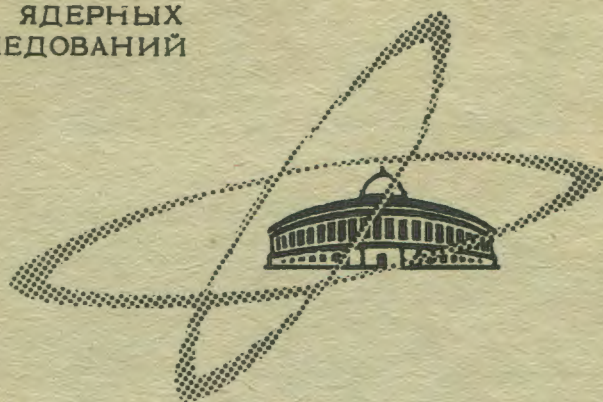


Д-183

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна



P9 - 3968

В.И.Данилов, И.Б.Енчевич, Э.А.Полферов,
Е.И.Розанов, А.Н.Сафонов

СПЕКТРЫ АМПЛИТУД
РАДИАЛЬНЫХ И АКСИАЛЬНЫХ
БЕТАТРОННЫХ КОЛЕБАНИЙ
В СИНХРОЦИКЛОТРОНЕ ОИЯИ

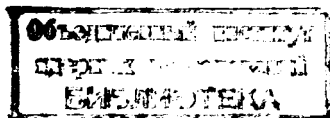
ЛАБОРАТОРИЯ ЯДЕРНЫХ ПРОБЛЕМ
ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ

1968

Р9 - 3968

13 1
В.И.Данилов, И.Б.Енчевич, Э.А.Полферов,
Е.И.Розанов, А.Н.Сафонов

СПЕКТРЫ АМПЛИТУД
РАДИАЛЬНЫХ И АКСИАЛЬНЫХ
БЕТАТРОННЫХ КОЛЕБАНИЙ
В СИНХРОЦИКЛОТРОНЕ ОИЯИ



Радиальные колебания

Радиальное движение частиц в синхротроне можно рассматривать как суперпозицию радиально-фазовых и бетатронных колебаний. При определении спектра радиальных бетатронных колебаний воспользуемся методикой, развитой в работе^{1/} и основанной на анализе формы импульса вторичных частиц, получающихся при взаимодействии ускоренных протонов с мишенью. Для этого производилось фотографирование осциллограммы импульса от сцинтиллятора, установленного в пучке вторичных частиц.

Форма импульса вторичных частиц определяется временем взаимодействия пучка с мишенью, толщиной мишени и энергией падающих частиц. Время взаимодействия протонов с мишенью (длительность импульса пучка вторичных частиц) зависит при неизменных параметрах ускорения только от величины амплитуд радиальных колебаний. Толщина мишени и энергия частиц определяют величину импульса на осциллограмме.

Очевидно, что при неизменной энергии пучка форма его импульса не будет зависеть от толщины мишени (многократности прохождения^{2/}), а так как для данного анализа абсолютная величина импульса не существенна, то не обязательно использовать мишень, соответствующую однократному прохождению частиц. Погрешность при этом может быть связана только с тем, что частицы с различными амплитудами радиальных колебаний и, следовательно, с разной энергией, будут иметь несколько отличающиеся друг от друга коэффициенты многократности прохождения. Однако, поскольку максимальный энергетический разброс внутреннего пучка на конечном

радиусе составляет по величине меньше 10% кинетической энергии частиц, этой погрешностью можно пренебречь. На рис. 1 показана форма импульсов для графитовых мишеней толщиной 5,40 и 70 мм и бериллиевой мишени толщиной 40мм. С увеличением толщины мишени форма импульса меняется незначительно, несколько расширяясь вблизи вершины. Импульсы от графитовых мишеней и мишени из бериллия имеют почти одинаковую форму.

Детальное изучение особенностей движения частиц в синхротроне в значительной степени связано со знанием спектров амплитуд радиальных и аксиальных бетатронных колебаний, механизм возникновения которых до сих пор окончательно не выяснен. Исследование зависимости амплитуд бетатронных колебаний от различных параметров ускорителя представляет большой интерес с точки зрения улучшения качества пучка, что очень важно для расчёта системы вывода частиц из синхротрона. Кроме того, радиальные и аксиальные колебания определяют геометрию пучка, поэтому знание спектров необходимо также при рассмотрении таких вопросов, как ограничение тока пучка пространственным зарядом и изменение дефокусирующих сил в процессе ускорения.

Для изучения спектра радиальных колебаний использовался один из типичных импульсов вторичных частиц (рис. 2).

Определение $\Phi(a)$ – функции распределения частиц по амплитудам радиальных бетатронных колебаний будем производить при следующих предположениях:

а) спектр радиально-фазовых колебаний принимается однородным во всем диапазоне амплитуд $0 \leq \xi \leq \xi_{\max}$ (рис. 3) и остается неизменным во время взаимодействия пучка с мишенью.

б) для каждой амплитуды из спектра радиально-фазовых колебаний

$$0 \leq a \leq a_{\max}$$

функция $\Phi(a)$ предполагается одинаковой. ξ_{\max} и a_{\max} – максимальные амплитуды радиально-фазовых и радиальных бетатронных колебаний соответственно.

в) поскольку длительность анализируемого импульса в синхротроне ОИЯИ составляет примерно 1 мсек, а период прецессии равен

приблизительно 2 мксек, то влиянием прецессии орбит на форму импульса пучка можно пренебречь.

Функция $\Phi(a)$ должна подчиняться следующему условию нормировки:

$$\frac{1}{N} \int_0^{a_{\max}} \Phi(a) da = 1, \quad (1)$$

где N – полное количество частиц пучка.

