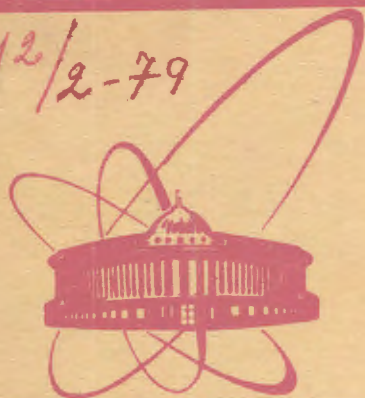


3142/2-79



сообщения  
объединенного  
института  
ядерных  
исследований  
дубна

СЗУС

В-63

13/8-79

P9 - 12378

М.А.Воеводин, А.Д.Коваленко

ИССЛЕДОВАНИЕ ДВУМЕРНЫХ МАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ  
МЕТОДОМ ГАРМОНИЧЕСКОГО АНАЛИЗА.

2. Измерительные катушки

1979

Р9 - 12378

М.А.Воеводин, А.Д.Коваленко

ИССЛЕДОВАНИЕ ДВУМЕРНЫХ МАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ  
МЕТОДОМ ГАРМОНИЧЕСКОГО АНАЛИЗА.

2. Измерительные катушки

ГОСУДАРСТВЕННАЯ НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКАЯ  
ОБЩЕСТВЕННАЯ ОРГАНИЗАЦИЯ  
ИСТИМОТЕНА



Воеводин М.А., Коваленко А.Д.

P9 - 12378

Исследование двумерных магнитных полей методом гармонического анализа. 2. Измерительные катушки

Описаны различные типы индукционных катушек, применяемых в качестве датчиков при исследовании двумерных магнитных полей методом гармонического анализа. Приведены выражения для расчета коэффициентов чувствительности "тонких" катушек. Исходя из требований получения максимальной и однородной чувствительности, а также слабой ее зависимости от погрешностей изготовления и монтажа, простоты конструкции, центрирования и других фактов сделаны выводы относительно преимуществ использования индукционных катушек различных конструкций. Даны оптимальные значения конструктивных параметров и получены ограничения на допустимые величины их вариаций.

Работа выполнена в Лаборатории высоких энергий ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1979

Voevodin M.A., Kovalenko A.D.

P9 - 12378

Investigation of Two-Dimensional Magnetic Fields by the Harmonic Analysis Method. 2. Measurement Coils

Different types of induction coils which can be used as monitors at the investigation of two-dimensional magnetic fields by the harmonic analysis method are described. Expressions for "infinitely thin" coil sensitivity coefficient calculation are given. Basing on the condition of achieving maximum and uniform sensitivity on all harmonics to be measured, weak sensitivity dependence on construction errors, simplicity of desing and alignment, some conclusions as to advantages of using different induction coils are made. Optimal values of main constructive parameters and limitations of their variations are computed.

The investigation has been performed at the Laboratory of High Energies, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1979

В работе /1/ еще раз отмечались те преимущества, которыми обладает методика гармонического анализа с использованием индукционных катушек при исследовании двумерных магнитных полей /МП/. Указывалось также, что практически реализуемая точность определяется способом измерения гармонических коэффициентов, а также различного рода инструментальными погрешностями, зависящими от конкретного типа применяемой в качестве датчика индукционной катушки /ИК/. Не конкретизируя способов, с помощью которых в датчике индуцируется э.д.с., и не останавливаясь на описании аппаратуры, применяемой для последующей обработки сигнала, в данной части работы мы проанализируем известные типы ИК и сделаем некоторые выводы относительно их возможностей.

Наиболее общими требованиями, предъявляемыми к датчикам на основе ИК, являются:

- 1/ высокая и по возможности одинаковая чувствительность ко всем подлежащим определению гармоникам;
- 2/ слабая зависимость чувствительности от погрешностей изготовления и монтажа;
- 3/ простота конструкции, намотки и центрирования датчика относительно магнитной системы.

Величина сигнала, индуцируемого в катушке, определяется связанным с ней магнитным потоком, который можно представить в виде

$$\Psi(\phi) = \mu_0 \sum_{n=1}^{\infty} S_n (a_n \cos n \phi + b_n \sin n \phi),$$

где  $S_n$  - коэффициенты, характеризующие чувствительность ИК\*. Изложенные ниже выводы основаны на вычислении и сравнении этих коэффициентов для различных конструкций ИК.

\* Для наглядности будем использовать величины  $\xi_n = \frac{S_n}{S_0}$ , где  $S_0$  - чувствительность идеальной катушки /рамки/ с размерами  $R_0$ ,  $l$  и количеством витков  $w=1$ , расположенной в радиальной плоскости.



Известные ИК можно подразделить на три группы\*: 1 - гармонические ИК без компенсации, 2 - гармонические ИК с компенсацией, 3 - избирательные ИК. Катушки, относящиеся к первому типу, чувствительны ко всему спектру или к большинству гармоник МП. Второй тип катушек характеризуется наличием помимо основной обмотки дополнительных, позволяющих существенно уменьшить /в идеальном случае сделать равной нулю/ чувствительность датчика к любой выбранной гармонике. И, наконец, катушки третьего типа чувствительны к одной или нескольким гармоникам, определяемым симметрией ИК.

