ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

State State State and

Дубна

0-217

P9 - 3639

А.Н.Сафонов, Л.А.Шехтман

ИССЛЕДОВАНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПОТЕНЦИАЛА В ДВУМЕРНОЙ МОДЕЛИ УСКОРЯЮЩЕГО ПРОМЕЖУТКА СИНХРОЦИКЛОТРОНА ПРИ НАЛИЧИИ ПРОСТРАНСТВЕННОГО ЗАРЯДА

1967,

P9 - 3639

А.Н.Сафонов, Л.А.Шехтман

71 22/3 3

ИССЛЕДОВАНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПОТЕНЦИАЛА В ДВУМЕРНОЙ МОДЕЛИ УСКОРЯЮЩЕГО ПРОМЕЖУТКА СИНХРОЦИКЛОТРОНА ПРИ НАЛИЧИИ ПРОСТРАНСТВЕННОГО ЗАРЯДА



Пространственный заряд пучка ионов оказывает весьма существенное влияние на условия начального ускорения ионов в синхроциклотроне ^{/1,2,3/}. При некоторой величине тока пучка компоненты поля пространственного заряда около источника могут стать больше, чем компоненты ускоряющего поля, источник окажется экранированным от напряжения на дуанте и захват ионов в ускорение прекратится.

Для точного определения предельной плотности пространственного заряда необходимо решить трехмерное уравнение Пуассона для нескольких моментов времени захвата, что связано со значительными трудностями. На рис.1 показана форма эквипотенциалей в вертикальной плоскости, перепендикулярной кромке дуанта и проходящей через источник^{X)}. Видно, что от источника до эквипотенциали 0,6 электрическое поле на расстоянии $s = \pm 5$ см от медианной плоскости весьма близко к двумерному. Поэтому предельную плотность можно оценить, если пренебречь искривлением эквипотенциальных поверхностей около дуанта и фокусирующих электродов /4;5/и считать, что в медианной плоскости. двумерность поля мало искажается из-за конечной высоты пучка. В таком случае задача о нахождении распределения потенциала при наличии пространственного заряда сводится к решению двумерного уравнения Пуассона

$$\nabla^2 U(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = - \frac{\rho(\mathbf{x}, \mathbf{y})}{\epsilon_0}$$
(1)

с заданными граничными условиями на вертикальных поверхностях, определяющих некоторый двумерный ускоряющий промежуток (здесь р (х,у) - плотность

х) Предполагается, что плазма ионного источника открытого типа находится под нулевым потенциалом.

пространственного заряда пучка [кул/м³], $\epsilon_0 = 8.854.10^{-12}$ ф/м – диэлектрическая проницаемость среды, U(x,y) – потенциал [в]).

В работе /6/ подробно обоснован способ решения двумерного уравнения Пуассона путем экспериментального определения потенциала в исследуемой модели методом наведенного тока при помощи зонда с линейным распределением плотности заряда по длине. (Линейное распределение заряда создается благодаря обтеканию поверхности длинного тонкого стержня (зонда) переменным током звуковой частоты). В работе показано, что если на плоскости z = 0 при помощи сопротивлений, соединенных с дополнительными электродами, задано распределение фиктивных потенциалов $U^*_{o}(x, y) = \rho_{(x, y)} / \epsilon_{o}$, а боковые поверхности модели заземлены (U = 0), то амплитуда тока, наводимого на дополнительных электродах таким зондом, пропорциональна решению U(x,y) двумерного уравнения Пуассона с правой частью - ρ_(x,y)/ε, и граничными условиями U = 0 . Можно показать, что при задании на боковой поверхности модели фиктивного потенциала, равного L - длина зонда), величина наведенного тока в модели пропорциональ-(здесь на решению уравнения Пуассона (1) с граничными условиями U(s) на кон- принципиальная погрешность метода - порядка нескольких процентуре TOB.

Метод наведенного тока обладает определенными преимуществами по сравнению, например, с методом электролитической ванны (отсутствие искусственной моделирующей среды, простота и компактность установок, удобство задания правой части уравнения Пуассона).