На рис. 4 схематически представлен процесс взаимодействия пучка частиц с мишенью для 4 различных моментов времени. Положение пучка в момент времени $t = 0$ показано на рис. 4а. Рассмотрим поведение пучка в момент времени

$$0 \leq t \leq \frac{h}{v},$$

где h – величина, незначительно превышающая максимальную амплитуду радиально-фазовых колебаний, а v – скорость наплывания пучка на мишень (см. рис. 4б). В этом случае на мишень попадут частицы, амплитуды которых заключены в диапазоне $a_{\max} - vt \leq a < a_{\max}$. Количество частиц, попавших на мишень в момент времени t , можно определить, исходя из следующего. Разобьем интервал амплитуд между a_{\max} и $a_{\max} - vt$ на i -ое число подинтервалов Δa . Тогда количество частиц с амплитудой $a_{\max} - vt$, попавших на мишень, из подинтервала Δa равно.

$$\Delta N = \Phi(a_{\max} - vt) \Delta a, \quad (2)$$

Полное число частиц, попавших на мишень в момент времени t , будет равно

$$N(t) = \sum_{k=0}^i \Phi(a - vt + k \Delta a) \Delta a, \quad (3)$$

или, при переходе к интегралу

$$N(t) = \int_{\substack{a \\ \max}}^{\substack{a \\ \max}} \Phi(a) da \quad (4)$$

Учитывая, что скорость наплывания пучка на мишень является функцией времени $v = v(t)$, выражение (4) перепишем в виде

$$N(t) = \int_{\substack{a \\ \max}}^{\substack{a \\ \max}} \Phi(a) da \quad \text{для} \quad 0 \leq L(t) \leq h, \quad (5a)$$

$$\text{где} \quad L(t) = \int_0^t v(t) dt.$$

Рассуждая аналогичным образом, для случаев взаимодействия пучка с мишенью, схематически изображенных на рис. 4 в и 4 г, получаем:

$$N(t) = \int_{\substack{a \\ \max}}^{\substack{a \\ \max} - L(t) + h} \Phi(a) da \quad \text{для} \quad h \leq L(t) \leq a_{\max} \quad (5b)$$

$$N(t) = \int_0^{\substack{a \\ \max} - L(t) + h} \Phi(a) da \quad \text{для} \quad a_{\max} \leq L(t) \leq h + a_{\max} \quad (5b)$$

Продифференцировав функцию $N(t)$ в (5a), (5b), (5b) по переменному пределу, имеем:

$$\frac{dN}{d[a_{\max} - L(t)]} = \Phi[a_{\max} - L(t)] \quad (6a)$$

$$\Phi[a_{\max} - L(t)] = -\frac{dN}{dt} \frac{1}{v(t)} \quad \text{для} \quad 0 \leq L(t) \leq h$$

$$\Phi[a_{\max} - L(t)] = -\frac{dN}{dt} \frac{1}{v(t)} + \Phi[a_{\max} - L(t) + h] \quad (6б)$$

для $h \leq L(t) \leq a_{\max}$

$$\Phi[a_{\max} - L(t) + h] = -\frac{dN}{dt} \frac{1}{v(t)} \quad (6в)$$

для $a_{\max} \leq L(t) \leq a_{\max} + h$

Для определения функции $\Phi(a)$ необходимо знать скорость наплывания пучка на мишень $v = v(t)$ и максимальные амплитуды бетатронных и радиально-фазовых колебаний a_{\max} и h . Величины a_{\max} и h можно определить, исходя из следующих предпосылок. Длительность импульса пучка составляет ≈ 1 мсек. На последних радиусах период обращения частицы равен примерно 0,07 мсек, т.е. пучок попадает на мишень примерно за 14000 оборотов. Для синхроциклотрона ОИЯИ одно фазовое колебание происходит приблизительно за 1000 оборотов. Тогда за время наплывания на мишень пучок совершает, по крайней мере, 14 фазовых колебаний. Исходя из этого, отличие величины h от ξ_{\max} можно найти, считая, что частицы в пучке для полного попадания на мишень должны совершить, после того, как пучок пройдет расстояние $a_{\max} + \xi_{\max}$, еще половину фазового колебания. Это расстояние $\Delta\xi$ при a_{\max} равно 10 см, равно приблизительно 3 мм. Поэтому, считая, что $\xi_{\max} \ll a_{\max}$, можно в дальнейших расчетах принять $h = \xi_{\max}$. Тогда:

$$\int_0^{t_0} v_H(t) dt = a_{\max} + \xi_{\max}.$$

Здесь t_0 - длительность импульса пучка, $v_H(t)$ - скорость наплывания пучка на мишень при ускорении без растяжки.

С другой стороны, при помощи катушек растяжки можно довести пучок до мишени, отключив высокочастотное напряжение. Тогда величины a_{\max} и ξ_{\max} могут быть представлены в виде

$$\xi_{\max} = \int_0^{t_0} v_p(t) dt - \int_0^{t_0} v_H(t) dt \quad (7)$$

$$a_{\max} = 2 \int_0^{t_0} v_H(t) dt - \int_0^{t_0} v_p(t) dt, \quad (8)$$

где v_p - скорость наплывания пучка на мишень, обусловленная вынужденными колебаниями при растяжке пучка.

В приложении показано, что с достаточной точностью

$$v_H(t) = v_{0H} + Bt, \quad (9)$$

где v_{0H} - скорость наплывания в начальный момент времени, а $B = \text{const}$.

Как следует из работы^{3/},

$$\int_0^{t_0} v_p(t) dt = m \sin \Omega t_0,$$

Здесь m - коэффициент пропорциональности, практически не зависящий от времени, Ω - частота возмущающего магнитного поля.