### 1. ГАРМОНИЧЕСКИЕ ИНДУКЦИОННЫЕ КАТУШКИ БЕЗ КОМПЕНСАЦИИ

1. На рис. 1 показана катушка, чувствительная к азимутальной составляющей  $B_\phi$  магнитного поля. Магнитный поток, связанный с идеальной ИК такого типа, будет

$$\Psi(\phi) = \mu_0 \sum_n (R_0^n - R_1^n) (-a_n \sin n\phi + b_n \cos n\phi),$$

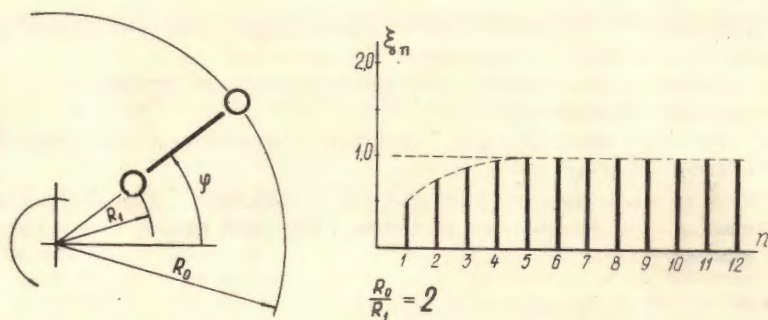


Рис. 1. Гармоническая катушка, чувствительная к азимутальной составляющей магнитного поля.

\* Такая градация кажется нам наиболее соответствующей назначению и характеру различных датчиков на основе ИК.

следовательно:

$$S_n = l R_0^n (1 - \kappa^n), \quad /1-1/$$

$$\frac{\delta S_n}{S_n} = n \frac{\delta R_0}{R_0} \frac{1 - \frac{\delta R_1}{\delta R_0} \kappa^{n-1}}{1 - \kappa^n}, \quad /1-2/$$

где  $\kappa = R_1/R_0, l$  - продольный размер катушки. Из /1-1/ и /1-2/ видно, что ИК обеспечивает достаточно равномерную чувствительность ко всем гармоникам, начиная с некоторого номера  $n = n_0$  /рис. 1/, причем этот номер тем меньше, чем меньше величина  $\kappa$ , максимальная величина чувствительности достигается при  $R_1=0$ , а относительная погрешность в определении  $S_n$  растет примерно линейно с ростом номера измеряемой гармоники при наличии погрешности в определении радиальных координат проводников ИК.

Погрешности измерения могут быть также связаны с угловым смещением проводников катушки относительно азимута  $\phi$  и появлением вследствие этого отличной от нуля чувствительности ИК к радиальной компоненте МП. Результатом будет появление ошибки в определении фазы гармоники. Ограничение на величину такого перекося можно получить из выражения для магнитного потока

$$\Psi(\phi) = \mu_0 l \sum_{n=1}^{\infty} R_0^n (1 - \kappa^n) M_n [-a_n \sin(n\phi \pm \delta\phi_n) + b_n \cos(n\phi \pm \delta\phi_n)],$$

где:

$$M_n = (1 + \zeta_n^2)^{1/2}, \quad \zeta_n = \frac{n\epsilon}{2} \frac{(1 - \kappa)(1 + \kappa^{n-1})}{1 - \kappa^n},$$

$$\delta\phi_n = \arctg \zeta_n, \quad /1-4/$$

$\epsilon$  - угол поворота плоскости катушки относительно оси с координатами  $(\frac{1}{2} R_0 (1 + \kappa), \phi)$ , причем

$$\sin(n \arctg \frac{\epsilon}{2} \frac{1 - \kappa}{\kappa}) = \frac{n\epsilon}{2} \frac{1 - \kappa}{\kappa}$$



с точностью не хуже 1%. Для  $n=14$  и  $\kappa=0,5$  получим  $\epsilon \leq 0,6^\circ$  и, следовательно, при  $R_0 = 5$  см для максимальной величины дугового смещения проводников ИК<sub>2</sub>, при которой справедливо данное рассмотрение, получаем значение  $\sim 0,2$  мм. Если задать точность определения фазы гармоники  $\sim 1\%$ , то требуется обеспечить выполнение условия

$$\epsilon \leq \frac{0,04\pi}{n^2} \frac{1-\kappa^n}{(1-\kappa)(1+\kappa^{n+1})} \quad /1-5/$$

Из /1-5/ следует, что для указанных выше значений  $n, \kappa$  и  $R_0$  допустимое дуговое смещение проводников не должно превышать величины  $\pm 0,03$  мм. Появляющееся при таком перекосе изменение величин коэффициентов  $S_n$  оказывается малым по сравнению с  $\delta\phi_n$ .

