

С 345e

Д-183

6/XI-67

ОБЪЕДИНЕННЫЙ  
ИНСТИТУТ  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

Р9 - 3497



ЛАБОРАТОРИЯ ЯДЕРНЫХ ПРОЦЕССОВ  
ЛАБОРАТОРИЯ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ТЕХНИКИ  
И АВТОМАТИЗАЦИИ

В.И. Данилов, И.В. Пузынин .

ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ПОЛЕ  
В ЦЕНТРАЛЬНОЙ ОБЛАСТИ СИНХРОЦИКЛОТРОНА

1967.

Данилов В.И., Пузынин И.В.

P9-3497

**Электрическое поле в центральной области синхроциклотрона**

В работе исследованы основные особенности распределения электрического поля, возникающего между ускоряющими электродами в центральной области синхроциклотрона.

Знание составляющих электрического поля необходимо для постановки и решения задач фазового движения и влияния пространственного заряда на начальный процесс ускорения с учетом зависимости амплитуд электрического поля не только от времени, но и от пространственных координат.

**Препринт Объединенного института ядерных исследований.  
Дубна, 1967.**

Danilov V.I., Puzynin I.V.

P9-3497

**Electric Field in the Central Region of the Synchrocyclotron**

Main features of the distribution of the electric field, which is induced between accelerating electrodes in the central region of the synchrocyclotron, are investigated.

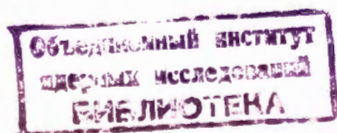
It is necessary to know the components of the electric field in order to formulate and solve the problems of the phase motion and the effect of space charge on the initial process of acceleration taking into account the dependence of the electric field amplitude not only on time but also on the space coordinates.

**Preprint, Joint Institute for Nuclear Research,  
Dubna, 1967.**

Р9 - 3497

В.И. Данилов, И.В. Пузынин

ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ПОЛЕ  
В ЦЕНТРАЛЬНОЙ ОБЛАСТИ СИНХРОЦИКЛОТРОНА



## В в е д е н и е

Одной из существенных особенностей ускорения частиц в центральной области синхротрона является зависимость высокочастотного ускоряющего поля не только от времени, но и от пространственных координат.

Эта особенность обуславливает в пространстве между ускоряющими электродами зависимость его основных характеристик (набор энергии, фокусирующих сил, фазового режима и захвата частиц в начале ускорения и т.д.) от радиуса. Для того чтобы определить указанные характеристики и подойти к постановке и решению проблем, определяющих, в конечном счете, не только интенсивность ускоряемых частиц, но и возможности дальнейшего ее увеличения, необходимо знать более детально электрическое поле, действующее в центральной области синхротрона.

Данная работа посвящена изучению особенностей распределения двумерного электрического поля, создаваемого ускоряющими электродами, а также нахождению основных характеристик электрического поля, определяющих начальный процесс ускорения в синхротроне ОИЯИ.

### § 1. Электрическое поле в центральной области синхротрона

Распределение электрического поля в центральной области синхротрона зависит от геометрии дуанта, ионного источника, от электродов дополнительной электростатической фокусировки и крышек ускорительной камеры.

Зависимость электрического поля в центральной области синхротрона от времени и пространственных координат можно представить в следующем виде



$$V(y, z, t) = V_0(y, z) \cos \left[ \int_0^t \omega(t) dt \right] + V_0^{CM}(y, z), \quad (1.1)$$

где  $V_0(y, z)$  – амплитуда высокочастотного напряжения,

$V_0^{CM}(y, z)$  – напряжение постоянного смещения, подаваемого на дуант.

В данном рассмотрении дуант синхроциклотрона предполагается безграничным по обе стороны от центра ускорителя, а ось  $y$  перпендикулярна кромке дуанта, что является, безусловно, приближением к реальной схеме центральной области.

На рис. 1 показан центр синхроциклотрона ОИЯИ. С правой стороны расположен дуант с апертурой  $D = 12$  см и центральным вырезом радиуса  $R = 7,5$  см.

По вертикальной оси ускорителя, совпадающей с центром магнитного поля, расположены симметрично относительно средней плоскости два конуса ионного источника открытого типа<sup>/1/</sup>.

С левой стороны расположены электроды дополнительной электростатической фокусировки<sup>/2/</sup>. Пунктиром показана для сравнения геометрия центра синхроциклотрона ЦЕРНа<sup>/3/</sup>.

Отсутствие симметрии поля относительно вертикальных плоскостей, проходящих как параллельно, так и перпендикулярно кромке дуанта, делает практически невозможным, по нашему мнению, строгий аналитический расчет распределений поля для реальной схемы центральной области синхроциклотрона.

На рис. 2 показано распределение электрического поля по оси, перпендикулярной кромке дуанта и проходящей через ось ионного источника. Кривая "1" соответствует существующей схеме центральной области синхроциклотрона ОИЯИ, включающей дуант, ионный источник, фокусирующие электроды. Кривая "2" характеризует распределение электрического поля, когда вырез в центральной части дуанта закрыт соответствующим филером. Кривая "3" дает распределение электрического поля, когда отсутствуют конуса и трубы ионного источника.

В верхней части (рис. 2) схематически показана геометрия дуанта и выреза в его центральной части.

Резкое отличие кривых на рис. 2 указывает на то, что найти аналитическое решение задачи о распределении электрического поля в центральной области синхроциклотрона очень сложно.

В настоящее время известен ряд работ<sup>/4-6/</sup>, посвященных расчету электрических полей для конфигураций электродов, геометрия которых с условным приближением может считаться близкой к геометрии центральной синхротрона.

Так, в работе<sup>/4/</sup> решена задача распределения электрического поля для идеальной циклотронной геометрии (см. рис. 3).

В центральной плоскости  $z = 0$  распределение поля описывается следующим соотношением<sup>/4/</sup>.

$$E_y = \frac{V_0 (b-1) \cos \frac{\pi \psi}{2}}{[D/2] (b - \sin^2 \frac{\pi \psi}{2})}, \quad (1.2)$$

где

$$y = \frac{D}{\pi (b-1)} \left[ \sin \frac{\pi \psi}{2} + (b-1) \ln \frac{1 + \sin^2 \frac{\pi \psi}{2}}{\cos \frac{\pi \psi}{2}} \right], \quad (1.3)$$

а параметр  $b$  находится из уравнения

$$\frac{\pi k}{[D/2]} = \frac{2\sqrt{b}}{b-1} + \ln \frac{\sqrt{b+1}}{\sqrt{b-1}}. \quad (1.4)$$

Для вертикальной составляющей напряженности поля  $E_z$  в линейном приближении найдено, что

$$E_z = - \frac{V_0 \pi z}{D^2} \frac{1 - \frac{\cos^2 \frac{\pi \psi}{2}}{b-1}}{\left[ 1 + \frac{\cos^2 \frac{\pi \psi}{2}}{b-1} \right]^3}. \quad (1.5)$$

В работе Била<sup>/5/</sup> даны подробные таблицы результатов расчета потенциала и электрического поля в средней плоскости  $z = 0$  для ряда значений отношения апертуры дуантов к расстоянию между ними.

В работе<sup>/6/</sup> проведен аналитический расчет распределения электрического поля и потенциала дуанта синхроциклотрона в отсутствие праводуантной рамки, но с учетом влияния крышек вакуумной камеры.

Электрическое поле в средней плоскости описывается как

$$E_y = \frac{\sin \pi v}{H_M - [H_M - D] \cos \pi v}, \quad (1.6)$$

где

$$\frac{\pi y}{D} = \ln \frac{\operatorname{tg} \frac{\pi v}{2}}{[\cos \frac{\pi v}{2}] \frac{H_M - D}{D}}, \quad (1.7)$$

$H_M$  - апертура камеры,  $D$  - апертура дуанта.

Система координат показана на рис. 4.

Для приближенного расчета электрического поля, создаваемого электродами, близкими к конфигурации электродов в центре синхроциклотрона (см. рис. 5), в работе<sup>/7/</sup> используется следующее выражение в комплексной форме

$$E_\alpha = \frac{V_0}{D} \frac{1}{\operatorname{ch} \frac{\pi \alpha^*}{D}}, \quad (1.8)$$

где

$$E_\alpha = E_y - i E_x, \quad \text{а} \quad \alpha^* = y - iz. \quad (1.9)$$

Действительная часть аналитической функции (1.8) дает составляющую поля  $E_y$ , а мнимая часть - вертикальную составляющую поля  $E_x$ .

В работе<sup>/8/</sup> было использовано выражение, описывающее распределение электрического поля в средней плоскости в следующем виде

$$E_y = \frac{V_0}{D} \frac{i}{1 + \left(\frac{\pi y}{D}\right)^2}. \quad (1.10)$$

Одной из характерных особенностей распределения электрического поля в ускорителях типа синхроциклотрон является наличие плоскости симметрии электрического поля  $z = 0$ .

В этом случае для двумерных полей потенциал удовлетворяет условию

$$V(y, z) = V(y, -z), \quad (1.11)$$

позволяющему с помощью уравнения Лапласа

$$\frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0, \quad (1.12)$$

построить решение для потенциала  $V = V(y, z)$  в следующем виде<sup>/4/</sup>

$$V(y, z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n V^{(2n)}(y)}{(2n)!} z^{2n}, \quad (1.13)$$

если известно распределение потенциала в плоскости симметрии при  $z = 0$

$$V = V(0, y). \quad (1.14)$$

Вертикальную составляющую напряженности электрического поля определим дифференцированием соотношения (1.13)

$$E_z = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} V^{(2n)}(y)}{(2n-1)!} z^{2n-1}, \quad (1.15)$$

где

$$V^{(2n)}(y) = \left( \frac{\partial^{2n} V}{\partial y^{2n}} \right)_{z=0}.$$

Вблизи средней плоскости получим

$$E_z = - \left( \frac{\partial E_y}{\partial y} \right)_{z=0} z. \quad (1.16)$$



Соотношения (1.13) и (1.15) имеют практическое значение, так как с их помощью по известному или экспериментально найденному распределению поля в плоскости симметрии можно найти поле в области между ускоряющими электродами.

Использование уравнений (1.13) и (1.15) для расчета высокочастотного поля основано на том, что в представляющих практический интерес случаях длина волны ускоряющего напряжения, как правило, значительно больше апертуры дуанта или любого из линейных размеров области, где определяется высокочастотное поле. Поэтому при построении уравнения (1.13) и (1.15) используется уравнение Лапласа, а не волновое уравнение.

Необходимо отметить, что непосредственное использование формул (1.8) и (1.10) требует определенной осторожности, особенно при анализе электрических полей в центральной области синхроциклотрона. Они должны быть скорректированы на основе экспериментально снятых распределений.

Так, например, на рис. (6) - (7) показаны кривые "1" и "3" распределений электрического поля в плоскости  $z = 0$ , снятые в электролитической ванне для рабочей геометрии центра синхроциклотрона ОИЯИ в первом случае и при отсутствии конусов и труб ионного источника - во втором. Экспериментальные кривые были аппроксимированы выражениями (1.8) и (1.10) соответственно. Параметры  $D$  и  $\Delta y_0$ , определяющие величину апертуры дуанта и смещение максимума кривых относительно выбранной системы координат, вычислены на ЭВМ по методу наименьших квадратов с помощью алгоритма, описанного в работе /10/, и программы И.Н.Силина.

Проведенный анализ показывает, что выражения (1.8) - (1.10) могут быть использованы для описания экспериментальной зависимости  $E_y = E(y)$ , снятой на электролитической ванне /11/ для синхроциклотрона ОИЯИ, с относительной точностью 25-30%. При этом для кривых на рис. 6 эффективная апертура дуанта оказалась равной 20 см, а для кривых на рис. 7 - 25-26 см. Таким образом, использование формул (1.8) и (1.10) для расчета распределений электрического поля в плоскости  $z = 0$  должно быть связано с введением эффективной апертуры дуанта  $D_{эф} = D_{эф}(D)$ , определяемой на основе экспериментально снятых распределений электрического поля.

