{k}}) = -\frac{1}{(2\pi)^4} \int_{\delta \to +0} d\vec{k}_1 N_{\vec{k}_1} W^{st}_{\nu}(1) \left(\vec{k} \frac{\partial}{\partial \vec{k}_1} \right) \Delta\omega_{\vec{k}\vec{k}_1} . \tag{3.24}$$

Отсюда при $\omega' > \gamma^{s}_{\vec{k}}$ получим следующую оценку нелинейного инкремента:

$$\gamma(1) \simeq \omega^{s}_{\vec{k}} \left(\frac{c}{v_s} \right)^{2/3} \left(\frac{\omega_{oe}}{\Omega_1^t} \right)^{4/3} \left(\frac{\nu_e}{k v_{Te}} \right)^{2/3} \left(1 + \frac{5}{3} \frac{T_i}{T_e} \right)^{-1} \left(\frac{W^t}{n_0 T_0} \right)^{1/3} . \tag{3.25}$$

Эта неустойчивость существует при выполнении неравенств

$$\max\left\{ \frac{\nu_e}{\omega^s_{\vec k}}\left(\frac{m_e}{m_i}\right)^2\frac{T_i}{T_e};\quad \frac{k^5 v^5_{Te}}{\nu^5_e}\left(\frac{T_i}{T_e}\right)^6\left(1+\frac{5}{3}\frac{T_i}{T_e}\right)^{-3/2};\ \left(\frac{k v_{Te}}{\nu_e}\right)^2\left(\frac{c\Delta\theta}{v_s}\right)^3 \right\} \ll$$

$$\ll \frac{W^t}{n_0 T_e}\left(\frac{\omega_{oe}}{\Omega^t_i}\right)^4\frac{c^2}{v_s^2} \ll \left(\frac{k v_{Te}}{\nu_e}\right)^2\left(1+\frac{5}{3}\frac{T_i}{T_e}\right)^{-3/2}.$$

Нелинейная диссипативная неустойчивость, получаемая из (3.24), имеет оценку

$$\gamma(1) \approx \omega^s_{\vec k}\frac{c}{v_{Te}}\left(\frac{\omega_{oe}}{\Omega^t_i}\right)^2\left(\frac{\nu_e}{k v_{Te}}\right)^{1/2}\left(\frac{m_i}{m_e}\right)^{3/4}\left(1+\frac{1}{2}\sqrt{\frac{m_i}{m_e}}\frac{k^2 v^2_{Te}}{\nu^2_e}\right)^{-1/2}\left(\frac{W^t}{n_0 T_e}\right) \qquad (3.27)$$

справедливую при выполнении условий:

$$\left(\frac{c\Delta\theta}{v_s}\right)^2 \ll \frac{\left(\frac{c}{v_{Te}}\right)^2\left(\frac{\omega_{oe}}{\Omega^t_i}\right)^4\frac{\nu_e}{k v_{Te}}}{1+\frac{1}{2}\left(\frac{m_i}{m_e}\right)^{1/2}\frac{k^2 v^2_{Te}}{\nu^2_e}}\left(\frac{m_e}{m_i}\right)^{3/2} \quad \frac{W^t}{n_0 T_e} \ll \frac{m_e}{m}\left(\frac{\nu_e}{k v_{Te}}\right)^2\left(1+\frac{1}{2}\left(\frac{m_i}{m_e}\right)^{1/2}\left(\frac{k v_{Te}}{\nu_e}\right)^2\right)$$

(3.28)

и

$$\Delta\theta \ll \frac{v_s}{c}\sqrt{\frac{m_e}{m_i}}\frac{\nu_e}{k v_{Te}}\left(1+\frac{1}{2}\sqrt{\frac{m_e}{m_i}}\frac{k^2 v^2_{Te}}{\nu^2_e}\right) \qquad \text{(см. (3.17))}.$$

Если

$$\Delta\theta \ll \frac{k}{k_1} \ll \frac{v_s}{c}, \qquad (3.29)$$

то возможно появление неустойчивости с инкрементом (3.14), когда выполнена левая часть (3.15), а правая (3.15) заменена соотношением:

$$\frac{W^t}{n_0 T_e} \ll \frac{c}{v_s} \, \frac{\Omega_1^t}{\omega_{oe}} \, \frac{k^3 c^3}{\omega_{oe}^3} \, \frac{k^2 v_{Te}^2}{\nu_e^2} \, . \tag{3.30}$$