2. Гармоническая ИК, чувствительная к радиальной составляющей МП, показана на рис. 2. Для такой катушки /2/

$$S_n = 2l R_0^n \sin \frac{n\theta}{2} \quad /1-6/$$

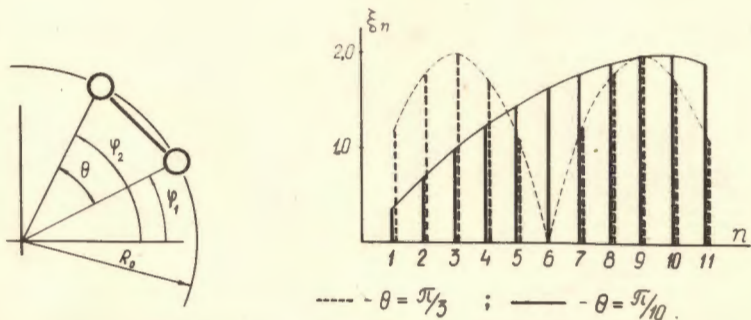


Рис.2. Гармоническая катушка, чувствительная к радиальной составляющей магнитного поля.

Видно, что в этом случае трудно обеспечить одинаково высокую чувствительность ко всем гармоникам из-за наличия множителя  $\sin n\theta/2$ , хотя чувствительность к отдельно выб-

ранной гармонике может быть в два раза выше, чем в первом случае. Следует отметить, что, выбирая угол  $\theta$  из условия

$$\theta = 2\pi/n_0, \quad (n_0 > 1), \quad /1-7/$$

можно сделать нулевой чувствительность такой ИК к гармоникам с номерами  $n = k \cdot n_0 / k = 1, 2, \dots$ . Обычно выбирают угол  $\theta$  небольшим, например  $\theta \approx \pi/10$ , чтобы получить максимальную чувствительность к высоким гармоникам /рис. 2/.

При смещении катушки как целого в радиальном направлении на величину  $\pm \delta R$ , такую, что  $|\delta R_0/R_0| \leq 0,03$ , относительная погрешность в определении чувствительности может быть найдена из уравнения

$$\frac{\delta S_n}{S_n} = n \frac{\delta R_0}{R_0} \left(1 - \frac{\theta}{2} \operatorname{ctg} \frac{n\theta}{2}\right).$$

При перекосе плоскости катушки относительно нормального положения результирующий магнитный поток имеет вид

$$\Psi = 2\mu_0 l \sum_{n=1}^{\infty} R^n (1 + \zeta_n^2)^{1/2} \sin \frac{n\theta}{2} [a_n \cos(n\alpha + \delta\phi_n) + b_n \sin(n\alpha + \delta\phi_n)], \quad /1-9/$$

где

$$a = \frac{\phi_1 + \phi_2}{2}, \quad \zeta_n = n\epsilon \sin \theta \cdot \operatorname{ctg} \frac{n\theta}{2}; \quad \theta = \phi_2 - \phi_1,$$

и

$$\delta\phi_n = \frac{n\epsilon^2}{2} \sin \frac{\theta}{2} + \operatorname{arctg} \zeta_n \approx \operatorname{arctg} \zeta_n, \quad /1-10/$$

$\epsilon$  - угол между нормалью к плоскости катушки и радиус-вектором, направленным по азимуту  $\alpha$ .

Видно, что в зависимости от величины  $\theta$  величина  $\zeta_n$  может меняться для различных  $n$  в пределах  $-\infty < \zeta_n < +\infty$  и, следовательно, в принципе  $-90^\circ < \delta\phi_n < +90^\circ$ . Если выбрать  $\theta = 18^\circ$ , то для  $1 < n \leq 14$  получаем  $|\delta\phi_n| \leq 3\epsilon$ . Таким образом, точность измерения фазы лучше чем 5% для всех гармоник, до четырнадцатой включительно, будет обеспечена при  $|\epsilon| \leq 0,007$ , что ограничивает допустимое радиальное смещение проводников катушки величиной  $\sim 0,06$  мм, если  $R_0 = 5$  см,

Катушку, изображенную на рис. 3, можно рассматривать как частный случай предыдущей при  $\theta = 180^\circ$ . В идеальном исполнении



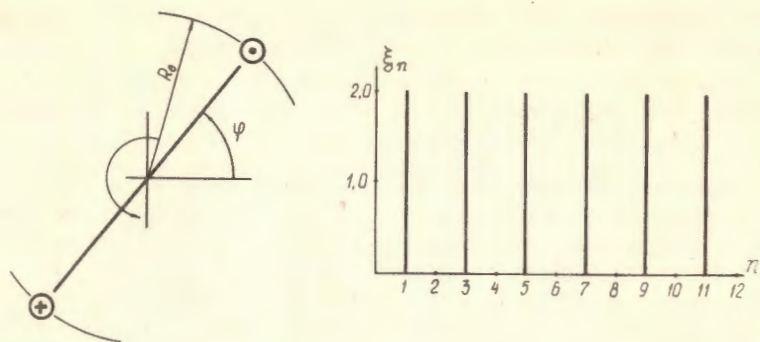


Рис.3. Индукционная катушка, чувствительная ко всем нечетным гармоникам магнитного поля.

