

5466/2-79



Объединенный
институт
ядерных
исследований
Дубна

ЖС-122

29/12-79

P9 - 12660

В.М.Жабицкий, И.Н.Иванов

О ВЫБОРЕ ПАРАМЕТРОВ ИНЖЕКЦИОННОЙ СИСТЕМЫ
С БЫСТРОИЗМЕНЯЮЩИМСЯ МАГНИТНЫМ ПОЛЕМ
В АДГЕЗАТОРЕ КОЛЛЕКТИВНОГО УСКОРИТЕЛЯ

1979

P9 - 12660

В.М.Жабицкий, И.Н.Иванов

О ВЫБОРЕ ПАРАМЕТРОВ ИНЖЕКЦИОННОЙ СИСТЕМЫ
С БЫСТРОИЗМЕНЯЮЩИМСЯ МАГНИТНЫМ ПОЛЕМ
В АДГЕЗАТОРЕ КОЛЛЕКТИВНОГО УСКОРИТЕЛЯ

Направлено в ЖТФ

Жабицкий В.М., Иванов И.Н.

P9 - 12660

О выборе параметров инжекционной системы с быстроизменяющимся магнитным полем в адгезаторе коллективного ускорителя

Рассмотрен вопрос о выборе параметров инжекционной системы с быстроизменяющимся магнитным полем в адгезаторе коллективного ускорителя. В таких системах магнитное поле создается катушками, по которым течет постоянный ток I и импульсный ток J . Вследствие быстрого изменения тока J происходит отвод электронов от инфлектора и формируется электронное кольцо. В работе изложен метод, позволяющий на одном рисунке представить все возможные траектории равновесных орбит для инжектируемых частиц в процессе формирования кольца. Приведены формулы для вычисления величин токов J_{in}^{opt} и I^{opt} в момент инжекции электронов, которые определяют оптимальный режим работы инжекционной системы. В этом режиме скорость отвода электронов от инфлектора максимальна на равновесном радиусе инжекции. Изложенный метод выбора параметров инжекционной системы применен при расчете такой системы для адгезатора модели коллективного ускорителя ОИЯИ. Приведены результаты расчета.

Работа выполнена в Отделе новых методов ускорения ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований, Дубна 1979

Zhabitsky V.M., Ivanov I.N.

P9 - 12660

On Choosing Parameters of Injection System with Rapidly-Varying Magnetic Field in an Adgezator of the Collective Accelerator

The problem of choice of parameters of injection system with rapidly-varying magnetic field in an adgezator of the collective accelerator is considered. In such system magnetic field is created with coils along which constant current I and pulsed current J flow. Because of a fast change of the current J the removal of electrons from the inflector occurs and the electron ring is formed. A method for representing in the same figure of all possible trajectories of equilibrium orbits of injected particles during the ring formation is described. Formulas for calculating values of the J_{in}^{opt} and I^{opt} currents in the moment of injection are presented. In this regime speed of the electron removal from the inflector reaches a maximum value on the injection equilibrium radius. This method of choosing parameters of injection system with rapidly-varying magnetic field is used for calculating such a system for adgezator for the model of the JINR collective accelerator. The results of this calculation are presented.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1979

В представленной работе рассмотрен вопрос о выборе параметров инжекционной системы с быстроизменяющимся магнитным полем в адгезаторе коллективного ускорителя. Этот способ инжекции используется на ряде установок /см., например, ^{1,2/} / и экспериментально исследовался на модели коллективного ускорителя ОИЯИ ^{3/} Инжекция электронов производится из инфлектора в мягкофокусирующее магнитное поле, представляющее собой в общем случае сумму постоянного и переменного магнитных полей. Вследствие быстрого изменения величины тока в создающих переменное магнитное поле катушках происходит отвод электронов от инфлектора и формируется электронное кольцо. Для любой движущейся в таком поле частицы сохраняется азимутальная составляющая обобщенного импульса P_θ .

$$\frac{c}{e} P_\theta = - \frac{mc^2}{e} \gamma \beta_\theta - rA - C_0 = \text{const} , \quad /1/$$

где $mc^2\gamma$ - полная энергия электронов; β_θ - азимутальная составляющая скорости электронов, отнесенная к скорости света c ; A - азимутальная составляющая вектор-потенциала суммарного магнитного поля на радиусе r . Двигаясь в мягкофокусирующем поле, частицы совершают бетатронные колебания вокруг равновесной орбиты с радиусом r_s , лежащей в средней плоскости, где радиальная составляющая вектора индукции B_r равна нулю. Будем предполагать, что средняя плоскость совпадает с координатной плоскостью $z=0$. В момент времени, когда частица пересекает равновесную орбиту, имеем

$$- \frac{mc^2}{e} \gamma \beta_\theta \Big|_{r=r_s, z=0} = r_s B_s , \quad /2/$$

