

с 5538

И-203

18 X 1967

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

Р9 - 3476 - 2



И.Н. Иванов

ВЛИЯНИЕ ЭКРАНИРОВКИ
НА ЭФФЕКТ ОТРИЦАТЕЛЬНОЙ МАССЫ

ЛАБОРАТОРИЯ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

1967.

5324/1 пр.

Повышение интенсивности пучков в современных ускорителях потребовало экспериментального и теоретического исследования влияния на движение пучка собственного электромагнитного поля. Пучок во время своего движения может создавать поле как постоянное во времени (влияние этого на продольное и поперечное движение достаточно хорошо изучено и сводится к изменению размеров сепаратриссы и сдвигу частот свободных колебаний), так и переменное. Последнее всегда связано с изменением функции распределения частиц. Эффекты, обусловленные изменением функции распределения пучка в ускорителях, можно разделить на эффект отрицательной массы и так называемую резистивную неустойчивость, т.е. неустойчивость, определяемую конечной проводимостью стенок камеры, в которую помещен пучок. Если стенки камеры имеют бесконечную проводимость, то, как хорошо известно, они могут привести к резистивным неустойчивостям, но, изменяя собственное электромагнитное поле, экранировка может влиять на факторы, определяющие существование пучка. В статическом случае они могут, например, менять эффективный показатель спада поля, в динамическом - влиять на инкремент нарастания возмущений, возникающих в пучке. Для примера исследуем влияние экранировки на эффект "отрицательной" массы. Надо сказать, что в работах ^{1,2/}, где впервые была найдена пороговая плотность пучка для этого эффекта, пучок был помещен в металлическую камеру. Однако при анализе дисперсионного уравнения авторами использовались такие приближения, которые не позволяли исследовать поведение пучка вблизи стенок камеры.

Настоящая работа ставит своей целью выяснить, к чему приведет экранировка полей возмущения без подобных ограничений. Для этого выберем следующую геометрию:

имеем круговой ток, бесконечный в z - направлении, окруженный металлическим круглым экраном. Цилиндр тока и экран расположены коаксиально. В невозмущенном стационарном состоянии сечение тока представляет собой бесконечно тонкое по толщине кольцо, радиус которого равен r_0 . Скорость в направлении $+\theta$, выраженная в единицах скорости света c , равна $\beta = \frac{\omega_0 r_0}{c}$, где ω_0 - частота обращения каждой частицы. Ток находится во внешнем однородном магнитном поле, направленном вдоль орта \vec{r}_z . Это поле считается настолько сильным, что влиянием собственных электрических и магнитных полей на невозмущаемое движение каждой частицы можно пренебречь. В дальнейшем мы будем рассматривать возмущение движения частицы и не будем интересоваться вопросами, связанными с изменением толщины кольца. При этом легко показать, что пренебрежение собственными полями, действующими на каждую частицу, движущуюся по орбите с $r = r_0$, по сравнению с внешними полями возможно при выполнении неравенства:

$$\frac{e \sigma_0 2 \pi r_0}{m_0 c^2 \gamma_0} \ll 1, \quad (1)$$

где σ_0 - поверхностная плотность частиц.

Здесь необходимо сделать следующее замечание. Как показано в /1,2/, пучок с нулевым энергетическим разбросом всегда неустойчив по отношению к эффекту отрицательной массы. Выбор заведомо неустойчивой конфигурации для исследования эффекта связан с простотой рассмотрения. При этом считается, что изменение инкремента данной неустойчивости при наличии металлического экрана достаточно хорошо выяснит влияние экранировки на этот эффект.