Тогда:

$$\xi_{\max} = m \sin \Omega t_0 - (v_{0H} t_0 + B \frac{t_0^2}{2}) \quad (10)$$

$$a_{\max} = 2(v_{0H} t_0 + B \frac{t_0^2}{2}) - m \sin \Omega t_0. \quad (11)$$

Определив величины ξ_{\max} и a_{\max} графически дифференцируем функцию $N(t)$ и, пользуясь формулами 6а, 6б, 6в, находим функцию $\Phi(a)$. В данной работе величина ξ_{\max} рассчитана по формуле, справедливой для амплитуд

малых фазовых колебаний/4/, и для синхроциклотрона ОИЯИ равна примерно 2 см.

На рис. 5 представлена функция $\Phi(a)$ для двух случаев:

- а) спектр амплитуд бетатронных колебаний при отсутствии напряжения на фокусирующих электродах/5/;
- б) спектр амплитуд бетатронных колебаний при оптимальном напряжении на фокусирующих электродах.

В обоих случаях использовалась для получения импульса свинцовая мишень толщиной 10 мм. Из приведенных рисунков видно, что при подаче фокусирующего напряжения максимальная амплитуда колебаний увеличивается с 14 до 15 см, причем в интервале амплитуд, больших 80 см, находится 30% интенсивности.

Максимальные амплитуды радиальных колебаний a_{\max} и ξ_{\max} можно оценить следующим образом. Частотная программа синхроциклотрона подбирается так, чтобы пучок доводился до какого-то промежуточного радиуса. Затем, как показано на рис. 6а, в пучок, начиная с больших радиусов, вводится мишень. Для того, чтобы весь пучок попал на мишень, последняя должна пройти расстояние

$$a = a_{\max} + 2\xi_{\max} . \quad (12)$$

Затем мишень возвращается в исходное состояние и изменяется частотная программа (уменьшением минимальной частоты) таким образом, чтобы пучок постепенно наплывал на мишень (см. рис. 6б). Для попадания на мишень всех частиц пучка минимальная частота генератора должна уменьшиться на величину $\Delta f = f_1 - f_2$. Частота f_1 соответствует случаю, когда центр пучка находится на расстоянии $a_{\max} + \xi_{\max}$ от мишени, а при f_2 пучок полностью попадает на мишень. Отсюда величина

$$a_{\max} + \xi_{\max} = r(f_1) - r(f_2) . \quad (13)$$

Из уравнений (12) и (13) можно определить максимальные амплитуды бетатронных и радиально-фазовых колебаний. Для синхроциклотрона ОИЯИ

определение a_{\max} только при помощи перемещения мишени дало $a_{\max} = 14,5$ см при отсутствии фокусирующего напряжения и $a_{\max} = 15,5$ см при оптимальной величине напряжения на фокусирующем электроде. Неточность определения этим способом амплитуды радиальных колебаний связана с тем, что пучок в первом случае длительное время дрейфует на каком-то радиусе. Рассеяние частиц на молекулах остаточного газа и действие механизма фазового смещения приводит к радиальному расплыванию пучка.

Во втором случае влияние механизма фазового смещения и рассеяния частиц пучка будет значительно меньше. Дополнительная погрешность, связанная с неточностью определения $f_{\min} = f_2$ по абсолютной величине, как показано выше, меньше $\xi_{\max} / 2$.

Исходя из этого, можно сказать, что точность определения амплитуд радиальных колебаний в этих случаях невысока. Но преимущество определения амплитуд таким способом состоит в том, что можно быстро получить необходимые результаты.

Аксиальные колебания

Для нахождения размеров пучка по вертикали и искажения медианной плоскости была разработана методика измерений с использованием двух мишеней: бериллиевой, установленной на конечном радиусе ускорения

$R = 274,5$ см, и мишени для измерения тока пучка, имеющей возможность перемещаться внутри камеры во время работы ускорителя в диапазонах радиусов от 15 до 110 см (или после перестановки ее в камере от 80 до 175 см). Поток вторичных частиц от бериллиевой мишени измерялся дозиметром (ионизационной камерой). Ток частиц на подвижную мишень измерялся микроамперметром. Измерения проводились через 5 см по радиусу путем постепенного подъема мишени токового пробника (через 2 мм) и регистрации показаний дозиметра и микроамперметра. На рис. 7 показаны кривые $i = i(z)$ и $\alpha = \alpha(z)$ при подъеме токовой мишени на радиусах 75 и 105 см (α - показания дозиметра). Начало увеличения тока при $z = 4$ и 10 мм (кривые $\alpha = \alpha(z)$) соответствует максимальной амплитуде колебаний пучка, а спад до нуля показаний дозиметра при $z = 34$ и

42 мм (кривые $\alpha = \alpha(z)$) соответствует положению на этих радиусах медианной плоскости. (Координата z отсчитывается от верхнего края токовой мишени в опущенном положении, который в этих экспериментах был на 18 мм ниже средней геометрической плоскости зазора магнита).

Наличие вертикальных колебаний частиц в пучке объясняет спад до нуля показаний дозиметра. При этом весь пучок попадает на токовую мишень, поднятую до медианной плоскости. По этой же причине при $z = 34$ и 42 мм прекращается увеличение тока на мишень. При опускании токовой мишени картина обратная - возрастают показания дозиметра α и ток спадает до нуля. Однако в этом случае прекращение роста показаний дозиметра может наступить раньше, чем достигнет нуля ток i . Это означает, что на радиусах, больших радиуса токовой мишени, существуют потери пучка из-за попадания частиц пучка на дуант вследствие искажения медианной плоскости или увеличения амплитуды вертикальных колебаний. В этом случае токовая мишень после прекращения роста показаний дозиметра регистрирует частицы, которые в дальнейшем будут потеряны.

Описанным выше методом были проведены 3 серии измерений высоты пучка и положения медианной плоскости. В первой серии использовался пробник с токовой мишенью, перекрывающей пучок при вращении вокруг горизонтальной оси, расположенной ниже дуанта. В последних сериях мишень поднималась по вертикали. Результаты измерений показаны на рис. 8.

