ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

Р9 - 3978

В.Г.Маханьков, В.Н.Цытович

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ
ЛЕНГМЮРОВСКИХ И АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН
В ТУРБУЛЕНТНОЙ ПЛАЗМЕ

ЛАБОРАТОРИЯ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ТЕХНИКИ
И АВТОМАТИЗАЦИИ

1968

Р9 - 3978

В.Г.Маханьков, В.Н.Цытович

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ЛЕНГМЮРОВСКИХ И АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН В ТУРБУЛЕНТНОЙ ПЛАЗМЕ

Направлено в ЖЭТФ

Теория нелинейных взаимодействий в плазме в настоящее время разработана весьма подробно [1], однако, до сих пор не рассматривались эффекты взаимодействия колебаний с $\omega \gg \nu$ (ν – частота парных соударений) с колебаниями, для которых $\omega \ll \nu$. Взаимодействие ленгмюровских колебаний с низкочастотными прдставляет особый интерес, так как такое взаимодействие исследуется в ряде экспериментов [2,3]. Ниже подробно рассмотрен пример взаимодействия ленгмюровских и акустических волн в полностью ионизированной плазме: рассматривается возбуждение акустических волн ленгмюровскими. Здесь и в дальнейшем термин "акустическая волна" относится к звуковым волнам, частота которых меньше частот соударений электронов с ионами ν_e и ион-ионных столкновений ν_i. Вначале мы кратко остановимся на линейных свойствах акустических волн.

§ 1. Дисперсионные свойства акустических волн

Если частота звуковых волн меньше частот парных соударений частиц $\omega^s \ll \nu$, то спектр таких волн определяется гидродинамическими уравнениями для плазмы, исследованными, например, в [4]. Обозначим через ν_e и ν_i соответственно частоты соударений электронов и ионов со всеми остальными частицами плазмы. Существенно, что в области

$$\max(\omega^s, k_s v_{Te}) \ll \nu_e$$
$$\max(\omega^s, k_s v_{Ti}) \ll \nu_i \qquad (1.1)$$

звуковые колебания могут существовать и в изотермической плазме. Так как $\omega^s \gtrsim k_s v_{Ti}$, то для выполнения условий (1.1) достаточно, чтобы

$$k_s v_{Te} \ll \nu_e \; ; \; \omega^s \ll \nu_i \; . \qquad (1.2)$$

Если $(T_e / T_i) > 1$, то первое из условий (1.2) более жесткое. Учитывая, что волновое число k_s в ограниченной плазме размера a превосходит величину $\frac{1}{a}$, можно получить ограничение на размер системы

$$a \gg r_D N_D \, , \qquad (1.3)$$

где $r_D = \frac{v_{Te}}{\omega_{0e}}$ – дебаевский радиус плазмы, а $N_D = (\omega_{0e} / \nu_e)$ – того же порядка, что и число частиц в сфере дебаевского радиуса, $N_D \approx n_0 (v_{Te}/\omega_{0e})^3$ (n_0 – плотность плазмы).

Полученное соотношение (1.3) в условиях, часто встречающихся в эксперименте, выполняется. Например, при $n_0 \approx 10^{13}\, см^{-3}$, $v_{Te} \approx 10^8 \frac{см}{сек}$; $r_D \approx 10^{-3}$ см ; $N_D \approx 10^4$, получим $a \gg 10$ см.

Это значит, что даже в изотермической плазме могут распространяться и возбуждаться звуковые колебания. По-видимому, возбуждение такого звука наблюдалось в ряде экспериментов (см., например, /2/). В настоящее время ведутся эксперименты, в которых исследуется нелинейное взаимодействие звуковых волн с другими типами колебаний плазмы /2,3/. Вместе с тем теория нелинейного взаимодействия акустических волн отсутствует. Дисперсионные свойства "столкновительного" звука в изотропной плазме легко могут быть исследованы с помощью диэлектрической проницаемости плазмы в области частых соударений, получаемой из уравнений работы /4/. В полностью ионизированной плазме имеем:

$$\epsilon = 1 + \epsilon_e + \epsilon_i \quad , \tag{1.4}$$

где

$$\epsilon_e = i \frac{\omega_{0e}^2}{\kappa \omega \omega_e} \tag{1.5}$$

$$\epsilon_i = i \frac{\omega_{0i}^2}{\kappa \omega \omega_i} \tag{1.6}$$

и

$$\kappa = 1 + (0{,}51\ \nu_e + 1{,}22 \frac{k^2 v_{Te}^2}{\Omega_e} - 1{,}73 \frac{k^2 v_{Te}^2}{\Omega_e} \frac{\delta}{\Omega_i})(\frac{1}{\omega_e} + \frac{m_e}{m_i} \frac{1}{\omega_i}) \ ,$$

$$\omega_e = -i\omega + i \frac{k^2 v_{Te}^2}{\omega}(1 - 0{,}97 \frac{i\omega}{\nu_e} - 1{,}71 \frac{i\omega}{\Omega_e} - 1{,}73 \frac{i\delta\ \omega}{\Omega_e \Omega_i}) \ ,$$

$$\omega_i = -i\omega + i \frac{k^2 v_{Ti}^2}{\omega} \{ 1 - \frac{i\omega}{\Omega_i}(1{,}28 + \frac{\delta^2}{\Omega_i \Omega_e} - 0{,}71 \frac{\delta}{\Omega_e}) + \frac{i\omega}{\Omega_e}(0{,}71 - \frac{\delta}{\Omega_i}) \} \ ,$$

$$\Omega_e = -\frac{3}{2} i\omega + \delta + 3{,}16 \frac{k^2 v_{Te}^2}{\nu_e} - \frac{\delta^2}{\Omega_i}, \qquad \nu_e = \frac{4}{3}\sqrt{\frac{2\pi}{m_e}} \frac{e^4 n_0 L}{T_e^{3/2}} \ ,$$

$$\Omega_i = -\frac{3}{2} i\omega + \delta + 3{,}9 \frac{k^2 v_{Ti}^2}{\nu_i}, \qquad \nu_i = \frac{4}{3}\sqrt{\frac{\pi}{m_i}} \frac{e^4 n_0 L}{T_i^{3/2}}$$

$$\delta = 3 \frac{m_e}{m_i} \nu_e \quad ,$$

L – кулоновский логарифм.

Приведем спектры колебаний ω_k^s и декременты затухания γ_k^s столкновительного звука в общем случае неизотермической плазмы (при этом T_e может быть как больше, так и меньше T_i). Если $\omega_k^2 \nu_e \gg k_s^2 k_{Te}^2$, то

$$\omega_k^s = k_s v_s, \quad v_s = v_{Te} \sqrt{\frac{10}{3} \frac{m_e}{m_i}} = v_{Ti} \sqrt{\frac{10}{3}} \tag{1.8}$$

$$\gamma_k^s = \gamma_e + \gamma_i$$

$$\gamma_e = 0{,}08 \frac{k^2 v_{Te}^2}{\nu_e}, \quad \gamma_i = 0{,}9 \frac{k^2 v_{Ti}^2}{\nu_i}, \tag{1.9}$$

где m_e – масса электрона, m_i – масса иона.

В обратном предельном случае

$$\omega_k^s = k_s v_s, \qquad v_s = v_{Te} \sqrt{\frac{m_e}{m_i}\left(1 + \frac{5}{3}\frac{T_i}{T_e}\right)} = v_{Ti}\sqrt{\frac{5}{3} + \frac{T_e}{T_i}}, \tag{1.10}$$

$$\gamma_k^s = \gamma_e + \gamma_i$$

$$\gamma_e = 0{,}16 \frac{m_e}{m_i} \nu_e, \quad \gamma_i = \frac{1{,}92 + 0{,}64 \frac{T_e}{T_i}}{\frac{5}{3} + \frac{T_e}{T_i}} \frac{k^2 v_i^2}{\nu_i}. \tag{1.11}$$

Учитывать различие между температурами электронов и ионов можно лишь в том случае, когда интересующие нас частоты или инкременты превосходят обратное время выравнивания температур электронов и ионов из-за соударений $\approx \frac{m_e}{m_i} \nu_e$ (формулы (1.10) – (1.11)). В обратном предельном случае можно использовать формулы (1.10) – (1.11), полагая в них $T_e = T_i$. Кроме того отметим, что в узкой области $\omega_k^s \nu_e \approx k^2 v_{Te}^2$

декремент затухания звука порядка его частоты. Области существования звуковых волн (1.8) и (1.10) лежат по обе стороны от критической волны звуковых колебаний $\lambda^* = \frac{1}{k^*}$, где

$$\lambda^* \approx r_0 N_D \sqrt{\frac{m_e}{m_i}\left(1 + \frac{T_i}{T_e}\right)^{-1}}\ , \qquad (1.12)$$

т.е. (1.10) имеет место при

$$r_D N_D \ll \lambda \ll r_D N_D \sqrt{\frac{(m_i / m_e)}{1 + T_i / T_e}}\ , \qquad (1.13)$$

а (1.8) при

$$a \gg \lambda \gg r_D N_D \sqrt{\frac{m_i}{m_e}}\ . \qquad (1.14)$$

Частота звуковых волн (1.10) превосходит величину $\frac{m_e}{m_i} \nu_e$ при

$$\lambda = r_D N_D \sqrt{\frac{m_i}{m_e}\left(1 + \frac{5}{3}\frac{T_i}{T_e}\right)}\ . \qquad (1.15)$$

Отсюда видно, что выполнение (1.13) достаточно для того, чтобы считать температуры T_e и T_i в частоте звуковых волн различными.

В области (1.14) частота звуковых колебаний в неизотермической плазме может превосходить $\frac{m_e}{m_i} \nu_e$ лишь при $T_i \gg T_e$ и

$$r_D N_D \sqrt{\frac{T_i m_i}{T_e m_e}} \gg \lambda \gg r_D N_D \sqrt{\frac{T_e m_i}{T_i m_e}}\ . \qquad (1.16)$$

При невыполнении (1.16) плазму нужно считать изотермической $T_e = T_i$.