Для вывода уравнений движения воспользуемся математическим аппаратом работы /3/. Пусть орбита возмущенных частиц есть:

$$\vec{r} = [r_0 + \xi(\theta_0, t)] \vec{r}_0 + \eta(\theta_0, t) \vec{r}_{\theta_0}, \quad (2)$$

θ_0, r_0 - координаты частицы невозмущенной точки, а $\vec{r}_0, \vec{r}_{\theta_0}$ - орты этой точки. Находя из (2) скорость и ускорение

$$\vec{V} = (\dot{\xi} - \omega_0 \eta) \vec{r}_0 + (\dot{\eta} + \omega_0 r_0 + \omega_0 \xi) \vec{r}_{\theta_0} \quad (3)$$

$$\vec{V} = (\dot{\xi} - 2\omega_0 \dot{\eta} - \omega_0^2 r_0 - \omega_0^2 \xi) \vec{r}_0 + (\dot{\eta} + 2\omega_0 \dot{\xi} - \omega_0^2 \eta) \vec{r}_{\theta_0}.$$

напишем уравнение движения этих частиц:

$$\frac{d\gamma \vec{V}}{dt} = \gamma \vec{V} + \vec{V} \gamma, \quad \frac{(\vec{V} \vec{V})}{c^2} = \frac{e}{m_0} \left(\vec{E} + \frac{1}{c} [\vec{V} \vec{H}] \right), \quad (4)$$

где

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{\vec{V} \vec{V}}{c^2}}}.$$

Будем считать, что частицы движутся в самосогласованном поле. Для этого в правую часть уравнения (4) подставим не только внешнее поле H_{z0} , E_z и собственные электрические и магнитные поля цилиндра, все частицы которого "возмущены" со своими ξ и η . Считая ξ и η малыми величинами и рассматривая все в линейном приближении, получим следующие уравнения движения:

$$\dot{\xi} + \omega_0^2 (1 - \gamma^2) \xi - \omega_0 \gamma_0^2 \dot{\eta} = \frac{e}{m_0 \gamma_0} \left(E_r^1 + \frac{\omega_0 r_0}{c} H_z^1 \right), \quad (5)$$

$$\dot{\eta} + \omega_0 \dot{\xi} = \frac{e}{m_0 \gamma_0^3} E_{\theta}^1.$$

В уравнениях (5) $E_r^1, E_{\theta}^1, H_z^1$ - напряженности, создаваемые токами и зарядом возмущения.

Для подсчета полей воспользуемся функцией Грина для двухмерного уравнения Гельмгольца в цилиндрической системе координат:

$$G = i\pi H_0^{(1)} \left(\frac{\omega R}{c} \right), \quad \text{где } R = \sqrt{r^2 + r'^2 - 2rr' \cos(\theta - \theta')}, \quad (6)$$

$H_0^{(1)}$ - функция Ханкеля первого рода.

^{x)} Уравнение движения (4) является по существу гидродинамическим уравнением. Под $\frac{d}{dt}$ понимается $\frac{\partial}{\partial t} + \omega_0 \frac{\partial}{\partial \theta_0}$, так что \vec{V} - гидродинамическая скорость и имеет смысл переменной Эйлера. Введение координат возмущенной и невозмущенной точки удобно для построения приращений скорости $\{\dot{\xi} - \omega_0 \dot{\eta}, \dot{\eta} + \omega_0 \dot{\xi}\}$. Везде дальше под словом "частицы" нужно подразумевать поток частиц.

Предполагая известными приращения токов $j^1 e^{-i\omega t}$ и плотности зарядов $\rho^1 e^{-i\omega t}$, напомним образы Фурье потенциалов:

$$\vec{A}^1 = \frac{1}{c} \int G r j^1 ds' \quad (7)$$

$$\Phi^1 = \int G \rho^1 ds'.$$

Интегрирование тока j^1 и плотности ρ^1 в (7) проводится по сечению, перпендикулярному орту \vec{l}_z . Здесь r - единичный аффинор. Получение полей по формулам (7), удовлетворяющих граничным условиям на металлическом кожухе, представляет собой громоздкий процесс, детали которого опускаются. Конечный результат имеет вид:

$$\vec{E}^1 = \frac{i\pi}{c} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int e^{in(\theta-\theta')} ds' \left\{ \left[\frac{n}{r} \int_n(kr) U - \frac{n}{r} H_n^{(1)}(kr) V \right] \vec{l}_r + \left[\frac{n}{r} \int_n(kr) U - \frac{n}{r} H_n^{(1)}(kr) V \right] i k \vec{l}_\theta \right. \quad (8)$$

