

С 3456

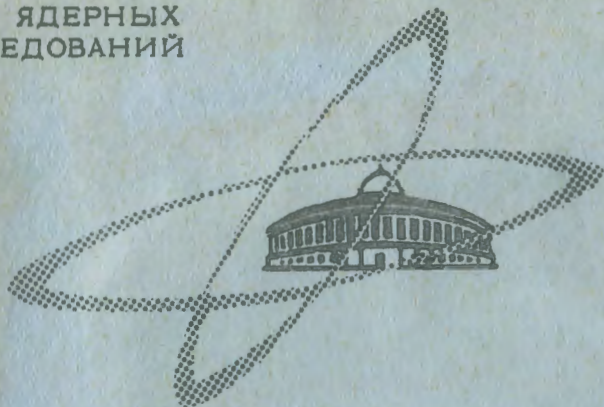
М-345

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

11/IV-67

P9 - 3184



И.М. Матора

К ТЕОРИИ ЛИНЕЙНОГО ИНДУКЦИОННОГО
УСКОРИТЕЛЯ

ЛАБОРАТОРИЯ НЕЙТРОННОЙ ФИЗИКИ

1967.

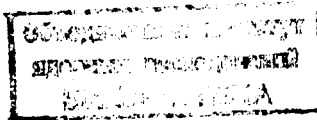
P9 - 3184

4902/1, 2р.

И.М. Матора

К ТЕОРИИ ЛИНЕЙНОГО ИНДУКЦИОННОГО
УСКОРИТЕЛЯ

Направлено в ЖТФ



В в е д е н и е

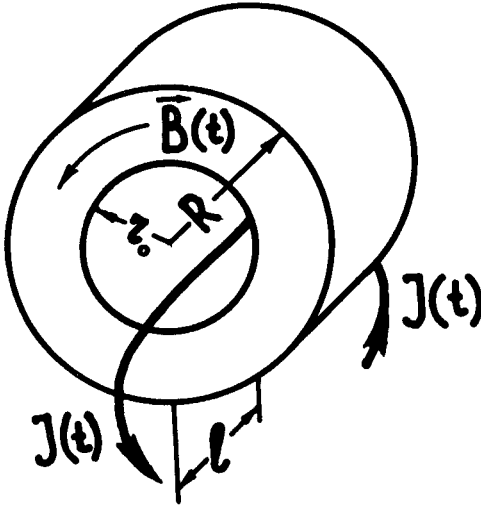
Линейный индукционный ускоритель (ЛИУ), идея которого была предложена Бауэрсом, до последнего времени не находил применения в физике. Кристофилос^{/1/} впервые построил и пустил такой ускоритель на энергию электронов 4 Мэв и ток в импульсе 200 а в качестве инжектора для исследовательской термоядерной установки "Астрон". Такой же ЛИУ был построен в НИИ ЭФА, в 1964 г.^{/2/}. Вопрос о возможности ускорения заряженных частиц любой массы за счет быстрого перемагничивания замкнутых магнитопроводов из мелкошпигтованного мягкого ферромагнетика или феррита заслуживает внимания. Элементарное рассмотрение этого способа ускорения обнаруживает в нем ряд ценных особенностей.

Так, в противоположность тому, что имеет место в обычных линейных ускорителях, ускоряющее вихревое электрическое поле в ЛИУ всегда является слегка фокусирующим. Проблема фазового движения, в особенности для электронов, радикально упрощается, причем этот способ позволяет получить гораздо более монохроматические пучки как электронов (по сравнению с пучками от обычных линейных ускорителей), так и тяжелых частиц (по сравнению с пучками от классического циклотрона). Технология изготовления секций ЛИУ существенно проще, чем в обычных линейных ускорителях, а простота принципа работы ЛИУ, несмотря на некоторые технические трудности его создания, позволяет обеспечить достаточную экономичность таких ускорителей как при сооружении, так и при эксплуатации.

Важным преимуществом ЛИУ является возможность ускорения электронов с интенсивностями на один - два порядка большими, чем в других ускорителях, при хорошей монохроматичности в пучке. Интенсивности пучков тяжелых частиц в ЛИУ также будут во много раз превосходить их интенсивности в циклотронах и линейных ускорителях.

§ 1. Стандартный ускоряющий элемент – индуктор

Индуктор представляет собой кольцо из ферромагнетика (рис. 1), допускающего быстрое по всему объему перемагничивание, причем направление меняющегося во времени вектора \vec{B} – азимутальное.



Р и с. 1.