Двумерная модель ускоряющего промежутка синхроциклотрона, на которой изучалось влияние пространственного заряда пучка на распределение потенциального поля, показана на рис.2. Она представляет собой пластину из фольгированного гетинакса, на которой прорезаны концентрические пазы, отделяюшие друг от друга десять колец, разрезанных кроме того по оси х на полукольца. От каждого полукольца и оставшейся поверхности фольги выведены контакты для задания граничных условий и распределения фиктивных потенциалов $U^*_{\rho}(x,y)$, пропорционального распределению плотности пространственного заряда. Металлические пластины слева и справа от стержня, имитирующего плазму ионного источника, ограничивают ускоряющий промежуток и являются аналогами дуанта и фокусирующих электродов (или противодуантной рамки) соответственно.

При одновременном задании фиктивного потенциала на пластину-дуант U_1^* и фиктивного потенциала на дополнительные электроды – пучок U_p^* и при заземлении остальных электродов искомое распределение потенциалов модели представляет суперйозицию решений уравнения Лапласа с граничными условиями: на дуанте $U = U_1 = U_1^* \cdot \frac{L^2}{2}$, на стержне ионного источника и на пластине – аналоге фокусирующих электродов $U = U_2 = U_3 = 0$ и решения уравнения Пуассона с правой частью U_1^* (x,y) при $U_1 = U_2 = U_3 = 0$.

Измерения в даиной работе проводились на установке МНТ (модель наведенного тока), разработанной в Саратовском университете /7/.

Потенциал определялся в фиксированных точках модели (рис.2) для нескольких отношений фиктивного потенциала $\begin{array}{ccc} U^{*} & U^{*} & U^{*} & U^{*} & 0;1,5;\\ \rho & 1 & \rho & 1 \end{array}$ 6; 12 и 14 для пучков цилиндрической и полуцилиндрической формы.

Схема установки для измерения потенциала приведена на рис.3. Фиктивные потенциалы устанавливались при помощи блока граничных условий (3), выпрямителя ВС-11 и микроамперметра (4). Питание зонда (2) с линейным распределением заряда осуществлялось от генератора ГЗ-ЗЗ, а потенциал измерялся селективным усилителем У2-4. Одновременно при помощи усилителя У2-6 определялась емкость зонда на электроды модели. Искомый потенциал находился как отношение показаний У2-4 к показаниям У2-6. Использовался зонд длиной 14 см.

На рис.4 показаны эквипотенциальные линии при отсутствии пространственного заряда для напряжения на дуантной пластине 20 кв. На том же рисунке показаны эквипотенциали, полученные на электролитической ванне. Отличие кривых характеризует точность измерений лапласовского распределения потенциала методом наведенного тока с линейным зондом. Распределение потенциала от равномерного пространственного заряда цилиндрического пучка ($\rho_{\pm} = const$) при нулевом напряжении на дуантной пластине (решение уравнения Пуассона) приведено на рис.5 для величины фиктивного потенциала U₀* = 6U*, где

 U_1^* - значение потенциала на дуантной пластине в предыдущем случае. Условие ρ_{ψ} = const выполняется при задании на электроды-пучок одинакового фиктивного потенциала. Учитывая приведенные выше соображения относительно вклада потенциалов, приложенных к дуантной пластине и дополнительным электродам, имеем $U_1^* = \frac{U_1}{L^2/2}$ и $U_{\rho}^* = \rho_{\psi}/\epsilon_0$, откуда

5

Ĝ

$$\rho_{\psi} = \frac{U_1 \epsilon_0 k}{L^2/2} (\Gamma \mu e k = \frac{U_\rho}{U_1^*}).$$

Таким образом, для приведенного на рис.5 случая объемная плотность пространственного заряда равна $10,8.10^{-5}$ кул/ 3 . На рис.6 показано распределение эквипотенциальных линий для k = 6 в долях напряжения на дуантной пластине $U_1 = 20$ кв. Интересующее нас распределение потенциала с точки эрения уменьшения или прекращения захвата частиц из источника можно получить как суперпозицию лапласовского распределения потенциала для $U_1 = -20$ кв. (захват протонов происходит при отрицательном напряжении на дуанте) и пуассоновского распределения потенциала с можно и лу-ассоновского распределения при $U_1^* = 0$ и $U_p^* = const = k U_1^*$

На рис.7 приведены кривые U(x,y) для случая $\rho_{-} = 10,8.10^{-5}$ кул/м³ (U* = - 6 U*). Из рисунка видно, что захват частиц в сторону нулевой пластины (фокусирующих электродов) уже невозможен, а напряженность на границе плазмы со стороны дуантной пластины существенно уменьшилась. На рис.8 показаны эквипотенциали для этого случая.