Диссипативная неустойчивость в условиях (3.29) имеет соответственно оценку (3.16), которая справедлива, если выполнены неравенства (3.17), (3.18) при условии

$$\frac{m_e}{m_i} \nu_e \left(1 + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{m_e}{m_i}} \, \frac{k^2 v_{Te}^2}{\nu_e^2}\right) < \frac{k^2 c}{k_1} \, . \tag{3.31}$$

В пределе, обратном (3.31), вместо (3.17) и (3.18) получаем

$$\frac{k c \Delta\theta}{\omega_{oe}} \max\left\{1 ;\ \sqrt{\frac{m_i}{m_e}} \, \frac{k^2 v_{Te}^2}{\nu_e^2}\right\} \ll \frac{W^t}{n_0 T_e} \left(\frac{\nu_e}{k v_{Te}}\right) \sqrt{\frac{m_i}{m_e}} \left(\frac{\omega_{oe}}{\Omega_1^t}\right)^3 \ll \tag{3.32}$$

$$\ll \frac{k^2 c^2}{k_1 \omega_{oe}} \max\left\{1 ;\ \left(\frac{m_i}{m_e}\right)^{1/2} \frac{k^2 v_{Te}^2}{\nu_e^2}\right\}$$

и (3.29). Из полученных выражений для инкрементов нетрудно также, как это было сделано для (3.7), получить условия доминирования турбулентного нагрева.

§4. Возбуждение "низкочастотных" акустических колебаний пучком электромагнитных волн

Уже из самого вида формулы (2.10) следует, что в низкочастотной акустической области процессы нелинейного взаимодействия протекают совершенно иначе, чем это было при $\omega^s > \nu_e$ (или даже при $\omega^s > \frac{m_e}{m_i} \nu_e$). Действительно, в области

$$\omega^{s}_{\vec{k}} \ll \frac{m_e}{m_i} \nu_e \tag{4.1}$$

функция $n_2(\vec{k},\vec{k}_1)$ такова, что ее мнимая часть значительно превосходит действительную. Поэтому с той же степенью точности, что и в §3, ее можно считать чисто мнимой. Это обстоятельство приводит к тому, что возбуждение низкочастотных акустических колебаний возможно лишь в условиях гидродинамических неустойчивостей вида (3.14) (как при $\Delta\theta \ll \frac{v_s}{c} \ll \frac{k}{k_1}$, так и при $\Delta\theta \ll \frac{k}{k_1} \ll \frac{v_s}{c}$) и (3.24) (при

$$\frac{k}{k_1} \ll \Delta\theta \ll \frac{v_s}{c}).$$

Как и в предыдущем параграфе, в рассматриваемой области "низкочастотных" акустических колебаний оценка инкремента неустойчивости, возбуждаемой сильно сколлимированным пучком электромагнитных волн, определяется одной формулой

$$\gamma(2) \cong \frac{\nu_e}{3} \left(\frac{\omega_{oe}}{\Omega^t_1} \right)^{3/2} \left(\frac{\omega_{oe}}{\nu_e} \right)^{1/2} \left(\frac{W^t}{n_0 T_e} \right)^{1/2} \tag{4.2}$$

и при 1) $\Delta\theta \ll \frac{v_s}{c} \ll \frac{k}{k_1}$, и при 2) $\Delta\theta \ll \frac{k}{k_1} \ll \frac{v_s}{c}$. Однако в первом случае неустойчивость проявляется, если выполнены неравенства

$$\max \left\{ k^2 c^2 (\Delta\theta)^2 ; 6\cdot 10^{-3} \frac{k^4 v^4_{Te}}{\nu^2_e} \right\} \ll \frac{\nu_e}{10} \left(\frac{\omega_{oe}}{\Omega^t_1} \right)^3 \omega_{oe} \frac{W^t}{n_0 T_e} \ll k^2 v^2_{Te} \frac{m_e}{m_i}, \tag{4.3}$$