Приближенное выражение для вихревой э.д.с. U , возникающей при перемагничивании индуктора от B до $-B$ (гаусс) в течение времени τ (сек), есть, как известно,

$$U = 10^{-11} \frac{2BS}{\tau} \text{ кв,} \quad (1)$$

где S (см²) – площадь радиального сечения магнитопровода индуктора,

$$S = l(R - r_0).$$

Подходящее время перемагничивания τ составляет 10^{-7} – 10^{-8} сек.

§ 2. Распределение вихревого ускоряющего поля

Рассмотрим совместно уравнения Максвелла для векторов напряженности магнитного поля \vec{H} и напряженности вихревого электрического поля \vec{E} .

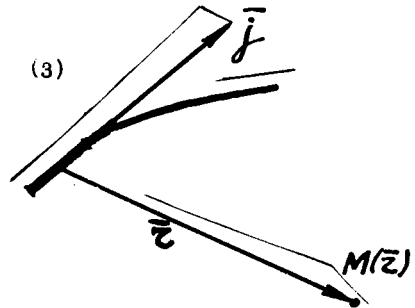
$$\left. \begin{aligned} \operatorname{rot} \vec{H} &= \frac{4\pi}{c} \vec{j} \\ \operatorname{rot} \vec{E} &= -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \end{aligned} \right\} \quad (\text{гауссова система единиц}) \quad (2)$$

Токами смещения по сравнению с токами проводимости будем пренебрегать.

Хорошо известно решение первого уравнения (2) при отсутствии в пространстве магнетиков (рис. 2)

$$\vec{H} = \frac{1}{c} \int_{(V)} \frac{[\vec{j} \times \vec{r}]}{r^3} dV \quad (3)$$

(V - объем проводников с током),
которое называется законом Био-Савара.



Р и с. 2

Аналогичное решение второго уравнения (2), справедливое при отсутствии проводников

$$\vec{E} = -\frac{1}{4\pi c} \int_{(V)} \frac{[\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \times \vec{r}]}{r^3} dV \quad (4)$$

(V - объем перематничиваемого ферромагнетика), может быть полезным для оценок распределения напряженности вихревого поля в случае, когда проводимость перематничиваемого ферромагнетика изотропна.

§ 3. Оптимальный вариант индукторов

Временная программа перематничивания индуктора должна по возможности обеспечить постоянство приращения потока Φ в индукторе во времени. В предположении $\mu = \text{const}$ это значит

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} = \mu \int \dot{H} dS = 2\mu \dot{i} \ell \quad \ell_n \frac{R}{r_0} = \text{const} \quad (\text{гауссова система единиц}), \quad (5)$$

так как мы должны считать и $\dot{i} = \text{const}$. (6)

Из (5) следует, что для фиксированного ферромагнетика ($\mu = \text{const}$ для индукторов любой геометрии) при сравнении различных индукторов, обеспечивающих заданную э.д.с., можно пользоваться выражением

$$\ell \dot{i} \ell_n \frac{R}{r_0} = \text{const}. \quad (7)$$

Теперь, предполагая также постоянной временную программу перемагничивания различных индукторов на заданную э.д.с., получим еще приближенное выражение для мощности P , затрачиваемой во время перемагничивания одного индуктора:

$$P = \frac{\mu}{4\pi} \int \dot{H} \dot{H} dV = 2\mu \dot{i} \ell \ell_n \frac{R}{r_0}. \quad (8)$$

Чтобы получить возможность сравнения индукторов различной геометрии по их экономичности, рассмотрим два крайних режима работы:

а) Перемагничивание всех слоев индуктора таково, что вплоть до периферии в начале и конце импульса величина индукции в ферромагнетике максимальная ($\pm B_m$).

б) До максимальной индукции $\pm B_m$ в начале и конце импульса намагничиваются лишь внутренние слои.

В случае а) напряженность $H(R)$ у внешней цилиндрической поверхности индуктора должна быть постоянной при любой геометрии индуктора

$$H(R) = \frac{2I}{R} = \text{const}. \quad (9)$$

Тогда отношение мощностей, необходимых для перемагничивания двух индукторов, вызывающих одинаковые вихревые э.д.с., но имеющих различные наружные диаметры $2R_1$ и $2R_2$ (по конструктивным соображениям следует внутренние диаметры $2r_0$ брать одинаковыми), будет в соответствии с (8) и (7) равно

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{I_1}{I_2} = \frac{R_1}{R_2}, \quad (10)$$

т.е., мощность перемагничивающих импульсов оказывается меньше во столько раз, во сколько раз уменьшается наружный радиус индукторов. Посмотрим теперь, каково будет отношение объемов ферромагнетика для этих индукторов (рассчитанных на одинаковые э.д.с.). Здесь в обоих индукторах радиальное сечение ферромагнетика должно быть одинаковым.

$$\ell_1 (R_1 - r_0) = \ell_2 (R_2 - r_0) \quad (11)$$

и

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{R_1 + r_0}{R_2 + r_0}, \quad (12)$$

т.е. количество шихтованного ферромагнетика в случае а) также уменьшается с уменьшением наружного радиуса индуктора, причем вес ферромагнетика, необходимого для создания заданной э.д.с., пропорционален сумме наружного и внутреннего радиусов индуктора.