Выбор в последующем для анализа электрического поля центральной области синхроциклотрона ОИЯИ двух кривых "1" и "3" вызван тем, что в этой области

реальное поле не двумерно, а трехмерно, с постепенным переходом вдоль кромки дуанта в двумерное поле, описываемое достаточно хорошо формулой (1.6). Однако анализ трехмерного поля, представляющий значительные трудности и проводимый, как правило, с помощью ЭВМ, может быть заменен анализом граничных случаев двумерных полей.

## § 2. Высокочастотное электрическое поле в центральной области

В соответствии с соотношением (1.8) высокочастотное электрическое поле может быть представлено как

$$E = E_y + i E_z = \frac{V_0}{D} \frac{\cos(\omega t + \phi)}{\operatorname{ch} \frac{\pi}{D} (y_0 + y + iz)}. \quad (2.1)$$

Здесь и далее под  $D$  подразумевается  $D_{\text{эф}}$ , определяемая из эксперимента. Начало координат выбрано на оси ионного источника (см. рис. 2),  $y_0$  - расстояние от точки, соответствующей максимуму кривой  $E_y = E(y)$ , до оси ионного источника,  $\phi$  - фаза электрического поля в момент, когда частица пересекает линию, параллельную проекции кромки дуанта и проходящую через ось ионного источника (условно эту линию можно назвать серединой ускоряющего промежутка).

Раскрывая соотношение (2.1) для составляющих напряженности высокочастотного поля, получаем

$$E_y^{\text{вч}} = \frac{V_0}{D} \frac{\operatorname{ch} \frac{\pi}{D} (y_0 + y) \cos \frac{\pi z}{D}}{\left[ \operatorname{ch}^2 \frac{\pi}{D} (y_0 + y) - \sin^2 \frac{\pi z}{D} \right]} \cos(\omega t + \phi), \quad (2.2)$$

$$E_z^{\text{вч}} = \frac{V_0}{D} \frac{\operatorname{sh} \frac{\pi}{D} (y_0 + y) \sin \frac{\pi z}{D}}{\left[ \operatorname{ch}^2 \frac{\pi}{D} (y_0 + y) - \sin^2 \frac{\pi z}{D} \right]} \cos(\omega t + \phi). \quad (2.3)$$

В средней плоскости имеем только  $y$  - составляющую поля, определяемую как

$$E_y^{вч} = \frac{V_0}{D} \frac{\cos(\omega t + \phi)}{\operatorname{ch} \frac{\pi}{D} (y_0 + y)}. \quad (2.4)$$

Вблизи средней плоскости

$$E_z^{вч} = \frac{V_0}{D} \frac{\pi z}{D} \frac{\operatorname{sh} \frac{\pi}{D} (y_0 + y)}{\operatorname{ch}^2 \frac{\pi}{D} (y_0 + y)} \cos(\omega t + \phi). \quad (2.5)$$

Соотношения (2.2) и (2.3) удовлетворяют уравнению

$$\operatorname{div} \vec{E} = 0. \quad (2.6)$$

В последующем более детально рассмотрим высокочастотное поле вблизи средней плоскости для области захвата (10-15 см по радиусу для синхротрона ОИЯИ), представляющее интерес для исследования тех процессов, которые могут ограничивать интенсивность в синхротроне. Перейдем в полярную систему координат, показанную на рис. 8 (положительным значениям  $\omega t + \phi$  соответствует вращение частиц по часовой стрелке).

В дальнейшем будем предполагать, что частота обращения рассматриваемого иона остается постоянной и близкой к круговой частоте ускоряющего поля. Так, например, для синхротрона ОИЯИ изменение частоты ускоряющего напряжения в процессе захвата составляет лишь 1,5%.

Полагая, что координата ускоряемого иона может быть представлена как

$$y = r_0 \sin \alpha_0 + r \sin \omega t, \quad (2.7)$$

где  $r_0 \sin \alpha_0$  - расстояние от оси ионного источника до центра орбиты радиуса  $r$ , для составляющих поля имеем

$$E_\theta^{вч} = \frac{V_0}{D} \frac{\cos(\omega t + \phi) \cos \omega t}{\operatorname{ch} \frac{\pi}{D} (a + r \sin \omega t)}, \quad (2.8)$$

$$E_r^{вч} = \frac{V_0}{D} \frac{\cos(\omega t + \phi) \sin \omega t}{\operatorname{ch} \frac{\pi}{D} (a + r \sin \omega t)} \quad (2.9)$$

$$E_z^{вч} = \frac{V_0}{D} \frac{\pi z}{D} \frac{\operatorname{sh} \frac{\pi}{D} (a + r \sin \omega t)}{\operatorname{ch}^2 \frac{\pi}{D} (a + r \sin \omega t)} \cos(\omega t + \phi), \quad (2.10)$$

где  $a = y_0 + r_0 \sin \alpha_0$  — расстояние по оси  $y$  от точки, соответствующей максимуму функции  $E_y = E(y)$ , до центра рассматриваемой орбиты.

Параметр  $a$  характеризует положение ионного источника и прилегающую к нему область, откуда может происходить захват ионов в процессе ускорения.

Будет показано, что в зависимости от величины  $a$  на ионы, захватываемые в процессе ускорения, высокочастотное ускоряющее поле будет оказывать фокусирующее или дефокусирующее действие. Поэтому целесообразно иметь такую конструкцию ионного источника, которая позволяла бы перемещением в направлении, перпендикулярном кромкам дуанта, находить его оптимальное положение.

Так как функций  $E_\theta^{вч} = E_\theta(r, t, \phi)$ ,  $E_r^{вч} = E_r(r, t, \phi)$  и  $E_z^{вч} = E_z(r, t, \phi)$ , определяемые соотношениями (2.8)–(2.10), являются периодическими, то их можно разложить в ряд Фурье, ограничиваясь средним членом и двумя первыми гармониками.

Представление функций  $E_\theta^{вч} = E_\theta(r, t, \phi)$ ,  $E_r^{вч} = E_r(r, t, \phi)$  и  $E_z^{вч} = E_z(r, t, \phi)$  в таком виде соответствует тому, что высокочастотное поле воздействует на ускоряемые ионы дважды за оборот и основной вклад в в/ч поле будет определяться средним членом, первой и второй гармониками.

Получить выражения для коэффициентов ряда Фурье из уравнений (2.8)–(2.10) в замкнутом виде не удалось, поэтому в дальнейших расчетах воспользуемся для определения коэффициентов приближенными соотношениями, полученными в результате последовательного разложения функций (2.8)–(2.10) в ряды Тейлора и Фурье.

С учетом этих замечаний для азимутальной и радиальной составляющих высокочастотного поля получим

$$E_{\theta}^{BЧ} = \frac{V_0}{D} \left\{ \frac{8A_0 - 2C_0 + E_0}{16} \cos \phi - \frac{D_0}{8} \sin \phi \cos \omega t - \right. \\ \left. - \frac{B_0}{4} \cos(\omega t + \phi) + \frac{C_0 - E_0}{4} \sin \phi \cos 2\omega t - \frac{E_0}{32} \sin(2\omega t + \phi) + \right. \\ \left. + \frac{1}{2} A_0 \cos(2\omega t + \phi) + \dots \right\}, \quad (2.11)$$

$$E_r^{BЧ} = \frac{V_0}{D} \left\{ - \frac{8A_0 - 6C_0 + 5E_0}{16} \sin \phi + \frac{B_0 - D_0}{2} \sin \phi \sin \omega t - \right. \\ \left. - \frac{2B_0 - D_0}{8} \cos(\omega t + \phi) + \frac{C_0}{8} \sin \phi \cos 2\omega t + \right. \\ \left. + \frac{16A_0 - 8C_0 + 5E_0}{32} \sin(2\omega t + \phi) + \dots \right\}, \quad (2.12)$$

где

$$A_0 = \frac{1}{\operatorname{ch} \frac{\pi a}{D}}, \quad B_0 = \frac{\pi r}{D} \frac{\operatorname{sh} \frac{\pi a}{D}}{\operatorname{ch}^2 \frac{\pi a}{D}}; \\ C_0 = \frac{\pi^2 r^2}{2D^2} \frac{1 - \operatorname{sh}^2 \frac{\pi a}{D}}{\operatorname{ch}^3 \frac{\pi a}{D}}; \quad D_0 = \frac{\pi^3 r^3}{6D^3} \operatorname{sh} \frac{\pi a}{D} \left( \frac{5 - \operatorname{sh}^2 \frac{\pi a}{D}}{\operatorname{ch}^4 \frac{\pi a}{D}} \right) \\ E_0 = \frac{\pi^4 r^4}{4! D^4} \left[ \frac{5 - \operatorname{sh}^2 \frac{\pi a}{D} (18 - \operatorname{sh}^2 \frac{\pi a}{D})}{\operatorname{ch}^5 \frac{\pi a}{D}} \right].$$

При вычислении вертикальной составляющей высокочастотного поля поступаем аналогично.



После разложения в ряд Тейлора в точке  $y = 0$  имеем

$$E_z^{BЧ} = \frac{V_0}{D} \frac{\pi z}{D} \{ B'_0 + \sin \omega t C'_0 - \sin^2 \omega t D'_0 - \sin^3 \omega t E'_0 - \\ - \sin^4 \omega t F'_0 - \sin^5 \omega t K'_0 - \dots \},$$

где

$$B'_0 = \frac{\text{sh} \frac{\pi a}{D}}{\text{ch}^2 \frac{\pi a}{D}}; C'_0 = \frac{\pi r}{D} \frac{1 - \text{sh}^2 \frac{\pi a}{D}}{\text{ch}^3 \frac{\pi a}{D}} \quad (2.14)$$

$$D'_0 = \frac{\pi^2 r^2}{2 D^2} \text{sh} \frac{\pi a}{D} \left[ \frac{5 - \text{sh}^2 \frac{\pi a}{D}}{\text{ch}^4 \frac{\pi a}{D}} \right]; E'_0 = \frac{\pi^3 r^3}{6 D^3} \left[ \frac{5 - \text{sh}^2 \frac{\pi a}{D} (18 - \text{sh}^2 \frac{\pi a}{D})}{\text{ch}^5 \frac{\pi a}{D}} \right]$$

$$F'_0 = \frac{\pi^4 r^4}{4! D^4} \text{sh} \frac{\pi a}{D} \left[ \frac{-61 + \text{sh}^2 \frac{\pi a}{D} (58 - \text{sh}^2 \frac{\pi a}{D})}{\text{ch}^6 \frac{\pi a}{D}} \right];$$

$$K'_0 = \frac{\pi^5 r^5}{5! D^5} \left[ \frac{-61 + 479 \text{sh}^2 \frac{\pi a}{D} - 179 \text{sh}^4 \frac{\pi a}{D} + \text{sh}^6 \frac{\pi a}{D}}{\text{ch}^7 \frac{\pi a}{D}} \right]. \quad (2.15)$$

Разлагая в ряд Фурье соотношение (2.14), получим, что

$$E_z^{BЧ} = \frac{V_0}{D} \frac{\pi z}{D} \left\{ -\sin \phi \left[ \frac{4 C'_0 - 3 E'_0}{8} \right] + \right. \\ + \frac{4 B'_0 - D'_0}{4} \cos(\omega t + \phi) + \frac{D'_0}{2} \sin \phi \sin \omega t + \\ \left. + \frac{2 C'_0 - E'_0}{4} \sin(2\omega t + \phi) - \frac{E'_0}{4} \sin \phi \cos 2\omega t + \dots \right\} \quad (2.16)$$

В работе<sup>/8/</sup> для описания высокочастотного ускоряющего поля было использовано выражение (1.10)

$$E_y^{\text{вч}} = \frac{V_0}{D} \frac{1}{1 + \frac{\pi^2}{D^2} (a+y)} \cos(\omega t + \phi). \quad (2.17)$$

Здесь, как и раньше,  $D = D_{\text{эф}}$ , определяемой из эксперимента.