§2. Уравнения для нелинейного взаимодействия ленгмюровских и акустических волн

Будем исходить из уравнения

$$\frac{\partial}{\partial t}\hat{\epsilon}\, E = -4\pi \int S(k, k_1, k_2) E_{k_1} E_{k_2}\, \delta(\vec{k}-\vec{k}_1-\vec{k}_2)\delta(\omega-\omega_1-\omega_2)\cdot \tag{2.1}$$

$$\cdot\, d\vec{k}\, d\omega\, d\vec{k}_1 d\omega_1\, d\vec{k}_2\, d\omega_2\, e^{i(\vec{k}\vec{r}-\omega t)},$$

$\hat{\epsilon}$ – линейный интегральный оператор диэлектрической проницаемости.

Поскольку нас будет интересовать только взаимодействие акустических (s) и ленгмюровских (ℓ) волн, выпишем отдельно уравнения для E^{ℓ} и E^{s} полей[x/]

$$\frac{\partial}{\partial t}\hat{\epsilon}^{\ell}E^{\ell} = -8\pi \int S(k, k_1, k_2) E^{s}_{k_1} E^{\ell}_{k_2}\, e^{i(\vec{k}\vec{r}-\omega t)}\delta(k-k_1-k_2)dk\, dk_1\, dk_2 \tag{2.2}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\hat{\epsilon}^{s} E^{s} = -4\pi \int S(k, k_1, k_2) E^{\ell}_{k_1} E^{\ell}_{k_2} e^{i(\vec{k}\vec{r}-\omega t)}\, \delta(k-k_1-k_2)dk\, dk_1\, dk_2 \tag{2.3}$$

$$k = \{\vec{k}, \omega\}.$$

Представляя поле в виде

$$E = \int E_{\vec{k}}(t)\, e^{i(\vec{k}\vec{r}-\mathrm{Re}\,\omega^{\ell}_{\vec{k}} t)}\, d\vec{k}, \tag{2.4}$$

получим вместо (2.2) и (2.3)

[x/] При получении уравнений (2.2) и (2.3) кроме самодействия были опущены члены, не удовлетворяющие условию $k - k_1 - k_2 = 0$.

$$(\mathrm{Re}\,\omega^{\ell}_{\vec k} - \frac{1}{i}\frac{\partial}{\partial t})\,\epsilon^{\ell}\,(\mathrm{Re}\,\omega^{\ell}_{\vec k} - \frac{1}{i}\frac{\partial}{\partial t}, \vec k)\,E^{\ell}_{\vec k}(t) = \frac{2}{i\pi}\int d\tau_1\, d\tau_2 \cdot$$

$$\cdot\, e^{i(\omega_1 - \mathrm{Re}\,\omega^{\ell}_{\vec k_1})\tau_1}\, e^{i(\omega_2 - \mathrm{Re}\,\omega^{s}_{\vec k_2})\tau_2}\, e^{i\,\mathrm{Re}\,(\omega^{\ell}_{\vec k} - \omega^{\ell}_{\vec k_1} - \omega^{s}_{\vec k_2})t}\quad \delta(\vec k - \vec k_1 - \vec k_2)\,\cdot \tag{2.5}$$

$$\cdot\, S(\vec k, \omega_1 + \omega_2; \vec k_1, \omega_1; \vec k_2, \omega_2)\, E^{\ell}_{\vec k_1}(t+\tau_1)\, E^{s}_{\vec k_2}(t+\tau_2)\, d\vec k_1\, d\omega_1\, d\vec k_2\, d\omega_2$$

$$(\mathrm{Re}\,\omega^{s}_{\vec k_2} - \frac{1}{i}\frac{\partial}{\partial t})\,\epsilon^{s}(\mathrm{Re}\,\omega^{s}_{\vec k_2} - \frac{1}{i}\frac{\partial}{\partial t}, \vec k_2)\,E^{s}_{\vec k_2}(t) = \frac{1}{i\pi}\int d\tau_1\, d\tau\,\cdot$$

$$\cdot\, e^{i(\omega - \mathrm{Re}\,\omega^{\ell}_{\vec k})\tau}\, e^{+i(\omega_1 - \mathrm{Re}\,\omega^{\ell}_{-\vec k_1})\tau_1}\, e^{-i\,\mathrm{Re}(\omega^{\ell}_{\vec k} + \omega^{\ell}_{-\vec k_1} - \omega^{s}_{\vec k_2})t}\quad \delta(\vec k - \vec k_1 - \vec k_2)\,\cdot \tag{2.6}$$

$$\cdot\, S(\vec k_2, \omega + \omega_1; \vec k, \omega; -\vec k_1, +\omega_1)\, E^{\ell}_{\vec k}(t+\tau)\, E^{\ell}_{-\vec k_1}(t+\tau_1)\, d\vec k\, d\omega\, d\vec k_1\, d\omega_1\ .$$

Пусть $\mathrm{Re}\,\omega^{\ell}_{\vec k}$ есть решение линейного дисперсионного уравнения $\Gamma/\mathrm{Re}\,\epsilon\,(\omega, \vec k) = 0$, а $\mathrm{Re}\,\omega^{s}_{\vec k_2}$ есть решение линейного дисперсионного уравнения $\mathrm{Re}\,\epsilon^{s}(\omega, \vec k) = 0$.

Рассмотрим случай, когда взаимодействие ss и $\ell\ell$ волн можно не учитывать, и, следовательно, считать, что ϵ^{ℓ} и ϵ^{s} есть линейные проницаемости. О возбуждении и взаимодействии ℓ и s волн можно говорить лишь в том случае, когда поправки к частоте, связанные с таким взаимодействием, малы в сравнении с частотой. Если это условие не выполнено, то происходит существенное изменение дисперсионных свойств плазмы на рассматриваемых частотах. Здесь мы этого случая не касаемся. В соответствии со сказанным в левой части (2.5), (2.6)

$$\mathrm{Re}\,\epsilon\,(\mathrm{Re}\,\omega_{\vec k}, \vec k) = 0 \qquad \text{и} \qquad \frac{1}{E^{\sigma}}\left|\frac{\partial E^{\sigma}}{\partial t}\right| \ll \mathrm{Re}\,\omega^{\sigma}_{\vec k}\ .$$

В левой части (2.5) (2.6) учтем лишь первый член разложения по малому параметру $\left(\left|\frac{1}{E^{\sigma}}\frac{\partial E^{\sigma}}{\partial t}\right| / \operatorname{Re}\omega^{\sigma}_{\vec k}\right)$, $\sigma = \ell, s$.

В правой части, раскладывая по $\frac{\tau_1}{t}$ и $\frac{\tau_2}{t}$, легко видеть, что поправочные члены такого разложения имеют вид

$$S E_{\vec k_1} \frac{\partial E_{\vec k_2}(t)}{\partial t}\delta'(\omega_1-\omega_{\vec k_1}) = -i\frac{\partial S}{\partial \omega}\Big|_{\omega_{\vec k_1}} E_{\vec k_1}\frac{\partial E_{\vec k_2}}{\partial t},$$

т.е. имеют относительный порядок малости $\left(\frac{\partial E^{\sigma}}{\partial t} / E^{\sigma}\operatorname{Re}\omega^{\sigma}_{\vec k}\right)$.

Учёт этих членов в правой части (2.5) и (2.6) будет превышением точности при используемом разложении. Учитывая вышеизложенное, получим приближенный вид уравнений (2.5),(2.6).

$$\left(\frac{\partial}{\partial t}+\gamma^{\ell}_{\vec k}\right)E^{\ell}_{\vec k}(t) = -\frac{8\pi}{\operatorname{Re}\omega^{\ell}_{\vec k}\dfrac{\partial \operatorname{Re}\epsilon^{\ell}(\omega,\vec k)}{\partial\omega}\Big|_{\omega=\operatorname{Re}\omega^{\ell}_{\vec k}}}\int E^{\ell}_{\vec k_1}(t)E^{s}_{\vec k_2}(t)\delta(\vec k-\vec k_1-\vec k_2)\cdot \tag{2.7}$$

$$\cdot S(\vec k, \operatorname{Re}(\omega^{\ell}_{\vec k_1}+\omega^{s}_{\vec k_2}); \vec k_1, \operatorname{Re}\omega^{\ell}_{\vec k_1}; \vec k_2\ \operatorname{Re}\omega^{s}_{\vec k_2})\, e^{i\operatorname{Re}(\omega^{\ell}_{\vec k}-\omega^{\ell}_{\vec k_1}-\omega^{s}_{\vec k_2})t}\, d\vec k_1\, d\vec k_2$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t}+\gamma^{s}_{\vec k_2}\right)E^{s}_{\vec k_2}(t) = -\frac{4\pi}{\operatorname{Re}\omega^{s}_{\vec k_2}\dfrac{\partial \operatorname{Re}\epsilon^{s}(\omega,\vec k_2)}{\partial\omega}\Big|_{\omega=\operatorname{Re}\omega^{s}_{\vec k_2}}}\int E^{\ell}_{\vec k}(t)E^{\ell}_{-\vec k_1}(t)\delta(\vec k-\vec k_1-\vec k_2)\cdot \tag{2.8}$$

$$\cdot S(\vec k_2, \operatorname{Re}(\omega^{\ell}_{\vec k}+\omega^{\ell}_{\vec k_1}); \vec k, \operatorname{Re}\omega^{\ell}_{\vec k}; -\vec k_1, +\operatorname{Re}\omega^{\ell}_{\vec k_1})\, e^{-i\operatorname{Re}(\omega^{\ell}_{\vec k}+\omega^{\ell}_{\vec k_1}-\omega^{s}_{\vec k_2})t}\, d\vec k_1\, d\vec k.$$