во втором – правую часть этого соотношения нужно заменить на

$$\frac{W^t}{n_0 T_e} \ll \frac{10\, k^4 c^4}{\nu_e \omega^3_{oe}} \frac{\Omega^t_1}{\omega_{oe}} . \tag{4.4}$$

И, наконец, если угловая расходимость пучка довольно значительна $\frac{k}{k_1} \ll \Delta\theta \ll \frac{v_s}{c}$, возможно, как уже отмечалось выше, появление неустойчивости вида (3.24), инкремент которой имеет оценку

$$\gamma(2) \cong \frac{1}{2}\nu_e\left(\frac{\omega_{oe}}{\Omega^t_1}\right)\left(\frac{k c \omega_{oe}}{\nu_e^2}\right)^{1/3}\left(\frac{k}{k_1}\right)^{1/3}\left(\frac{W^t}{n_0 T_e}\right)^{1/3} \tag{4.5}$$

при выполнении неравенств

$$\max\left\{(\Delta\theta)^3;\ 5\cdot 10^{-4}\frac{k^3 v_{Te}^3}{\nu_e^3}\cdot\frac{v_{Te}^3}{c^3}\right\} \ll \frac{1,73}{8}\left(\frac{\omega_{oe}}{\Omega^t_1}\right)^4\frac{\nu_e}{kc}\,\frac{W^t}{n_0 T_e} \ll \left(\frac{v_{Te}}{c}\right)^3\left(\frac{m_e}{m_i}\right)^{3/2}. \tag{4.6}$$

Отметим, что во всех рассмотренных здесь случаях возбуждения "низкочастотных" акустических колебаний в условиях диссипативной неустойчивости не происходит (в пренебрежении действительной частью n_2).

§5. Обсуждение результатов

Проведенное исследование позволяет сделать следующие выводы: генерация высокочастотных акустических колебаний идет аналогично возбуждению ионозвуковых в неизотермической плазме ($T_e \gg T_i$). Получающиеся при этом инкременты, однако, меньше соответствующих инкрементов раскачки ионозвуковых колебаний. Тем не менее в изотермической плазме рассмотренный эффект может играть существенную роль, особенно в плотной плазме (лазерная искра и др.), где инкременты возбуждения могут быть весьма значительны $\approx 10^7$–10^9 сек$^{-1}$. Однако самым существенным выводом представляется возможность значительного изменения дисперсии низких частот даже при относительно малом W^t. Следует также отметить, что уравнение, описывающее возбуждение "низкочастотных" акустических колебаний, значительно отличается от рассмотреных ранее в §3 и в[4]. Это связано с тем обстоятельством, что в области $\omega \ll \frac{m_e}{m_i}\nu_e$ нелинейный ток второго порядка $S_2(k_-, k_1, -k_2)$ носит (в основном) диссипативный характер. При этом отношение действительной части величины $S_1 S_2$ к мнимой будет порядка отношения декремента $\gamma^s_{\vec{k}}(2)$ к частоте акустических колебаний. В результате этого возбуждение звука в области $\omega \ll \frac{m_e}{m_i}\nu_e$, связанное с распадным взаимодействием (когда $\frac{1}{\Delta\omega + i\delta} = -i\pi\,\delta(\Delta\omega)$), невозможно, т.к. условие $\gamma(2) > \gamma^s_{\vec{k}}(2)$ приводит к тому, что нелинейная поправка к частоте, возникающая в результате такого взаимодействия, - порядка или больше самой частоты $\omega^s_{\vec{k}}(2)$. Поэтому используемый здесь метод исследования неприменим для такого случая.

В заключение подчеркнем, что учёт в u_1 и u_2 (см. формулы (2.3) и (2.10)) малой поправки (мнимой для u_1 и действительной для u_2), приводит к возникновению новых неустойчивостей в области $\omega \gg \frac{m_e}{m_i}\nu_e$, становятся неустойчивыми акустические волны, распространяющиеся под тупым углом к пучку электромагнитных волн, в области $\omega \ll \frac{m_e}{m_i}\nu_e$ возможны диссипативные неустойчивости, однако их инкременты относительно малы. Поэтому мы не останавливаемся на их исследовании более подробно.