Рассмотрение электрического поля в форме (2.17) позволяет при  $a = 0$  (см. уравнение (2.7) найти выражения компонент высокочастотного поля.

Для азимутальной и радиальной составляющих поля в полярной системе координат имеем

$$E_{\theta}^{\text{вч}} = \frac{V_0}{D} \frac{\cos \omega t \cos(\omega t + \phi)}{1 + \left(\frac{\pi r}{D}\right)^2 \sin^2 \omega t}, \quad (2.18)$$

$$E_r^{\text{вч}} = \frac{V_0}{D} \frac{\sin \omega t \cos(\omega t + \phi)}{1 + \frac{\pi^2}{D^2} r^2 \sin^2 \omega t}. \quad (2.19)$$

Ограничиваясь в ряде Фурье основными членами, получим

$$E_{\theta}^{\text{вч}} = \frac{V_0}{D} \left\{ \frac{\sqrt{1 + \left(\frac{\pi r}{D}\right)^2} - 1}{\left(\frac{\pi r}{D}\right)^2} \cos \phi + \right. \\ \left. + \frac{2}{\left(\frac{\pi r}{D}\right)^2} \left[ \left(1 + \frac{2}{\left(\frac{\pi r}{D}\right)^2}\right) \left(\sqrt{1 + \left(\frac{\pi r}{D}\right)^2} - 1\right) - 1 \right] \cos 2\omega t \cos \phi + \right. \\ \left. + \frac{2}{\left(\frac{\pi r}{D}\right)^2} \left[ \frac{2}{\left(\frac{\pi r}{D}\right)^2} \left(\sqrt{1 + \left(\frac{\pi r}{D}\right)^2} - 1\right) - 1 \right] \sin 2\omega t \sin \phi \right\}. \quad (2.20)$$

Разлагая функцию (2.20) в окрестности центра ускорителя с точностью до квадратичных членов, имеем

$$E_{\theta}^{\text{вч}} = \frac{1}{2} \frac{V_0}{D} \left\{ \cos \phi \left[ 1 - \frac{1}{4} \left( \frac{\pi r}{D} \right)^2 \right] + \right. \\ \left. + \left[ 1 - \frac{1}{16} \left( \frac{\pi r}{D} \right)^4 \right] \cos \phi \cos 2\omega t - \left[ 1 - \frac{1}{2} \left( \frac{\pi r}{D} \right)^2 \right] \sin \phi \sin 2\omega t \right\}. \quad (2.21)$$

Представляет интерес определить  $E_{\theta}^{\text{вч}}$  при  $r = 0$

$$E_{\theta}^{\text{вч}} \Big|_{r=0} = \frac{1}{2} \frac{V_0}{D} \left[ \cos \phi + \cos (2\omega t + \phi) \right]. \quad (2.22)$$

Характерно, что при  $r = 0$  и  $t = 0$

$$E_{\theta}^{\text{вч}} \Big|_{r=0, t=0} = \frac{V_0}{D} \cos \phi, \quad (2.23)$$

а при дополнительном условии  $\phi = 0$  азимутальная составляющая поля  $E_{\theta}^{\text{вч}} = E_{\theta}^{\text{вч}}(0, 0, 0)$  максимальна

$$E_{\theta}^{\text{вч}} \Big|_{r=0, t=0, \phi=0} = \frac{V_0}{D}. \quad (2.24)$$

Для радиальной составляющей высокочастотного поля найдем, что

$$E_r^{\text{вч}} = - \frac{V_0}{D} \left\{ \frac{\sqrt{1 + \left( \frac{\pi r}{D} \right)^2} - 1}{\left( \frac{\pi r}{D} \right)^2 \sqrt{1 + \left( \frac{\pi r}{D} \right)^2}} \sin \phi - \right. \\ \left. - \frac{2}{\left( \frac{\pi r}{D} \right)^2} \frac{\left( \sqrt{1 + \left( \frac{\pi r}{D} \right)^2} - 1 \right) - 1}{\sqrt{1 + \left( \frac{\pi r}{D} \right)^2}} \sin \phi \cos 2\omega t - \right. \\ \left. - \frac{2}{\left( \frac{\pi r}{D} \right)^2} \left[ 1 - \frac{2}{\left( \frac{\pi r}{D} \right)^2} \left( \sqrt{1 + \left( \frac{\pi r}{D} \right)^2} - 1 \right) \right] \cos \phi \sin 2\omega t. \right\} \quad (2.25)$$

После разложения в ряд с точностью до квадратичных членов  $(\frac{\pi r}{D})^2$  получим

$$E_r^{вч} = \frac{1}{2} \frac{V_0}{D} \left\{ -\sin \phi \left[ 1 - \frac{3}{4} \left( \frac{\pi r}{D} \right)^2 \right] + \right. \quad (2.26)$$

$$\left. + \left[ 1 - \left( \frac{\pi r}{D} \right)^2 \right] \sin \phi \cos 2 \omega t + \left[ 1 - \frac{1}{2} \left( \frac{\pi r}{D} \right)^2 \right] \cos \phi \sin 2 \omega t \right\}.$$

При  $r = 0$

$$E_r^{вч} \Big|_{r=0} = -\frac{1}{2} \frac{V}{D} \left\{ \sin \phi - \sin (2 \omega t + \phi) \right\}, \quad (2.27)$$

а при дополнительном условии  $t = 0$

$$E_r^{вч} \Big|_{r=0, t=0} = 0. \quad (2.28)$$

Следует отметить, что соотношения (2.21) и (2.26) могут быть использованы для анализа движения ускоряемых ионов на малых радиусах в плоскости  $z = 0$ .

Для вертикальной составляющей ускоряющего поля можно записать в линейном приближении, что

$$E_z^{вч} = \frac{2 V_0}{D} \frac{\pi z}{D} \frac{\pi y}{D} \frac{\cos (\omega t + \phi)}{\left[ 1 + \left( \frac{\pi y}{D} \right)^2 \right]^2} \quad (2.29)$$

и после перехода в полярную систему координат

$$E_z^{вч} = \frac{2 V_0 \pi^2 z r}{D^3} \frac{\sin \omega t \cos (\omega t + \phi)}{\left[ 1 + \left( \frac{\pi r}{D} \right)^2 \sin^2 \omega t \right]^2}. \quad (2.30)$$

Разлагая соотношение (2.30) в ряд Фурье и ограничиваясь основными членами, найдем

$$\begin{aligned}
E_z^{\text{вч}} = & \frac{2 V_0 \pi^2 r z}{D^3} \left\{ - \frac{\sin \phi}{2 \left[ 1 + \left( \frac{\pi r}{D} \right)^2 \right]^{3/2}} + \right. \\
& \frac{6 \left( \frac{\pi r}{D} \right)^2 + 2 \left( \frac{\pi r}{D} \right)^4 - 4 \left[ \left( 1 + \frac{\pi^2 r^2}{D^2} \right)^{3/2} - 1 \right]}{\left( \frac{\pi r}{D} \right)^4 \left[ 1 + \left( \frac{\pi r}{D} \right)^2 \right]^{3/2}} \cos \phi \sin 2 \omega t - \\
& \left. \frac{6 \left( \frac{\pi r}{D} \right)^2 + \left( \frac{\pi r}{D} \right)^4 - 4 \left[ \left( 1 + \frac{\pi^2 r^2}{D^2} \right)^{3/2} - 1 \right]}{\left( \frac{\pi r}{D} \right)^4 \left[ 1 + \left( \frac{\pi r}{D} \right)^2 \right]^{3/2}} \sin \phi \cos 2 \omega t \right\}.
\end{aligned} \tag{2.31}$$

Разлагая полученное соотношение (2.32) в ряд по степеням малости  $\left( \frac{\pi r}{D} \right)^2 \ll 1$ , получим, что

$$\begin{aligned}
E_z^{\text{вч}} = & \frac{2 V_0 \pi^2 r z}{D^3} \left\{ - \sin \phi \left[ 1 - \frac{3}{2} \left( \frac{\pi r}{D} \right)^2 \right] + \right. \\
& \left. + \frac{1}{2} \left[ 1 - \left( \frac{\pi r}{D} \right)^2 \right] \sin (2 \omega t + \phi) \right\} + \dots
\end{aligned} \tag{2.32}$$

### § 3. Электрическое поле от напряжения смещения

Для обеспечения стабильности работы высокочастотной системы и увеличения фокусирующих сил <sup>x/</sup> в центральной области синхроциклотрона на его дуант подается постоянное отрицательное смещение, которое можно описать с помощью (1.8) в пространстве между электродами как

<sup>x/</sup> В работе учитывается только среднее значение электрического поля от напряжения смещения.



$$E_y^{CM} = \frac{V_0^{CM}}{D} \frac{\operatorname{ch} \frac{\pi}{D} (a+y) \cos \frac{\pi z}{D}}{\left[ \operatorname{ch}^2 \frac{\pi}{D} (a+y) - \sin^2 \frac{\pi z}{D} \right]} \quad (3.1)$$

$$E_z^{CM} = \frac{V_0^{CM}}{D} \frac{\operatorname{sh} \frac{\pi}{D} (a+y) \sin \frac{\pi z}{D}}{\left[ \operatorname{ch}^2 \frac{\pi}{D} (a+y) - \sin^2 \frac{\pi z}{D} \right]} \quad (3.2)$$

Вблизи медианной плоскости

$$E_y^{CM} = \frac{V_0^{CM}}{D} \frac{1}{\operatorname{ch} \frac{\pi}{D} (a+y)} \quad (3.3)$$

$$E_z^{CM} = \frac{V_0^{CM}}{D} \frac{\frac{\pi z}{D} \operatorname{sh} \frac{\pi}{D} (a+y)}{\operatorname{ch}^2 \frac{\pi}{D} (a+y)} \quad (3.4)$$

Если воспользоваться другой формулой (1.10), то выражения электрического поля от напряжения смещения вблизи медианной плоскости получим в виде:

$$E_y^{CM} = \frac{V_0^{CM}}{D} \frac{1}{1 + \frac{\pi^2}{D^2} (a+y)^2}, \quad (3.5)$$

$$E_z^{CM} = \frac{2 V_0^{CM} \pi^2 z (a+y)}{D^3} \frac{1}{\left[ 1 + \frac{\pi^2}{D^2} (a+y)^2 \right]^2} \quad (3.6)$$

Для усредненных по обороту значений вертикальной составляющей электрического поля от напряжения смещения из соотношения (3.2) имеем

$$\bar{E}_z^{\text{CM}} = \frac{V_0^{\text{CM}}}{D} \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\text{sh} \frac{\pi}{D} (a + r \sin \alpha) \sin \frac{\pi z}{D}}{\text{ch}^2 \frac{\pi}{D} (a + r \sin \alpha) - \sin^2 \frac{\pi z}{D}} d\alpha. \quad (3.7)$$

Вблизи медианной плоскости с точностью до членов порядка  $(\frac{\pi r}{D})^4$

$$\begin{aligned} \bar{E}_z^{\text{CM}} = \frac{V_0^{\text{CM}}}{D} \frac{\pi z}{D} \left\{ \frac{\text{sh} \frac{\pi a}{D}}{\text{ch}^2 \frac{\pi a}{D}} - \frac{1}{4} \frac{\pi^2 r^2}{D^2} \text{sh} \frac{\pi a}{D} \left[ \frac{5 - \text{sh}^2 \frac{\pi a}{D}}{\text{ch}^4 \frac{\pi a}{D}} \right] - \right. \\ \left. - \frac{1}{64} \frac{\pi^4 r^4}{D^4} \text{sh} \frac{\pi a}{D} \frac{[-61 + \text{sh}^2 \frac{\pi a}{D} (58 - \text{sh}^2 \frac{\pi a}{D})]}{\text{ch}^6 \frac{\pi a}{D}} + \dots \right\}. \quad (3.8) \end{aligned}$$

При распределении электрического поля, описываемого уравнением (3.6) для усредненной по обороту вертикальной составляющей электрического поля вблизи плоскости  $z = 0$ , имеем

$$\bar{E}_z^{\text{CM}} = \frac{V_0^{\text{CM}} \pi z}{D^3} \int_0^{2\pi} \frac{(a + r \sin \alpha) d\alpha}{\left[ 1 + \frac{\pi^2}{D^2} (a + r \sin \alpha)^2 \right]}. \quad (3.9)$$

В окрестности ионного источника с точностью до членов порядка  $O\left[\left(\frac{\pi r}{D}\right)^4\right]$

$$\begin{aligned} \bar{E}_z^{\text{CM}} = \frac{2V_0^{\text{CM}} \pi z}{D^2} \left\{ \frac{\frac{\pi a}{D}}{\left[ 1 + \left(\frac{\pi a}{D}\right)^2 \right]^2} - \frac{3\pi^3 a r^2 \left[ 1 - \left(\frac{\pi a}{D}\right)^2 \right]}{D^3 \left[ 1 + \left(\frac{\pi a}{D}\right)^2 \right]^4} - \right. \\ \left. - \frac{15}{8} \frac{\pi^5 a r^4}{D^5} \frac{\left[ 10 \frac{\pi^2 a^2}{D^2} - 3 \frac{\pi^4 a^4}{D^4} - 3 \right]}{\left[ 1 + \frac{\pi^2 a^2}{D^2} \right]^6} + \dots \right\}. \quad (3.10) \end{aligned}$$

§ 4. Набор энергии за оборот в центральной области  
синхроциклотрона

Знание компонент высокочастотного ускоряющего поля позволяет аналитически найти набор энергии ионом за оборот при ускорении его в центральной области синхроциклотрона. Зависимость набора энергии от радиуса является важной характеристикой синхроциклотрона.