Длина индуктора, а следовательно, и длина всего ускорителя, в случае а) будет по (11) обратно пропорциональна разности наружного и внутреннего радиусов.

$$\frac{\ell_1}{\ell_2} = \frac{R_2 - r_0}{R_1 - r_0}, \quad (13)$$

т.е. длина ускорителя возрастает несколько скорее, чем линейно, с уменьшением наружного радиуса. Отметим еще, что несмотря на существенное возрастание длины ускорителя при уменьшении R , величина подлежащего откачке вакуумного объема V' при этом уменьшится примерно в отношении

$$\frac{V'_1}{V'_2} = \frac{R_1}{R_2} \frac{1 - \frac{r_0}{R_2}}{1 - \frac{r_0}{R_1}}. \quad (14)$$

Таким образом, стоимость ускорителя с различной геометрией индукторов и расходы на его электропитание могут быть оценены с помощью приведенных формул и найден оптимальный вариант геометрии индукторов, совместимой, разумеется, с возможностью проведения пучка вдоль ускорителя без потерь.

Случай б) представляет меньший интерес, однако, комбинируя формулы, полученные для случая а), с формулами для случая б), можно делать оценки в любом промежуточном случае. Поэтому приводим необходимые формулы для случая б):

$$\frac{P_1}{P_2} = 1; \quad (10')$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{R_1^2 - r_0^2}{R_2^2 - r_0^2} \frac{\ell_n \frac{R_2}{r_0}}{\ell_n \frac{R_1}{r_0}}; \quad (12')$$

$$\frac{\ell_1}{\ell_2} = \frac{\ell_n \frac{R_2}{r_0}}{\ell_n \frac{R_1}{r_0}}. \quad (13')$$

Несложный анализ приведенных выше формул показывает, что для улучшения экономических параметров ускорителя следует стремиться к существенному сокращению поперечника индукторов.

Можно было думать, что из-за огромных плотностей тока в электронном ЛИУ связанное с сокращением диаметра индукторов удлинение ускорительного тракта затруднит проведение пучка по нему без потерь. В действительности, уже в самом начале ускорения электроны приобретут скорость, весьма близкую к скорости света, и после этого эффект объемного заряда в пучке будет почти полностью компенсирован. Для тяжелых зарядов, несмотря на их малые скорости, влияние объемного заряда несущественно ввиду малых токов, которые дают источники таких частиц.

§ 4. Пространственная устойчивость движения

Уравнения для параксимальных траекторий в ускоряющем вихревом электрическом поле

Пусть осесимметричное электрическое поле имеет проекции

$$\vec{E} (E_r, 0, E_z)$$

(ось симметрии выбрана за ось z цилиндрической системы координат), вектор скорости

$$\vec{v} (\dot{r}, 0, v)$$

причем ввиду того, что $\dot{r} \ll v$ будем полагать $|\vec{v}| = v$. Тогда для электронов ($e > 0$ - величина заряда электрона)

$$\left. \begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{m \dot{r}}{\sqrt{1-\beta^2}} \right) &= -e E_r \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{m v}{\sqrt{1-\beta^2}} \right) &= -e E_z \end{aligned} \right\} \quad (\text{вектор } \vec{E} \text{ практически не зависит от времени),}$$

или

$$\left\{ \begin{aligned} v \frac{d}{dz} (m \gamma v r') &= -e E_r \\ \frac{dE}{dz} &= -e E_z \end{aligned} \right. \quad (15)$$

$$(E = m \gamma c^2, \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}, \beta = \frac{v}{c}, r' = \frac{dr}{dz}).$$

Введем функцию

$$\psi = \sqrt{\beta \gamma} r. \quad (16)$$

Тогда после подстановки ее в первое уравнение (15) и при учете известного соотношения

$$E_r = -\frac{r}{2} \frac{\partial E_z}{\partial z},$$

а также второго уравнения (15) получаем следующее уравнение для ψ :

$$\psi'' + \frac{3-2\beta^2}{4\beta^4} \left(\frac{E'}{E} \right)^2 \psi = 0$$

или

$$\Psi'' + \frac{3-2\beta^2}{4\beta^4} \left[\frac{e E_z}{E(Z_0) - e \int_{z_0}^z E_z(Z) dZ} \right]^2 \Psi = 0, \quad (17)$$