Пусть имеется достаточно интенсивный пакет ℓ – волн, где $\vec k_0$–среднее волновое число указанного пакета. Будем интересоваться дисперсионным соотношением для s – волн, имеющих $\vec k = \vec k_0$. При этом полагаем, что вектор $\vec k_0 \pm \vec k_s$ не принадлежит к числу волновых векторов интенсивного пакета, т.е. относится к слабым ленгмюровским волнам. В правой части уравнения (2.8) тогда содержится произведения амплитуды сильной волны $E^{\ell(0)}_{\vec{k}}$ на амплитуду слабой (обозначаемой δE^{ℓ}).

$$\left(\frac{\partial}{\partial t}+\gamma^{s}_{\vec{k}_2}\right)E^{s}_{\vec{k}_2}(t)=-\frac{4\pi}{\operatorname{Re}\omega^{s}_{\vec{k}_2}\frac{\partial}{\partial\omega}\operatorname{Re}\epsilon^{s}(\omega,\vec{k}_2)|_{\omega_2=\operatorname{Re}\omega^{s}_{\vec{k}_2}}}\int S(\vec{k}_2,\operatorname{Re}(\omega^{\ell}_{\vec{k}}+\omega^{\ell}_{\vec{k}_1})\ ;$$

$$\vec{k},\operatorname{Re}\omega^{\ell}_{\vec{k}};-\vec{k}_1,+\operatorname{Re}\omega^{\ell}_{\vec{k}_1})(\delta E^{\ell}_{\vec{k}}(t)E^{\ell(0)}_{-\vec{k}_1}(t)+E^{\ell(0)}_{\vec{k}}(t)\delta E^{\ell}_{-\vec{k}_1}(t))\,\delta(\vec{k}-\vec{k}_1-\vec{k}_2)\cdot \tag{2.9}$$

$$\cdot\exp\{-i\operatorname{Re}(\omega^{\ell}_{\vec{k}}+\omega^{\ell}_{-\vec{k}_1}-\omega^{s}_{\vec{k}_2})t\}\,d\vec{k}\,d\vec{k}_1\ .$$

Уравнение (2.7) позволяет определить $\delta E^{\ell}_{\vec{k}}$ по $E^{\ell(0)}_{\vec{k}}$

$$\gamma^{\ell}_{\vec{k}}\,\delta E^{\ell}_{\vec{k}}=-\frac{8\pi}{\operatorname{Re}\omega^{\ell}_{\vec{k}}\frac{\partial}{\partial\omega}\operatorname{Re}\epsilon^{\ell}(\omega,\vec{k})|_{\omega=\operatorname{Re}\omega^{\ell}_{\vec{k}}}}\int S(\vec{k},\operatorname{Re}(\omega^{\ell}_{\vec{k}_1}+\omega^{s}_{\vec{k}_2});\vec{k}_1,\operatorname{Re}\omega^{\ell}_{\vec{k}}\ ;$$

$$\vec{k}_2,\operatorname{Re}\omega^{s}_{\vec{k}_2})\,E^{\ell(0)}_{\vec{k}_1}(t)\,E^{s}_{\vec{k}_2}(t)\exp\{i\operatorname{Re}(\omega^{\ell}_{\vec{k}}-\omega^{\ell}_{\vec{k}_1}-\omega^{s}_{\vec{k}_2})t\}\cdot \tag{2.10}$$

$$\cdot\,\delta(\vec{k}-\vec{k}_1-\vec{k}_2)\,d\vec{k}_1\,d\vec{k}_2\ .$$

В правой части мы пренебрегли вкладом δE^{ℓ} в сравнении с $E^{\ell(0)}$, а в левой – в сравнении с затуханием волны. Подчеркнем, что при получении (2.10) не использовалось предположение о том, что $\vec{k}_{2}$, определено так, что $k_0 \pm k_s$ не принадлежит к числу волновых векторов интенсивного пакета. Интегрирование по $\vec{k}_2$ в (2.10) производится по всем значениям $\vec{k}_2$. Единственное предположение – в малости $E^{s}_{\vec{k}_2}$ – позволяет пренебречь членами, квадратичными по малому параметру. Подставляя (2.10) в (2.9), получим

$$\left(\frac{\partial}{\partial t}+\gamma^{s}_{\vec{k}_2}\right)E^{s}_{\vec{k}_2}(t)=\frac{4(4\pi)^2}{\operatorname{Re}\omega^{s}_{\vec{k}_2}\frac{\partial}{\partial\omega}\operatorname{Re}\epsilon^{s}(\omega,\vec{k}_2)\big|_{\omega=\operatorname{Re}\omega^{s}_{\vec{k}_2}}}\int\frac{dk_1\,dk_1'}{\gamma^{\ell}_{k_1+k_2}}[E^{\ell(0)}_{\vec{k}_1}(t)]^*\cdot$$

$$\cdot E^{\ell(0)}_{\vec{k}_1'}(t)\,E^{s}_{\vec{k}_2+\vec{k}_1-\vec{k}_1'}\exp\{i\operatorname{Re}(\omega^{\ell}_{\vec{k}_1}-\omega^{\ell}_{\vec{k}_1'}+\omega^{s}_{\vec{k}_2}-\omega^{s}_{\vec{k}_2+\vec{k}_1-\vec{k}_1'})t\}\cdot$$

$$\cdot\frac{S(\vec{k}_2,\operatorname{Re}(\omega^{\ell}_{\vec{k}_1+\vec{k}_2}-\omega^{\ell}_{\vec{k}_1});\vec{k}_1+\vec{k}_2,\operatorname{Re}\omega^{\ell}_{\vec{k}_1+\vec{k}_2};-\vec{k}_1,-\operatorname{Re}\omega^{\ell}_{\vec{k}_1})}{\operatorname{Re}\omega^{\ell}_{\vec{k}_1+\vec{k}_2}\frac{\partial}{\partial\omega}\operatorname{Re}\epsilon^{\ell}(\omega,\vec{k}_1+\vec{k}_2)\big|_{\omega=\operatorname{Re}\omega^{\ell}_{\vec{k}_1+\vec{k}_2}}}\cdot \tag{2.11}$$

$$\cdot S(\vec{k}_1+\vec{k}_2,\operatorname{Re}(\omega^{\ell}_{\vec{k}_1'}+\omega^{s}_{\vec{k}_2+\vec{k}_1-\vec{k}_1'});\vec{k}_1',\operatorname{Re}\omega^{\ell}_{\vec{k}_1'};\vec{k}_2+\vec{k}_1-\vec{k}_1',\operatorname{Re}\omega^{s}_{\vec{k}_1+\vec{k}_2-\vec{k}_1'})\cdot$$

Полученное уравнение пригодно для расчёта эффекта от бесконечно узкого наката ℓ - волн

$$E^{\ell}_{\vec{k}}(t)=E^{\ell}(t)\,\delta(\vec{k}-\vec{k}\ \ )+E^{\ell*}(t)\,\delta(\vec{k}+\vec{k}_0). \tag{2.12}$$

Тогда уравнение (2.12) при пренебрежении быстро осциллирующими членами имеет вид

$$\frac{\partial}{\partial t}\ln E^{s}_{\vec{k}_2}(t)+\gamma^{s}_{\vec{k}_2}=\frac{4(4\pi)^2|E^{\ell}(t)|^2}{\operatorname{Re}\omega^{s}_{\vec{k}_2}\frac{\partial}{\partial\omega}\operatorname{Re}\epsilon^{s}(\omega,\vec{k}_2)\big|_{\omega=\operatorname{Re}\omega^{s}_{\vec{k}_2}}}\ .$$

$$\cdot\left\{\frac{S(\vec k_2,\mathrm{Re}(\omega^{\ell}_{\vec k_0+\vec k_2}-\omega^{\ell}_{\vec k_0});\vec k_0+\vec k_2,\mathrm{Re}\,\omega^{\ell}_{\vec k_0+\vec k_2};-\vec k_0,-\mathrm{Re}\,\omega^{\ell}_{\vec k_0})\cdot}{\gamma_{\vec k_0+\vec k_2}\mathrm{Re}\,\omega^{\ell}_{\vec k_0+\vec k_2}\frac{\partial}{\partial\omega}\mathrm{Re}\,\epsilon^{\ell}(\omega,\vec k_0+\vec k_2)\big|_{\omega=\mathrm{Re}\,\omega^{\ell}_{\vec k_0+\vec k_2}}}\cdot S(\vec k_0+\vec k_2,\mathrm{Re}(\omega^{\ell}_{\vec k_0}+\right.$$

$$+\omega^{s}_{\vec k_2});\vec k_0,\mathrm{Re}\,\omega^{\ell}_{\vec k_0};\vec k_2,\mathrm{Re}\,\omega^{s}_{\vec k_2})+\frac{S(\vec k_2,\mathrm{Re}(\omega^{\ell}_{\vec k_0}-\omega^{\ell}_{\vec k_0-\vec k_2});\vec k_2-\vec k_0,-\mathrm{Re}\,\omega^{\ell}_{\vec k_0-\vec k_2};\vec k_0,\mathrm{Re}\,\omega^{\ell}_{\vec k_0})}{\gamma_{\vec k_0-\vec k_2}\mathrm{Re}\,\omega^{\ell}_{\vec k_0-\vec k_2}\frac{\partial}{\partial\omega}\mathrm{Re}\,\epsilon^{\ell}(\omega,\vec k_0-\vec k_2)\big|_{\omega=\mathrm{Re}\,\omega^{\ell}_{\vec k_0-\vec k_2}}}\cdot \tag{2.13}$$

$$\left.\cdot S(\vec k_2-\vec k_0,\mathrm{Re}(-\omega^{\ell}_{\vec k_0}+\omega^{s}_{\vec k_2});-\vec k_0,-\mathrm{Re}\,\omega^{\ell}_{\vec k_0};\vec k_2,\mathrm{Re}\,\omega^{s}_{\vec k_2})\right\}.$$

Эффект нелинейного взаимодействия, описываемый (2.13), соответствует нелинейному возбуждению акустических колебаний. В силу $\left|\frac{\partial}{\partial t}\ln E^{s}_{\vec k_2}\right|\ll\omega^{0}_{\vec k_2}$ [x/] получим, что нелинейный инкремент не может быть большим и не может быстро меняться во времени. Это означает, что поле интенсивного пакета меняется достаточно медленно. Такая ситуация естественна для интенсивных волн в условиях, когда для них имеет место раскачка, которая почти полностью компенсирует их затухание, т.е. когда $\gamma^{\ell}_{\vec k_0}\ll\omega^{s}$. Указанные ограничения определяют область применимости (2.13), если интенсивные волны имеют весьма узкий спектр. Заметим, что нелинейным взаимодействием s – волн между собой можно пренебречь на начальной стадии неустойчивости, описываемой (2.13). Что касается $\ell\ell$ взаимодействия, то при получении (2.13) такое взаимодействие может быть существенным лишь в уравнении для слабых волн. Но такое взаимодействие, линейное по δE, будет соответствовать взаимодействию слабых и сильных волн, для которых $\omega_{-}\ll\nu_e,\nu_i$. Как показано авторами в /5/, нелинейные инкременты перекачки в условиях $\omega_{-}\ll\nu_e,\nu_i$ в широком интервале параметров меньше $\gamma^{\ell}_{\vec k}$.