Если предполагать, что орбита ускоряемого иона является круговой, то набор энергии за оборот может быть определен, как

$$\Delta E = e \oint E_{\theta}^{вч} d l, \quad (4.1)$$

где  $e$  - заряд ускоряемой частиц,  $E_{\theta}^{вч}$  - азимутальная составляющая высокочастотного поля, описываемая соотношением

$$E_{\theta}^{вч} = \frac{V_0}{D} \frac{\operatorname{ch} \frac{\pi}{D} (a + r \sin \omega t) \cos \frac{\pi z}{D}}{\operatorname{ch}^2 \frac{\pi}{D} (a + r \sin \omega t) - \sin^2 \frac{\pi z}{D}} \cos(\omega t + \phi) \cos \omega t \quad (4.2)$$

Из соотношений (4.1) и (4.2) следует, что

$$\Delta E = \frac{e V_0 \cos \phi}{D} \int_0^{2\pi} \frac{r \operatorname{ch} \frac{\pi}{D} (a + r \sin \alpha) \cos \frac{\pi z}{D}}{\operatorname{ch}^2 \frac{\pi}{D} (a + r \sin \alpha) - \sin^2 \frac{\pi z}{D}} \cos^2 \alpha d \alpha \quad (4.3)$$

в пространстве между ускоряющими электродами.

В плоскости  $z = 0$  набор энергии за оборот определяется в соответствии с (4.3)

$$\Delta E = \frac{e V_0 \cos \phi}{D} \int_0^{2\pi} \frac{r \cos^2 \alpha d \alpha}{\operatorname{ch} \frac{\pi}{D} (a + r \sin \alpha)} \quad (4.4)$$

Разлагая (4.4) в окрестности центра ускорителя, имеем

$$\Delta E = \frac{eV_0 \cos \phi}{D} \left\{ \frac{\pi r}{\operatorname{ch} \frac{\pi a}{D}} - \frac{\pi^3 r^3}{8 D^2} \frac{1 - \operatorname{sh}^2 \frac{\pi a}{D}}{\operatorname{ch}^3 \frac{\pi a}{D}} + \right. \\ \left. + \frac{\pi^4 r^4}{192 D^4} \frac{[5 - \operatorname{sh}^2 \frac{\pi a}{D} (18 - \operatorname{sh}^2 \frac{\pi a}{D})]}{\operatorname{ch}^5 \frac{\pi a}{D}} + \dots \right\}. \quad (4.5)$$

При распределении электрического поля в форме (2.17) набор энергии определяется следующим образом

$$\Delta E = \frac{eV_0 \cos \phi}{D} \int_0^{2\pi} \frac{r \cos^2 \alpha \, d\alpha}{1 + \frac{\pi^2}{D^2} (a + r \sin \alpha)^2}. \quad (4.6)$$

При  $a = 0$  после интегрирования (4.6)

$$\Delta E = 2 eV_0 \cos \phi \left[ \sqrt{1 + \left( \frac{\pi r}{D} \right)^2} - 1 \right] \frac{D^2}{\pi r}. \quad (4.7)$$

Легко видеть, что на малых радиусах

$$\Delta E \approx eV_0 \left( \frac{\pi r}{D} \right) \cos \phi \left[ 1 - \frac{1}{4} \left( \frac{\pi r}{D} \right)^2 + \frac{1}{8} \left( \frac{\pi r}{D} \right)^4 + \dots \right]. \quad (4.8)$$

На больших радиусах из соотношения (4.7) следует, что

$$\Delta E = 2 eV_0 \cos \phi. \quad (4.9)$$

### § 5. Особенности распределения электрического поля <sup>x/</sup> в центральной области синхроциклотрона ОИЯИ

Распределение средней (усредненной по обороту ускоряемого иона) вертикальной составляющей в/ч ускоряющего поля показано на рис. 9-11.

<sup>x/</sup> Заметим, что распределения электрического поля не в линейной приближении являются ориентировочными.

Особенностью распределений  $\bar{E}_z^{вч}$ -составляющей является то, что при  $a = 0$  она максимальна по величине при любых значениях  $r$  в плоскости  $z = \text{const}$ . При изменении параметра "а" координата точки максимума вертикальной средней составляющей перемещается от  $r = 3$  см при  $z = 0$  при  $z = 0$  и  $z = 3/8 D$  до  $r = 15$  см при  $a = \pm 8$  см.

Отметим, что при  $a \geq 6$  см имеет место дефокусирующий эффект, т.е. при отклонении центра ускоряемого иона от оси ионного источника на расстояние  $r_0 \sin \alpha_0 > 2,5$  см вертикальная средняя составляющая в/ч поля производит дефокусирующее действие.

На рис. 10 для сравнения приведены рассчитанные по соотношению (2.3) в плоскости  $z = D/4$  средние значения  $\bar{E}_z^{вч}$  для двух апертур  $D = 20$  и  $24$  см. Из приведенных графиков видно, что кривые, описывающие зависимость  $\bar{E}_z^{вч}$  от радиуса, незначительно зависят от параметра  $D$ .

В линейном приближении составляющие поля  $\bar{E}_z^{вч}$  для различных значений  $a$  даны на рис. 11. Пунктиром показаны кривые, рассчитанные по формуле (2.29), а сплошной линией - по формуле (2.10).

При этом в целом характер зависимости вертикальной средней составляющей в/ч напряжения от радиуса остался практически таким же, как и на рис.9-10.

Зависимости амплитуды второй гармоники от радиуса ускоряемого иона, его фазы относительно в/ч напряжения и параметра "а" изображены на рис. 12-13.

Наблюдается слабая зависимость амплитуды второй гармоники  $E_z^{2\omega}$  от  $\cos \phi$ , а также от изменения эффективной апертуры дуанта от  $D = 20$  см до  $D = 24$  см. Следует отметить, что значение  $\cos \phi = 0,1$  (рис. 12,13) соответствует равновесному значению  $\cos \phi_s$  для области захвата ускоряемых протонов в центральной области синхротрона ОИЯИ.

При уменьшении параметра  $a$  и рассмотрении полей в плоскостях  $z = \text{const}$ , удаленных от средней  $z = 0$ , координата максимума амплитуды второй гармоники  $E_z^{2\omega}$  смещается к центру ускорителя, а при  $a > 6$  см кривые  $E_z^{2\omega} = E_z^{2\omega}(r)$  меняют свой плавный характер.

Зависимости вертикальной средней составляющей от электрического поля от радиуса, обусловленной постоянным отрицательным напряжением смещения  $V_0^{см}$  даны на рис. 14,15.



Общим характерным свойством приведенных кривых является то, что они при  $r = 0$  имеют постоянное значение, а не нулевое, как это имеет место для кривых  $E_z^{-\text{вч}} = E_z^{\text{вч}}(r)$  и  $E_z^{2\omega} = E_z^{2\omega}(r)$ , показанных на рис. 9-13.

Указанное различие между кривыми  $E_z^{-\text{см}} = E_z^{-\text{см}}(r)$  с одной стороны, и кривыми  $E_z^{-\text{вч}} = E_z^{-\text{вч}}(r)$  и  $E_z^{2\omega} = E_z^{2\omega}(r)$ , с другой, может иметь большое значение при рассмотрении вертикального движения на первых оборотах.

Отметим, что при  $a = 0$   $E_z^{\text{см}} = 0$ . Это соответствует положению анодного источника, когда его ось совпадает с координатой максимума в распределении электрического поля  $E_y = E(y)$  в центральной области синхротрона при  $z = 0$ .

Относительный набор энергии за оборот в плоскости  $z = 0$  и  $z = \text{const}$  приведен на рис. 16, 17.

Существенная особенность полученных распределений состоит в том, что относительный набор энергии за оборот в центральной области синхротрона является линейной функцией радиуса. Для существующих параметров синхротрона ОИЯИ с точностью до 15% при  $r \leq 5 \text{ eV}_0 \cos \phi \approx r$  и лишь только на радиусах, превышающих в несколько раз апертуру дуанта  $D$ , является "целевым" ( $r \approx 60 \text{ см}$  для синхротрона ОИЯИ).

Характерно, что в плоскостях, удаленных от средней, относительный набор энергии возрастает по величине. При параметре  $a = 0$  относительный набор энергии максимален в любой из рассмотренных плоскостей.

В связи с тем, что определение в конечном виде аналитических выражений, описывающих электрическое поле, создаваемое реальной геометрией ускоряющих электродов в центре синхротрона, является очень сложным, представляет несомненный практический интерес найти на основе экспериментально снятых распределений поля приближенные выражения, описывающие его с достаточной достоверностью. На рис. 2 показаны сплошной линией экспериментально снятые зависимости распределения электрического поля  $E_y = E(y)$  в плоскости  $z = 0$  для трех случаев конфигурации ускоряющих электродов центральной области синхротрона ОИЯИ. Ошибки измерений для всех кривых не превосходят  $\pm 10\%$ . Точками показаны значения полиномов, аппроксимирующих экспериментальные данные по способу наименьших квадратов<sup>/8/</sup>.

Аппроксимирующие полиномы имеют вид:

1) для кривой "1"

$$E_y = V_0 \{ 0,495 \cdot 10^{-1} - 0,124 \cdot 10^{-3} y - 0,774 \cdot 10^{-3} y^2 + \quad (5.1) \\ + 0,399 \cdot 10^{-4} y^3 + 0,487 \cdot 10^{-5} y^4 - 0,468 \cdot 10^{-6} y^5 + 1 \cdot 10^{-8} y^8 \};$$

2) для кривой "2"

$$E_y = V_0 \{ 0,538 \cdot 10^{-1} + 0,592 \cdot 10^{-2} y - 0,137 \cdot 10^{-2} y^2 - \quad (5.2) \\ - 0,129 \cdot 10^{-3} y^3 + 0,253 \cdot 10^{-4} y^4 + 0,822 \cdot 10^{-6} y^5 - 0,197 \cdot 10^{-6} y^6 + \\ + 0,220 \cdot 10^{-8} y^7 + 0,230 \cdot 10^{-9} y^8 \};$$

3) для кривой "3"

$$E_y = V_0 \{ 0,367 \cdot 10^{-1} + 0,192 \cdot 10^{-2} y - 0,593 \cdot 10^{-3} y^2 - \\ - 0,893 \cdot 10^{-5} y^3 + 0,976 \cdot 10^{-5} y^4 - 0,185 \cdot 10^{-6} y^5 - 0,641 \cdot 10^{-7} y^6 + (5.3) \\ + 0,298 \cdot 10^{-8} y^7 \}.$$

Коэффициенты полиномов были вычислены на ЭВМ по алгоритму, приведенному в работе /10/, и программе И.Н. Сялина.