$$- \frac{n}{r} \int_n(kr) V D \vec{l}_r + \left[\frac{n}{r} \int_n(kr) U - \frac{n}{r} H_n^{(1)}(kr) V \right] i k \vec{l}_\theta$$

$$- \frac{1}{R} \frac{4\pi}{c} j_r \vec{l}_r, \quad \begin{matrix} r' > r \\ r > r' \end{matrix}$$

$$\vec{H}^1 = \frac{i\pi k}{c} \vec{l}_z \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int e^{in(\theta-\theta')} ds' \left\{ \left[\frac{n}{r} \int_n(kr) U - \frac{n}{r} H_n^{(1)}(kr) V \right] \vec{l}_r + \left[\frac{n}{r} \int_n(kr) U - \frac{n}{r} H_n^{(1)}(kr) V \right] i k \vec{l}_\theta \right. \quad (8)$$

$$U = j_\theta^1 H_n^{(1)'}(kr') + i j_r^1 \frac{n}{kr'}, \quad \vec{H}^1(kr')$$

$$V = j_\theta^1 \int_n(kr') + i j_r^1 \frac{n}{kr'}, \quad k = \frac{\omega}{c},$$

$$D = \frac{H_n^{(1)'}(kb)}{\int_n(kb)}$$

D - коэффициент, связанный с экранировкой; для металла $D = \frac{H_n^{(1)'}(kb)}{\int_n(kb)}$.

(b - радиус металлического кожуха).
 Везде в формулах штрих означает дифференцирование по аргументу. Для написания приращения токов необходимо вспомнить, что скорость тока частиц в левой части уравнений (5) мы записали в системе векторов \vec{l}_{r_0} и \vec{l}_{θ_0} , которая в общем отличается от цилиндрической несоответствием направления вектора \vec{l}_{r_0} и скоростью изменения азимута $\dot{\theta}$. Формулы (8) даны в обыкновенной цилиндрической системе координат, где вектор \vec{l}_r вращается со скоростью $\dot{\theta}$. Следовательно, токи j^1 записаны в системе векторов \vec{l}_r и \vec{l}_θ . Чтобы яснее понять разницу между этими системами, достаточно посмотреть на рис. 1, на котором изображены эти две системы и вывести скорости в системе орт \vec{l}_r и \vec{l}_θ через скорости \vec{l}_{r_0} и \vec{l}_{θ_0} .

На самом деле, из разложения векторов

$$\vec{l}_r = \vec{l}_{r_0} \cos(\theta - \theta_0) + \vec{l}_{\theta_0} \sin(\theta - \theta_0),$$

$$\vec{l}_\theta = \vec{l}_{\theta_0} \cos(\theta - \theta_0) - \vec{l}_{r_0} \sin(\theta - \theta_0) \quad (9)$$

следуют следующие представления радиуса вектора:

$$\vec{r} = r \vec{l}_r = r \cos(\theta - \theta_0) \vec{l}_{r_0} + r \sin(\theta - \theta_0) \vec{l}_{\theta_0} = (r_0 + \xi) \vec{l}_{r_0} + \eta \vec{l}_{\theta_0} \quad (10)$$

Отсюда нетрудно получить

$$r = (r_0 + \xi) \cos(\theta - \theta_0) + \eta \sin(\theta - \theta_0). \quad (11)$$

Кроме того,

$$\dot{\vec{r}} = V_r \vec{l}_r + V_\theta \vec{l}_\theta = [V_r \cos(\theta - \theta_0) - V_\theta \sin(\theta - \theta_0)] \vec{l}_{r_0} + [V_r \sin(\theta - \theta_0) + V_\theta \cos(\theta - \theta_0)] \vec{l}_{\theta_0} = (\dot{\xi} - \omega_0 \eta) \vec{l}_{r_0} + (\omega_0 r_0 + \dot{\eta} + \omega_0 \xi) \vec{l}_{\theta_0} \quad (12)$$