Некоторое несовпадение результатов измерений (порядка 1 см) объясняется ошибками при установке токового пробника в строго горизонтальном направлении и изменении координат его торца относительно средней геометрической плоскости в рабочих условиях. Следует также иметь в виду, что при вакууме и магнитном поле наблюдается прогиб крышек камеры, искажающий первоначальные установочные данные.

Для нахождения спектра вертикальных колебаний предполагаем, что полное число частиц в пучке должно удовлетворять соотношению

$$\int_0^x \Phi(z) dz = N \quad , \quad (14)$$

где $\Phi(z)$ – функция распределения частиц по амплитудам аксиальных колебаний. Так как в эксперименте измеряется ток, то искомая функция определяется как

$$\Phi(z) = \frac{1}{e F_M} \cdot \frac{di}{dz}, \quad (15)$$

где e – заряд протона, F_M – частота модуляции.

Отсчёт z должен вестись от медианной плоскости, т.е. от значения z , при котором кривая $\alpha = \alpha(z)$ достигает нуля, а кривая $i = i(z)$ перестает возрастать.

Если известно, что на радиусах, больших исследуемого, отсутствуют потери пучка из-за соударения с дуантом, то можно определить спектр вертикальных колебаний и по кривой $\alpha = \alpha(z)$. Однако в этом случае дозиметр регистрирует вторичные частицы не только от бериллиевой мишени на конечном радиусе, но и вторичные частицы от соударения с токовой мишенью, а также от соударения теряющихся частиц с дуантом.

На рис. 9 приведены спектры вертикальных колебаний для радиусов 75 и 105 см ($F_M = 120$ гц). Измеренная при помощи двух пробников высота пучка на этих радиусах хорошо согласуется с результатами, полученными методом радиоавтографа.

Вертикальные размеры пучка на любом радиусе можно также определить, если знать, как изменяется амплитуда вертикальных колебаний с радиусом, и если известны размеры пучка на каком-либо радиусе. Известно, что при адиабатическом изменении параметров магнитного поля и энергии частиц в ускорителях с круговой орбитой амплитуда вертикальных колебаний изменяется по закону $1/\delta$.

$$z = \text{const } B^{-\frac{1}{2}} n^{-\frac{1}{4}}, \quad (16)$$

где B – индукция магнитного поля, n – показатель неоднородности.

Если известна амплитуда аксиальных колебаний на каком-либо радиусе, постоянный коэффициент легко определить, подставив в выражение (16) соответствующие значения B и n . На рис. 10 показана огибающая аксиальных колебаний для синхроциклотрона ОИЯИ. Для вычисления огибающей аксиальных колебаний постоянная вычислялась из условия, что на радиусе 80 см $z = 3$ см. Видно удовлетворительное совпадение теоретически вычисленной огибающей и экспериментальных результатов, полученных методом двух пробников в диапазоне радиусов от 70 до 140 см. На малых радиусах огибающая, по-видимому, имеет несколько иной характер, так как приведенная выше формула для z не учитывает влияния пространственного заряда на вертикальные размеры пучка. Для сравнения на рис. 10 показаны размеры пучка, определенные методом двух пробников.

Приложение

Определение $v = v(t)$.

Скорость наплывания пучка на мишень можно записать в виде ^{16/}

$$v = \frac{r}{(1-n)K\omega} \cdot \frac{E^2}{E^2 - E_0^2} \frac{d\omega}{dt} \quad (П.1)$$

где r - радиальное положение центра пучка, E, E_0 - соответственно полная и энергия покоя частицы, ω - частота обращения,

$$K = 1 + \frac{n}{1-n} \frac{1}{\beta^2}$$

β - относительная скорость частицы. Перепишем (П.1) в виде

$$v = \gamma \frac{d\omega}{dt} \quad (П.2)$$

Коэффициент пропорциональности γ - очень медленно меняющаяся функция времени. Из рис. 11 видно, что для синхроциклотрона ОИЯИ $d\omega/dt$ может быть представлена в виде

$$\frac{d\omega}{dt} = \left(\frac{d\omega}{dt} \right)_0 (1 - \delta t). \quad (\text{П.3})$$

Здесь $(d\omega/dt)_0$ - производная частотной программы в момент времени, когда пучок начинает попадать на мишень и δ - коэффициент пропорциональности. Тогда

$$v(t) = \gamma \left(\frac{d\omega}{dt} \right)_0 (1 - \delta t) = v_0 + Bt, \quad B = -\delta \gamma \left(\frac{d\omega}{dt} \right)_0 \quad (\text{П.4})$$

и

$$\int_0^{t_0} v(t) dt = v_0 t_0 + B \frac{t_0^2}{2}$$

Для синхроциклотрона ОИЯИ параметр $B = -0,24 \cdot 10^8$ 1/сек².

Л и т е р а т у р а

1. А.Б.Кузнецов, К.П.Мызников, АЭ, 12, 373 (1962).
2. Cassels, Dickson, Proc. Phys. Soc., 64, 590 (1951).
3. В.И.Данилов, И.Б.Енчевич, Б.И.Замолодчиков, Э.А.Полферов, Е.И.Розанов и др., АЭ, 19, 3, 289 (1956).
4. Дж.Ливингуд - "Принципы работы циклических ускорителей", ИЛ, Москва, (1963).
5. В.И.Данилов, И.Б.Енчевич, Б.Н.Марченко, Э.А.Полферов, А.Н.Сафонов, А.В.Шестов. Препринт ОИЯИ Р-1853, Дубна (1964).
6. А.А.Коломенский, А.Н.Лебедев - "Теория циклических ускорителей", ФМЛ, Москва (1962).

Рукопись поступила в издательский отдел
10 июля 1968 года.