эта ИК имеет нулевую чувствительность ко всем четным гармоникам и удвоенную - к нечетным.

При исследовании МП, в которых одна гармоника намного превосходит по амплитуде все остальные, например в дипольных магнитах или квадрупольных линзах, трудно добиться высокой точности, используя даже идеально изготовленные ИК описанных выше типов. Это связано с аппаратурными факторами, а именно с трудностью выделения на фоне одной преобладающей гармоники в сигнале с ИК остальных, амплитуды которых относительно невелики и реально могут находиться на уровне шумов. Точность измерений с учетом этого фактора ограничивалась величиной порядка  $\sim 10^{-2}$ . Существенным шагом в повышении точности явился способ измерений с компенсацией доминирующей гармоники /2-4/, осуществляемый посредством следующего класса ИК - индукционных катушек с компенсацией.

## 2. ГАРМОНИЧЕСКИЕ КАТУШКИ С КОМПЕНСАЦИЕЙ

1. На рис. 4 схематично изображена система из двух катушек, аналогичных описанным в разделе 1.2. Для определенности будем называть катушку, расположенную на большем радиусе, основной, а другую - компенсирующей. Используя /1-6/, можем записать:

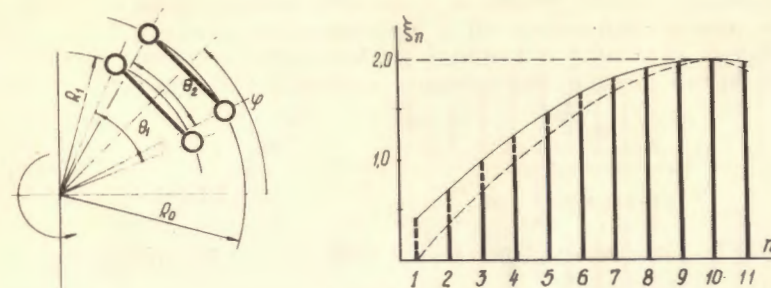


Рис.4. Гармоническая катушка с компенсацией, чувствительная к радиальной составляющей магнитного поля.

$$S_n^{\text{КОМП.}} = 2l [R_0^n \sin \frac{n\theta_2}{2} - \lambda R_k^n \sin \frac{n\theta_1}{2}] w_0. \quad /2-1/$$

Если у катушек одинаковый поперечный размер  $2a_2 = 2a_1 = 2a$  и равное число витков  $\lambda = w_k / w_0 = 1$ , то /2-1/ преобразуется к виду:

$$S_n^{\text{КОМП.}} = 2l w_0 R_0^n \sin \frac{n\theta_2}{2} \left\{ 1 - \kappa^n \frac{\sin \left[ \frac{n}{\kappa} \arcsin \left( \frac{1}{\kappa} \sin \frac{\kappa\theta_2}{2} \right) \right]}{\sin \frac{n\theta_2}{2}} \right\}. \quad /2-2/$$

Нетрудно показать, что при  $n=1$  получаем  $S_1=0$  независимо от величины  $\kappa$  ( $\kappa = R_1 / R_0$ ), то есть указанные условия являются условиями компенсации первой гармоники. Чувствительность же к другим гармоникам при этих условиях не может быть сделана нулевой. Сравнивая /1-6/ и /2-2/, видим, что чувствительность катушки с компенсацией оказывается несколько меньшей и к более высоким гармоникам. В качестве примера на рис. 4 показана графически чувствительность ИК без компенсации /пунктир/ и с компенсацией /сплошные/ для  $\kappa = 0,75$ ,  $\theta = 18^\circ$ . Разница в чувствительности будет тем меньше, чем меньше величина  $\kappa$ , однако с ее уменьшением, как следует из /1-8/ и /1-10/, растут требования к точности установки компенсирующей катушки. Оптимальной при  $\theta = 18^\circ$  оказывается



величина  $\kappa = 0,77$ . Итак, эту систему целесообразно применять для исследования МП в дипольных магнитах.

Если основная и компенсирующая катушки имеют разное количество витков, то условие компенсации будет

$$\kappa^n \frac{1}{\lambda} \frac{\sin \frac{n\theta_2}{2}}{\sin [n \arcsin (\frac{1}{\kappa} \cdot \sin \frac{\theta_2}{2})]} \quad /2-3/$$

Из /2-3/, например, для  $n=2$ ,  $\kappa=0,77$ ,  $\theta=18^\circ$  получаем

$\lambda = 1,313$ . Если имеет место поворот компенсирующей катушки относительно основной на угол  $\delta\theta$ , то погрешность появится главным образом в определении фаз низких гармоник. Изменение коэффициентов чувствительности будет в нашем примере меньше 0,05%. Величина допустимого сдвига может быть найдена из соотношения:

$$\delta\theta < \frac{1}{n} \frac{1 - \nu_n}{\nu_n} \operatorname{tg} \chi \frac{2\pi}{n}, \quad /2-4/$$

где

$$\nu_n = \lambda \kappa^n \frac{\sin \frac{n\theta_1}{2}}{\sin \frac{n\theta_2}{2}} \quad - \text{ конструктивный параметр,}$$

$\chi$  - требуемая точность определения фазы гармоники. Расчет показывает, что для получения одной и той же точности при измерении, например, третьей и десятой гармоник допуск на  $\delta\theta$  во втором случае оказывается примерно в три раза слабее, чем в первом, и составляет  $\sim 0,2^\circ$  в рассматриваемом случае.