Для нахождения величины пространственного заряда ($\rho_{\rm nn}$) , при котором прекращается захват, можно воспользоваться графиком на рис.9, построенном на основании проведенных экспериментов. По оси ординат здесь отложе-в величина ________ пл _____ го в _____ величиности опочтринос----, где Е [<u>в</u>] - напряженность электричесна величина кого поля на границе плазмы при 🔭 = 0 , ℓ[м] - расстояние между пластинами, U[B] - напряжение на дуантной пластине; а по оси абсцисс - вели-чины - k = - $\frac{U_{\rho}^{*}}{U_{\rho}^{*}}$ и $\frac{\rho_{\nu}\ell'^{2}}{U_{\nu}^{*}} = \frac{U_{\rho}^{*}}{U_{\nu}^{*}} + \frac{\epsilon_{0}}{2} \ell_{\nu}^{2} (\ell_{\nu}[M] - расстояние между$ $\frac{\epsilon_0}{L^2/2}$ ℓ_M^2 (ℓ_M [м] - расстояние между 11+ 11* пластинами изучавшейся модели). Из теоремы подобия следует, что ручи и по коремы подооия следует, что учи являются инвариантами при переходе к геокомплексы метрически подобным системам /7/. Следовательно, по графику рис.9 можно найти предельное значение плотности р [кул] для любых U и l, , при которых сплошные кривые пересекают определив величины ось абсцисс. (Возрастающая кривая относится к точке на границе плазмы, обрашенной к дуанту, а нисходяшая кривая соответствует точке, обращенной к фокусирующим электродам).

Так, для цилиндрического пучка с $\mathbf{R} = 5$ см, $\mathbf{U} = -20$ кв, $\ell = 10$ см захват прекращается на левой границе пучка при $\mathbf{k} = -7,8$ и $\rho_{\downarrow} = 14,1.10^{-5}$ кул/ \mathbf{M}^3 . Если считать, что в дальнейшее ускорение идет пучок высотой $2\mathbf{h} =$ 12 см, то при частоте модуляции $\mathbf{F}_{\mathbf{M}} = 120$ гц предельный ток пучка равен $\mathbf{I} = \rho_{\downarrow} \mathbf{V} \mathbf{F}_{\mathbf{M}} = 15$ мка, где \mathbf{V} – объем пучка [\mathbf{M}^3].

Однако форма пучка может отличаться от цилиндра, ось которого совпадает с осью магнита. В работе /1/ графоаналитическим методом показано, что в начале захвата пучок представляет собой эксцентричный цилиндр, деформирующийся затем в цуг. В работе /2/ предполагается, что пучок имеет почти полурилиндрическую форму, если период модуляции достаточно большой для того. чтобы не захваченные в ускорении ионы успели рассеяться на атомах остаточного газа. При этом, когда напряжение на дуанте имеет максимальное отрицательное значение, пучок занимает положение влево от оси и (см. рис.2). Для такой формы пучка были проведены измерения зависимостей U(x,y), аналогичные описанным выше, для значений 🗼 = 1,5; 6; 12 и 14. На рис.10 показана форма эквипотенциалей при полуцилиндрическом пучке для 🌔 = =2.7•10⁻⁵ кул/м³ (k = 1,5) для пуассоновского поля, то есть при задании фиктивных потенциалов только на левые полукольца и нулевых потенциалов - на остальные электроды. Суперпозиция лапласовского распределения потенциала (рис.4) с отрицательным знаком и пуассоновского поля (рис. 10) с соответствующим коэффициентом 🕻 также позволяет определить предельную плотность пространственного заряда. На рис.11 и 12 показана форма эквипотенциалей для k = -12 и -14, соответственно. Видно, что напряженность на левой границе плазмы достигает нуля при значениях **k**, заключенных между -12 и -14. Величины <u>Епл</u> в зависимости от <u>V</u> (или-k) для полуцилиндрического пучка нанесены на рис.9 пунктиром. Из рис. 9 следует, что захват прекращается в направлении как дуанта, так и фокусирующих электродов при значениях k = -13, что соответствует предельному значению $\rho_{mp} = 22,8\cdot10^{-5} \text{кул/m}^3$ и предельному току I = 12,2 мка.

