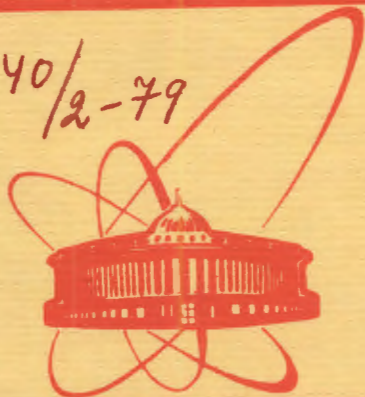


3140/2-79



сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
дубна

СЗ4511
А-469

13/8-79

P9 - 12335

Ю.И.Алексахин, Э.А.Перельштейн

ФОКУСИРОВКА ЭЛЕКТРОННОГО КОЛЬЦА
ПРИ СЖАТИИ В УЗКОЙ МЕТАЛЛИЧЕСКОЙ КАМЕРЕ

1979

P9 - 12335

Ю.И.Алексахин, Э.А.Перельштейн

ФОКУСИРОВКА ЭЛЕКТРОННОГО КОЛЬЦА
ПРИ СЖАТИИ В УЗКОЙ МЕТАЛЛИЧЕСКОЙ КАМЕРЕ

Алексахин Ю.И., Перельштейн Э.А.

P9 - 12335

Фокусировка электронного кольца при сжатии в узкой металлической камере

Рассмотрено влияние экранирования собственного поля кольца близкими проводящими стенками камеры на когерентное и некогерентное движение электронов кольца. Показано, что при ультрарелятивистской скорости вращательного движения электронов требование устойчивости кольца как целого в медианной плоскости камеры приводит к наиболее жестким ограничениям на число электронов в кольце, причем допустимое число электронов тем меньше, чем больше сдвиг между медианными плоскостями внешнего магнитного поля и камеры. Предложен способ стабилизации аксиального когерентного движения кольца системой встречно-включенных пассивных витков, частично компенсирующих электростатическое притяжение кольца к стенкам камеры и уменьшающих асимметрию внешнего магнитного поля. Показано, что такая система позволяет увеличить приблизительно вдвое число электронов в сжимаемом кольце.

Работа выполнена в Отделе новых методов ускорения ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований, Дубна 1979

Alexahin Yu.I., Perelstein E.A.

P9 - 12335

Focusing of an Electron Ring during the Compression inside a Narrow Metallic Chamber

The influence of shielding of electron ring self-fields with chamber conducting walls close to it, on the ring electron coherent and incoherent motion is considered. It is shown that for ultrarelativistic electron energies the intensity limitation, imposed by the requirement of ring stability as a whole in the chamber mid-plane, is the most stringent. The more the shift between the chamber and external magnetic field mid-planes, the less is acceptable number of electrons in the ring. A method of passive stabilizing the ring axial coherent motion with the system of opposing coils is proposed. The coils compensate partially electrostatic ring attraction to chamber walls and diminish the asymmetry of external magnetic field. It is demonstrated that such a system permits to increase twofold a number of electrons in the ring compressed.

The investigation has been performed at the Department of New Acceleration Methods, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1979

1. ВВЕДЕНИЕ

В существующих и проектируемых коллективных ускорителях с электронными кольцами формирование и сжатие колец происходит в узких тонкостенных металлических /или металлизированных/ камерах ^{1,2/}. Близкие к кольцу проводящие стенки подавляют когерентное синхротронное излучение и связанную с ним радиационную неустойчивость.

Вместе с тем электрические заряды, индуцируемые кольцом на стенках камеры, дефокусируют электроны в направлении, перпендикулярном к стенкам. Влияние наведенных зарядов на устойчивость пучка анализировалось в работе ^{3/}. Было показано, что наиболее существенна дефокусировка когерентного движения, приводящая к жесткому ограничению на число частиц в пучке.

Влияние индуцированных зарядов /и токов/ на некогерентное движение электронов /относительно локального центра масс/ также представляет интерес - определяемый ими сдвиг частот меняет резонансные значения показателя спада внешнего магнитного поля. Результаты вычисления сдвига некогерентных частот для камер различной геометрии приведены в разделе 2.