где B_s - аксиальная составляющая вектора индукции в средней плоскости на равновесной орбите. Используя /2/, перепишем /1/ в следующем виде:

$$r_s^2 B_s - r_s A_s = C_0, \quad /3/$$

где $A_s = A(r=r_s, z=0)$. Константу C_0 можно определить по параметрам пучка и магнитного поля в момент инжекции t_{in} :

$$C_0 = - \frac{mc^2}{e} r_{in} (\gamma \beta_\theta)_{in} - r_{in} A(r_{in}, z_{in}, t_{in}), \quad /4/$$

где r_{in} и z_{in} - координаты инжектируемой частицы с азимутальным импульсом $mc(\gamma \beta_\theta)_{in}$. Уравнение /3/ определяет по известной константе C_0 радиус равновесной орбиты в переменном магнитном поле в произвольные моменты времени и используется в расчетах для определения траектории равновесной орбиты кольца при сжатии /4/.

Как уже отмечалось выше, внешнее магнитное поле для рассматриваемой инжекционной системы представляет собой сумму постоянного и переменного полей, создаваемых симметрично расположенными относительно средней плоскости катушками, по которым течет постоянный ток I и импульсный ток $J(t)$. Поэтому для внешнего поля компоненты B_z и rA можно представить в виде сумм:

$$B_z = IG(r, z) + Jg(r, z),$$

$$rA = \frac{1}{2} r^2 \bar{B}_z = \frac{1}{2} r^2 (I\bar{G}(r, z) + J\bar{g}(r, z)), \quad /5/$$

где \bar{B}_z - среднее поле на орбите. Приведенная в /5/ факторизация для переменного поля в виде $J \cdot g(r, z)$ справедлива, поскольку переменное магнитное поле рассматриваемой инжекционной системы можно считать квазистационарным, а металлическую камеру адгезатора для него - идеально проводящей. В соответствии с /5/ для входящих в /3/ разностей поля и среднего поля в плоскости $z=0$ введем обозначения:

$$F(r_s) = r_s^2 (G(r_s) - \frac{1}{2} \bar{G}(r_s)), \quad f(r_s) = r_s^2 (g(r_s) - \frac{1}{2} \bar{g}(r_s)). \quad /6/$$

Обычный вид распределений B_z , \bar{B}_z и $B_z - \frac{1}{2}\bar{B}_z$ по радиусу в средней плоскости приведен на рис. 1. Такие распределения получаются при формировании магнитного поля двумя катушками, расположенными симметрично относительно средней плоскости. На радиусе \bar{r} выполняется условие $B_z(\bar{r}) = \bar{B}_z(\bar{r})/2$. Изменяя радиус катушек и расстояние между ними, распределение постоянного магнитного поля, как правило, выбирают таким образом, чтобы радиус инжекции электронов из инфлектора был меньше \bar{r} , а показатель спада n постоянного магнитного поля - меньше 0,5. Для переменного поля радиус инжекции может быть как больше, так и меньше $\bar{r}^{1/2}$.

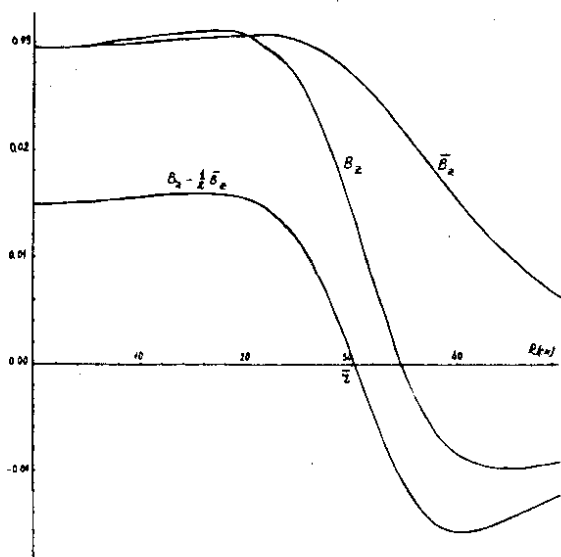


Рис. 1

Если пренебрегать собственным полем электронного кольца, то уравнение /3/ в соответствии с введенными обозначениями /6/ можно представить в следующем виде:

$$rF(r_s) + Jf(r_s) = C_0. \quad /7/$$

Пусть $F_0(r_s^0)$ - величина $F(r_s)$ на радиусе r_s^0 , который получается при решении уравнения /7/ для $J=0$, т.е. $F_0(r_s^0) = C_0$.