П р и л о ж е н и е

Здесь мы получим, исходя из феноменологических гидродинамических уравнений[16] нелинейные поляризуемости плазмы второго порядка по полю S_1 и S_2 в области частот $\omega_- \ll \frac{m_e}{m_i}\nu_e$. Более подробно о применимости этих уравнений авторы предполагают написать отдельно.

Итак, для получения S_1 будем использовать систему уравнений (которая может быть получена из[16] после отбрасывания малых членов, пропорциональных $\frac{1}{\omega^3_{oe}}$):

$$\left(-i\omega + i\frac{k^2 v_{Te}^2}{\omega} + 0{,}97\frac{k^2 v_{Te}^2}{\nu_e}\right) V_{ek}^{(2)} = -0{,}51\,\nu_e\left(V_{ek}^{(2)} - V_{ik}^{(2)}\right) - 1{,}71\, ik v_{Te}^2 \frac{T_{ek}^{(2)}}{T_0},$$

$$\left(-\frac{3}{2} i\omega + 3{,}16\frac{k^2 v_{Te}^2}{\nu_e} + \delta\right)\frac{T_{ek}^{(2)}}{T_0} = -ik\, V_{ek}^{(2)} - 0{,}71\, ik\left(V_{ek}^{(2)} - V_{ik}^{(2)}\right) + \delta\frac{T_{ik}^{(2)}}{T_0} + m_e\nu_e \frac{1}{T_0}\,\cdot$$

$$\cdot\int V_{k_1}^{(1)} V_{k_2}^{(1)}\,\delta(k-k_1-k_2)\,dk_1\,dk_2\,;\qquad \delta = 3\frac{m_e}{m_i}\nu_e$$

$$\left(-i\omega + 1{,}28\frac{k^2 v_{Ti}^2}{\nu_i} + i\frac{k^2 v_{Ti}^2}{\omega}\right) V_{ik}^{(2)} = 0{,}51\frac{m_e}{m_i}\nu_e\left(V_{ek}^{(2)} - V_{ik}^{(2)}\right) - ik v_{Ti}^2\frac{T_{ik}^{(2)}}{T_0} +$$

$$+\,0{,}71\, ik v_{Ti}^2 \frac{T_{ek}^{(2)}}{T_0}, \tag{I}$$

$$\left(-\frac{3}{2} i\omega + 3{,}9\frac{k^2 v_{Ti}^2}{\nu_i} + \delta\right)\frac{T_{ik}^{(2)}}{T_0} = -ik\, V_{ik}^{(2)} + \delta\frac{T_{ek}^{(2)}}{T_0}$$

и линеаризованную систему уравнений /16/ для получения S_2 с учётом членов $\delta(T_e - T_i)$ (см./12/).

В нелинейных членах, содержащих моменты первого порядка по полю, пренебрегаем $V_i^{(1)}$ в сравнении с $V_e^{(1)}$, что для высокочастотных колебаний всегда выполнено. Отметим, кроме того, что в нелинейном члене, связанном с нагревом плазмы, следует положить численный коэффициент равным 1 вместо 0,51, чтобы получить результат, совпадающий с /12/. Решая систему (I), получим

$$S_1(k_-, k_1, k_2) = n_0 e^3\, i\, \frac{k_-\,\nu_e(\vec{k}_1 \vec{k}_2)}{k_1 k_2\, m_e^2\, \Omega_{ei}\,\omega_1\,\omega_2}\left(\frac{A_e}{\omega_{ei}} + \frac{m_e}{m_i}\frac{A_i}{\omega_{ii}}\right), \tag{II}$$

$$S_2(k_1, k_2, k_-) = n_0 e^3\, i\, \frac{\frac{1}{2}\, k_-(\vec{k}_1 \vec{k}_2)}{k_1 k_2\, m_e^2\, \omega_1\,\omega_{ei}\,\omega_-}, \tag{III}$$