При смещении компенсирующей катушки относительно основной в радиальном направлении на величину  $\pm \delta R$  появляется чувствительность к компенсируемой гармонике. Например, в случае ИК с компенсацией второй гармоники  $/\lambda = 1,313$ ,  $\kappa = 0,77$ ,  $\theta = 18^\circ$  / величина "паразитной" чувствительности ко второй гармонике относительно первой или третьей /чувствительность ИК к ним минимальна/ будет  $\sim 2\delta R/R$ . Если амплитуда второй гармоники по крайней мере на два порядка выше остальных, то для точных измерений следует выдержать

$$\frac{|\delta R|}{R_0} \leq 0,0025.$$

2. Система из двух катушек, показанная на рис. 5, также допускает возможность компенсации чувствительности к любой

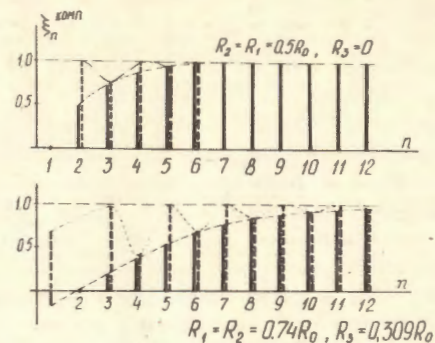
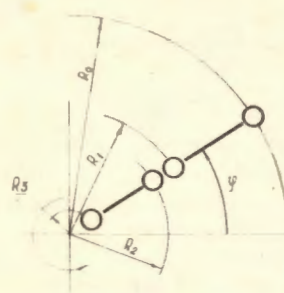


Рис. 5. Гармоническая катушка с компенсацией, чувствительная к азимутальной составляющей магнитного поля.

гармонике. При этом возможны два способа расположения катушек: первый - как показано на рис. 5, и второй - когда компенсирующая катушка повернута на угол  $180^\circ$ . Чувствительность системы в первом случае:

$$S_n = S_n [1 - \lambda \left( \frac{1 - \kappa^k}{1 - \kappa^2} \right)^n \frac{1 - \kappa_2^n}{1 - \kappa^n}], \quad /2-5/$$

где  $S_n$  - согласно /1-1/,  $\kappa = R_1/R_0$ ,  $\kappa_1 = R_2/R_0$ ,  $\kappa_2 = R_3/R_2$  - отношение радиусов проводников катушек. Второй случай отличается наличием множителя  $(-1)^n$  перед вторым слагаемым в квадратных скобках. Этот случай характеризуется более равномерной чувствительностью ко всему спектру /рис. 5, пунктир/.

Выражение /2-5/ написано с учетом такого соотношения между параметрами катушек, при котором можно сделать нулевой чувствительность к гармонике с номером  $k$ . Условия компенсации для первой и второй гармоник имеют вид:

$$a_0 = \lambda a_k; \quad a_0 \bar{R}_0 = \lambda a_k \bar{R}_k,$$

где  $a_0, a_k$  - радиальные размеры катушек, а  $\bar{R}_0, \bar{R}_k$  - средние радиусы. Для катушек с одинаковым числом витков  $/\lambda = 1/$  оптимальными при компенсации второй гармоники можно считать



величины:  $a_0/\bar{R}_0 \approx 0,3$  и  $\bar{\kappa} \approx 0,58$ . Коэффициенты  $\xi_n$  при этих значениях параметров показаны на рис. 5, причем сплошные линии относятся к первому способу взаимного расположения катушек, а прерывистые - ко второму. Относительная величина "паразитной" чувствительности ко второй гармонике, возникающая при сдвиге компенсирующей катушки относительно основной в радиальном направлении на величину  $\pm \delta R$ , составит величину порядка  $2\delta R/R$  для обоих случаев. Погрешность в определении фазы при перекосе плоскости компенсирующей катушки может быть определена из /1-4/. Отметим, что в силу близости компенсирующей катушки к оси магнитной системы допуск на ее угловое смещение получается примерно в два раза слабее, чем для основной.

3. В работе /5/ была предложена катушка, показанная на рис. 6. Она состоит из основной обмотки, имеющей радиальную

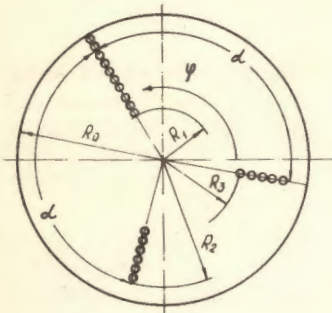


Рис.6. Асимметричная индукционная катушка.