Теперь будем иметь:

$$V_r = (\dot{\xi} - \omega_0 \eta) \cos(\theta - \theta_0) + (\omega_0 r_0 + \dot{\eta} + \omega_0 \xi) \sin(\theta - \theta_0),$$

$$V_\theta = (\omega_0 r_0 + \dot{\eta} + \omega_0 \xi) \cos(\theta - \theta_0) - (\dot{\xi} - \omega_0 \eta) \sin(\theta - \theta_0). \quad (13)$$

Определим токи в цилиндрической системе как

$$\vec{j} = \vec{\nabla} \rho = \sigma \delta(r' - r) \vec{\nabla}. \quad (14)$$

В формуле (14) компоненты $\vec{\nabla}$ даются (13), а r определено в (11). Эти токи подставим в уравнение непрерывности:

$$\frac{1}{r'} \frac{\partial}{\partial r'} r' j_r + \frac{1}{r'} \frac{\partial j_\theta}{\partial \theta} = - \frac{1}{r'} \frac{\partial \rho_r}{\partial t}. \quad (15)$$

После проведения всех операций, связанных с подстановкой составляющих тока в уравнение непрерывности, надо линеаризовать полученные выражения, написав $\sigma = \sigma_0 + \sigma_1$.

σ_1 считаем величиной первого порядка. Она соответствует изменению числа частиц на единице поверхности.

Таким образом, уравнение непрерывности является уравнением для определения σ_1 . Нетрудно убедиться в том, что результатом является

$$\sigma_1 = - \frac{\sigma_0}{r_0} \left(\xi + \frac{\partial \eta}{\partial \theta} \right). \quad (16)$$

Теперь имеем

$$\vec{j} = j_r \vec{l}_r + j_\theta \vec{l}_\theta = \xi \sigma_0 \delta(r' - r_0) \vec{l}_r + \omega_0 r_0 \sigma_0 \delta(r' - r_0) \vec{l}_\theta + \sigma_0 \frac{\partial \eta}{\partial t} \delta(r' - r_0) \vec{l}_\theta - \sigma_0 \omega_0 r_0 \delta'(r' - r_0) \vec{l}_\theta. \quad (17)$$

Выражение (17) показывает, что кроме приращения численного значения тока произошло также изменение плотности тока из-за появления магнитных диполей с плотностью $\omega_0 r_0 \sigma_0 \xi$. Итак, имеем

^{x)} Член ρr связан с тем, что по смыслу уравнения непрерывности в правой части стоит член, определяющий изменение числа частиц со временем в объеме $\Delta r \Delta \theta \Delta z$. В нашем случае изменяется не только число частиц в единице объема, изменяется и сам элементарный объем из-за изменения $r \Delta \theta$. Чтобы это учесть, необходимо взять $\frac{1}{r'} \frac{\partial \rho r}{\partial t}$ вместо $\frac{\partial \rho}{\partial t}$.

$$j_r^1 = \xi \sigma_0 \delta(r' - r_0), \quad (18)$$

$$j_\theta^1 = \frac{\partial \eta}{\partial t} \sigma_0 \delta(r' - r_0) - \omega_0 r_0 \xi \sigma_0 \delta'(r' - r_0).$$

Подставим полученные выражения в (8) и, считая ξ и η зависящими от времени и азимута в виде $e^{i(n\theta - \omega t)}$, получим следующие выражения для собственных полей

$$\vec{E}^1 = \frac{2\pi^2 \omega r_0}{c} \sigma_0 \eta \left\{ H_n^{(1)'}(kr_0) \left[\frac{n}{r} g_n(kr) \vec{l}_r + i \frac{\omega}{c} g_n'(kr) \vec{l}_\theta \right] + g_n'(kr_0) \left[\frac{n}{r} H_n^{(1)}(kr) \vec{l}_r + i \frac{\omega}{c} H_n^{(1)'}(kr) \vec{l}_\theta \right] \right\} + \quad (19)$$