[x/] В противном случае понятие акустических колебаний не имеет смысла.

Рассмотрим теперь случай достаточно широкого спектра частот ленгмюровских волн, фазы которых являются случайными. Можно опять-таки выделить область, в которой имеются интенсивные ℓ - волны, и области, в которых имеются слабые ℓ - волны. Оставляя лишь линейные по слабым ℓ - волнам члены, необходимо в (2.9) наряду с выписанными членами учесть члены типа $E^{\ell(0)}_{\vec{k}}(t)\,E^{\ell(0)}_{\vec{k}_1}(t)$. Однако при усреднении с помощью формулы

$$< E^{\ell(0)*}_{\vec{k}}(t)\,E^{\ell(0)}_{\vec{k}_1}(t) > = |\,E^{\ell(0)}_{\vec{k}}(t)\,|^2\,\delta(\vec{k}-\vec{k}_1) \qquad (2.14)$$

получим дополнительный источник s - волн, пропорциональный $\delta(k_2)$. Если интересоваться s - волнами с $k_2 \neq 0$, то искомый результат может быть получен путем усреднения (2.11) с помощью (2.14). Уравнение имеет вид

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \gamma^{s}_{\vec{k}_2}\right) E^{s}_{\vec{k}_2}(t) = \frac{4(4\pi)^2\; E^{s}_{\vec{k}_2}(t)}{\mathrm{Re}\,\omega^{s}_{\vec{k}_2}\,\frac{\partial}{\partial\omega}\,\epsilon^{s}(\omega,\vec{k}_2)\big|_{\omega_2=\mathrm{Re}\,\omega^{s}_{\vec{k}_2}}}\int dk_1\,|\,E^{\ell(0)}_{1\vec{k}_1}(t)\,|^2\,\cdot$$

$$\cdot\,\frac{S(\vec{k}_2,\mathrm{Re}(\omega^{\ell}_{\vec{k}_1+\vec{k}_2}-\omega^{\ell}_{\vec{k}_1});\vec{k}_1+\vec{k}_2,\mathrm{Re}\,\omega^{\ell}_{\vec{k}_1+\vec{k}_2};-\vec{k}_1,-\mathrm{Re}\,\omega^{\ell}_{\vec{k}_1})}{\gamma^{\ell}_{\vec{k}_1+\vec{k}_2}\,\mathrm{Re}\,\omega^{\ell}_{\vec{k}_1+\vec{k}_2}\,\frac{\partial}{\partial\omega}\,\epsilon^{\ell}(\omega,\vec{k}_1+\vec{k}_2)\big|_{\omega=\mathrm{Re}\,\omega^{\ell}_{\vec{k}_1+\vec{k}_2}}}\,\cdot \qquad (2.15)$$

$$\cdot\,S(\vec{k}_1+\vec{k}_2,\mathrm{Re}(\omega^{\ell}_{\vec{k}_1}+\omega^{\ell}_{\vec{k}_2});\vec{k}_1,\mathrm{Re}\,\omega^{\ell}_{\vec{k}_1};\vec{k}_2,\mathrm{Re}\,\omega^{s}_{\vec{k}_2})\,.$$

Результаты, получаемые с помощью (2.15), сходны с теми, которые получаются из (2.13). Это и понятно, т.к. для низких частот воздействие высоких автоматически усредняется по высокой частоте. Медленное изменение ℓ - волн в рассматриваемом случае широкого спектра возможно, вообще говоря, если компенсация раскачки и затухания имеет место в широком интервале векторов k_1.

Остановимся теперь на случае, когда характерное время нелинейного взаимодействия $\ell\ell$- волн меньше, нежели ℓs- волн. Будем считать, что для ℓ - волн существует область генерации, в которой раскачка колебаний превосходит их поглощение, и область "поглощения", в которой затухание доминирует.

Пусть нелинейные эффекты $\ell\ell$ - взаимодействия осуществляют спектральную перекачку энергии ℓ - волн из области генерации в область поглощения. Пусть далее распределение ℓ - волн стало стационарным. Это значит, что в области генерации превышение раскачки над затуханием скомпенсировано оттоком колебаний из-за спектральной перекачки, а в области поглощения затухание колебаний компенсируется их притоком из-за спектральной перекачки. Таким образом, в отсутствие ℓs взаимодействия спектр ℓ - волн стационарен. Наличие ℓs взаимодействия приводит к медленным изменениям этого спектра. Учитывая $\ell\ell$ -взаимодействие в (2.5) и раскладывая по $\left(\frac{\partial E^\ell}{\partial t} / E^\ell \operatorname{Re}\omega^\ell_{\vec k}\right)$, получим

$$\operatorname{Re}\omega^\ell_{\vec k}\, \epsilon^\ell(\operatorname{Re}\omega^\ell_{\vec k}, \vec k) E^\ell_{\vec k}(t) - \frac{\partial}{\partial t}\, \omega\, \epsilon^\ell(\omega, \vec k)\Big|_{\omega=\operatorname{Re}\omega^\ell_{\vec k}}\; \frac{1}{i}\, \frac{\partial E^\ell_{\vec k}(t)}{\partial t} =$$

$$= \frac{1}{i\pi} \int S(\vec k, \omega_1+\omega_2; \vec k_1, \omega_1; \vec k_2, \omega_2) E^\ell_{\vec k_1}(t+\tau_1) E^\ell_{\vec k_2}(t+\tau_2)\, e^{i(\omega_1-\operatorname{Re}\omega^\ell_{\vec k_1})\tau_1}\cdot$$

$$\cdot e^{i(\omega_2-\operatorname{Re}\omega^\ell_{\vec k_2})\tau_2} \exp\{i\operatorname{Re}(\omega^\ell_{\vec k}-\omega^\ell_{\vec k_1}-\omega^\ell_{\vec k_2})t\}\, \delta(\vec k-\vec k_1-\vec k_2)\, d\omega_1\, d\vec k_1\, d\omega_2\, d\vec k_2\, d\tau_1\, d\tau_2 .$$

$$+\frac{1}{i\pi}\int\Sigma(\vec{k},\omega_1+\omega_2+\omega_3;\vec{k}_1,\omega_1;\vec{k}_2,\omega_2;\vec{k}_3,\omega_3)E^{\ell}_{\vec{k}_1}(t+\tau_1)E^{\ell}_{\vec{k}_2}(t+\tau_2)E^{\ell}_{\vec{k}_3}(t+\tau_3)\cdot$$

$$\cdot\exp\{i(\omega_1-\mathrm{Re}\,\omega^{\ell}_{\vec{k}_1})\tau_1\}\exp\{i(\omega_2-\mathrm{Re}\,\omega^{\ell}_{\vec{k}_2})\tau_2\}\exp\{i(\omega_3-\mathrm{Re}\,\omega^{\ell}_{\vec{k}_3})\tau_3\}\,d\tau_1\,d\tau_2\,d\tau_3\cdot$$

(2.16)

$$\cdot\exp\{i\,\mathrm{Re}(\omega^{\ell}_{\vec{k}}-\omega^{\ell}_{\vec{k}_1}-\omega^{\ell}_{\vec{k}_2}-\omega^{\ell}_{\vec{k}_3})t\}\,\delta(\vec{k}-\vec{k}_1-\vec{k}_2-\vec{k}_3)d\omega_1 d\vec{k}_1\,d\omega_2\,d\vec{k}_2 d\omega_3 d\vec{k}_3+$$

$$+\frac{2}{i\pi}\int S(\vec{k},\omega_1+\omega_2;\vec{k}_1,\omega_1;\vec{k}_2,\omega_2)\,E^{\ell}_{\vec{k}_1}(t+\tau_1)\,E^{\ell}_{\vec{k}_2}(t+\tau_2)\,e^{i(\omega_1-\mathrm{Re}\,\omega^{\ell}_{\vec{k}_1})\tau_1}\cdot$$

$$\cdot\exp\{i(\omega_2-\mathrm{Re}\,\omega^{s}_{\vec{k}_2})\tau_2\}\exp\{i\,\mathrm{Re}(\omega^{\ell}_{\vec{k}}-\omega^{\ell}_{\vec{k}_1}-\omega^{\ell}_{\vec{k}_2})t\}\cdot$$

$$\cdot\delta(\vec{k}-\vec{k}_1-\vec{k}_2)d\omega_1\,d\vec{k}_1\,d\omega_2\,d\vec{k}_2\,d\tau_1\,d\tau_2\quad.$$