протяженность  $R_0 - R_1$ , и двух дополнительных с радиальным размером  $R_2 - R_3$ , повернутых относительно основной на углы  $\pm \alpha$  и включенных встречно с основной. Число витков в основной катушке в два раза больше, чем в каждой из дополнительных. Магнитный поток, связанный с такой ИК, выражается следующим образом:

$$\Psi = 2w_0 \ell \mu_0 \sum_{n=1}^{\infty} R_0^n \left[ \frac{1-\kappa^{n+1}}{1-\kappa} - \kappa_1^n \frac{1-\kappa^{n+1}}{1-\kappa_2} \right] \cdot \cos n\alpha \cdot Q_n \cdot \cos(n\phi + \phi_n).$$

Характер намотки автоматически приводит к выполнению условия:  $R_0 - R_1 = 2(R_2 - R_3)$ , поэтому для компенсации чувствительности ИК к произвольной гармонике в нашем распоряжении

имеются три параметра. Наличие гармонического члена  $\cos n\alpha$  в выражении для  $S_n$  приводит к тому, что имеет место большая неравномерность в чувствительности к спектру, вплоть до "провалов" при неоптимальном выборе параметров. Проведенные на ЭВМ расчеты показали, что при компенсации чувствительности к первой гармонике можно использовать величины  $R_1/R_0 = 0,0$ ,  $\kappa_1 = R_2/R_0 = 0,833$ ,  $R_3/R_2 = 0,4$  и  $\alpha = 31^\circ$  /в этом случае  $1 \leq \xi_n \leq 3$  причем для  $n > 7$  величины  $\xi_n$  близки к 2,0/, либо  $\kappa = 0,0$ ,  $\kappa_1 = 1,25$ ,  $\kappa_2 = 0,6$  и  $\alpha = 60,00^\circ$  /равномерность в этом случае несколько хуже/. При компенсации второй гармоники наиболее равномерный спектр имеет место при  $\kappa = 0,0$ ,  $\kappa_1 = 0,83333$ ,  $\kappa_2 = 0,4$ , и  $\alpha = 168,69^\circ$ . Для всех гармоник с  $n > 5$  неравномерность не превышает 50%, максимальная чувствительность обеспечивается для первой и третьей гармоник, а минимальная - для четвертой гармоники.

Модификацией описанной выше ИК является катушка, основная и дополнительная обмотки которой локализованы на постоянных радиусах,  $R_0 = R_1$ ,  $R_2 = R_3 = R_k$ , а  $2w_k = w_0$  по-прежнему. В этом случае из /2-6/ получаем

$$S_n = 2 \cdot (R_0^n - R_k^n \cos n\alpha) \ell \cdot w_k. \quad /2-7/$$

Легко видеть, что компенсация любой гармоники может быть осуществлена в случае  $R_0 < R_k$ , то есть основная катушка должна располагаться на меньшем радиусе, чем компенсирующая. Полагая радиус компенсирующей катушки равным  $R_0$ , можем записать

$$\xi_n = 2(\kappa^n - \cos n\alpha). \quad /2-8/$$

С целью выбора оптимальных параметров и в этом случае была составлена программа и рассчитаны на ЭВМ величины  $\xi_n$  для  $0 \leq \kappa \leq 0,95$  с шагом 0,025 в случае компенсации чувствительности к одной из первых четырех гармоник. Полученные результаты позволяют сказать следующее:

1. В случае компенсации чувствительности ИК к первой гармонике оптимальными величинами являются  $\kappa \approx 0,5$  и  $\alpha = 60^\circ$ . При этом  $0,94 \leq |\xi_n| \leq 2,2$  для всех гармоник.

2. Компенсация чувствительности ко второй гармонике может быть осуществлена выбором  $\alpha$  в двух областях  $0 < \alpha < 45^\circ$  и  $135^\circ < \alpha < 180^\circ$ , а оптимальными являются величины  $\kappa \approx 0,30$  и  $\alpha \approx 137,6^\circ$ . При этих значениях  $0,54 \leq |\xi_n| \leq 2,1$ , причем наиболее низкая чувствительность /из числа первых четырнадцати гармоник/ получается для  $n=6 / \xi_6 = 0,536/$ ,  $n=10 / \xi_{10} = -0,871/$  и  $n=11 / \xi_{11} = -0,571/$ .



3. Для обеспечения  $\xi_3 = 0$  можно использовать  $\kappa \approx 0,425$ ,  $\alpha \approx 28,5^\circ$  и  $\kappa \approx 0,60$ ,  $\alpha \approx 25,8^\circ$ , при этом в первом случае  $0,46 \leq |\xi_n| \leq 2,0$ , а во втором -  $0,41 \leq |\xi_n| \leq 2,1$ .

4. Компенсацию чувствительности к четвертой гармонике можно осуществить при  $0^\circ \leq \alpha \leq 22,5^\circ$  и  $147,5^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$ . В первой области:  $0,475 \leq \kappa \leq 0,525^\circ$ ;  $21,77^\circ \leq \alpha \leq 21,41^\circ$ , а также  $\kappa = 0,65$ ;  $\alpha \approx 19,94^\circ$  /при этом  $0,3 \leq |\xi_n| \leq 2/$ , а во второй -  $\kappa \approx 0,75$ ;  $\alpha \approx 162,11^\circ$  / $(0,5 \leq |\xi_n| \leq 3,4)$ .