Введем отношение токов $y = J/I$. Тогда /7/ можно представить в следующем виде:

$$F(r_s) + yf(r_s) = F_0(\overset{\circ}{r}_s). \quad /8/$$

Уравнение /8/ определяет функциональную зависимость y равновесных радиусов r_s для заданной величины $\overset{\circ}{r}_s$. Задавая различные начальные равновесные радиусы r_s и тем самым определяя $F_0(\overset{\circ}{r}_s)$, из уравнения /8/ легко получить величину отношения токов y , необходимую для достижения равновесного радиуса r_s , отличного от $\overset{\circ}{r}_s$. В общем случае получаем набор траекторий $y(r_s, \overset{\circ}{r}_s)$. Уравнение /8/ разрешимо относительно y для всех r_s , кроме $r_s = \bar{r}$, где $f(\bar{r}) = 0$. На этом радиусе, согласно /6/, выполняется условие Видерое для переменного поля $g(\bar{r}) = \bar{g}(\bar{r})/2$. Если радиус равновесной орбиты в момент инжекции электронов равен \bar{r} , то при изменении величины тока J не происходит изменения радиуса равновесной орбиты. Для обеспечения отвода электронов от инфлектора распределение переменного поля по радиусу необходимо выбирать таким образом, чтобы радиус равновесной орбиты в момент инжекции не совпадал с \bar{r} .

В момент инжекции t_{in} электронов из инфлектора для инжектируемой частицы с координатами r_{in} и z_{in} и азимутальным импульсом $mc(\gamma\beta_\theta)_{in}$ в соответствии с /4/ и /3/ и обозначениями /6/ имеем:

$$\begin{aligned} & (F(r_s^{in}) + \frac{1}{2}r_{in}^2 \bar{G}(r_{in}, z_{in}))I + (f(r_s^{in}) + \frac{1}{2}r_{in}^2 \bar{g}(r_{in}, z_{in}))J_{in} \\ & = - \frac{mc^2}{e} r_{in} (\gamma\beta_\theta)_{in}, \end{aligned} \quad /9/$$

где r_s^{in} - радиус равновесной орбиты, J_{in} - величина тока в создающих переменное магнитное поле катушках в момент инжекции t_{in} . При постоянной величине правой части уравнения /9/ для заданных величин токов J_{in} и I будут получаться соответствующие им радиусы равновесных орбит r_s^{in} в момент инжекции электронов. Для $J_{in} = 0$, согласно /9/, имеем:

$$(\overset{\circ}{F}(\overset{\circ}{r}_s^{in}) + \frac{1}{2}r_{in}^2 \bar{G}(r_{in}, z_{in}))I = - \frac{mc^2}{e} r_{in} (\gamma\beta_\theta)_{in}, \quad /10/$$

где $\overset{\circ}{F}(\overset{\circ}{r}_s^{in})$ - величина $F(r_s^{in})$ на радиусе $\overset{\circ}{r}_s^{in}$, который получается при решении уравнения /9/ для $J=0$. Используя /10/, перепишем уравнение /9/ в следующем виде:

$$F(r_s^{in}) + (f(r_s^{in}) + \frac{1}{2} r_{in}^2 \bar{g}(r_{in}, z_{in})) y_{in} = \overset{\circ}{F}(\overset{\circ}{r}_s^{in}), \quad /11/$$

где $y_{in} = J_{in}/I$. Уравнение /11/ определяет функциональную зависимость y_{in} и равновесных радиусов r_s^{in} для заданных величин $\overset{\circ}{r}_s^{in}$ и $\bar{g}(r_{in}, z_{in})$. Задавая различные начальные равновесные радиусы $\overset{\circ}{r}_s^{in}$ и тем самым определяя $\overset{\circ}{F}(\overset{\circ}{r}_s^{in})$, из уравнения /11/ легко получить величину отношения токов y_{in} , необходимую для достижения радиуса r_s^{in} , отличного от $\overset{\circ}{r}_s^{in}$. В общем случае получаем набор траекторий $y_{in}(r_s^{in}, r_s^{in}, r_{in}, z_{in})$. Уравнение /11/ разрешимо относительно y_{in} для всех r_s^{in} , кроме $r_s^{in} = \bar{r}_0$, где

$$f(\bar{r}_0) + \frac{1}{2} r_{in}^2 \bar{g}(r_{in}, z_{in}) = 0, \quad /12/$$

или, учитывая введенные обозначения /6/,

$$g(\bar{r}_0) + \frac{1}{2} \left(\frac{r_{in}}{r_0} \right)^2 \bar{g}(r_{in}, z_{in}) - \bar{g}(\bar{r}_0) = 0.$$

Если величина постоянного поля подобрана таким образом, что радиус равновесной орбиты $\overset{\circ}{r}_s^{in}$ инжектируемых частиц равен \bar{r}_0 , то независимо от величины тока J_{in} радиус равновесной орбиты r_s^{in} в суммарном поле в момент инжекции будет равен \bar{r}_0 . Отметим, однако, что при $r_s^{in} = \bar{r}_0 \neq \bar{r}$ после инжекции электронов в магнитное поле происходит их отвод от инфлектора вследствие изменения энергии движущихся в камере адгезатора в переменном магнитном поле частиц. В частном случае, когда для распределения переменного магнитного поля по радиусу $\bar{r}_0 = r_{in}$, а величина постоянного магнитного поля подобрана таким образом, что $\overset{\circ}{r}_s^{in} = \bar{r}_0$, постоянство радиуса равновесной орбиты в момент инжекции независимо от величины J_{in} есть следствие равенства нулю аксиальной составляющей вектора индукции переменного поля на радиусе инжекции.