где

$$\beta^2 = 1 - \left[\frac{E_0}{E(Z_0) - e \int_{z_0}^z E_z dZ} \right]^2.$$

Уравнение (17) есть релятивистское обобщение уравнения^{/3/} для парааксиальных траекторий, полученное для слабого осесимметричного поля. Легко проверить, что в слабых полях (17) принимает вид уравнения^{/3/}

$$\Psi'' = -\frac{3}{16} \left(\frac{W'}{W} \right)^2 \Psi, \quad (W = \frac{mv^2}{2}); \quad (17a)$$

для ультрарелятивистских электронов получаем следующее уравнение:

$$\Psi'' = -\frac{1}{4} \left(\frac{E'}{E} \right)^2 \Psi. \quad (17b)$$

Уравнения для положительно заряженных частиц получаются из (17) тривиально.

В соответствии с (17) в рассматриваемом нами случае всегда будет происходить фокусировка пучка, так как коэффициент при Ψ всегда положителен, если $E_z \neq 0$. В этом состоит принципиальное отличие индукционного линейного ускорителя от резонансных, где ускоряющее электрическое поле всегда дефокусирующее.

Следует отметить следующее обстоятельство: ускоряющее вихревое электрическое поле на оси ускорителя $E^0(Z)$ не может быть однородным, а будет представлять собой периодическую функцию от z . В связи с этим проекция вектора \vec{E} на ось z будет знакопеременной, однако, как это видно из (12), радиальные силы здесь в противоположность случаю знакопеременного градиента магнитного поля оказываются фокусирующими на всех участках траектории. Жесткость фокусировки здесь невелика, но она всегда имеет место. Эффект знакопеременности E_z проявляется при движении частиц в том, что коэффициент при Ψ в (17) приобретает периодический (без изменения знака) характер. Сравнение рассчитанных траекторий в случае периодического по z поля $E^0(Z)$ (7) и в случае однородного поля E^0 , которое по величине было равно среднему значению $E^0(Z)$ (7), показывает, что в случае перио-

дического $E^0(Z)$ происходит существенное увеличение жесткости фокусировки. Происходит это потому, что коэффициент при Ψ в (17) пропорционален не первой, а второй степени $e E_z$, вследствие чего при неизменном среднем значении $e E_z$ для обоих случаев среднее значение $(e E_z)^2$ оказывается большим для периодического $e E_z$.

Специальные фокусирующие элементы

Однако, как в случае ускорения интенсивных электронных пучков, когда в начальной части ускорителя еще происходит резкое расталкивание частиц в пучке за счет объемного заряда, так и при ускорении относительно слабых пучков тяжелых зарядов, ускоряющее вихревое поле не может обеспечить малый радиус пучка и необходимо применение специальных внешних полей для его поперечной фокусировки. В случае электронов хороший эффект дает применение токовых соленоидов, соосных с пучком. Пространственно наиболее выгодно располагать соленоиды или в разрывах между индукторами, или даже намотать их на наружную цилиндрическую поверхность индукторов, чтобы обеспечить минимальный поперечник ферромагнетика индуктора. В последнем случае конфигурация индукторов должна быть такой, чтобы вдоль оси ускорителя имелись заметные разрывы между индукторами, сравнимые с их внутренним радиусом. Это необходимо для того, чтобы фокусирующее постоянное во времени магнитное поле соленоидов проникало в рабочее пространство ускорителя через экранирующий материал индукторов.

§ 5. Синхронизация работы секций ЛИУ

Даже при ускорении электронов до энергий, которые потребуют значительной длины ЛИУ, превышающей несколько десятков метров, должна вводиться временная программа включения перемещающих импульсов вдоль ускорителя, согласованная с прохождением ускоряемых частиц через секции индукторов. Введение такого таймерного устройства позволит ускорять в ЛИУ не только электроны, но и ионы любой зарядности. Расчеты показывают, что в ускорителе этого типа можно ускорять даже ионы урана до энергии 10 Мэв на нуклон при относительно малой стоимости ускорителя.

В заключение искренне благодарю Д.И. Блохинцева, С.П. Капицу, И.М.Франка и Ф.Л. Шапиро за интерес к работе и ее поддержку.

Л и т е р а т у р а

1. N. C. Christofilos, R. E. Hester, W. A. S. Lamb, D. D. Reagan, W. A. Sherwood, R. E. Wright .
Труды международной конференции по ускорителям, Дубна, 1963. Атомиздат, М, 1964, стр. 1073.
2. А.И. Авацкий и др. Атомная энергия, 21, в.6, 499 (1966).
3. Дж.Р.Пирс. Теория и расчет электронных пучков. Сов. радио, М., 1956, стр.91.

Рукопись поступила в издательский отдел
27 февраля 1967 г.