$$+ 2\pi^2 \text{in} \sigma_0 \xi (1 - \beta \beta_\omega) \left\{ H_n^{(1)}(kr_0) \left[\frac{n}{r} g_n(kr) \vec{l}_r + g_n(kr_0) \left[\frac{n}{r} H_n^{(1)}(kr) \vec{l}_r + i \frac{\omega}{c} g_n'(kr) \vec{l}_\theta \right] \right] r < r_0, \right. \\ \left. + i \frac{\omega}{c} H_n^{(1)'}(kr) \vec{l}_\theta \right] r > r_0, \right.$$

$$H_n^1 = -\beta \omega E^1, \quad \beta_\omega = \frac{\omega r_0}{nc}.$$

Вспомним формальный вид напряженностей, написанных в (8). Если мы будем считать, что эти напряженности созданы токами

$$j_r^1 = K_r \delta(r' - r_0), \quad (20)$$

$$j_\theta^1 = K_\theta \delta(r' - r_0),$$

где K_r и K_θ — поверхностные плотности токов, заданные на радиусе r_0 . Из сравнения (8) и (19) получим эти эффективные плотности тока в виде

$$K_r = - \frac{i \sigma_0}{r_0} \omega_0 r_0 \xi (1 - \beta \beta_\omega) \\ K_\theta = - \frac{i \sigma_0}{r_0} c \beta_\omega \eta. \quad (21)$$

^{x)} Вообще ξ и η являются функциями θ_0 , но для первого порядка малости это безразлично.

Так как напряженности пропорциональны ξ и η , то $\vec{l}_r = \vec{l}_{r_0}$ и $\vec{l}_\theta = \vec{l}_{\theta_0}$ в первом приближении. Силы, действующие на радиус r_0 , определим как средние

$$\langle E_r^1 \rangle = -\frac{1}{2} (E_{r+}^1 + E_{r-}^1) \approx E_r^1, \quad \langle E_\theta^1 \rangle = -\frac{1}{2} (E_{\theta+}^1 + E_{\theta-}^1) = E_\theta^1,$$

$$\langle H_z^1 \rangle = -\frac{1}{2} (H_{z+}^1 + H_{z-}^1) \approx H_z^1.$$

Учитывая все это, напишем напряженности в правой части уравнения движения:

$$\begin{aligned} E_r^1 &= \frac{2i\pi n}{c} K_\theta C - \frac{2\pi n^2}{\omega r_0} K_r A, \\ E_\theta^1 &= -\frac{2\pi r_0 \omega}{c^2} K_\theta B - \frac{2\pi n i}{c} K_r C, \\ H_z^1 &= -\beta_\omega E_r^1. \end{aligned} \quad (22)$$

В этих выражениях приняты следующие обозначения:

$$\begin{aligned} \frac{A}{\pi} &= \int_n \left(\frac{\omega r_0}{c} \right) H_n^{(1)} \left(\frac{\omega r_0}{c} \right) - \int_n^2 \left(\frac{\omega r_0}{c} \right) D, \\ \frac{B}{\pi} &= \int_n' \left(\frac{\omega r_0}{c} \right) H_n^{(1)'} \left(\frac{\omega r_0}{c} \right) - \int_n^2 \left(\frac{\omega r_0}{c} \right) D, \end{aligned} \quad (23)$$

$$\frac{C}{\pi} = \frac{1}{2} \int_n' \left(\frac{\omega r_0}{c} \right) H_n^{(1)'} \left(\frac{\omega r_0}{c} \right) + \frac{1}{2} \int_n \left(\frac{\omega r_0}{c} \right) H_n^{(1)} \left(\frac{\omega r_0}{c} \right) - \int_n \left(\frac{\omega r_0}{c} \right) \int_n' \left(\frac{\omega r_0}{c} \right) D.$$