Пусть координаты центральной в сечении инжектируемого пучка частицы есть $r_{in} = r_{s0}$ и $z_{in} = 0$. Такая частица движется

в постоянном магнитном поле по равновесной орбите, если величина аксиальной составляющей вектора индукции B_0 на радиусе r_{so} в средней плоскости в соответствии с /2/ равна:

$$B_0 = - \frac{mc^2}{er_{so}} (\gamma \beta_\theta)_{in} \quad /13/$$

Указанная частица будет совершать в постоянном магнитном поле бетатронные колебания вокруг равновесной орбиты с радиусом r_s^{in} , отличным от r_{so} , если величина аксиальной составляющей вектора индукции B_{\pm} на радиусе r_{so} в средней плоскости в соответствии с /10/, /13/ и введенным обозначением /5/ равна:

$$B_{\pm} = IG(r_{so}) = \frac{r_{so}^2 G(r_{so})}{F(r_s^{in}) + \frac{1}{2} r_{so}^2 \bar{G}(r_{so})} B_0 \quad /14/$$

Отношение B_{\pm} к B_0 , согласно /14/ и /6/, есть:

$$\alpha_0(r_s^{in}, r_{so}) = \frac{B_{\pm}}{B_0} = \frac{G(r_{so})}{\left(\frac{r_s^{in}}{r_{so}}\right)^2 (G(r_s^{in}) - \frac{1}{2} \bar{G}(r_s^{in})) + \frac{1}{2} \bar{G}(r_{so})} \quad /15/$$

Используя /15/, можно вычислить величину деформации постоянного магнитного поля α_0 , необходимую для обеспечения колебательного движения пучка вокруг равновесной орбиты с радиусом r_s^{in} , отличным от r_{so} . Отметим, что $\alpha_0(r_s^{in}, r_{so})$ определяется только распределением постоянного магнитного поля по радиусу. На рис. 2 приведен график $\alpha_0(r_s^{in}, r_{so})$ для постоянного магнитного поля на модели коллективного ускорителя ОИЯИ^{15/}.

Вместо ранее введенного отношения токов $y = J/I$ введем отношение величин индукций магнитных полей переменного $B_{\pm} = Jg(r_{so})$ и постоянного $B_{\pm} = IG(r_{so})$ на радиусе инжекции r_{so} в средней плоскости.

$$\alpha = \frac{B_{\pm}}{B_{\pm}} = \frac{g(r_{so})}{G(r_{so})} y \quad /16/$$

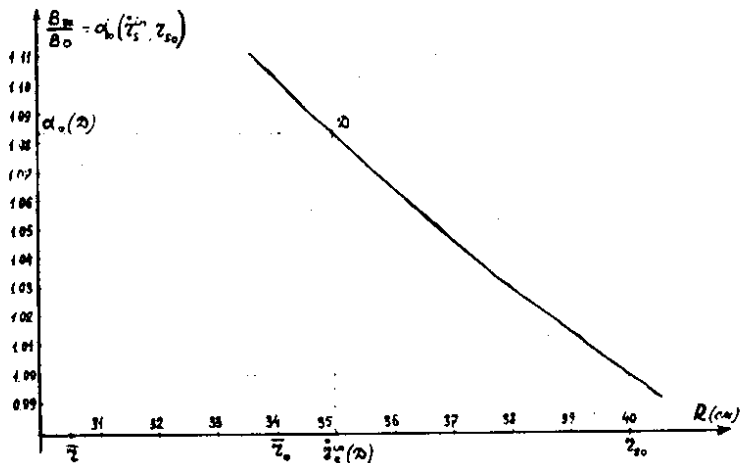


Рис. 2

Тогда /8/ и /11/ для центральной в сечении инжектируемого пучка частицы с координатами $r_{in} = r_{so}$ и $z_{in} = 0$ можно представить в следующем виде:

$$f(r_s) \alpha(r_s, r_s^{\circ}) = \frac{g(r_{so})}{G(r_{so})} (F_0(r_s^{\circ}) - F(r_s)), \quad /17/$$

$$(f(r_s^{in}) + \frac{1}{2} r_{so}^2 \bar{g}(r_{so})) \alpha_{in}(r_s^{in}, r_s^{\circ in}, r_{so}) = \frac{g(r_{so})}{G(r_{so})} (F(r_s^{\circ in}) - F(r_s^{in})).$$