Следует отметить, что для кривых "1" и "3" полиномы (5.1) и (5.3) достаточно достоверно отображают зависимость  $E_y = E(y)$ , так как в этих случаях число  $M$ , характеризующее достоверность выбранной гипотезы /10/, равно 15 и 17 соответственно. Теоретическое значение  $M = 14-15$ . Аппроксимирующий полином (5.2) для кривой "2" достаточно хорошо отображает зависимость  $E_y = E(y)$  в интервале по  $y$  от  $-4$  до  $+7$  см. При необходимости аппроксимации зависимости  $E_y = E(y)$  на более широком интервале следует по тому же методу построить либо полином более высокой степени (в данном случае достаточно девятой степени при  $M=20$ ), либо воспользоваться приближением дробно-рациональной функции вида

$$E_y = V_0 \frac{c_0 + c_1 y + c_2 y^2 + \dots}{d_0 + d_1 y + d_2 y^2 + \dots} \quad (5.4)$$

Использование функции (5.4) дает возможность описать экспериментальную зависимость  $E_y = E(y)$  при резко выраженном максимуме кривой.

В заключение следует указать, что вывод полученных результатов основан на предположении, что движение в центральной области синхроциклотрона на определенном участке пути можно рассматривать как бы состоящим из двух: дрейфа центра орбиты при  $a = \text{const}$  ( $a = \text{const}$  определяет дрейф центра орбиты параллельно кромке дуанта) и вращения частиц с увеличивающимся радиусом вокруг дрейфующего центра.

#### Л и т е р а т у р а

1. А.А. Глазов, В.С. Катышев. ПТЭ № 3, 13 (1956).
2. В.И. Данилов, И.Б. Енчевич и др. Увеличение тока внутреннего пучка синхроциклотрона ОИЯИ введением дополнительной электростатической фокусировки. Препринт ОИЯИ Р-1856, Дубна 1964.
3. P.Lapostolle. Three years of development at the CERN synchro-cyclotron Conference on high energy cyclotron improvement. The College of William and Mary, February 1961.
4. А.М. Страшкевич. Электронная оптика электромагнитных полей не обладающих осевой симметрией. Физматгиз, 1959.
5. J.W. Beal. Computation of electric field and Potential of an idealized Dee Geometry. MSUC P-12 Michigan State University, October 1961
6. И.Б. Енчевич, Г.И. Пенчев, А.И. Сафонов. Расчет ускоряющего электрического поля синхроциклотрона. Препринт ОИЯИ 1854, Дубна 1964.
7. R.Keller, M.Fidicaro, M.Barbier. Calcul d'orbites dans un synchrocyclotron d'après les donnees techniques en considerant la charge d'espace' - l'analogue avec l'oscillateur anharmonoque. CERN, 57-45, Geneva.
8. Б.И. Замолодчиков, Д.Л. Новиков, Э.А. Полферов. Об оптимальных условиях захвата в шестиметровом синхроциклотроне. Препринт ОИЯИ Р-720, Дубна 1961.

9. Б.П. Демидович, И.А. Марон, Э.З. Шувалова. Численные методы анализа. Физматгиз. Москва, 1982.
10. С.Н. Соколов, И.Н. Силин. Нахождение минимумов функционалов методом линеаризации. Препринт ОИЯИ Д-810, Дубна 1961.
11. А.Н. Сафонов, А.В. Шестов. Исследование электрического поля синхротрона ОИЯИ при помощи электролитической ванны. Препринт ОИЯИ Б1-1543, Дубна 1963.

Рукопись поступила в издательский отдел  
5 сентября 1967 г.

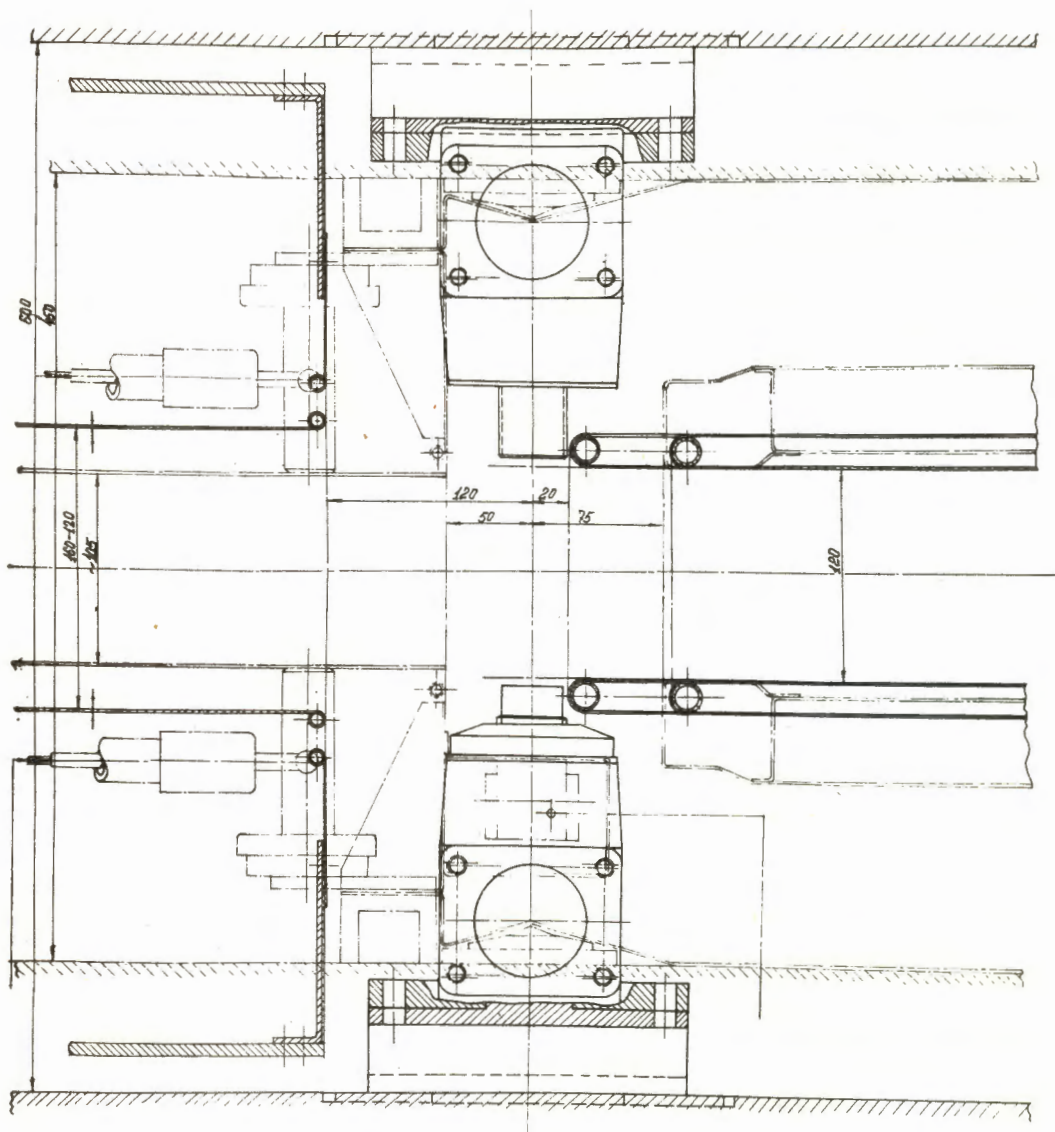


Рис. 1. Центр синхроциклотрона ОИЯИ.

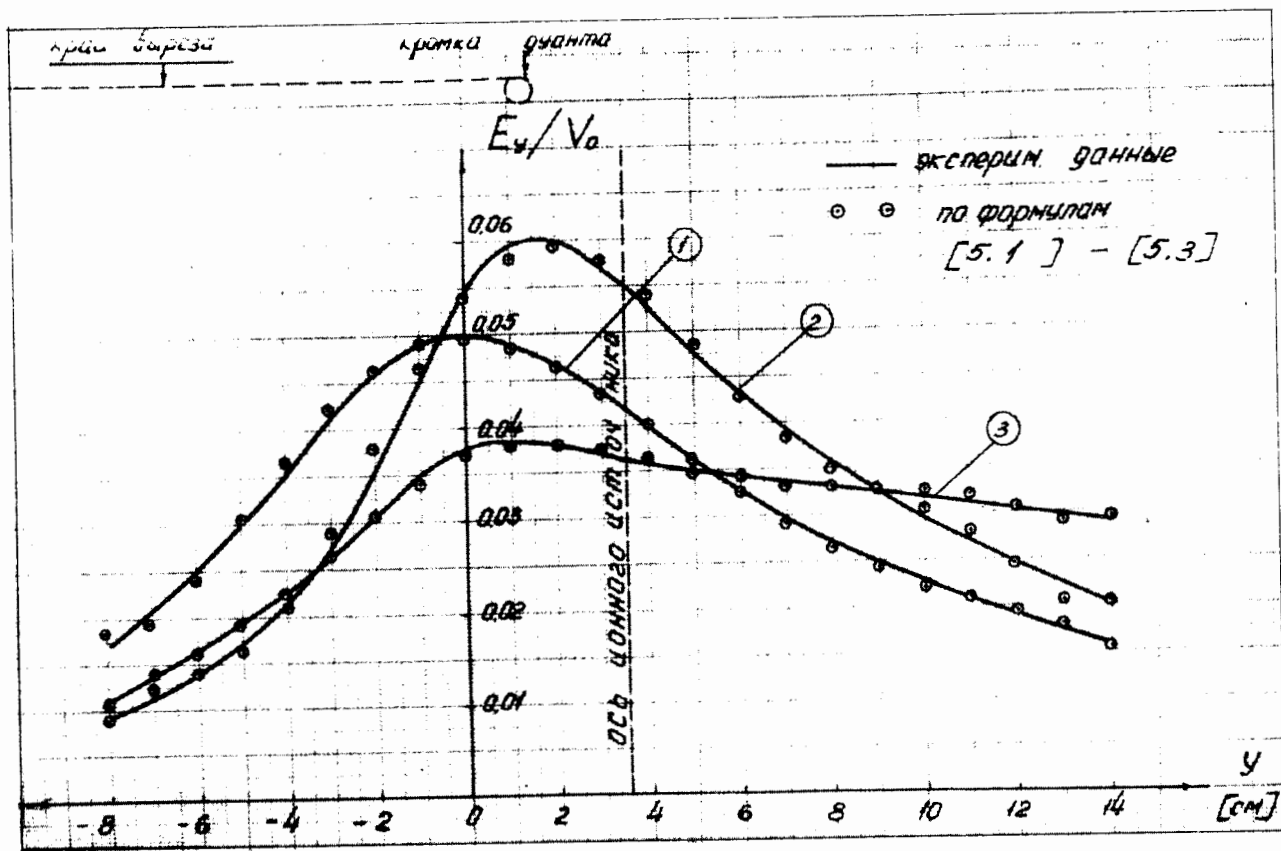


Рис. 2.

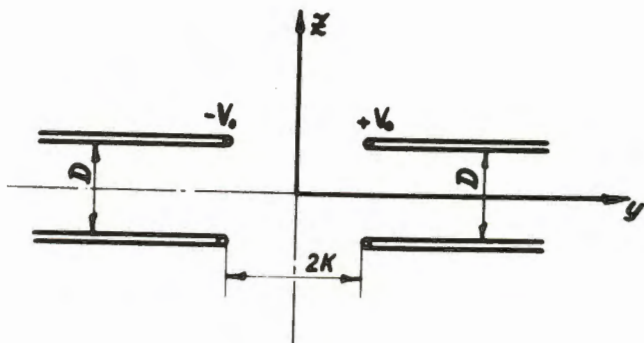


Рис. 3.