Сами уравнения движения с использованием (22) и (21) можно записать в виде:

$$\begin{aligned} -p^2 \xi + (1 - \gamma_0^2) \omega_0^2 \xi - i \omega_0 \gamma_0^2 p \eta &= \Omega^2 (1 - \beta \beta_\omega) \frac{n^2}{\beta^2} [\beta_\omega \eta C + 1(1 - \beta \beta_\omega) \xi A], \\ -p^2 \eta + i p \omega_0 \xi &= \frac{\Omega^2}{\gamma_0^2} \frac{i n^2 \beta_\omega}{\beta^2} [\beta_\omega \eta B + 1(1 - \beta \beta_\omega) \xi C], \\ p = n \omega_0 - \omega, \quad \Omega^2 &= \frac{e \sigma_0 2 \pi r_0 \omega_0^2}{m_0 c^2 \gamma_0}. \end{aligned} \quad (24)$$

Для существования нетривиального решения однородной алгебраической системы (24) требуется равенство нулю определителя этой системы. Это равенство является дисперсионным уравнением, из которого можно найти связь ω и p

с параметрами, характеризующими систему. Пользуясь малостью σ_0 (см. неравенство (1)), будем решать систему (24) методом последовательных приближений. Без учета членов, содержащих σ_0 , получим дисперсионные уравнения

$$p^2 (\omega_0^2 - p^2) = 0. \quad (25)$$

Из него видно, что в системе могут распространяться следующие волны:

$$\omega = n \omega_0,$$

$$\omega = (n+1) \omega_0.$$

При этом одно решение является вырожденным. Учет членов с σ_0 снимает вырождение. Решение $\omega = n \omega_0$ соответствует случаю, когда возмущение движется вместе с пучком; два других показывают, что возмущение может отставать или опережать невозмущенную частицу на период бетатронных колебаний. Анализ определителя системы (24) должен дать инкременты неустойчивостей круглого пучка. Сделаем сначала предположения, которые позволили бы сравнить результаты с общеизвестными^{1,2/}. Для этого достаточно исключить поперечные компоненты электромагнитного поля и члены, связанные с токами j_r^1 , т.е. считать, что $C = A = 0$, а также смотреть инкременты волны $\text{Re } \omega = n \omega_0$. После этих предположений будем иметь дисперсионное уравнение

$$p^2 = -i B \left(\frac{\omega r_0}{c} \right) \frac{e \sigma_0 2 \pi r_0}{m_0 \gamma_0 c^2} \omega \frac{p^2 + \beta^2 \gamma_0^2 \omega_0^2}{\gamma_0^2 (\omega_0^2 - p^2)}. \quad (27)$$

Первый член метода исследовательских приближений дает:

$$(\text{Im } p)^2 = -\Omega^2 n^2 \beta^2 i B \left(\frac{n \omega_0 r_0}{c} \right). \quad (28)$$

Для первых гармоник, считая $b = \infty$, получим $B \left(\frac{n \omega_0 r_0}{c} \right) = \frac{1}{n \beta^2}$ и инкремент в отсутствие экранировки

$$\text{Im } p = + \Omega \sqrt{n}, \quad (29)$$

что согласуется с результатами работы^{1,2/}.

Если теперь учесть, что наш ток идет вблизи экрана и считать $n\beta \ll \frac{b}{b-r_0}$, то из разложения D в ряд Тейлора около точки $r_0 = b$ получим:

$$\text{Im } p = \pm \Omega \frac{n}{\gamma_0} \sqrt{\frac{2(b-r_0)}{b}}. \quad (30)$$

Как видно из (30), экранировка существенно изменяет инкремент неустойчивости отрицательной массы. Если теперь вспомнить, что наличие энергетического разброса в пучке также приводит к уменьшению инкремента, то можно сделать вывод о возможном срыве неустойчивости типа отрицательной массы совместными "усилиями" экранировки и энергетического разброса. Уменьшение инкремента отрицательной массы происходит, по-видимому, в результате уменьшения эффективного кулоновского заряда плотности возмущения в результате экранирования.