Для всех $r_s \neq \bar{r}$ и $r_s^{in} \neq \bar{r}_0$ уравнения /17/ с учетом введенных обозначений /6/ можно представить в следующем виде:

$$\alpha(r_s, r_s^{\circ}) = \frac{g(r_{so})}{G(r_{so})} \cdot \frac{(\frac{r_{so}}{r_s}) (G(r_s^{\circ}) - \frac{1}{2} \bar{G}(r_s^{\circ})) - (G(r_s) - \frac{1}{2} \bar{G}(r_s))}{g(r_s) - \frac{1}{2} \bar{g}(r_s)}$$

$$\alpha_{in}(r_s^{in}, r_s^{\circ in}, r_{so}) = \frac{g(r_{so})}{G(r_{so})} \cdot \frac{(\frac{r_{so}}{r_s^{in}})^2 (G(r_s^{\circ in}) - \frac{1}{2} \bar{G}(r_s^{\circ in})) - (G(r_s^{in}) - \frac{1}{2} \bar{G}(r_s^{in}))}{g(r_s^{in}) - \frac{1}{2} \bar{g}(r_s^{in}) + \frac{1}{2} (\frac{r_{so}}{r_s^{in}})^2 \bar{g}(r_{so})} \quad /18/$$

На рис. 3 представлены графики траекторий $\alpha(r_s, r_s^0)$ /сплошные линии/ и $\alpha_{in}(r_s^{in}, r_s^0, r_{s0})$ /пунктирные линии/ для распределений по радиусу магнитных полей постоянного, такого же, как на рис. 2, и переменного, у которого $r_{s0} > \bar{r}_0 > \bar{r}$. Последнее распределение легко реализуется с помощью двух катушек, радиусы которых меньше r_{s0} . На рис. 3 для простоты приведена лишь часть возможных траекторий α и α_{in} , причем на каждой из приведенных траекторий в указанной на графике области изменения радиусов выполняется условие мягкой фокусировки.

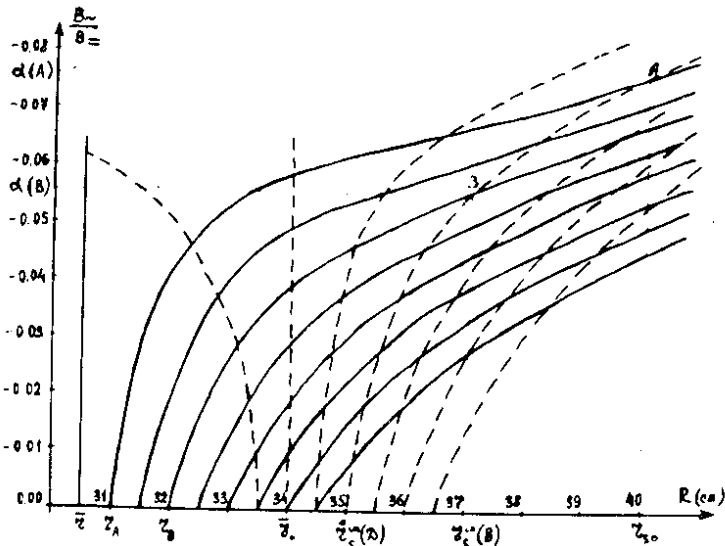


Рис. 3

Предположим, что деформация постоянного поля есть $\alpha_0(D)$, что соответствует точке D на рис. 2. В этом случае инжектируемый пучок будет колебаться в постоянном магнитном поле вокруг равновесной орбиты с радиусом $r_s^{in}(D)$. Величина аксиальной составляющей вектора индукции B_z на радиусе r_{s0} в средней плоскости в этом случае, согласно /15/, есть:

$$B_z = \alpha_0(D) B_0, \quad /19/$$

где B_0 - величина равновесного постоянного магнитного поля, рассчитанная при известных параметрах инжектируемого пучка

по формуле /13/ или определяемая экспериментально при совершении инжектируемым в адгезаторе пучком первого оборота в соответствии с изложенной в работе /16/ методикой. При инъекции электронов в суммарное магнитное поле величиной B_{Σ} плюс B_0 величины радиусов равновесных орбит r_s^{in} и отношений B_{Σ}/B_0 в момент инъекции находятся в функциональной зависимости, график которой на *рис. 3* представлен пунктирной линией, проходящей через точку $r_s^{in}(D)$. Так, для получения режима, соответствующего точке A на *рис. 3*, необходимая в момент инъекции частиц величина B_{Σ} в соответствии с /18/ и /19/ равна:

$$B_{\Sigma} = \alpha(A) B_{\Sigma 0} = \alpha(A) \alpha_0(D) B_0. \quad /20/$$

Сплошная линия, проходящая через точку A , есть траектория равновесной орбиты для этих частиц в процессе выключения переменного магнитного поля. После его выключения указанные частицы будут совершать бетатронные колебания вокруг равновесной орбиты с радиусом r_A . Пусть инжектируется пучок длиной l с одной и той же величиной $(\gamma\beta\theta)_{in}$ и начальным режимом, который в момент инъекции первой частицы соответствует точке A . В течение времени l/v будет изменяться величина переменного магнитного поля B_{Σ} , причем величины радиусов равновесных орбит r_s^{in} и отношений B_{Σ}/B_0 в момент инъекции следующих частиц будут находиться в функциональной зависимости, график которой на *рис. 3* представлен пунктирной линией, проходящей через точку $r_s^{in}(D)$. Если для последней инжектируемой частицы величина отношения B_{Σ}/B_0 равна $\alpha(B)$, то радиус ее равновесной орбиты в момент инъекции есть $r_s^{in}(B)$, а сплошная линия, проходящая через точку B , есть траектория равновесной орбиты для этой частицы в процессе выключения переменного магнитного поля. Таким образом, для частиц такого пучка траектории равновесных орбит будут лежать между сплошными линиями, проходящими через точки A и B с равновесными радиусами в момент инъекции, которые определяются соответствующими координатами точек отрезка AB пунктирной линии, проходящей через точку $r_s^{in}(D)$.

После выключения переменного магнитного поля радиусы равновесных орбит будут лежать между r_A и r_B , а частицы будут совершать бетатронные колебания, амплитуды которых по известным адиабатическим инвариантам^{/7/} определяются амплитудами частиц в момент инжекции. Для центральной в сечении инжектируемого лучка частицы амплитуда бетатронных колебаний в радиальном направлении в момент инжекции равна величине разности $r_{so} - r_s^{in}$, где величина r_s^{in} определяется в соответствии с отношением B_-/B_+ в момент инжекции. Таким образом, введенные функции α_0, α_{in} и α позволяют определить все возможные траектории равновесных орбит в процессе формирования электронного кольца, причем ту или иную траекторию определяют только отношения B_-/B_+ и B_+/B_0 .

Рассмотрим вопрос о выборе начальной точки инжекции на траектории $y(r_s, \dot{r}_s)$. Производная функции $y(r_s, \dot{r}_s)$ по r_s , которая характеризует скорость отвода электронов от инфлектора, согласно /18/, есть:

$$\alpha'(r_s, \dot{r}_s) = \frac{g(r_{so})}{G(r_{so})} y'(r_s, \dot{r}_s) = - \frac{g(r_{so})}{G(r_{so})} \cdot \frac{f(r_s) F'(r_s) - (F_0(\dot{r}_s) - F(r_s)) f'(r_s)}{f^2(r_s)} \quad /21/$$

где штрих есть частная производная по r_s . Пусть в точке $r_s = r_s^{opt}$ производная α' минимальна. Тогда в этой точке вторая производная α'' равна нулю:

$$\alpha''(r_s, \dot{r}_s) = \frac{g(r_{so})}{G(r_{so})} \cdot \frac{2f'(fF' + (F_0(\dot{r}_s) - F)f') - f(fF'' + (F_0(\dot{r}_s) - F)f'')}{f^3} \Big|_{r_s = r_s^{opt}} = 0, \quad /22/$$

где для сокращения записи опущены аргументы r_s у функций F, f и их производных. Подставляя в /22/ $F_0(\dot{r}_s) - F(r_s^{opt})$ из /8/ и учитывая /16/, получим:

$$\alpha^{opt}(r_s^{opt}, \dot{r}_s^{opt}) = - \frac{g(r_{so})}{G(r_{so})} \cdot \frac{2f'(r_s) F'(r_s) - f(r_s) F''(r_s)}{2(f'(r_s))^2 - f(r_s) f''(r_s)} \Big|_{r_s = r_s^{opt}} \quad /23/$$

По формуле /23/ можно найти величину α^{opt} на произвольном радиусе r_s^{opt} . В свою очередь, две эти величины определяют ту траекторию $\alpha(r_s, r_s)$, на которой в точке с координатами α^{opt} и r_s^{opt} производная α' минимальна. Решая совместно /23/ и /9/, получим:

$$J_{\text{in}}^{\text{opt}} = \frac{mc^2}{e} r_{\text{in}} (\gamma\beta\theta)_{\text{in}} \cdot \frac{2f'(r_s)F'(r_s) - f(r_s)F''(r_s)}{W} \Big|_{r_s=r_s^{\text{opt}}}$$

$$I^{\text{opt}} = -\frac{mc^2}{e} r_{\text{in}} (\gamma\beta\theta)_{\text{in}} \cdot \frac{2(f'(r_s))^2 - f(r_s)f''(r_s)}{W} \Big|_{r_s=r_s^{\text{opt}}} \quad /24/$$

$$W = \left[(F(r_s) + \frac{1}{2} r_{\text{in}}^2 \bar{G}(r_{\text{in}}, z_{\text{in}})) (2(f'(r_s))^2 - f(r_s)f''(r_s)) - \right. \\ \left. - (f(r_s) + \frac{1}{2} r_{\text{in}}^2 \bar{g}(r_{\text{in}}, z_{\text{in}})) (2f'(r_s)F'(r_s) - f(r_s)F''(r_s)) \right] \Big|_{r_s=r_s^{\text{opt}}}$$