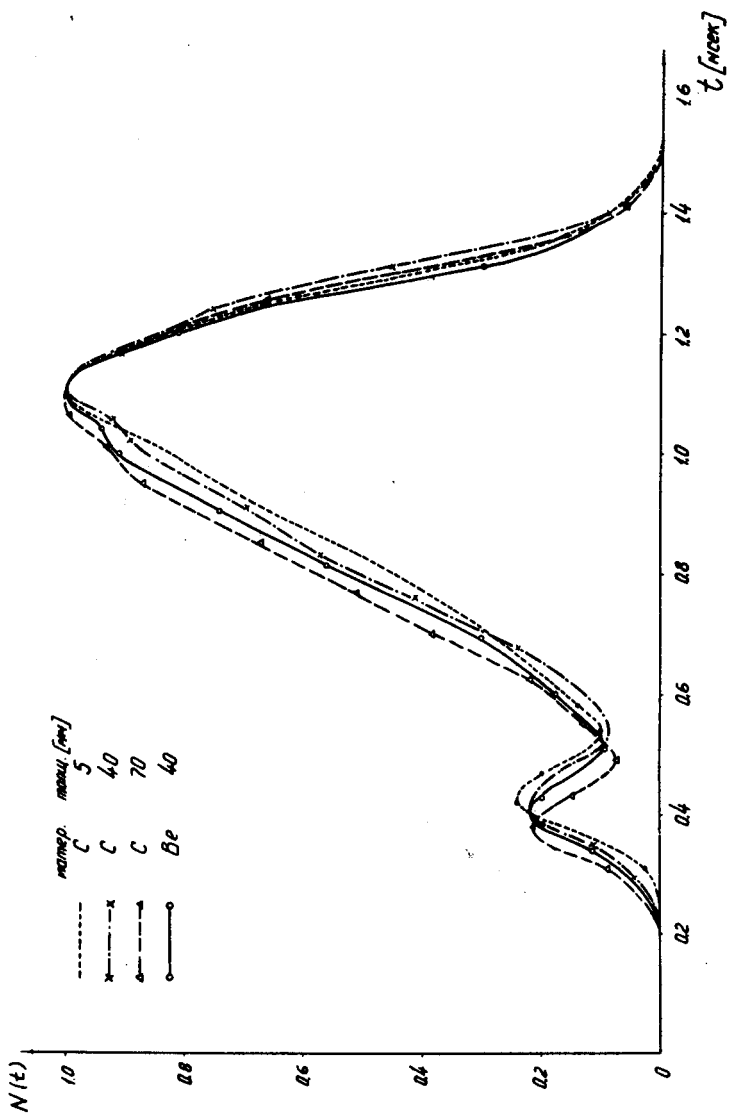


Рис. 1. Влияние толщины и материала мишени на форму импульса вторичных частиц в синхроциклотроне ОИЯИ.

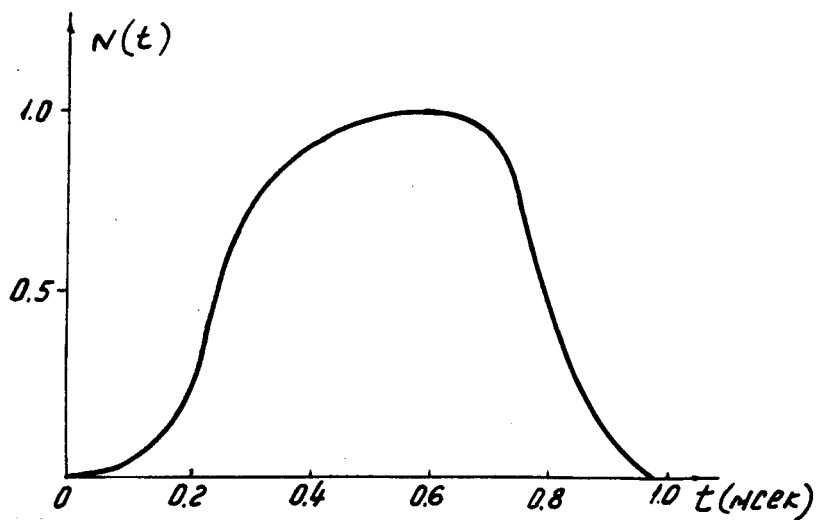


Рис. 2. Форма импульса пучка вторичных частиц в синхроциклотроне ОИЯИ.

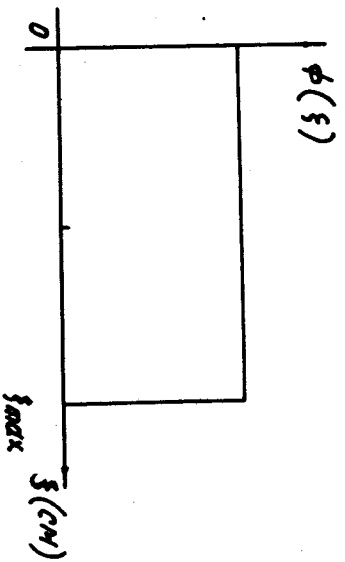


Рис. 3. Предполагаемый спектр амплитуд радиально-фазовых колебаний.