где введены обозначения

$$A_e = 1{,}71 + \frac{m_e}{m_i}\frac{1}{\omega_{i1}}\left(1+\frac{\delta}{\Omega_{i1}}\right)\left[0{,}51\,\nu_e + 1{,}71\left(0{,}71-\frac{\delta}{\Omega_{i1}}\right)\frac{k_-^2 v_{Te}^2}{\Omega_{e1}}\right],$$

$$A_i = 0{,}71 - \frac{\delta}{\Omega_{i1}} - \frac{1}{\omega_{e1}}\left(1+\frac{\delta}{\Omega_{i1}}\right)\left[0{,}51\,\nu_e + 1{,}71\left(0{,}71-\frac{\delta}{\Omega_{i1}}\right)\frac{k_-^2 v_{Te}^2}{\Omega_{e1}}\right],$$

$$\omega_{e1} = -i\omega_- + i\frac{k_-^2 v_{Te}^2}{\omega_-} + 1{,}71\frac{k_-^2 v_{Te}^2}{\Omega_{e1}}\left(1+\frac{\delta}{\Omega_{i1}}\right), \qquad \text{(IV)}$$

$$\omega_{i1} = -i\omega_- + i\frac{k_-^2 v_{Ti}^2}{\omega_-} + 1{,}28\frac{k_-^2 v_{Ti}^2}{\nu_i} + \frac{k_-^2 v_{Ti}^2}{\Omega_{i1}} - \frac{k_-^2 v_{Ti}^2}{\Omega_{e1}}\left(0{,}71-\frac{\delta}{\Omega_{i1}}\right)\left(1+\frac{\delta}{\Omega_{i1}}\right),$$

$$\Omega_{e1} = -\frac{3}{2}\,i\omega_- + \delta + 3{,}16\frac{k_-^2 v_{Te}^2}{\nu_e} - \frac{\delta^2}{\Omega_{i1}}, \quad \Omega_{i1} = -\frac{3}{2}\,i\omega_- + \delta + 3{,}9\frac{k_-^2 v_{Ti}^2}{\nu_i},$$

$$\kappa = 1 + \left[0{,}51\,\nu_e + 1{,}71\left(0{,}71-\frac{\delta}{\Omega_{i1}}\right)\frac{k_-^2 v_{Te}^2}{\Omega_{e1}}\right]\left(\frac{1}{\omega_{e1}} + \frac{m_e}{m_i}\frac{1}{\omega_{i1}}\right),$$

$$\omega_- = \omega_1 - \omega_2, \quad \vec{k}_- = \vec{k}_1 - \vec{k}_2 .$$

Из этих соотношений в пределе $\omega_- \gg \delta$ нетрудно получить результаты,описанные в /12/.

Литература

1. В.Н.Цытович, ЖТФ, XXXV,773, 1965.
2. В.А.Липеровский, Л.М.Коврижных, В.Н.Цытович, ЖТФ XXXVI, 1339, 1966.
3. В.Н.Цытович, А.Б.Шварцбург, ЖТФ, XXXVII, 589, 1967.
4. В.Н.Цытович. ЖТФ XXXVIII, 1968.
5. В.А.Липеровский, В.Н.Цытович. ПМТФ, №2, 116, 1966.

6. В.Н.Цытович, В.Д.Шапиро. ПМТФ. №4, 48, 1966.
7. V.Ascoli-Bartoli, I.Katzenstein, L.Lovisetto, Nature, 204, 672 (1964).
8. R.M.Patric. Phys. Fluids, 8, 1985 (1965).
9. С.Л.Мандельштам, П.П.Пашинин, А.П.Прохоров и др. ЖЭТФ, 47, 2003 (1964).
10. Г.А.Аскарьян. Письма ЖЭТФ, 4, 144, 1966.
11. N.M.Kroll, Jorn. of Applied Phys., 36, 34 (1965).
12. В.Г.Маханьков, В.Н.Цытович. ЖЭТФ, 53, №5, 1967.
13. В.Н.Цытович, УФН, 90, 435, 1966.
14. В.Н.Цытович. Нелинейные эффекты в плазме, изд-во Наука, Москва, 1967.
15. В.Г.Маханьков, В.Н.Цытович. Препринт ОИЯИ Р9-3978, Дубна, 1968.
16. С.И.Брагинский, Вопросы теории плазмы, т.1. Атомиздат, М. 1963.
17. В.Н.Цытович. ДАН СССР, 80, 1968.
18. В.Л.Гинзбург. Распространение электромагнитных волн в плазме. Физматгиз, Москва 1960.

Рукопись поступила в издательский отдел
15 июля 1968 года.