Приведенные выше результаты измерений и расчета получены в предположении равномерного распределения заряда в пучке, т.е. $\rho_{-} = \cos n t$. Это предложение справедливо только в первом приближении. Можно предположить, что плотность объемного заряда уменьшается с радиусом, достигая нулевого значения на границе пучка. Для цилиндрического пучка были проведены измерения потенциального поля при линейном законе изменения объемной плотности с радиусом. Линейный закон изменения ρ_{-} задавался путем соответствуюшего уменьшения фиктивных потенциалов от центра к периферии, т.е. $U^* = \rho_{-}$

7

На рис.13 приведены эквипотенциали для пространственного заряда пучка, изменяющегося по линейному закону. На рис.14 показана форма эквипотенциалей при напряжении на дуанте $U_1 = -20$ кв и $\rho_{-} = 7.2 \cdot 10^{-3}(0.05 - t)$ кул/м³. Сравнивая форму эквипотенциалей для равномерно заряженного пучка и пучка с линейно меняющейся плотностью, в первом приближении можно положить, что пучок с линейно изменяющейся по радиусу от ρ_{-max} до 0 плотностью эквивалентен пучку с равномерной плотностью пространственного заряда $\rho_{-3K} = 0.5 \rho_{-max}$. Однако при этом следует учитывать, что предельный заряд, заключенный в.том же объеме, и, следовательно, предельный ток будут в полтора раза меньше. Так, если для пучка с $\rho_{-} = const$ $Q = \rho_{-V}V$, то для пучка с линейно изменяющейся по радиусу плотностью $\rho_{-} = \frac{\rho_{-max}}{R_{-max}}$ ($R_{-max} - t$) Q находится интегрированием, т.е.

$$Q = \int_{0}^{R} \int_{0}^{2\pi} \int_{0}^{2h} \frac{\rho_{\text{ymax}}}{R_{\text{max}}} (R_{\text{max}} - r) r dr d\phi dz = \pi R^{2} 2h \frac{\rho_{\text{ymax}}}{3} = V \frac{\rho_{\text{ymax}}}{3} = V \frac{\rho_{\text{ymax}}}{3} = V \frac{\rho_{\text{ymax}}}{1,5}$$

Полученные выше значения предельных плотностей пространственного заряда для напряжения на дуанте U₁ =-20 кв, расстоянии между пластинами 10 см и диаметре источника 1 см можно использовать для оценок предельных плотностей при рассмотрении ускорения в центральной области синхроциклотрона для других значений напряжения на дуанте и ширины ускоряющего промежутка. Картина эквипотенциальных линий в медианной плоскости для синхроциклотрона ОИЯИ приведена на рис.15, где толстыми линиями показаны форма дуанта, ионного источника и фокусирующих электродов (апертура дуанта и фокусирующих электродов 2b = 12 см). Измерения потенциального поля дуанта синхроциклотрона ОИЯИ произведены при помощи электролитической ванны на модели в 1:2 натуры /5/. Форма эквипотенциалей вблизи ионного источника, изображенных на рис.15 и полученных на модели ускоряющего промежутка при $\rho_{-}=0$ в данной работе (рис.3), имеет одинаковый характер, что позволяет сделать вывод о возможности оценок влияния пространственного заряда для реального случая на основе измерений и расчетов, выполненных выше для двумерной модели.