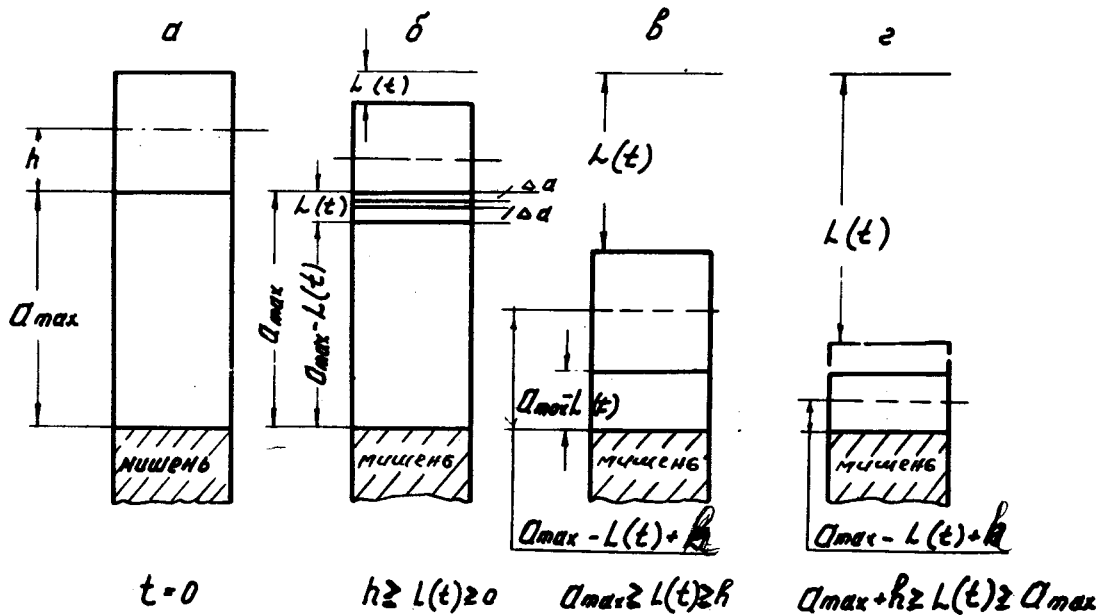


Рис. 4. Схематическое изображение взаимодействия пучка протонов с мишенью в различные моменты времени.

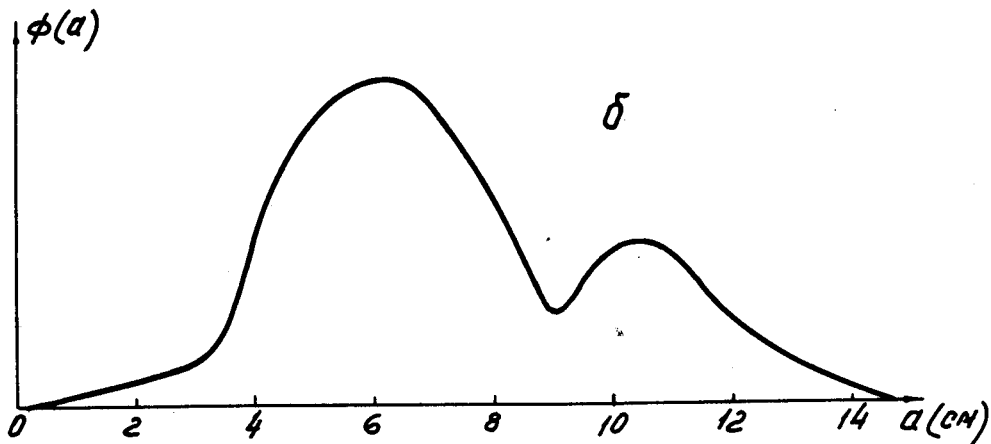
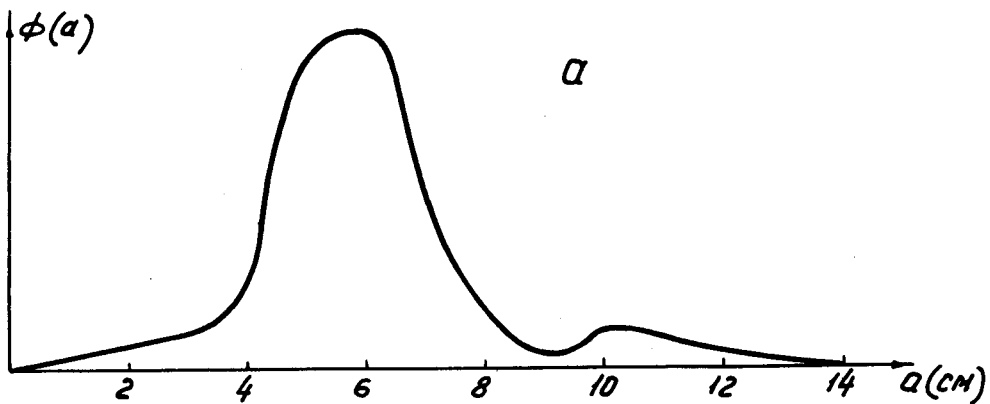


Рис. 5. Спектр амплитуд радиальных бетатронных колебаний синхротрона ОИЯИ: а) напряжение на фокусирующих электродах равно нулю, б) напряжение на фокусирующих электродах оптимально.

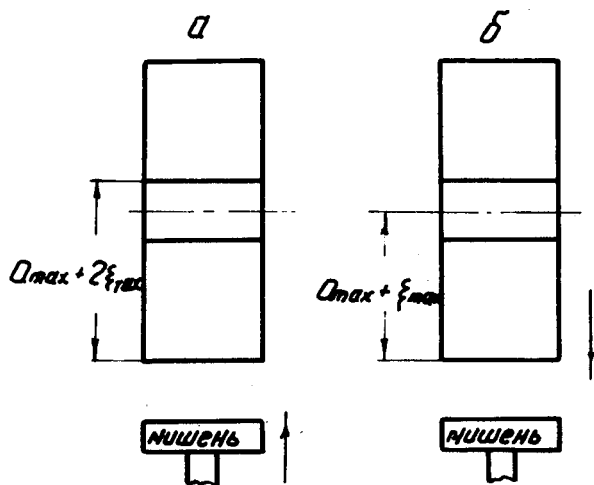


Рис. 6. Схематическое изображение взаимодействия пучка протонов с мишенью: а) мишень надвигается на пучок, б) мишень неподвижна.