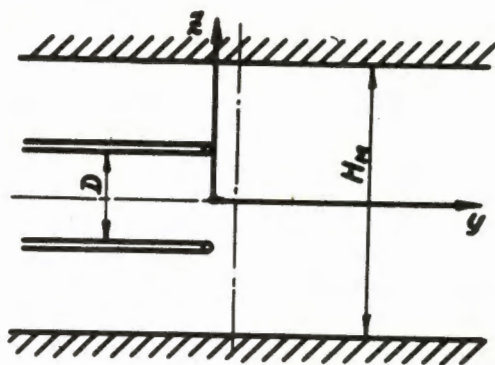


Рис. 4.

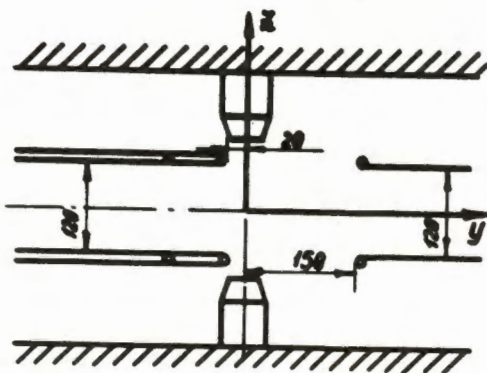


Рис. 5.

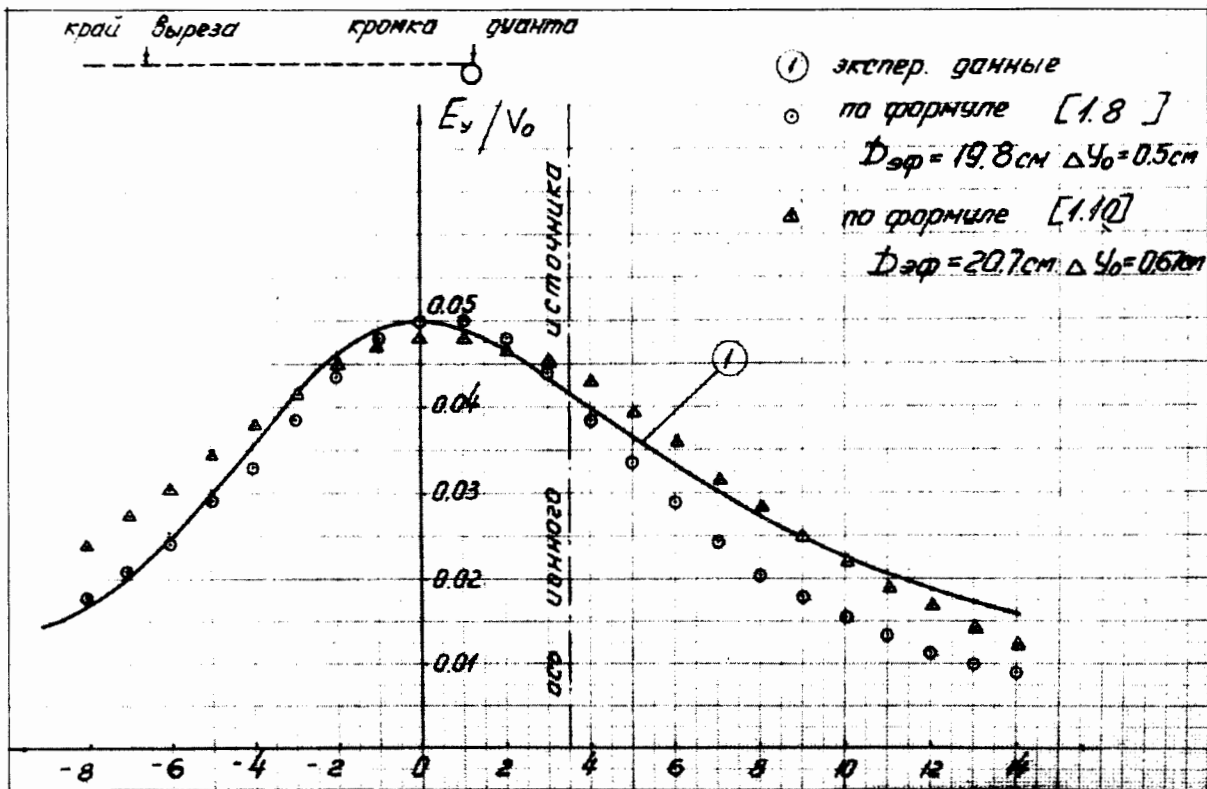


Рис. 6.



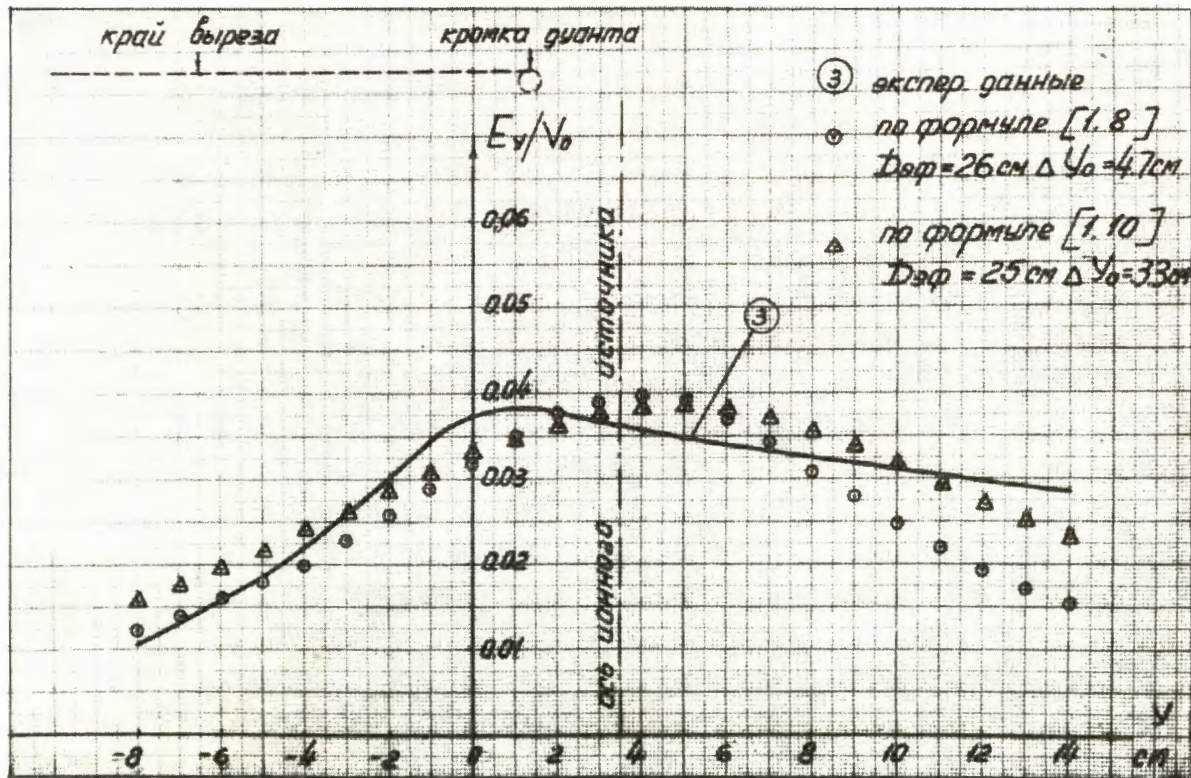


Рис. 7.

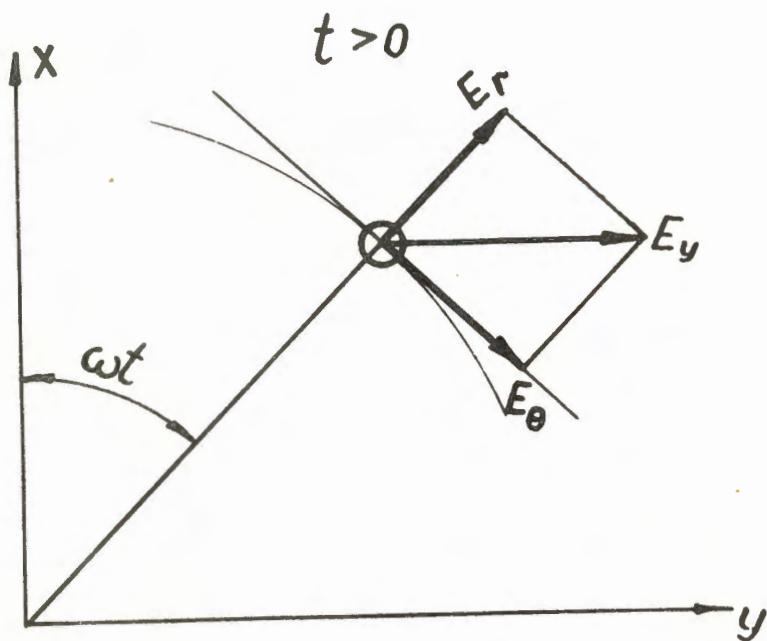


Рис. 8.

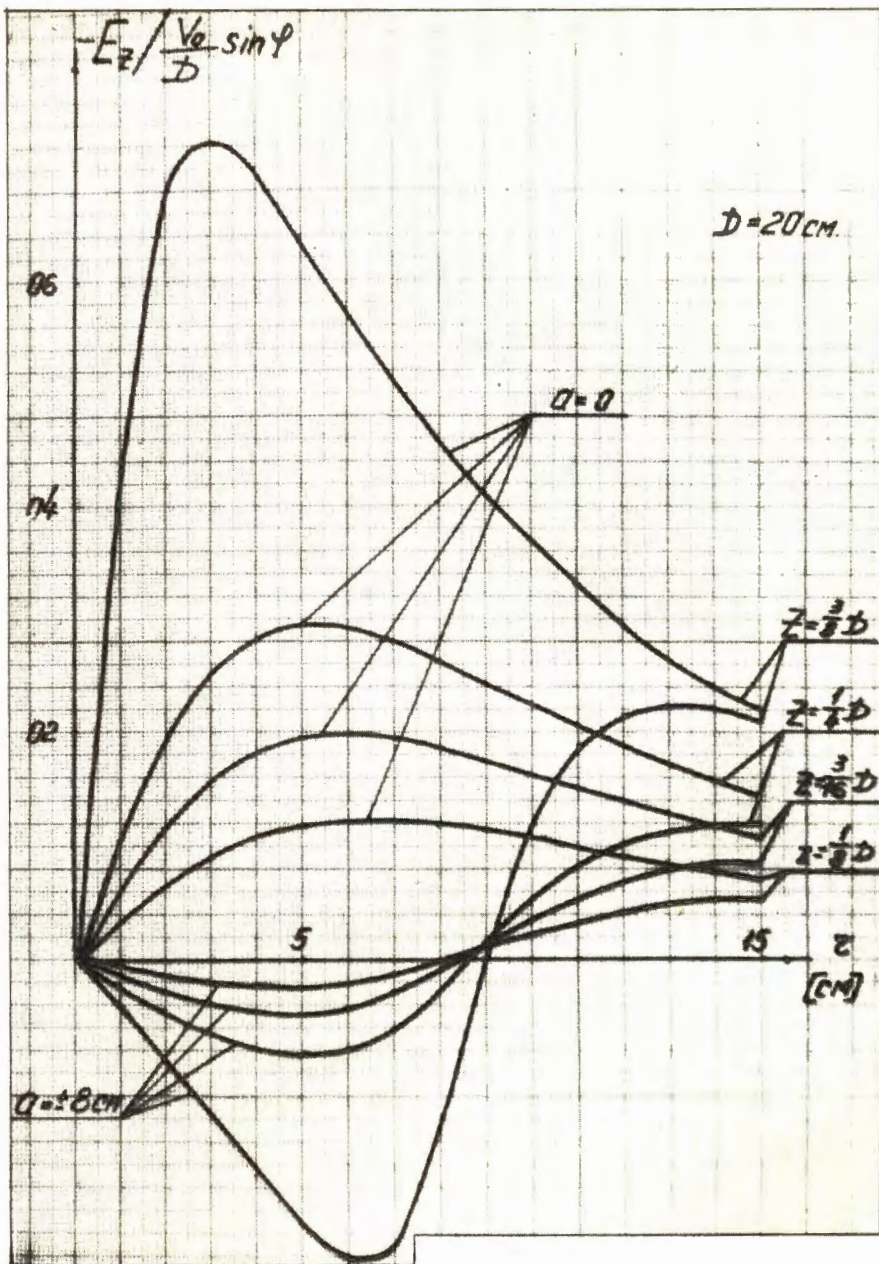


Рис. 8.