Оценим предельные плотности пространственного заряда для синхроциклотрона ОИЯИ, воспользовавшись данными, приведенными на рис.9. Рассмотрим соответствие эквипотенциалей модели и натуры в масштабах 1:1, 1:2 и 1:3. Так как в реальных условиях существует провисание потенциальных по-

верхностей внутрь дуанта и фокусирующих электродов, то границами ускоряющего промежутка будем считать эквипотенциали в медианной плоскости, соответствующие в выбранных масштабах пластинам модели. Напряжение на дуанте будем считать равным 20 кв. Обычно захват частиц происходит в сторону дуанта, поэтому предельные плотности оценим, исходя из равенства нулю напряженности на границе плазмы в точке $y = -\frac{d_{HC}}{2}$, x = 0, где $\frac{d}{u_C} - дu$ аметр источника. Из рисунка 9 находим, что для цилиндрического пучка захват прекращается при значении $\frac{\rho_v l^2}{U} = 7.10^{-11} \phi/M$, а для полуцилиндрического при $\frac{\rho_v l^2}{U} = 11, 4.10^{-11} \phi/M$. Отсюда для модели с напряжением на дуантной пластине $U_1 = -20$ кв, шириной промежутка l = 0,1м имеем предельное значение плотностей

$$\rho_{\rm np,u.} = 14.10^{-5} \text{ ky}\pi/\text{M}^3; \quad \rho_{\rm np,nu.} = 22.8.10^{-5} \text{ ky}\pi/\text{M}^3.$$

На рис.16 показано распределение потенциала по оси у для синхроциклотрона ОИЯИ и для двумерной модели при масштабах моделирования 1:1 и 1:2. При сопоставлении модели с натурой в масштабе 1:1 дуантная пластина совпадает с эквипотенциалью 0,5 U_д (U_д - напряжение на дуанте синхроциклотрона), а пластина – фокусирующие электроды – с эквипотенциалью 0,15 U_л. Хотя U₃ не равно нулю, а составляет около $\frac{1}{3}$ U₁, таким масштабом моделирования можно воспользоваться для оценки предельного пространственного заряда, так как захват происходит в сторону дуанта. Таким образом, для цилиндрического пучка $\rho_{\rm пр.u.} = 7.10^{-5}$ кул/м³ и для полуцилиндрического $\rho_{\rm пр.пц.} = 11,4.10^{-5} \frac{- {\rm кул}}{- {\rm м}^3}$.

При сопоставлении модели с натурой в масштабе 1:2 дуантная пластина совпадает с эквипотенциалью 0,78 U , а нулевая - с эквипотенциалью 0,08 U .

В этом случае ширина промежутка равна 0,2 м, радиус пучка - 0,1 м и диаметр источника - 2 см, а предельные плотности равны

$$\rho_{\Pi D,\Pi_*} = 2,7.10^{-5} \text{ кул/m}^3 \text{ и } \rho_{\Pi D,\Pi \Pi_*} = 4,45.10^{-5} \text{ кул/m}^3.$$

При масштабе 1:3 дуантная пластина совпадает с эквипотенциалью 0,9 U нулевая – с эквипотенциалью 0,05 U $_{\rm II}$. При этом

2

$$\rho_{\text{пр.u.}} = 1,41.10^{-5} \text{ кул/м}^3 \text{ и } \rho_{\text{пр.nu.}} = 2,30.10^{-5} \text{ кул/м}^3$$

Погрешность оценки при таком сопоставлении уменьшается с ростом радиуса пучка из-за отличия от нуля U_s , но возрастает около источника, так как его диаметр увеличивается пропорционально радиусу пучка или расстоянию между крайними эквипотенциалями. Кроме того, при масштабах 1:2 и 1:3 пучок проникает в дуант и увеличивается отличие реального распределения поля от поля в двумерной модели. Последовательность сопоставления модели и натуры в масштабах 1:1, 1:2 и 1:3 можно рассматривать как изменение формы пучка в течение времени захвата ионов в ускорение (пренебрегая увеличением диаметра источника). Предельные токи оценим в этих случаях, считая высоту пучка 2h = 12 см, частоту модуляции $F_{M} = 120$ гц, напряжение на дуанте 20кв, по формуле

$$\mathbf{i}_{\mathbf{np}} = \boldsymbol{\rho}_{\mathbf{v} \mathbf{np}} \mathbf{v} \mathbf{F}_{\mathbf{M}}.$$

Величины предельных плотностей и предельных токов приведены в следующей таблице:

Macuran	NOTATE		натура	
Параметры	1:1	1:1	1:2	1:3
	0.1	0.1	0,2	0,3
ε (M)	0.05	0,05	0,1	0,15
к (м) d (м)	0,01	0,01	0,02	0,03
- U (ь)	20.10 ³	$0.5 U_{\pi} = 10^4$	0,78 U _д = 1,55.10 ⁴	$0,90 = 1.82^{104}$
а (кул/м ³)	14.10 ⁻⁵	7.10 ⁻⁵	2,7.10-5	1,41.10 ⁻⁵
^Р нр.ц. (мка)	15	7,5	11,7	13,6
ир.ц (кул/м ³)	22,8.10 ⁻⁵	$11.4.10^{-5}$	4,45.10	2,30.10-5
нр.иц I (мка)	12,2	6,1	9,5	11
1110.1114				ļ

Оценки предельных токов и плотностей, полученные в данной работе из условия прекращения захвата ионов в ускорение вследствие экранировки источника пространственные зарядом, по порядку величины близки к значениям, полученным в работе ^{/2/} из условия нарушения вертикальной устойчивости.

Более детальное изучение процесса формирования пучка в течение времени захвата при наличии пространственного заряда описанным в настоящей работе методом представляет предмет дальнейших исследований.

В заключение авторы выражают благодарность заведующему кафедрой радиофизики Саратовского университета профессору Г.М.Герштейну, начальнику отдела синхроциклотрона ОИЯИ В.И.Данилову за внимание, проявленное к данной работе и критические замечания, а также А.А.Глазову за полезную дискуссию.

Литература

- R.Keller, M.Fidecaro et M.Barbier. Calcul d'orbites dans un synchrocyclotron d'apres les donnees tecniques en considerant la charge d'espace – l'analogie aves l'oscillature anharmonique CERN 57-45, 1957.
- 2. В.И.Данилов, И.В.Пузынин, А.Н.Сафонов, Б.В.Феоктистов. Ограничение тока пучка пространственным зарядом в синхроциклотроне ОИЯИ. Препринт ОИЯИ Р-2912, Дубна 1966.
- 3. MSC Staff. Proposal for the improvement of the 600 MeV Syncrocvclotron, CERN, MSC Internal Report 67-5,1 st August 1967. (частное сообщение).
- 4. В.И.Данилов, И.Б.Енчевич, Б.Н.Марченко, Э.А.Полферов, А.Н.Сафонов, А.В.Шестов. Увеличение тока внутреннего пучка синхроциклотрона ОИЯИ введением дополнительной электростатистической фокусировки. Препринт ОИЯИ Р-1853, Дубна 1964.
- А.Н.Сафонов, А.В.Шестов. Исследование электрического поля в центральной области синхроциклотрона ОИЯИ при помощи электролитической ванны. Препринт ОИЯИ Б1-1543, Дубна 1963.
- Л.А.Шехтман. Экспериментальное решение двумерного уравнения Пуассона с помощью измерения наведенного тока. В сб. "Вопросы электрического моделирования полей" под ред. Г.М.Герштейна, вып.2, Изд. Саратовского государственного университета, 1967 г.
- 7. Вопросы электрического моделирования полей, вып.1. Сб. статей под ред. Г.М.Герштейна. Изд. СГУ, 1964 г.

Рукопись поступила в издательский отдел 26 декабря 1967 года.



Рис. І. Форма эквипотенциалей в вертикальной плоскости синхроциклотрона ОИЯИ.



Рис.2. Двумерная модель ускоряющего промежутка синхроциклотрона с источником.



Дис. 3. Блак-схема измерительной установки: 1-модель, 2-занд, з-блак граничных условий, 4-микроамперметр.







.







Рис 9. Зависимость $\frac{E_m \ell}{U}$ от $\frac{P}{U} \ell^2$ на границе плазны при $\chi = 0$ и $\mathcal{Y} = \pm \frac{dw}{2}$, где dw - диаметр источника; — цилиндрический пичак, —— полицилиндрический пичак.







Пис. 12. Эквипотенциали при P = 25,2·10⁻⁵нуя (K=-14) и Ц, =-20 кв (в долях Ц,).



تر.