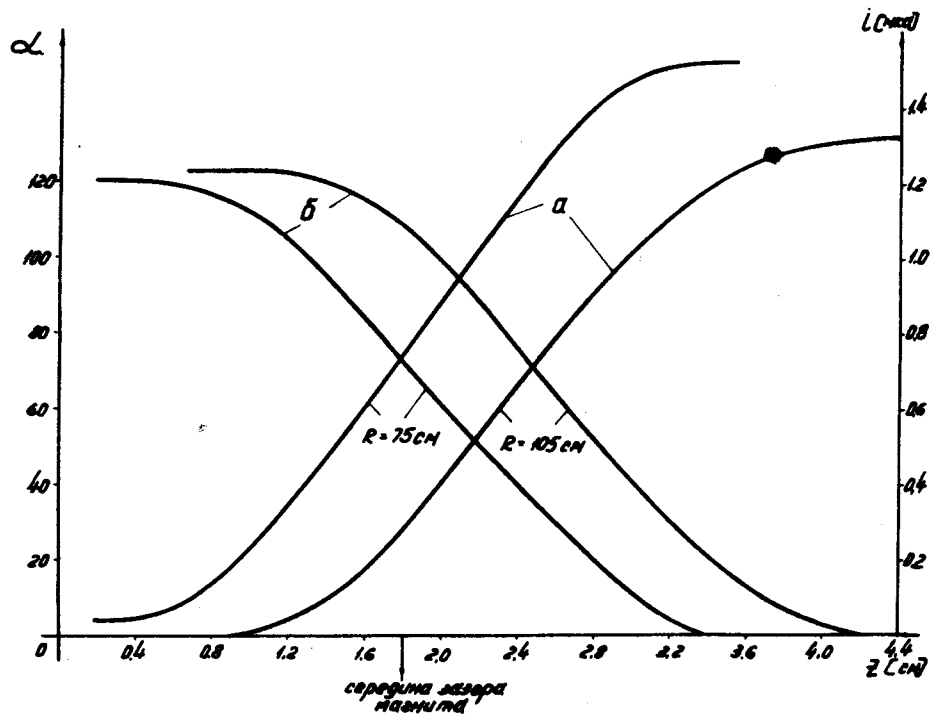


Рис. 7. Зависимость тока пучка на радиусах 75 и 105 см (кривые а) и показаний дозиметра (кривые б) от высоты подъема мишени.

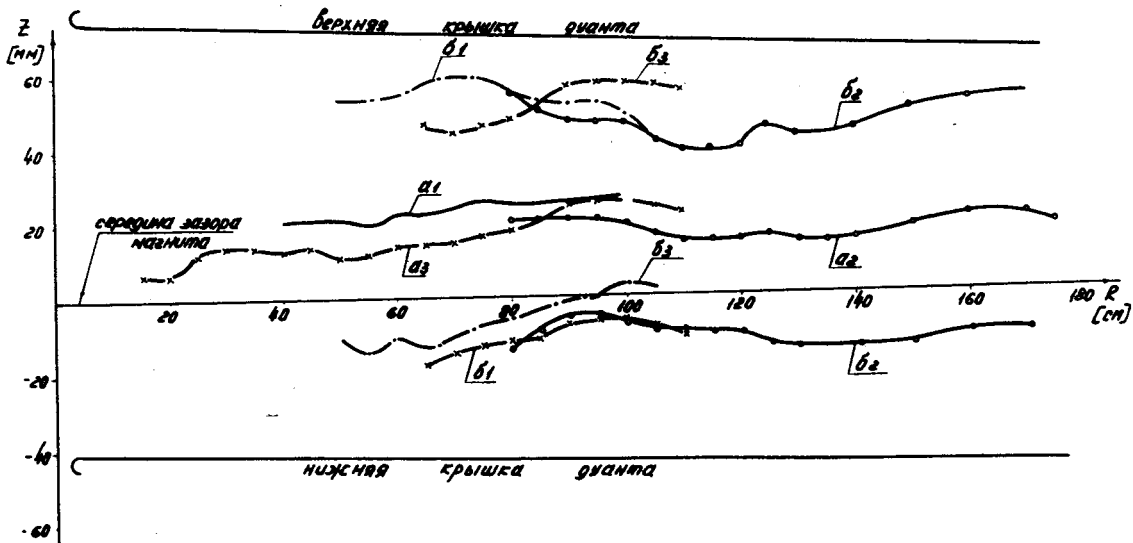


Рис. 8. Положение медианной плоскости (кривые а) и огибающие пучка (кривые б) в синхроциклотроне ОИЯИ: 1 - измерения в январе 1962 г., 2 - измерения в июне 1964 г., 3 - измерения в декабре 1964 г.