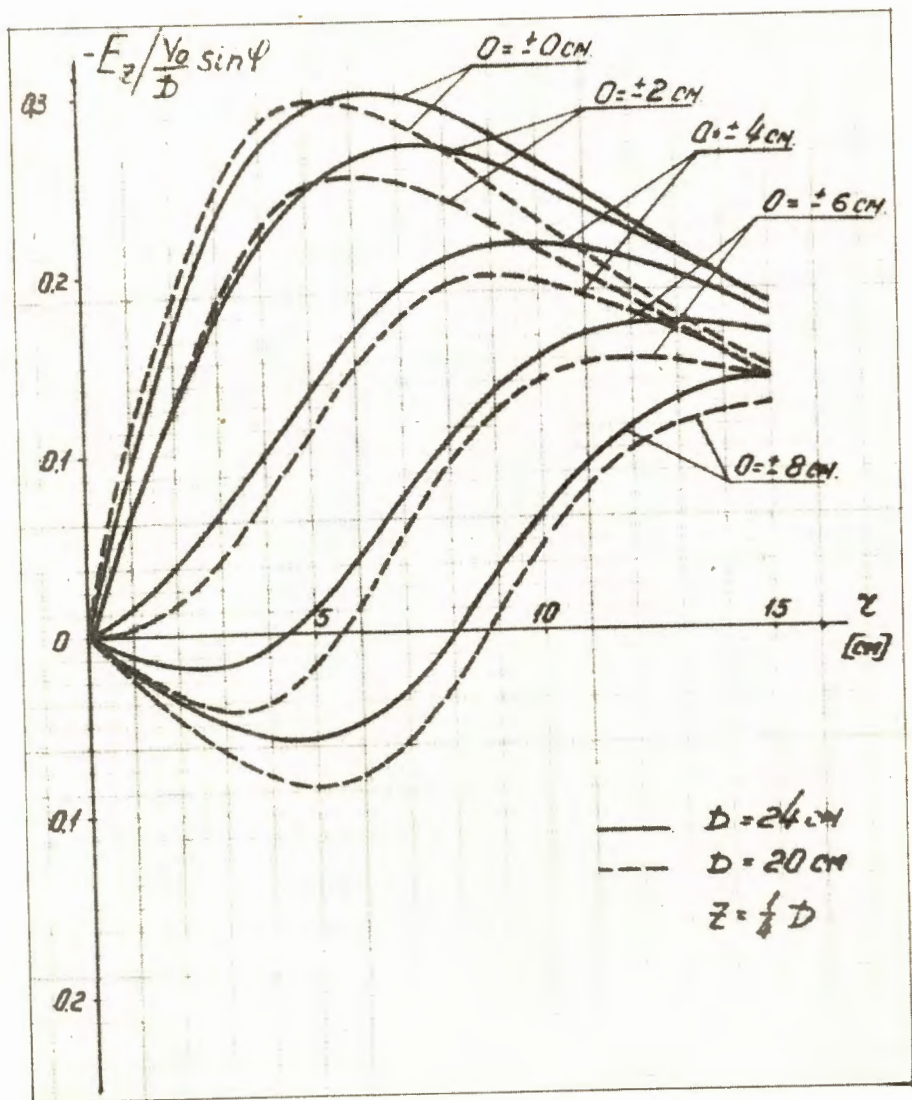


Рис. 10. Вертикальная средняя составляющая в.ч. напряжения.



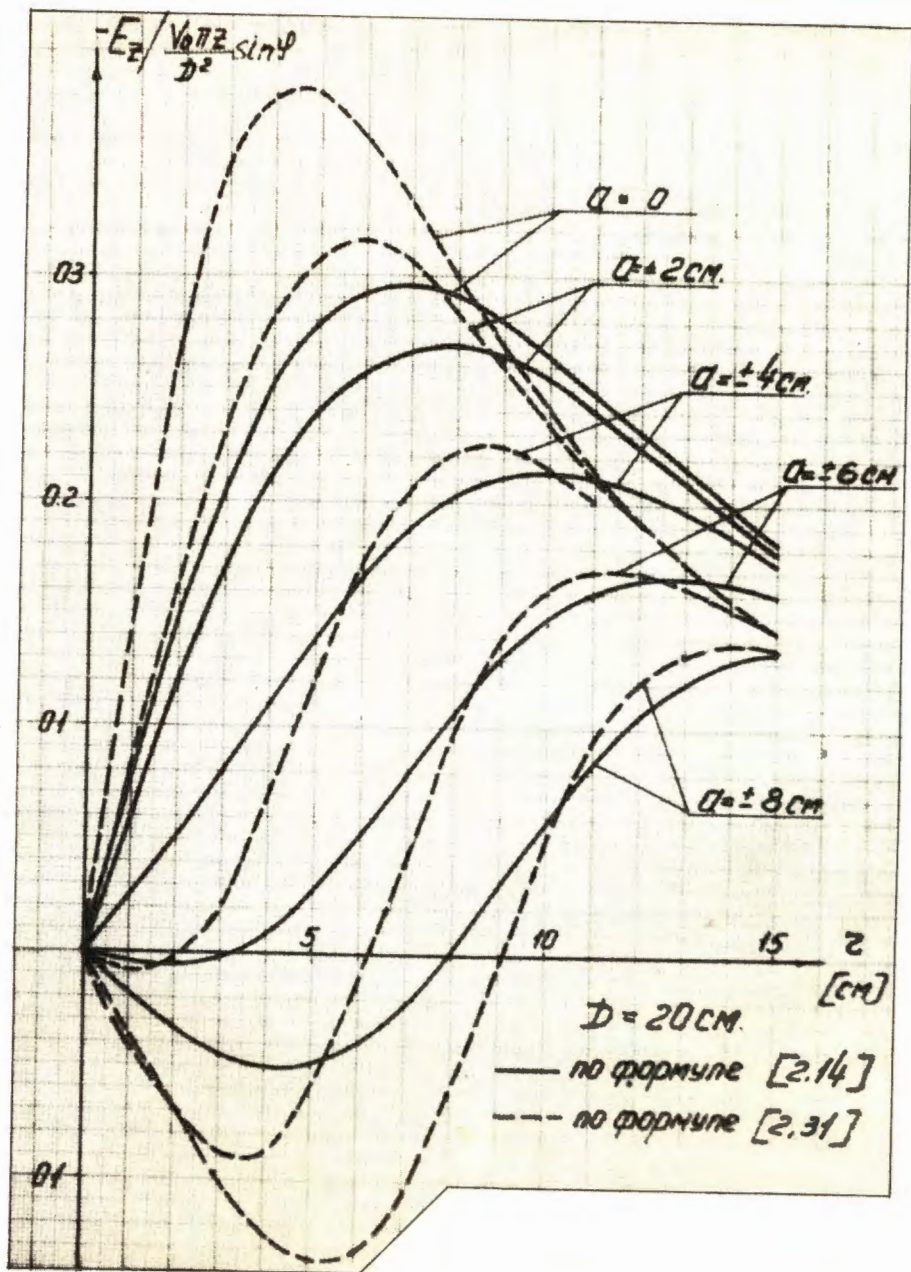


Рис. 11.

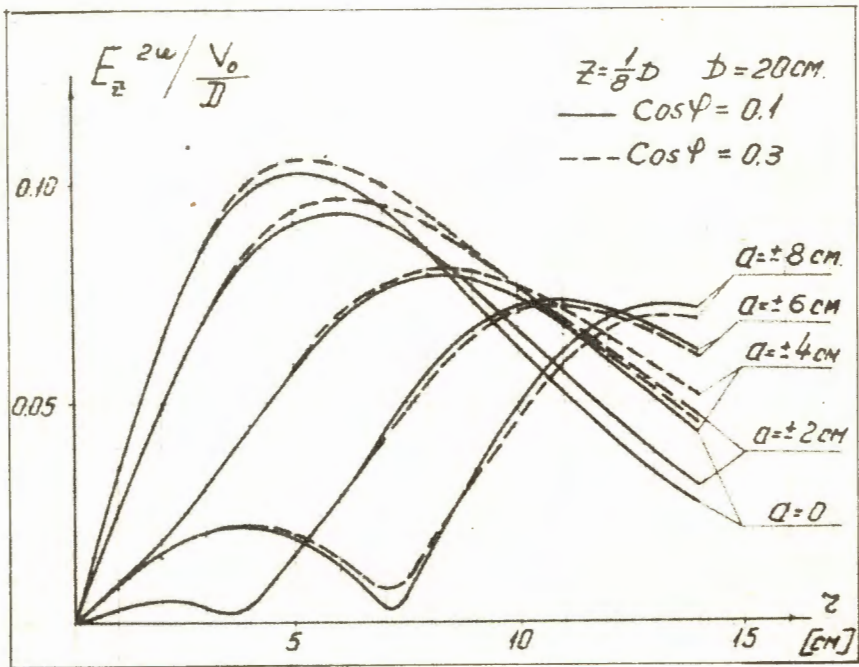


Рис. 12.

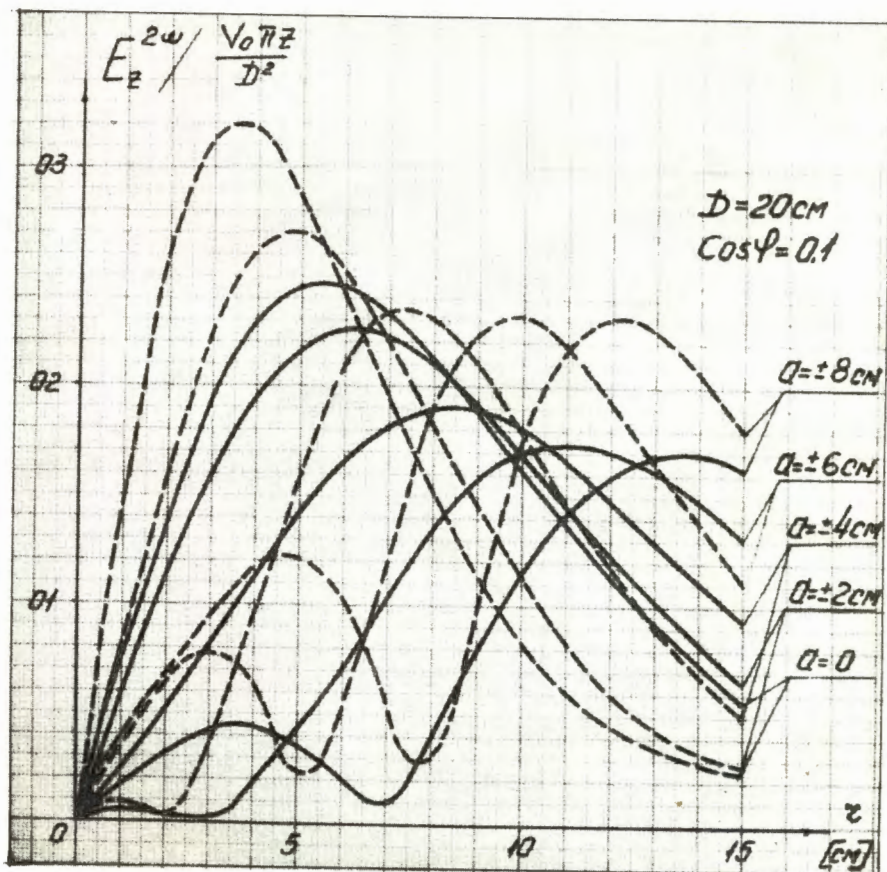


Рис. 13. Амплитуда второй гармоники вертикальной составляющей  
 в.ч. напряжения в линейном приближении.  
 — по формуле (2.14); ---- по формуле (2.31).