Здесь $\mathrm{Re}\,\omega^{\ell}_{\vec{k}}$ не предполагается равным решению линейного уравнения и будет выбрано в дальнейшем. Умножим (2.16) на $E^{*}_{\vec{k}'}(t+\tau)$ и усредним по ансамблю ленгмюровских пульсаций

$$\langle E^{\ell}_{\vec{k}}(t)\,E^{\ell *}_{\vec{k}'}(t+\tau)\rangle=\int W_{\vec{k},\vec{k}',\omega}(t)\,e^{-i\omega\tau}\,d\omega\quad. \tag{2.17}$$

Получим

$$i\frac{\partial}{\partial t}W_{\vec k,\vec k',\omega}(t)+\left(\frac{\mathrm{Re}\,\omega^{l}_{\vec k}\,\epsilon^{l}(\mathrm{Re}\,\omega^{l}_{\vec k},\vec k)}{\frac{\partial}{\partial\omega}\omega\,\epsilon^{l}(\omega,\vec k)\big|_{\omega=\mathrm{Re}\,\omega^{l}_{\vec k}}}-\frac{\mathrm{Re}\,\omega^{l}_{\vec k'}\,\epsilon^{l}(\mathrm{Re}\,\omega^{l}_{\vec k'},\vec k')}{\frac{\partial}{\partial\omega}\omega\,\epsilon^{l*}(\omega,\vec k')\big|_{\omega=\mathrm{Re}\,\omega^{l}_{\vec k'}}}\right)W_{\vec k,\vec k',\omega}(t)=$$

$$=\int W_{\vec k_1,\vec k',\omega}\Big\{2\frac{d\omega'\,d\vec k_2'\,d\vec k_2\,d\vec k_1'\,W_{-\vec k_2',\vec k_2,\omega'}}{\frac{\partial}{\partial\omega}\omega\,\epsilon^{l}(\omega,\vec k)\big|_{\omega=\mathrm{Re}\,\omega^{l}_{\vec k}}}\Big[i\,\Sigma(\vec k,\mathrm{Re}\,\omega^{l}_{\vec k_1'}+\mathrm{Re}\,\omega^{l}_{\vec k_2'}+\mathrm{Re}\,\omega^{l}_{\vec k_2}-\omega-$$

$$-2\omega',\vec k_2,\mathrm{Re}\,\omega^{l}_{\vec k_2}-\omega';\vec k,\mathrm{Re}\,\omega^{l}_{\vec k_1'}+\mathrm{Re}\,\omega^{l}_{\vec k_2'}+\mathrm{Re}\,\omega^{l}_{\vec k_2}-\omega-2\omega';-\vec k_2,-\mathrm{Re}\,\omega^{l}_{\vec k_2}+\omega')+$$

$$+4\pi\frac{S(\vec k,\mathrm{Re}\,\omega^{l}_{\vec k_1'}+\mathrm{Re}\,\omega^{l}_{\vec k_2'}+\mathrm{Re}\,\omega^{l}_{\vec k_2}-\omega-2\omega',\vec k_1'+\vec k_2',\mathrm{Re}\,\omega^{l}_{\vec k_1'}+\mathrm{Re}\,\omega^{l}_{\vec k_2'}-\omega-\omega';\vec k_2,\mathrm{Re}\,\omega^{l}_{\vec k_2}-\omega)}{(\mathrm{Re}\,\omega^{l}_{\vec k_1'}+\mathrm{Re}\,\omega^{l}_{\vec k_2'}-\omega-\omega')\,\epsilon(\mathrm{Re}\,\omega^{l}_{\vec k_1'}+\mathrm{Re}\,\omega^{l}_{\vec k_2'}-\omega-\omega';\vec k_1+\vec k_2)}$$

$$\cdot S(\vec k_1'+\vec k_2',\mathrm{Re}\,\omega^{l}_{\vec k_1'}+\mathrm{Re}\,\omega^{l}_{\vec k_2'}-\omega-\omega';\vec k_1',-\omega+\mathrm{Re}\,\omega^{l}_{\vec k_1};\vec k_2,-\omega'+\mathrm{Re}\,\omega^{l}_{\vec k_2'})\Big]\cdot \tag{2.18}$$

$$\cdot\exp\{i\,\mathrm{Re}(\omega^{l}_{\vec k}-\omega^{l}_{\vec k_1'}-\omega^{l}_{\vec k_2}-\omega^{l}_{\vec k_2'})t\}\,\delta(\vec k-\vec k_1'-\vec k_2-\vec k_2')-$$

$-$ к.с. с заменой $(k\leftrightarrows k')\}$ +

$$+\frac{4}{i\frac{\partial}{\partial\omega}\omega\,\epsilon^{l}(\omega,\vec k)\big|_{\omega=\mathrm{Re}\,\omega^{l}_{\vec k}}}\int W_{\vec k_1,\vec k',\omega}\,S(\vec k,\mathrm{Re}\,\omega^{l}_{\vec k_1}-\omega+\omega_2;\vec k_1,\mathrm{Re}\,\omega^{l}_{\vec k_1}-\omega;\vec k-\vec k_1,\omega_2)\cdot$$

$$\cdot E^{*}_{\vec k-\vec k_1}(t+\tau_2)\exp\{i(\omega_2-\mathrm{Re}\,\omega^{*}_{\vec k-\vec k_1})\tau_2\}\exp\{i\,\mathrm{Re}(\omega^{l}_{\vec k}-\omega^{l}_{\vec k_1}-\omega^{*}_{\vec k-\vec k_1})t\}\,d\vec k_1\,d\omega_2\,d\tau_2+$$

$$+\frac{4}{i\frac{\partial}{\partial\omega}\,\omega\,\epsilon^{\ell *}(\omega,\vec{k}')\,|_{\omega=\mathrm{Re}\,\omega^{\ell}_{\vec{k}'}}}\int W_{\vec{k},\vec{k}_1,\omega'} S^*(\vec{k}',\ \mathrm{Re}\,\omega^{\ell}_{\vec{k}'}-\omega;\ \vec{k}_1,\ \mathrm{Re}\,\omega^{\ell}_{\vec{k}_1}-\omega',\ \vec{k}'-\vec{k}_1,$$

$$\mathrm{Re}\,\omega^{\ell}_{\vec{k}'}-\mathrm{Re}\,\omega^{\ell}_{\vec{k}_1}+\omega'-\omega)\ E^{s*}_{\vec{k}'-\vec{k}_1}(t+\tau_2)\exp\{-i\,\mathrm{Re}\ (\omega^{\ell}_{\vec{k}'}-\omega^{\ell}_{\vec{k}_1}-\omega^{s}_{\vec{k}'-\vec{k}_1})\ t\ \}\cdot$$

$$\cdot\exp\{-i(\omega'-\omega-\mathrm{Re}\,\omega^{s}_{\vec{k}'-\vec{k}_1}+\mathrm{Re}\,\omega^{\ell}_{\vec{k}'}-\mathrm{Re}\,\omega^{\ell}_{\vec{k}_1})\,\tau_2\}\quad d\vec{k}_1\,d\omega'\,d\tau_2\ .$$

Полученное уравнение имеет довольно громоздкий вид. Однако для наших целей достаточно приближенного решения этого уравнения, описывающего малые изменения корреляций ленгмюровских волн под влиянием слабых акустических колебаний. Если акустические колебаний отсутствуют, то, согласно сделанному предположению, спектр ленгмюровских пульсаций стационарен и однороден. Это значит, что $W_{\vec{k},\vec{k}',\omega}$ не зависит от времени и имеет вид

$$W_{\vec{k},\vec{k}',\omega}=|E_{\vec{k},\omega}|^2\ \delta(\vec{k}-\vec{k}')\ . \tag{2.19}$$

Первый член левой части (2.18) обращается в нуль, а второй член компенсируется первым членом правой части (2.18), описывающим нелинейное $\ell\ell$ взаимодействие. Заметим, что если ввести нелинейную проницаемость $\delta\epsilon^{\ell}_{\vec{k}}$, как это было сделано в /5/, то можно объединить оба указанных члена и записать такое уравнение в форме

$$\frac{\mathrm{Re}\,\omega^{\ell}_{\vec{k}}}{\frac{\partial}{\partial\omega}\,\omega\,\epsilon^{\ell}(\omega,\vec{k})\,|_{\omega=\mathrm{Re}\,\omega^{\ell}_{\vec{k}}}}\{\epsilon^{\ell}(\mathrm{Re}\,\omega^{\ell}_{\vec{k}},\vec{k})+\delta\epsilon^{\ell}_{H}(\mathrm{Re}\,\omega^{\ell}_{\vec{k}},\vec{k})\}=0\ . \tag{2.20}$$

В силу отмеченной выше стационарности турбулентных ℓ - пульсаций решение (2.20) должно быть действительно как для кинетической, так и гидродинамической нелинейной перекачки. До сих пор величина $Re\,\omega^{\ell}_{\vec k}$ была произвольной. Выберем ее в виде устойчивого решения уравнения (2.20).

Рассмотрим теперь, как изменится спектр турбулентных ℓ - пульсаций при наличии слабых s - волн. Заметим, что в этом случае коррелятор $W_{\vec k,\vec k',\omega}$ будет, вообще говоря, зависеть от времени, а соотношение (2.19) уже не имеет места. Чтобы найти явное выражение для такой зависимости учтем то обстоятельство, что по предположению амплитуда s - волн мала. Поэтому подставим в последние два члена уравнения (2.18) соотношение (2.19).