где входящие в /24/ производные есть:

$$f'(r_s) = (1-n(r_s))r_s g(r_s), \quad F'(r_s) = (1-N(r_s))r_s G(r_s),$$

$$f''(r_s) = (1-3n(r_s)+2d(r_s))g(r_s), \quad F''(r_s) = (1-3N(r_s)+2D(r_s))G(r_s),$$

$$n(r_s) = -\frac{r_s}{g(r_s)} \frac{\partial g(r_s)}{\partial r_s}, \quad N(r_s) = -\frac{r_s}{G(r_s)} \frac{\partial G(r_s)}{\partial r_s},$$

$$d(r_s) = \frac{1}{2} \cdot \frac{r_s^2}{g(r_s)} \cdot \frac{\partial^2 g(r_s)}{\partial r_s^2}, \quad D(r_s) = \frac{1}{2} \frac{r_s^2}{G(r_s)} \frac{\partial^2 G(r_s)}{\partial r_s^2} \quad /25/$$

Из /24/ следует, что для определения $J_{\text{in}}^{\text{opt}}$ и I^{opt} достаточно знать параметры инжектируемого пучка $r_{\text{in}}, z_{\text{in}}, (\gamma\beta\theta)_{\text{in}}$ и распределения постоянного и переменного магнитных полей по радиусу. Кроме того, необходимо проверять выполнение условия мягкой фокусировки для полученных по формулам /24/ величин токов. Поскольку в точке r_s^{opt} выполняется естественное для наиболее эффективной работы инжекционной системы требование максимальной скорости изменения r_s при изменении тока J , то начальную точку инъекции следует выбирать совпадающей с r_s^{opt} .

Среди траекторий $\alpha(r_s, \dot{r}_s)$ можно найти такую, для которой точка минимума α' совпадает с радиусом центральной в сечении инжектируемого пучка частицы, т.е. $r_s^{\text{opt}} = r_{so}$. В этом случае величины токов, согласно /24/ и /25/, есть:

$$J_{in}^{\text{opt}} = \frac{mc^2}{e} (\gamma\beta\theta)_{in} \cdot \frac{1}{r_{so} G} \cdot \frac{2g(1-n)(1-N) - (g - \frac{1}{2}\bar{g})(1-3N+2D)}{2g(1-n)(N-n) - (g - \frac{1}{2}\bar{g})(3N-n) - 2(D-d)}, \quad /26/$$

$$I^{\text{opt}} = - \frac{mc^2}{e} (\gamma\beta\theta)_{in} \cdot \frac{1}{r_{so} G} \cdot \frac{2g(1-n)^2 - (g - \frac{1}{2}\bar{g})(1-3n+2d)}{2g(1-n)(N-n) - (g - \frac{1}{2}\bar{g})(3(N-n)-2(D-d))}, \quad /27/$$

где величины G, g и их производные имеют аргумент $r_s^{\text{opt}} = r_{so}$. Вычисленные по формулам /26/ величины токов J_{in}^{opt} и I^{opt} определяют оптимальный режим работы инжекционной системы, поскольку в момент инжекции электронов максимальная скорость изменения r_s обеспечивается в равновесном режиме, т.е. на радиусе r_{so} .

Скорости отвода электронов от инфлектора \dot{r}_s и изменения тока \dot{J} для величин токов, определяемых формулами /24/, согласно /21/, связаны между собой соотношением:

$$\dot{J}_{in}^{\text{opt}} = - \frac{F' I^{\text{opt}} + f' J_{in}^{\text{opt}}}{f} \dot{r}_s^{\text{opt}} = - \frac{mc^2}{e} r_{in} (\gamma\beta\theta)_{in} \frac{f'F' - f''F}{W} \dot{r}_s^{\text{opt}}, \quad /27/$$

где точка есть производная по времени. В частном случае, когда $r_s^{\text{opt}} = r_{so}$, соотношение /27/ примет вид:

$$\dot{J}_{in}^{\text{opt}} = - \frac{mc^2}{e} \frac{(\gamma\beta\theta)_{in}}{r_{so}^2} \cdot \frac{(1-n)(1-3N+2D) - (1-N)(1-3n+2d)}{2g(1-n)(N-n) - (g - \frac{1}{2}\bar{g})(3(N-n)-2(D-d))} \dot{r}_s^{\text{opt}}. \quad /28/$$

Так как величина \dot{r}_s определена условиями отвода электронов от инфлектора, то, используя соотношение /28/ или /27/, можно найти необходимую для обеспечения требуемой скорости \dot{r}_s^{opt} величину скорости изменения тока $\dot{J}_{in}^{\text{opt}}$.