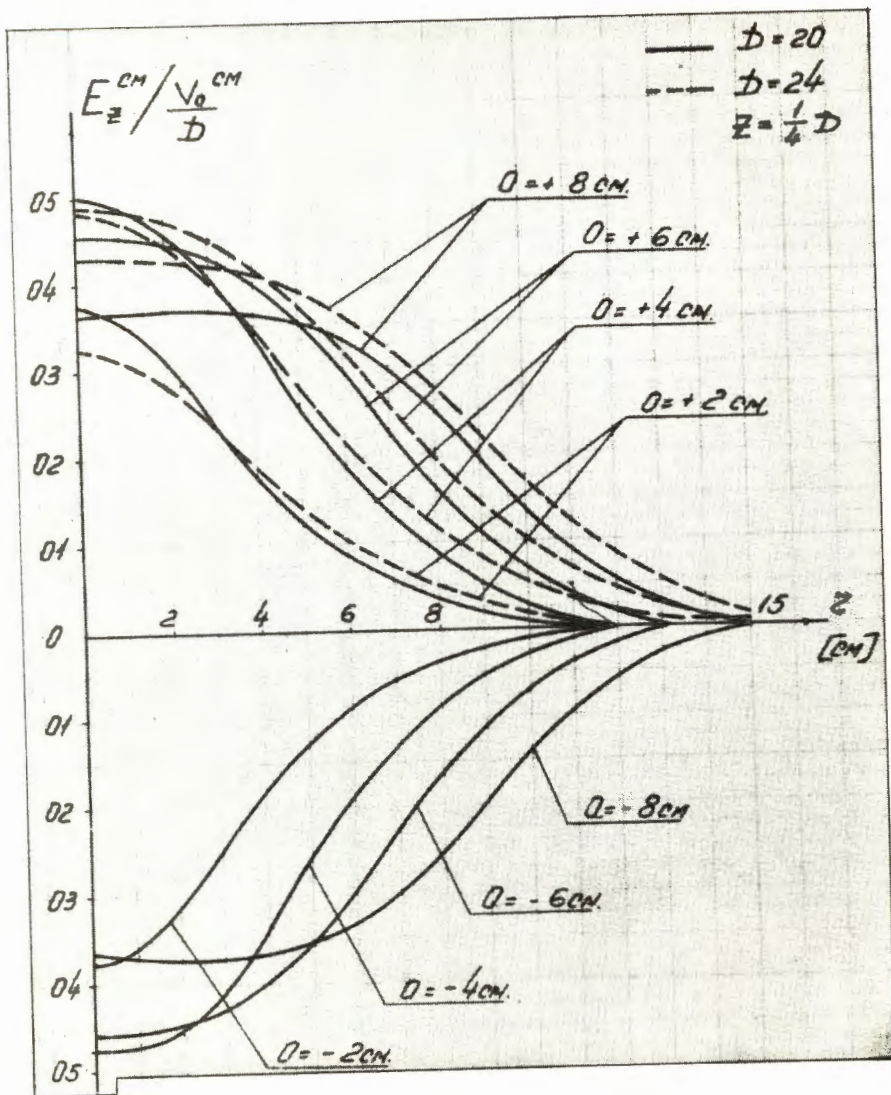


Рис. 14. Вертикальная средняя составляющая электрического поля от напряжения смещения.



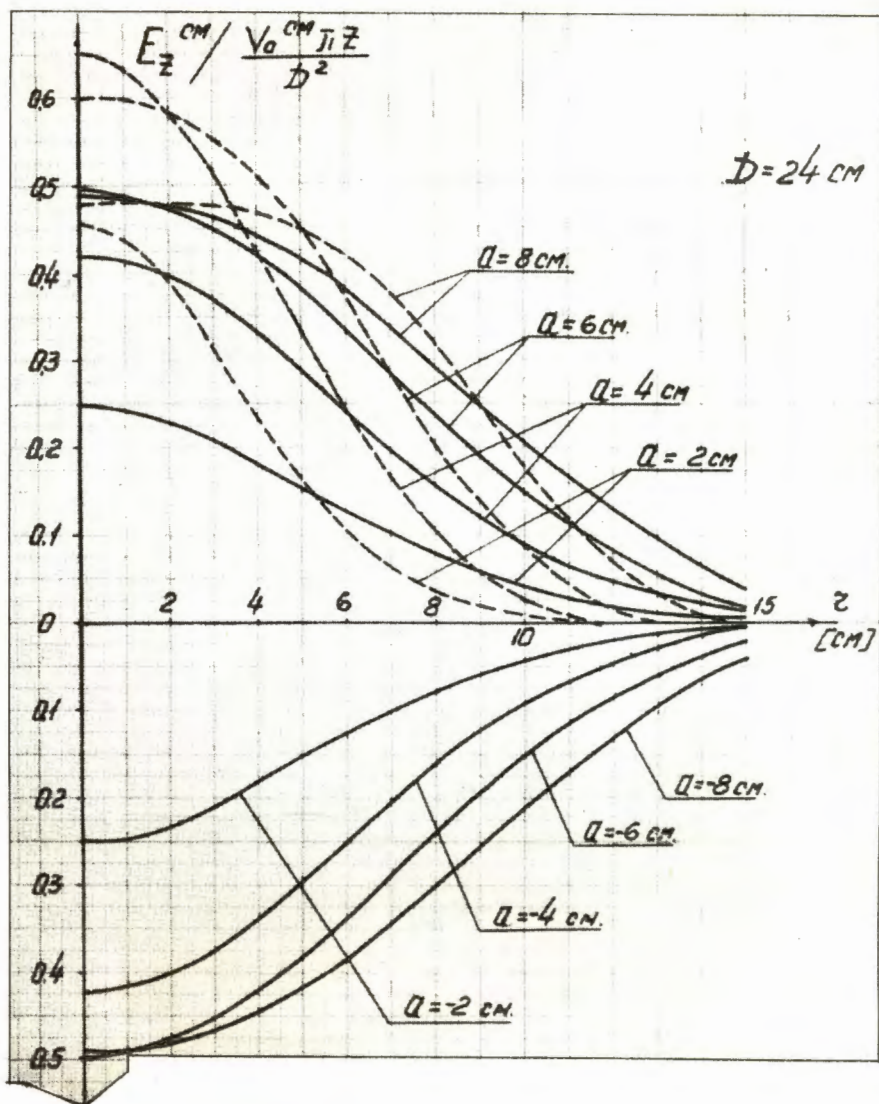


Рис. 15. Вертикальная средняя составляющая электрического поля от напряжения смещения в линейном приближении. — по формуле (3,7); ---- по формуле (3,9).

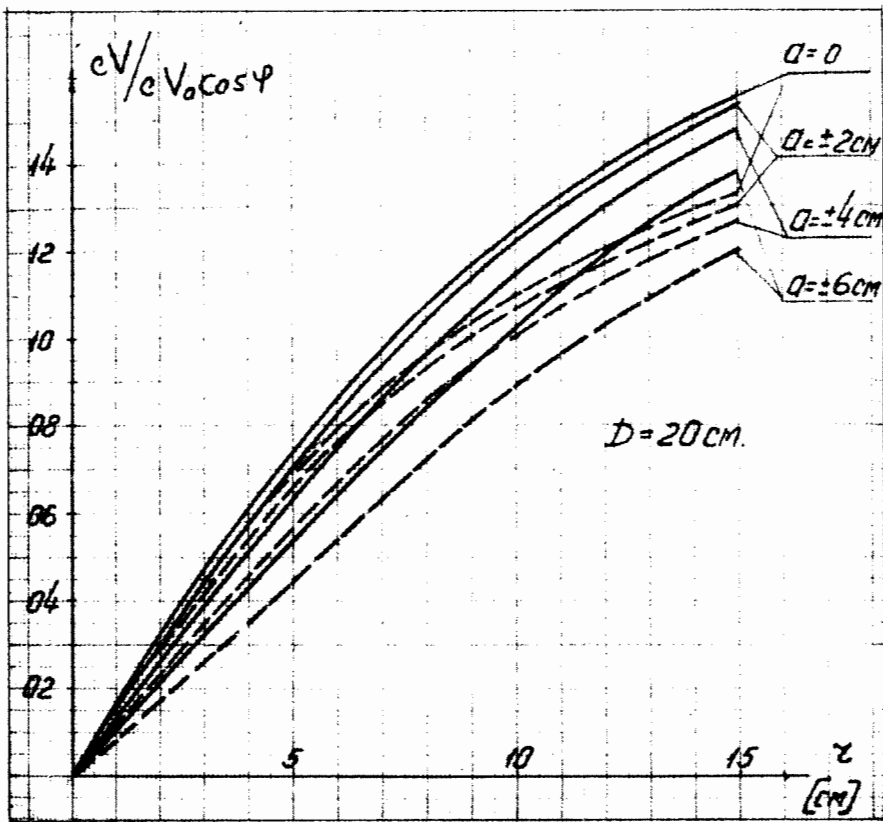


Рис. 16. Относительный набор энергии за оборот в плоскости  $z = 0$ .  
 — по формуле (4.4); - - - - по формуле (4.6).

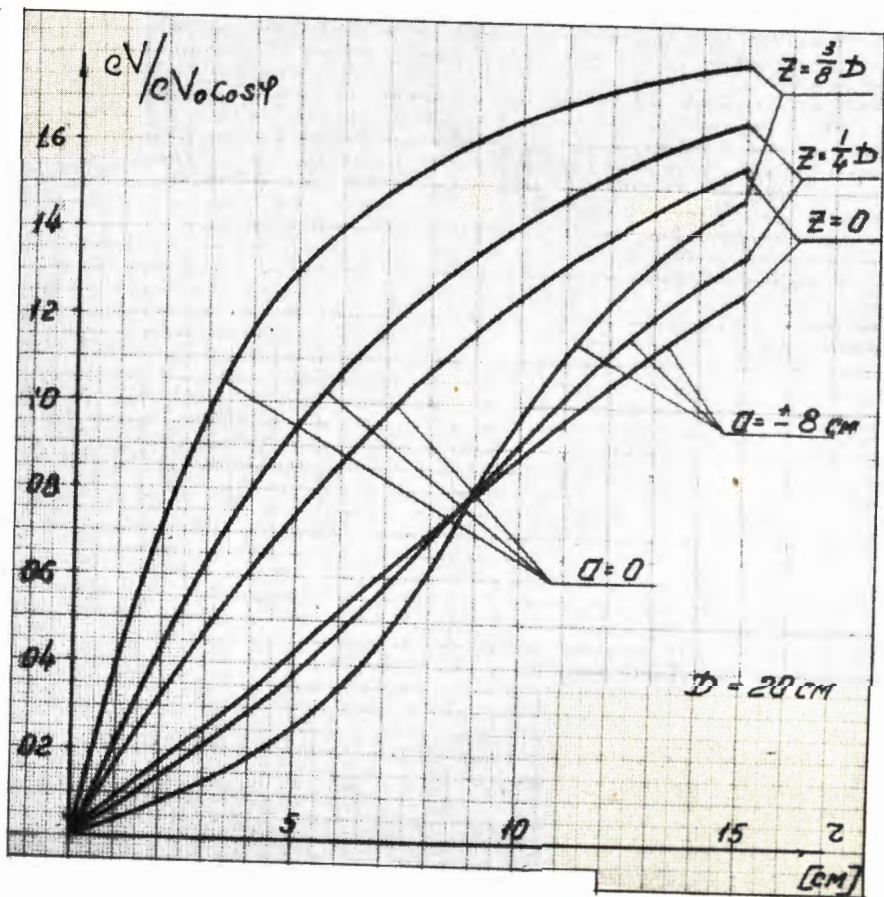


Рис. 17. Относительный набор энергии за оборот в плоскостях  $z=0$ ,  $z=\frac{1}{4}D$ ,  $z=\frac{3}{8}D$  по формуле (4.4).