Будем также предполагать, что взаимодействие с s -волнами изменяет корреляции лишь небольшого числа ℓ - волн. Такое предположение эквивалентно тому, что с s - волнами эффективно взаимодействует лишь небольшое число "резонансных" ℓ - волн (аналогично тому, что имеет место в обычных распадных процессах). Как мы увидим ниже, результаты расчёта подтвердят это предположение. Поэтому в уравнении для той части пульсаций, корреляции которых существенно изменяются s - волнами, первый коррелятор $W_{\vec k_1',\vec k',\omega}$ соответствует рассматриваемому малому числу "резонансных" волн. Оставляя лишь линейные по этому малому числу ℓ - волн члены, мы можем во втором корреляторе $\ell\ell$ - взаимодействия $W_{-\vec k_2',\vec k_2,\omega'}$ пренебречь ими. Считая, что отклонение от стационарности в $W_{-\vec k_2',\vec k_2,\omega'}$ мало в силу того, что характерное время ℓs - взаимодействия много больше характерного времени спектральной перекачки в результате $\ell\ell$ - взаимодействия и амплитуды s - волн малы (поэтому лишь весьма малая доля энергии ℓ - волн может трансформироваться в s -волны), можно записать:

$$W_{-\vec k_2',\vec k_2,\omega'} \approx |E_{\vec k_2,\omega}|^2\,\delta(\vec k_2+\vec k_2')\,. \tag{2.21}$$

Подставляя (2.21) в первый член правой части (2.18), можно получить, что $k_1' = k$; $\exp\{\,i\,Re(\omega^{\ell}_{\vec k}-\omega^{\ell}_{\vec k_1'}-\omega^{\ell}_{\vec k_2}-\omega^{\ell}_{\vec k_2'})\,t\,\} = 1$ и, наконец,

$$\widetilde{\Gamma}\, W_{\vec{k}_1', \vec{k}', \omega} = W_{\vec{k}, \vec{k}', \omega}\,.$$

Это позволяет объединить нелинейные $\ell\ell$ – члены со вторым слагаемым в левой части (2.18), записав их в виде

$$\left\{ \frac{\mathrm{Re}\,\omega^{\ell}_{\vec{k}}\left(\epsilon^{\ell}(\mathrm{Re}\,\omega^{\ell}_{\vec{k}}, \vec{k}) + \delta\epsilon^{\ell}_{H}(\mathrm{Re}\,\omega^{\ell}_{\vec{k}}, \vec{k})\right)}{\frac{\partial}{\partial\omega}\,\omega\,\epsilon^{\ell}(\omega, \vec{k})\big|_{\omega=\mathrm{Re}\,\omega^{\ell}_{\vec{k}}}} - \text{к.с.}(\vec{k} \leftrightarrows \vec{k}') \right\} W_{\vec{k}, \vec{k}', \omega}\,, \tag{2.22}$$

причём $\delta\epsilon^{\ell}_{H}$ определяется спектром равновесных турбулентных пульсаций. В силу (2.20) выписанное выражение (2.22) равно нулю.

Согласно вышеизложенному, приближенное уравнение (2.18) можно записать в виде

$$i\frac{\partial}{\partial t} W_{\vec{k}, \vec{k}', \omega}(t) = \frac{4}{i\frac{\partial}{\partial\omega}\,\omega\,\epsilon^{\ell}(\omega, \vec{k})\big|_{\omega=\mathrm{Re}\,\omega^{\ell}_{\vec{k}}}} \left| E_{\vec{k}', \omega}\right|^2 \exp\{ i\,\mathrm{Re}(\omega^{\ell}_{\vec{k}} - \omega^{\ell}_{\vec{k}'} - \omega^{s}_{\vec{k}-\vec{k}'})t\}\cdot$$

$$\cdot\int S(\vec{k}, \mathrm{Re}\,\omega^{\ell}_{\vec{k}} - \omega + \omega_2\,; \vec{k}', \mathrm{Re}\,\omega^{\ell}_{\vec{k}'} - \omega\,; \vec{k} - \vec{k}', \omega_2) \exp\{ i(\omega_2 - \mathrm{Re}\,\omega^{s}_{\vec{k}-\vec{k}'})\tau_2\}\cdot$$

$$\cdot E^{s}_{\vec{k}-\vec{k}'}(t+\tau_2)\,d\tau_2\,d\omega_2 - \frac{4\exp\{ i\,\mathrm{Re}(\omega^{\ell}_{\vec{k}} - \omega^{\ell}_{\vec{k}'} - \omega^{s}_{\vec{k}-\vec{k}'})t\}}{i\frac{\partial}{\partial\omega}\,\omega\,\epsilon^{\ell *}(\omega, \vec{k}')\big|_{\omega=\mathrm{Re}\,\omega_{\vec{k}'}}} \int \left| E_{\vec{k}, \omega'}\right|^2 \cdot \tag{2.23}$$

$$\cdot S^{*}(\vec{k}', \mathrm{Re}\,\omega^{\ell}_{\vec{k}'} - \omega\,; \vec{k}, \mathrm{Re}\,\omega^{\ell}_{\vec{k}} - \omega'\,; \vec{k}' - \vec{k}, \mathrm{Re}\,\omega^{\ell}_{\vec{k}'} - \mathrm{Re}\,\omega^{\ell}_{\vec{k}} + \omega' - \omega)\, E^{s}_{\vec{k}-\vec{k}'}(t+\tau_2)\cdot$$

$$\cdot\exp\{ i(\omega' - \omega + \mathrm{Re}\,\omega^{s}_{\vec{k}-\vec{k}'} + \mathrm{Re}\,\omega^{\ell}_{\vec{k}'} - \mathrm{Re}\,\omega^{\ell}_{\vec{k}})\tau_2\}\,d\omega'\,d\tau_2\,.$$

Обратимся теперь к уравнению для s - волн (2.6).

Усредняя это уравнение по ансамблю ленгмюровских пульсаций получим

$$\left(\frac{\partial}{\partial t}+\gamma^{s}_{\vec k_2}\right)E^{s}_{\vec k_2}(t)=\frac{4\pi}{\operatorname{Re}\omega^{s}_{\vec k_2}\frac{\partial}{\partial\omega}\epsilon^{s}(\omega,\vec k_2)\Big|_{\omega=\operatorname{Re}\omega^{s}_{\vec k_2}}}\int\delta(\vec k-\vec k_1-\vec k_2)\cdot$$

$$\cdot S(\vec k_2,\operatorname{Re}\omega^{\ell}_{\vec k}-\operatorname{Re}\omega^{\ell}_{\vec k_1};\vec k,\operatorname{Re}\omega^{\ell}_{\vec k}-\omega';-\vec k_1,\omega'-\operatorname{Re}\omega^{\ell}_{\vec k_1})W_{\vec k,\vec k_1,\omega'}(t)\cdot \tag{2.24}$$

$$\cdot\exp\{-i\operatorname{Re}(\omega^{\ell}_{\vec k}-\omega^{\ell}_{\vec k_1}-\omega^{s}_{\vec k_2})t\}\,d\vec k\,d\vec k_1\,d\omega'.$$

Для дальнейшего анализа удобно разложить величины, зависящие от t, в интегралы Фурье

$$E^{s}_{\vec k_2}(t)=\int E^{s}_{\vec k_2\Omega}e^{-i\Omega t}d\Omega;\quad W_{\vec k,\vec k_1,\omega}(t)=\int W_{\vec k,\vec k_1,\omega,\Omega}e^{-i\Omega t}d\Omega. \tag{2.25}$$

Из (2.23), (2.24) получаем два алгебраических уравнения

$$W_{\vec k,\vec k',\omega,\Omega}=\frac{8\pi E^{s}_{\vec k-\vec k',\Omega+\operatorname{Re}\omega^{\ell}_{\vec k}-\operatorname{Re}\omega^{\ell}_{\vec k'}-\operatorname{Re}\omega^{s}_{\vec k-\vec k'}}}{i\Omega}\{|E_{\vec k',\omega}|^2\cdot$$

$$\cdot\frac{S(\vec k,\operatorname{Re}\omega^{\ell}_{\vec k}+\Omega-\omega;\vec k',\operatorname{Re}\omega^{\ell}_{\vec k'}-\omega;\vec k-\vec k',\Omega+\operatorname{Re}\omega^{\ell}_{\vec k}-\operatorname{Re}\omega^{\ell}_{\vec k'})}{\frac{\partial}{\partial\omega}\omega\epsilon^{\ell}(\omega,\vec k)\Big|_{\omega=\operatorname{Re}\omega^{\ell}_{\vec k}}}-|E_{\vec k,\omega-\Omega}|^2\cdot \tag{2.26}$$

$$\cdot\frac{S^*(\vec k',\operatorname{Re}\omega^{\ell}_{\vec k'}-\omega;\vec k,\operatorname{Re}\omega^{\ell}_{\vec k}-\omega+\Omega,\vec k'-\vec k,\operatorname{Re}\omega^{\ell}_{\vec k'}-\operatorname{Re}\omega^{\ell}_{\vec k}-\Omega)}{\frac{\partial}{\partial\omega}\omega\epsilon^{\ell}(\omega,\vec k')\Big|_{\omega=\operatorname{Re}\omega^{\ell}_{\vec k'}}}\}$$

$$(-i\Omega+\gamma^{s}_{\vec{k}_2})E^{s}_{\vec{k}_2,\Omega}=\frac{4\pi}{\frac{\partial}{\partial\omega}\omega\epsilon^{s}(\omega,\vec{k}_2)|_{\omega=\mathrm{Re}\,\omega^{s}_{\vec{k}_2}}}\int S(\vec{k}_2,\mathrm{Re}\,\omega^{\ell}_{\vec{k}}-\mathrm{Re}\,\omega^{\ell}_{\vec{k}-\vec{k}_2};\vec{k},\mathrm{Re}\,\omega^{\ell}_{\vec{k}}- \tag{2.27}$$

$$-\omega';\vec{k}_2-\vec{k},\omega'-\mathrm{Re}\,\omega^{\ell}_{\vec{k}-\vec{k}_2})W_{\vec{k},\vec{k}-\vec{k}_2,\omega',\Omega+\mathrm{Re}\,\omega^{\ell}_{\vec{k}-\vec{k}_2}+\mathrm{Re}\,\omega^{s}_{\vec{k}_2}-\mathrm{Re}\,\omega^{\ell}_{\vec{k}}}d\vec{k}\,d\omega'.$$