При отклонении величин конструктивных параметров от расчетных появляется чувствительность к компенсируемой гармонике и погрешность в определении фазы гармоник:

$$\delta S_n \approx n(\gamma_n^2 + \delta_n^2)^{1/2},$$

$$\delta \phi_n \approx \arctg \delta_n / \gamma_n,$$

/2-9/

где

$$\gamma_n = 2\kappa^{n-1} \frac{\delta R_0}{R_k} - \frac{\delta R_{K1} + \delta R_{K2}}{R_k} \cos na + (\delta a_1 + \delta a_2) \sin na,$$

/2-10/

$$\delta_n \approx \frac{\delta R_{K1} - \delta R_{K2}}{R_k} \sin na + (\delta a_1 - \delta a_2) \cos na$$

/2-11/

/индекс 0 - относится к основной катушке, а индексы 1,2 - к компенсирующим, расположенным на азимутах  $\phi + a$  и  $\phi - a$  соответственно/. Если, например, рассмотреть вариант  $\kappa = 0,3$ ;  $\alpha = 137,6^\circ$ , считая, что  $\delta R_{K1} \approx \delta R_{K2} \approx \delta R_0$ , а  $\delta a_1 = -\delta a_2$ , то для подавления чувствительности ко второй гармонике на уровне  $\leq 10^{-3}$  относительно основных необходимо выдержать расчетные параметры с точностью не хуже  $|\delta a| \leq 10^{-3}$  и  $\delta R/R_k \leq 0,4 \cdot 10^{-8}$ .

### 3. ИЗБИРАТЕЛЬНЫЕ КАТУШКИ

Избирательные катушки составляют третью группу индукционных датчиков. Среди них, в свою очередь, можно выделить индукционные катушки, чувствительные только к одной гармонике /рис. 7/, и ИК, чувствительные кроме основной ко всем

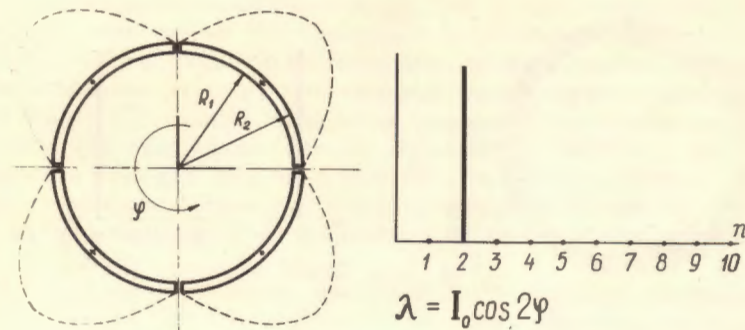


Рис.7. Избирательная катушка с гармонической плотностью намотки.

высшим нечетным, кратным ей гармоникам /рис.8,9/. Избирательные ИК позволяют с большей достоверностью определить

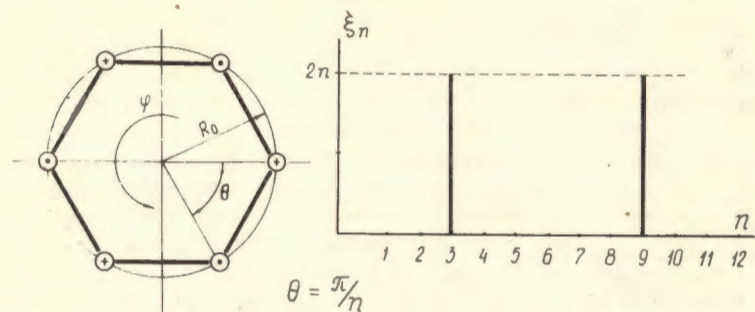


Рис.8. Избирательная катушка с сосредоточенной обмоткой.

величину и фазу отдельной гармоники, однако для получения данных о спектре гармонических составляющих магнитного поля надо использовать набор таких датчиков, чувствительных к различным гармоникам.

Магнитный поток, пронизывающий цилиндрическую поверхность измерительной катушки, можно определить следующим образом:

$$\Psi = \int_0^{2\pi} \Lambda(\phi) B_n d\phi,$$



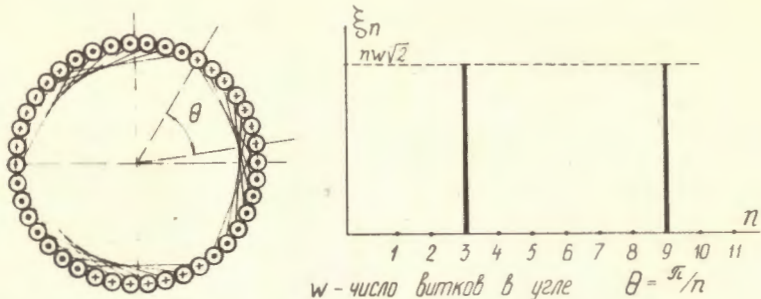


Рис.9. Избирательная катушка с распределенной намоткой однородной плотности.