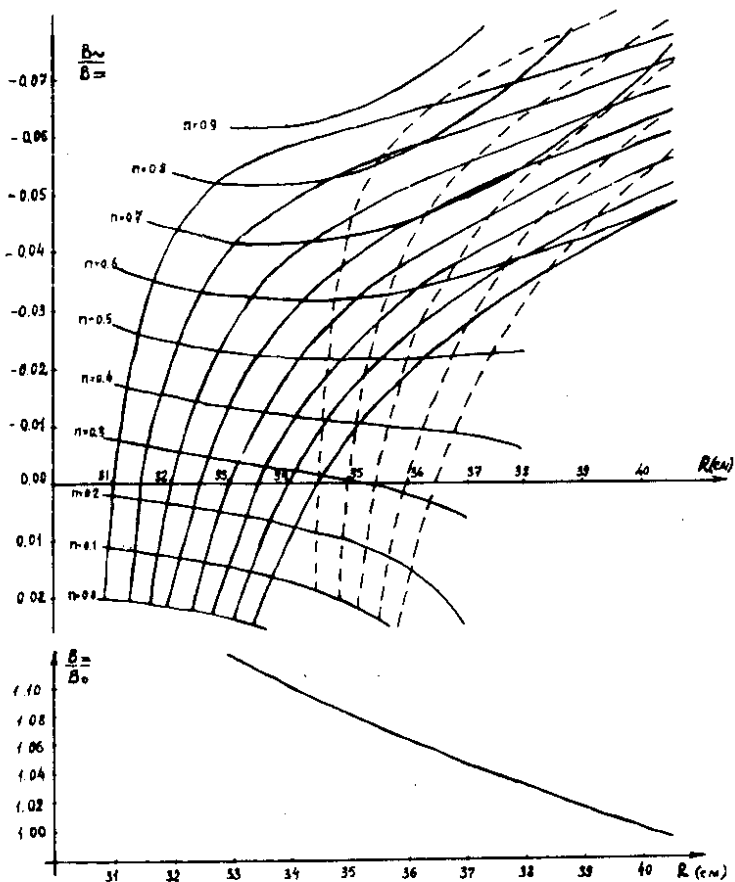


Рис. 4

Величина отношения J_{in}^{opt} к J_{in}^{opt} определяет промежуток времени Δt , в течение которого будет выключен ток J_{in}^{opt} со скоростью J_{in}^{opt} . В свою очередь, по величине отношения Δt к периоду обращения в магнитном поле инжектируемых электронов можно судить о возможности использования выбранной системы инжекции в качестве многооборотной [8].

Отметим, что подбором распределения переменного магнитного поля по радиусу можно добиться того, чтобы величина тока J_{in}^{opt} в оптимальном режиме была равна нулю. В этом случае процесс формирования кольца происходит в нарастающем во времени магнитном поле. Амплитудное значение импульсного

тока J для такой системы инжекции будет определяться условиями "перехвата" электронов следующей ступенью сжатия^{/1/}.

На модели коллективного ускорителя ОИЯИ в настоящее время используется система инжекции^{/9/}, в которой электронное кольцо формируется при выключении переменного магнитного поля. При расчете этой системы был использован изложенный выше метод определения оптимального режима. На рис. 4 приведены графики траекторий $\alpha(r_s, r_s^0)$ /сплошные линии/ и $\alpha_{in}(r_s^{in}, r_s^0, r_{s0})$ /пунктирные линии/ для нее. На этом же рисунке проведены линии $n(r_s, V_-/V_+) = \text{const}$, что дает возможность определять величину показателя спада магнитного поля как в момент инжекции частиц, так и в последующие моменты времени в процессе формирования электронного кольца. На этом же рисунке внизу приведен график $\alpha_0(r_s^{in}, r_{s0})$. Оптимальный режим работы инжекционной системы достигается при величине отношения $V_-/V_+ = 0,067$ на радиусе инжекции $r_{s0} = 40$ см и величине деформации постоянного поля $V_-/V_0 = 1,07$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Габанец И. и др. ОИЯИ, Р9-8353, Дубна, 1974.
2. Дроздовский А.А., и др. Труды VI Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц. ОИЯИ, Дубна, 1979, т.2, с.18.
3. Fartushny V.P., et al. Czech. J.Phys., 1976, В26, р.1200.
4. Дерендяев Ю.С. и др. ОИЯИ, Р9-9140, Дубна, 1975.
5. Буланов В.А. и др. ОИЯИ, Д9-10500, Дубна, 1977, с. 51.
6. Габанец И. и др. ОИЯИ, Р9-9139, Дубна, 1975.
7. Иванов И.Н. и др. Проблемы физики элементарных частиц и атомного ядра, ЭЧАЯ, Атомиздат, М., 1971, т. 1, с. 391.
8. Габанец И. и др. ОИЯИ, Р9-9729, Дубна, 1976.
9. Габанец И. и др. ОИЯИ, Д9-10500, Дубна, 1977, с. 47.

Рукопись поступила в издательский отдел
13 июля 1979 года.