Подставляя (2.26) в (2.27), получаем нелинейное дисперсионное уравнение для s - волн:

$$-i\Omega+\gamma^{s}_{\vec{k}_2}=-\frac{2i(4\pi)^2}{\frac{\partial}{\partial\omega}\omega\epsilon^{s}(\omega,\vec{k})|_{\omega=\mathrm{Re}\,\omega^{s}_{\vec{k}_2}}}\int\frac{d\vec{k}\,d\omega'}{\Omega+\mathrm{Re}(\omega^{\ell}_{\vec{k}-\vec{k}_2}+\omega^{s}_{\vec{k}_2}-\omega^{\ell}_{\vec{k}})}\{|E_{\vec{k}-\vec{k}_2,\omega'}|^2\cdot$$

$$\cdot\frac{S(k,\mathrm{Re}\,\omega^{\ell}_{\vec{k}-\vec{k}_2}+\mathrm{Re}\,\omega^{s}_{\vec{k}_2}-\omega'+\Omega;\vec{k}-\vec{k}_2,\mathrm{Re}\,\omega^{\ell}_{\vec{k}-\vec{k}_2}-\omega';\vec{k}_2\;\mathrm{Re}\,\omega^{s}_{\vec{k}_2}+\Omega)}{\frac{\partial}{\partial\omega}\omega\epsilon^{\ell}(\omega,\vec{k})|_{\omega=\mathrm{Re}\,\omega^{\ell}_{\vec{k}}}}- \tag{2.28}$$

$$-\frac{|E_{\vec{k},\mathrm{Re}\,\omega^{\ell}_{\vec{k}}-\mathrm{Re}\,\omega^{\ell}_{\vec{k}-\vec{k}_2}-\mathrm{Re}\,\omega^{s}_{\vec{k}_2}+\omega'-\Omega}|^2}{\frac{\partial}{\partial\omega}\omega\epsilon^{\ell}(\omega,\vec{k}-\vec{k})|_{\omega=\mathrm{Re}\,\omega^{\ell}_{\vec{k}-\vec{k}_2}}}\cdot S^{*}(\vec{k}-\vec{k}_1,\mathrm{Re}\,\omega^{\ell}_{\vec{k}-\vec{k}_2}-\omega';\vec{k},\mathrm{Re}\,\omega^{\ell}_{\vec{k}-\vec{k}_2}+\mathrm{Re}\,\omega^{s}_{\vec{k}_2}-$$

$$-\omega'+\Omega;-\vec{k}_2,-\mathrm{Re}\,\omega^{s}_{\vec{k}_2}-\Omega)\}S(\vec{k}_2,\mathrm{Re}\,\omega^{\ell}_{\vec{k}}-\mathrm{Re}\,\omega^{\ell}_{\vec{k}-\vec{k}_2};\vec{k},\mathrm{Re}\,\omega^{\ell}_{\vec{k}}-\omega';\vec{k}_2-\vec{k},-\mathrm{Re}\,\omega^{\ell}_{\vec{k}-\vec{k}_2}+\omega')$$

В полученном уравнении есть несколько малых параметров. Заметим, что разность

$$\Delta\omega=\mathrm{Re}(\omega^{\ell}_{\vec{k}-\vec{k}_2}+\omega^{s}_{\vec{k}_2}-\omega^{\ell}_{\vec{k}}) \tag{2.29}$$

может быть близкой к нулю $\Delta\omega \approx 0$, что соответствует закону сохранения энергии для распада ленгмюровской волны на акустическую. Следует, однако, подчеркнуть, что спектр ленгмюровских волн при этом существенно нелинеен. Как уже было отмечено ранее, нас будет интересовать случай

$$\Omega \ll \Delta\omega . \tag{2.30}$$

При этом (2.28) описывает кинетические распадные неустойчивости,

$$\mathrm{Im}\,\frac{1}{\Delta\omega} = -i\pi\,\delta(\Delta\omega) .$$

Частота ω', входящая в уравнение (2.28), имеет порядок характерного времени спектральной перекачки, следовательно, $\omega' \gg \Omega$, $\omega^{s}_{\vec{k}}$. Благодаря этому, разлагая уравнение (2.28) по малым параметрам, можно его существенно упростить. В пренебрежении членами порядка $\dfrac{\omega^{s}}{\omega_0}$ и $\dfrac{\Omega}{\omega'}$, получим

$$\Omega + i\gamma^{s}_{\vec{k}_2} = \frac{2(4\pi)^2}{\dfrac{\partial}{\partial\omega}\,\omega\,\epsilon^{s}(\omega,\vec{k})\Big|_{\omega=\mathrm{Re}\,\omega^{s}_{\vec{k}_2}}} \int \frac{d\vec{k}\,d\omega'}{\Omega+\Delta\omega} \left\{ \frac{|E_{\vec{k}-\vec{k}_2,\omega'}|^2}{\dfrac{\partial}{\partial\omega}\,\omega\,\epsilon^{l}(\omega,\vec{k})\Big|_{\omega=\mathrm{Re}\,\omega^{l}_{\vec{k}}}} - \right.$$

$$- \frac{|E_{\vec{k},\Delta\omega+\omega'}|^2}{\dfrac{\partial}{\partial\omega}\,\omega\,\epsilon^{l}(\omega,\vec{k}-\vec{k})\Big|_{\omega=\mathrm{Re}\,\omega^{l}_{\vec{k}-\vec{k}_2}}} \Big\} S(\vec{k},\, \mathrm{Re}\,\omega^{l}_{\vec{k}-\vec{k}_2}-\omega';\, \vec{k}-\vec{k}_2,\, \mathrm{Re}\,\omega^{l}_{\vec{k}-\vec{k}_2}-\omega'; \tag{2.31}$$

$$\vec{k},\, \mathrm{Re}\,\omega^{s}_{\vec{k}_2}+\Omega)\, S(\vec{k}_2,\, \mathrm{Re}\,\omega^{l}_{\vec{k}} - \mathrm{Re}\,\omega^{l}_{\vec{k}-\vec{k}_2};\, \vec{k},\, \mathrm{Re}\,\omega^{l}_{\vec{k}}-\omega';\, \vec{k}_2-\vec{k},\, -\mathrm{Re}\,\omega^{l}_{\vec{k}-\vec{k}_2}-\omega') .$$

При получении уравнения (2.31) было использовано то обстоятельство, что в рассматриваемом нами приближении $S(\vec{k},\, \mathrm{Re}\,\omega^{l}_{\vec{k}-\vec{k}}-\omega';\, \vec{k}-\vec{k}_2,\, \mathrm{Re}\,\omega^{l}_{\vec{k}-\vec{k}_2}-\omega';\, \vec{k}_2,\, \mathrm{Re}\,\omega^{s}_{\vec{k}_2}+\Omega) = S^{*}(\vec{k}-\vec{k}_2,\, \mathrm{Re}\,\omega^{l}_{\vec{k}-\vec{k}_2}-\omega';\, \vec{k},\, \mathrm{Re}\,\omega^{l}_{\vec{k}-\vec{k}_2}-\omega';\, -\vec{k}_2,\, -\mathrm{Re}\,\omega^{s}_{\vec{k}_2}-\Omega)$, что непосредственно следует из общих выражений для нелинейных поляризуемостей второго порядка по полю.

Выпишем здесь функции $S_1(k_-,k_1,-k_2)$ и $S_2(k_1,k_2,k_-)$ в явном виде[5]:

$$S_1(k_-,k_1,-k_2)= i\,\frac{1{,}71\,\nu_e\, n_0\, e^3\,|\vec{k}_-|\,(\vec{k}_1\vec{k}_2)}{m_e^2\,\Omega(k_-)\,\Omega_e(k_-)\,\omega_{0e}^2\,k_1 k_2} \tag{2.32}$$

$$S_2(k_1,k_2,k_-)= i\,\frac{n_0\, e^3\,|\vec{k}_-|\,(\vec{k}_1\vec{k}_2)}{m_e^2\,\omega_1\,\omega_-\,\omega_e(k_-)\,\kappa\, k_1 k_2}\,. \tag{2.33}$$

Здесь e – заряд электрона, $\Omega(k_-)=0{,}51\,\nu_e + i\,\frac{k_-^2 v_{Te}^2}{\omega_-}\left(1-2{,}96\,i\,\frac{\omega_-}{\Omega_e}\right)$ и $\omega_-=\omega_1-\omega_2$, $\vec{k}_-=\vec{k}_1-\vec{k}_2$. Для дальнейшего упрощения нелинейного дисперсионного уравнения (2.31) будем предполагать, что $\frac{k_2}{k}\ll 1$. Разлагая (2.31) с точностью до первого порядка по $\frac{k_2}{k}$ и используя формулы (2.32) – (2.33), легко получить

$$\Omega + i\gamma^s_{\vec{k}_2} = \frac{(4\pi)^2}{\frac{\partial}{\partial\omega}\,\omega\,\epsilon^s(\omega,\vec{k}_2)\big|_{\omega=\mathrm{Re}\,\omega^s_{\vec{k}_2}}}\int\frac{d\vec{k}\,d\omega'}{\Omega+\Delta\omega}\Big\{|E_{\vec{k},\omega'}|^2-|E_{\vec{k},\Delta\omega+\omega'}|^2-$$

$$-\Big(\vec{k}_2\frac{\partial}{\partial\vec{k}}\Big)|E_{\vec{k},\omega'}|^2\Big\}\,\frac{1{,}71\,\nu_e\,n_0^2 e^6\left(\frac{\vec{k},\vec{k}-\vec{k}_2}{k\,|k-k_2|}\right)^2}{m_e^4 v_{Te}^2\,\kappa\,\Omega(k_-)\,\Omega_e(k_-)\,\omega_{0e}^2\,(\mathrm{Re}\,\omega_{\vec{k}-\vec{k}_2}-\omega')}\,. \tag{2.34}$$

§3. Исследование некоторых частных случаев

Как было отмечено в §1, существуют две области прозрачности для акустических колебаний, разделенные областью сильного поглощения. Дальнейшее упрощение (2.34) связано с исследованием возбуждения акустических колебаний в областях прозрачности. В первой области – "высокочастотной" ($\omega - \nu_e \ll k_2^2 v_{Te}^2$) получим следующее нелинейное дисперсионное уравнение акустических волн

$$\Omega + i\gamma^{s}_{\vec{k}_2}(2) = -0{,}27\,\omega_{0e}\frac{\nu_e^2}{k_2^2 v_{Te}^2}\left(1 + 5/3\frac{T_i}{T_e}\right)^{-1}\int d\vec{k}\,d\omega\,\frac{\Delta\omega + \mathrm{Re}\,\omega^{s}_{\vec{k}_2}}{\Omega + \Delta\omega}\,Q\,. \qquad (3.1)$$

Здесь $W_{\vec{k}\omega'} = \dfrac{|E_{\vec{k},\omega'}|^2}{4\pi n_0 T_e}$ – относительная спектральная плотность ленгмюровских колебаний, $\gamma^{s}_{\vec{k}_2}(2)$ определяется формулой (1.9).