Проанализируем полученную систему в целом. Дисперсионное уравнение с учетом поперечных токов и напряженностей получается в виде:

$$p^2(p^2 - \omega_0^2) = \frac{\Omega^2 n^2 \beta_\omega^2}{\beta^2} \left[\frac{\omega_0^2(1 - \gamma_0^2) - p^2}{\gamma_0^2} + B\left(\frac{\omega r_0}{c}\right) - \right. \quad (31)$$

$$\left. - \frac{2\omega_0}{\beta_\omega} (1 - \beta\beta_\omega) p + C\left(\frac{\omega r_0}{c}\right) - \frac{p^2}{\beta_\omega^2} (1 - \beta\beta_\omega)^2 + A\left(\frac{\omega r_0}{c}\right) \right] + \frac{\Omega^4 n^2 (1 - \beta\beta_\omega)^2}{\gamma_0^2 \beta^4}$$

Из этого уравнения видно, что в приближении малой плотности пучка (1) мы получаем в первом порядке метода последовательных приближений те же инкременты нарастания волн $\text{Re } \omega = n\omega_0$, что и в пренебрежении поперечных токов и напряженностей.

При распрямлении пучка остается волна типа $\omega = n\omega_0$. Это значит, что эта волна является продольной в отличие от поперечных волн $\omega = (n+1)\omega_0$. Устойчивость поперечных волн и связь ее с экранировкой представляет определенный интерес. Анализ устойчивости этих волн можно провести, пользуясь уравнением (31), но эта проблема выходит за рамки поставленной задачи.

х) При получении дисперсионного уравнения учтено легко проверяемое равенство:

$$AB - C^2 = \frac{1}{n^2 \beta_\omega^2}$$

Автор считает приятным долгом выразить большую благодарность Э.А. Перельштейну и товарищам по работе за многочисленные обсуждения.

Л и т е р а т у р а

1. А.А. Коломенский, А.Н. Лебедев. Атомная энергия, 7, 549 (1959).
2. C. E. Nielsen, S. Sessler, K. Symon. CERN Symposium 1959, p. 115.
3. V. K. Niel, W. Heckrotte. J. of Applied Physics v.36, 9, 1965.

Рукопись поступила в издательский отдел
8 августа 1967 г.

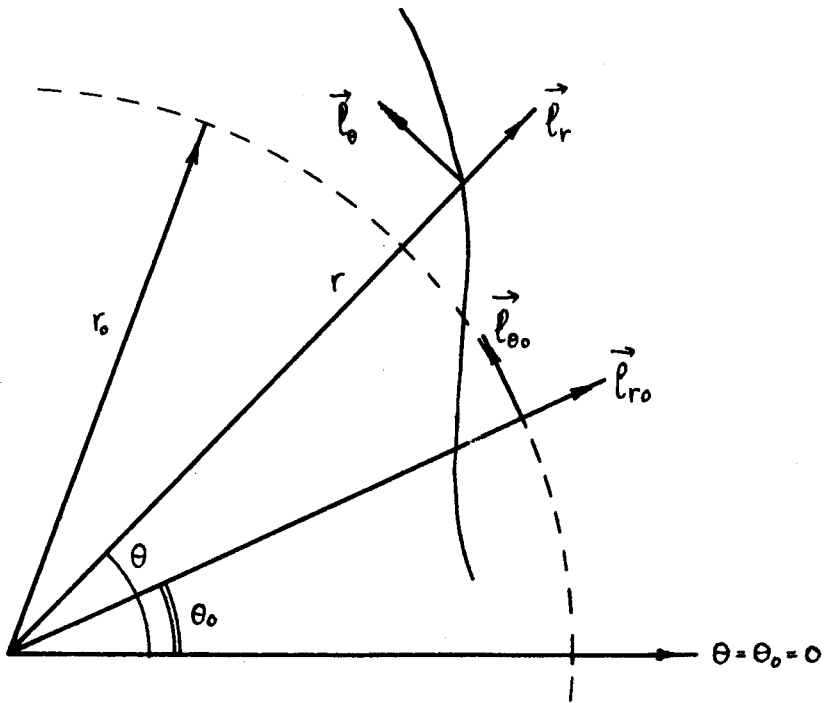


Рис. 1.