где  $\Lambda(\phi)$  - плотность витков измерительной катушки. Если  $\Lambda(\phi)$  пропорциональна  $\cos n\phi$  или  $\sin n\phi$ , то катушка будет чувствительна только к гармонике с номером  $n$ . Соответствующий вид распределения плотности витков по азимуту достигается либо надлежащим изменением координат пазов, в которые укладываются витки, либо за счет изменения числа витков в пазах катушки. Для измерения гармоник с  $n \geq 3$  целесообразно использовать ИК с равномерной плотностью витков. Периодичность же намотки по-прежнему должна соответствовать номеру основной измеряемой гармоники. Схема такой ИК показана на рис. 8. При этом изготовление ИК упрощается, а высшими гармониками, к которым чувствительна такая катушка, либо пренебрегают, либо учитывают при анализе. Эти катушки обладают, в принципе, большей чувствительностью, так как позволяют лучше использовать всю цилиндрическую поверхность каркаса для укладки провода /рис. 9/. Погрешности в определении чувствительности таких катушек связаны, главным образом, с азимутальным и радиальным смещением проводников. При этом в общем случае появляется отличная от нуля чувствительность к любым другим гармоникам, величину которой можно оценить, пользуясь, например, результатами работы /1/.

Недостатком описанных ИК является то обстоятельство, что при намотке катушки на торцевых частях неизбежно появляются места пересечения проводов и это некоторым неконтролируемым образом изменяет эффективную длину отдельных витков катушки, нарушая тем самым гармонический закон

$\Lambda(\phi)$  и ухудшая избирательность. Для устранения этого недостатка предложено /13/ измерительную обмотку располагать на боковой поверхности клиновидных секций, причем каждый виток образует контур, описываемый гармоническим законом.

В работе <sup>6</sup> рассматривается возможность использования ИК, чувствительных только ко второй гармонике, для измерения показателя спада магнитного поля жесткофокусирующего ускорителя. Примеры использования методики измерения магнитных характеристик с помощью ИК можно найти в работах <sup>7-12</sup>.

В заключение отметим, что наше рассмотрение справедливо для катушек с бесконечно малым сечением обмотки. На практике для увеличения чувствительности желательнее использовать многovitковые катушки. Методика расчета чувствительности "толстых" катушек на примере катушки, описанной в разделе 1-1, дана в <sup>2</sup>.

Отметим также, что чувствительность и точность измерений можно повысить примерно в два раза, если на одном каркасе расположить две идентичные группы обмоток, сдвинутые друг относительно друга на угол  $180^\circ$ , и измерение, например, четных гармоник производить при согласном включении групп, а измерение нечетных гармоник - при встречном.

Если продольный размер катушки много больше размера магнитного элемента, то мы будем получать интегральные величины гармонических коэффициентов /14/. При использовании "коротких" катушек следует иметь в виду, что коэффициенты чувствительности ИК ко всем гармоникам пропорциональны осевой длине витков обмотки, возможную неопределенность в величине которой при большом количестве витков мы не учитывали.

Совокупность всех этих факторов говорит о том, что в общем случае для повышения точности измерений следует проводить предварительную калибровку датчиков.

Итак, в этой части работы были рассмотрены практически все известные типы индукционных катушек, сформулированы некоторые рекомендации относительно выбора оптимальных параметров конструкции. Что же касается вопроса, какой тип катушки лучше, то ввиду разнообразия требований вопрос этот должен решаться индивидуально в каждом конкретном случае.



## ЛИТЕРАТУРА

1. Воеводин М.А., Коваленко А.Д. ОИЯИ, Р9-12233, Дубна, 1979.
2. Wyss C. Proc. 5th Int.Conf. on Magnet Techn., Roma, 1975, p.231.
3. Lohman K.-D. Proc. 4th Int.Conf. on Magnet Techn., Brookhaven, 1972, p.745.
4. Langenbeck B. Там же, с. 237.
5. Lamb W.H., Lari R.J. Proc. of the Int. Symp. on Magnet Techn., Stanford, 1965, p.487.
6. Греков Н.Н. и др. ПТЭ, 1956, № 3, с. 29.
7. Данильцев Е.Н., Плотников В.К. ПТЭ, 1963, № 3, с. 20.
8. Безногих Ю.Д. и др. ОИЯИ, Р9-5310, Дубна, 1970.
9. Ильевский С.А. и др. Препринт ИФВЭ, ИНЖ69-42, Серпухов, 1969.
10. Алексеев А.В. и др. Препринт ИФВЭ, ОП 68-62, Серпухов, 1968.
11. Кац М.М., Хасанов Ф.М. Препринт ИТЭФ, М., 1969, № 666.
12. Morgan G.H. Proc. 4th Int.Conf. on Magnet Techn., Brookhaven, 1972, p.787.
13. Воеводин М.А. ОИПОТЭ, 1978, № 41, с. 170.
14. Cobb J.K., Horelick D. Proc. of the Int. Symp. on Magnet Techn., Stanford, 1965, p.1439.

Рукопись поступила в издательский отдел  
12 апреля 1979 года.