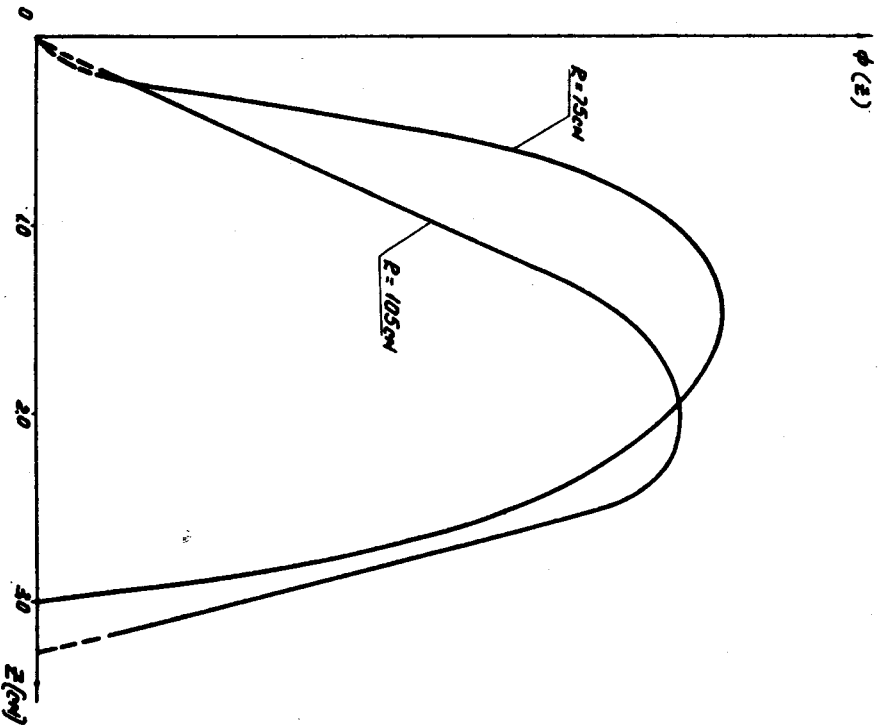


Рис. 9. Спектр амплитуд аксиальных бетатронных колебаний синхротрона ОИЯИ.

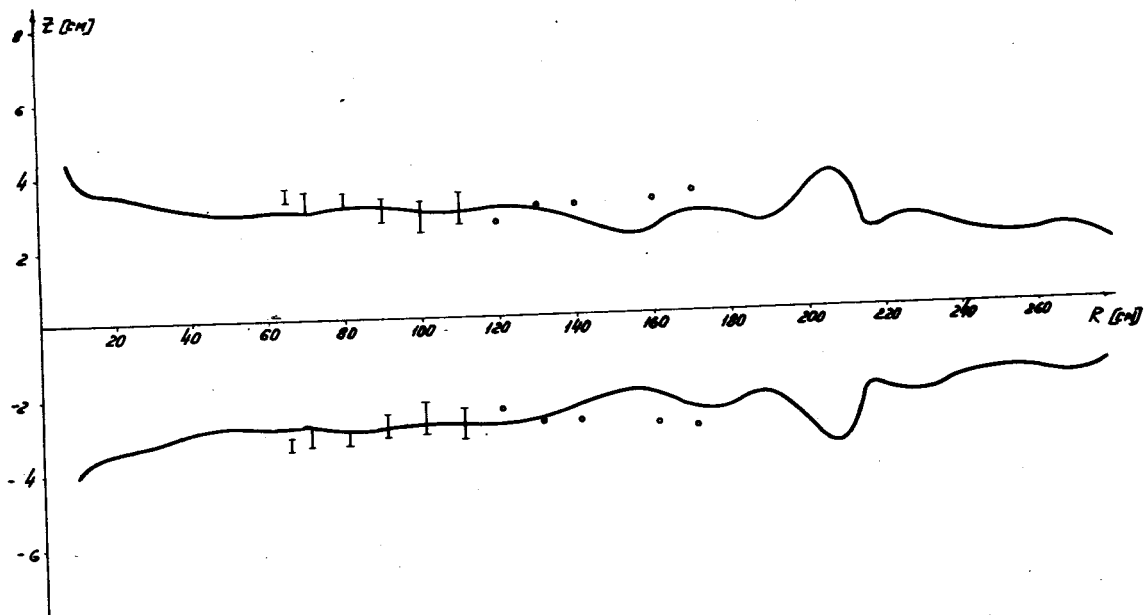


Рис. 10. Огибающая аксиальных бетатронных колебаний синхроциклотрона ОИЯИ.

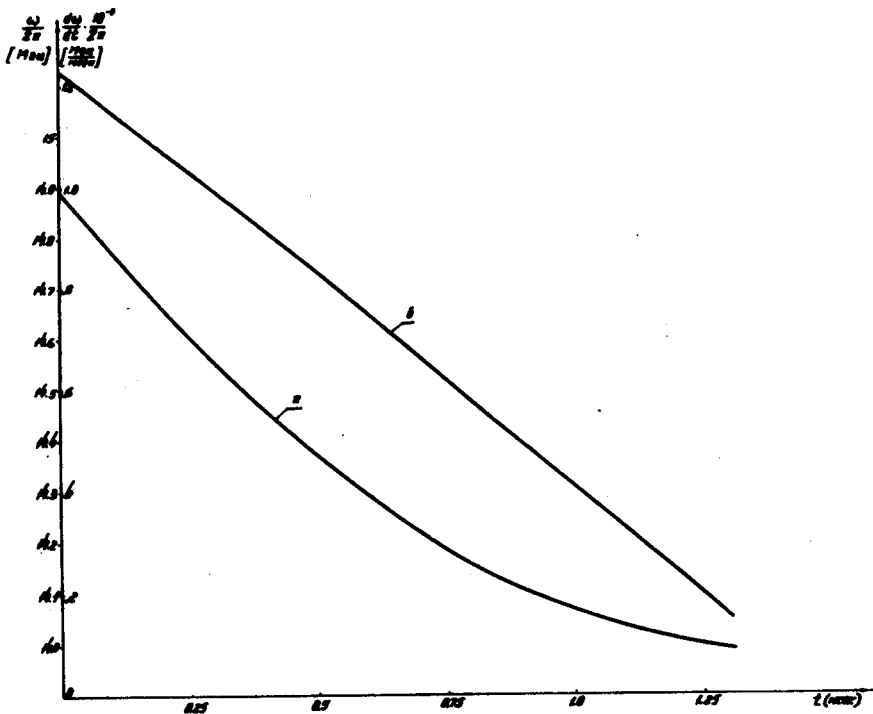


Рис. 11. Зависимость частоты ускоряющего напряжения ω (кривая а) и $d\omega/dt$ (кривая б) от времени на конечных радиусах ускорения в синхротроне ОИЯИ при $F_M = 112$ гц.