В пределе $\Omega \ll \Delta\omega$, как уже было отмечено выше, уравнение (3.1) описывает кинетическую распадную неустойчивость инкрементом

$$\gamma(2) = 0{,}27\,\pi\,\omega_{0e} - \frac{\nu_e^2}{k_2^2 v_{Te}^2}\,\omega^{s}_{\vec{k}_2}\int d\vec{k}\,d\omega\,Q\,\delta(\Delta\omega)\,. \qquad (3.2)$$

Если $\gamma(2) > \gamma^{s}_{\vec{k}_2}(2)$ x/, то затухание или раскачка "высокочастотных акустических колебаний будет определяться нелинейным взаимодействием. Из выражения (3.2) следует, что знак нелинейного инкремента $\gamma(2)$ зависит от знака выражения

$$Q = \left(\vec{k}_2\,\frac{\partial}{\partial\vec{k}}\right) W_{\vec{k},\omega'} \qquad (3.3)$$

---

x/ Подчеркнем еще раз, что при этом должно выполняться неравенство $\gamma_{нел} \ll \omega^{s}_{\vec{k}_2}$.

и при $Q < 0$ уравнение (3.2) описывает возбуждение "высокочастотных" акустических колебаний ленгмюровскими. Аналогично можно получить дисперсионное уравнение во второй области прозрачности, "низкочастотной" $\omega_- \nu_e \gg k_2^2 \; v_{Te}^2$. Однако величина $S_1 S_2$ в этом случае (с большой степенью точности) является мнимой[x/], поэтому уравнение вида (3.1) описывает нелинейную действительную поправку к частоте $\delta\omega$. Если в $S_1 S_2$ учесть малую действительную часть, то появляется слабая нелинейная неустойчивость. Однако из условия $\gamma(1) > \gamma^s_{\vec k}(1)$ следует, что $\delta\omega \gtrsim \omega^s_{\vec k}$, т.е. должно происходить сильное изменение дисперсионных свойств плазмы на частоте ω^s_k, которое не может быть описано в рамках рассматриваемого метода. Вернемся к уравнению (2.13) и исследуем возбуждение акустических колебаний узким пакетом ленгмюровских волн. Используя формулы (2.32) - (2.33') и пренебрегая малыми членами порядка $\frac{\omega^s_{\vec k}}{\omega_{0e}}$, получим в первой "низкочастотной" области распространения акустических колебаний

$$\frac{\partial}{\partial t} \ln E^s_{\vec k_2}(t) + \gamma^s_{\vec k_2} = \frac{3,42}{3,16} \, \frac{\nu_e \, \omega^3_{0e}}{k_2^4 \, v^4_{Te}} \, \frac{\left(|E^\ell|^2 / 4\pi n_0 T_e\right)}{\operatorname{Re}\omega^s_{\vec k_2} \frac{\partial}{\partial \omega} \operatorname{Re} \epsilon^s(\omega, \vec k_2)\big|_{\omega = \operatorname{Re}\omega^s_{\vec k_2}}} \cdot \tag{3.4}$$

$$\cdot \left\{ \left(\frac{\vec k_0 + \vec k_2, \vec k_0}{|k_0 + k_2|\, k_0} \right)^2 \left(\omega^\ell_{\vec k_0 + \vec k_2} - \omega^\ell_{\vec k_0} \right) - \left(\frac{\vec k_0 - \vec k_2, \vec k_0}{|k_0 - k_2|\, k_0} \right)^2 \left(\omega^\ell_{\vec k_0} - \omega^\ell_{\vec k_0 - \vec k_2} \right) \right\} .$$

Отсюда при $k_2 \ll k_0$ следует

$$\frac{\partial}{\partial t} \ln E^s_{\vec k_2}(t) + \gamma^s_{\vec k_2} = \frac{1,62}{1 + \frac{5}{3}\frac{T_i}{T_e}} \, \nu_e \, \frac{W^e}{n_0 T_e}$$

[x/] Отношение

$$\frac{\operatorname{Re} s_1 s_2}{\operatorname{Im} s_1 s_2} \approx \frac{\gamma^s_{\vec k}(1)}{\omega^s(1)} .$$

Как уже было отмечено выше, инкремент (3.4) должен быть много меньше $\omega^{s}_{\vec{k}_2}$, но больше $\gamma^{s}_{\vec{k}_2}$, поэтому

$$\max\left\{ 0{,}16\,\frac{m_e}{m_i}\,\nu_e\,;\ \frac{k^2 v_{Ti}^2}{\nu_i} \right\} < \frac{|E^{\rho}|^2}{4\pi\, n_0 T_e} \ll \frac{k v_s}{\nu_e} \tag{3.5}$$

В низкочастотной области, так же как и ранее, основной является действительная поправка к частоте $\omega^{s}_{\vec{k}_2}$.

§4. Обсуждение результатов

Следует подчеркнуть ряд особенностей рассмотренных эффектов взаимодействия.

1) Во-первых, генерация акустических колебаний может существенно зависеть от корреляции высокочастотных колебаний, что существенно отличает рассмотренные взаимодействия от бессоударительных. Сделанное утверждение следует из (2.34). Наряду с членом $(\vec{k}_2 \frac{\partial}{\partial \vec{k}})\,|E_{\vec{k},\omega}|^2$, аналогичным бессоударительной генерации, может возникнуть при $\Delta\omega \ll \omega'$ член типа $\Delta\omega \frac{\partial}{\partial\omega}|E_{\vec{k},\omega}|^2$. Таким образом, генерация или затухание низкочастотных колебаний может зависеть от зависимости корреляционной функции ρ – волн от частоты (или в обычном представлении) от относительного времени двух коррелирующих полей.

2) Кинетическая неустойчивость возникает при $\Omega \ll \Delta\omega$, когда $\mathrm{Im}\,\frac{1}{\Omega + \Delta\omega} = -i\pi\delta(\Delta\omega)$. Наряду с этим, согласно (2.34), может возникуть гидродинамическая неустойчивость, когда $\Delta\omega \ll \Omega$. Однако, согласно сделанным предположениям, указанная неустойчивость должна иметь место лишь для небольшой доли волн. Поэтому для ее проявления необходимо, чтобы наряду с интенсивным стационарным фоном существовал выделенный пучок ленгмюровских волн, спектр которого не перекрывается с основным спектром. Такой пучок ленгмюровских волн должен иметь интенсивность, много меньшую интенсивности основного фона, и гидродинамическая неустойчивость описывает генерацию низкочастотных

волн только этим пучокм. Заметим кстати, что такие пучки волн могут реально возникать в случае неустойчивости пучков поперечных волн в плазме [1,6].

3) Подчеркнем, что возбуждение низкочастотных колебаний ленгмюровскими имеет аналогию пучковой неустойчивости заряженных частиц в плазме. На эту аналогию обращалось внимание в работах [7,8]. Можно считать, что возникновение стационарных спектров турбулентности при возбуждении ее, например, пучковой неустойчивостью происходит в несколько этапов: 1) возбуждение ленгмюровских колебаний пучком; 2) возбуждение ленгмюровскими колебаниями ионнозвуковых при $T_e \gg T_i$; 3) возбуждение акустических колебаний ионнозвуковыми и ленгмюровскими. Последним этапом этого процесса в плазме с большими размерами без магнитного поля всегда должны быть акустические колебания. Подчеркнем еще раз, что акустические колебания, обладая самой низкой возможной частотой, существуют в любой плазме (и при $T_e = T_i$). Таким образом, окончательный стационарный спектр турбулентности должен включать развитую акустическую турбулентность.

Литература

1. В.Н.Цытович. УФН, 90, 435 (1966).
2. В.Д.Федорченко, В.Н.Муратов, Б.Н.Руткевич. Ядерный синтез 4, 300, 1964.
3. Н.С.Бучельникова, Р.А.Салимов, Ю.И.Эйдельман. Ядерный синтез, 6, 256, 1966, ЖЭТФ, 52, 387, 1967.
4. С.И.Брагинский. Вопросы теории плазмы, т.1, М.Атомиздат, 1963.
5. В.Г.Маханьков, В.Н.Цытович. ЖЭТФ, 53, №5 (1967).
6. В.А.Липеровский, В.Н.Цытович. ПМТФ, №5, 15 (1965). №2, 116 (1966).
7. А.А.Веденов, Л.И.Рудаков. ДАН СССР, 159, 767 (1964).
8. Л.М.Коврижных, В.Н.Цытович. ДАН СССР, 158, 1306 (1964).

Рукопись поступила в издательский отдел

15 июля 1968 года.