Условия когерентного равновесия кольца с учетом асимметрии внешнего магнитного поля анализируются в разделе 3. В разделе 4 рассматривается способ стабилизации аксиального когерентного движения кольца системой пассивных витков.

2. ЧАСТОТЫ НЕКОГЕРЕНТНЫХ БЕТАТРОННЫХ КОЛЕБАНИЙ

Уравнение аксиального движения электронов, в пренебрежении изменением радиуса кольца r_0 за счет собственного электромагнитного поля, может быть записано в виде

$$\ddot{z} + \omega_0^2 n z = \frac{e}{m \gamma} (E_z^s - \beta B_r^s), \quad /1/$$

где $\gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2}$ - релятивистский фактор электронов, $\omega_0 = \frac{c\beta}{r_0}$ - гирочастота, $n = -\frac{r}{B_z} \cdot \frac{\partial B_z}{\partial r} \Big|_{r=r_0}$ - показатель спада внешнего

магнитного поля на радиусе кольца r_0 ; \vec{E}^s , \vec{B}^s - собственное электромагнитное поле кольца, являющееся суммой поля кольца в свободном пространстве /4/ и поля зарядов и токов, индуцированных кольцом на стенках камеры.

Если камера симметрична относительно медианной плоскости ($z=0$), то индуцированные заряды удобно представить в виде суммы симметричного и антисимметричного распределений. При малом смещении z_0 кольца от медианной плоскости $|z_0| \ll h$, h - апертура камеры/ первое не зависит от величины смещения, второе - прямо ему пропорционально. Соответственно этому поле наведенных зарядов имеет вид ($|z| \ll h$):

$$\frac{e}{m \gamma \omega_0^2} E_z^{\text{ind}}(z) = \frac{\nu}{\beta^2 \gamma} (\Phi_s \cdot z + \Phi_a \cdot z_0), \quad /2/$$

где $\nu = \frac{e}{m c^2} q$ - параметр Будкера, $q = \frac{e N_e}{2 \pi r_0}$ - линейная плотность заряда, N_e - число электронов в кольце, $\Phi_{s,a}$ - геометрические факторы.

Отраженное магнитное поле представляется в аналогичном виде

$$\frac{e}{m \gamma \omega_0^2} B_r^{\text{ind}} = \frac{\nu}{\beta \gamma} (\Phi_s^m \cdot f_+ \cdot z + \Phi_a^m \cdot f_- \cdot z_0), \quad /3/$$

где f_{\pm} - коэффициенты экранирования собственного магнитного поля кольца стенками камеры ($0 \leq f_{\pm} \leq 1$).

Для узкой камеры

$$\frac{\pi r_0}{h} \gg 1 \quad /4/$$

кривизна кольца и изображений не существенна, и $\Phi_{s,a}^m = \Phi_{s,a}$.

В свободном пространстве собственное электромагнитное поле кольца эллиптического поперечного сечения с полуосями a_r , a_z в пренебрежении логарифмическими поправками имеет вид /4/:

$$\frac{e}{m \gamma \omega_0^2} (E_z^{\text{cb}} - \beta B_r^{\text{cb}}) = \Delta n_z \cdot (z - z_0), \quad |z - z_0| \leq a_z, \quad /5/$$

где

$$\Delta n_{r,z} = \frac{4\nu}{\beta^2 \gamma^3} \cdot \frac{r_0^2}{a_{r,z} \cdot (a_r + a_z)}.$$

Квадрат безразмерной частоты некогерентных колебаний электронов относительно центра масс z_0 , согласно /1-3,5/, равен

$$\nu_z^2 = n - \Delta n_z - \frac{\nu}{\beta^2 \gamma} \Phi_s \cdot (1 - \beta^2 f_+).$$

Исходя из уравнений $\text{div} \vec{E}^{\text{ind}} = 0$, $\text{rot} \vec{B}^{\text{ind}} = 0$, которым удовлетворяют отраженные поля в области кольца,* можно определить вклад этих полей в частоту некогерентных радиальных колебаний. Если выполнено условие /4/, то

$$\nu_r^2 = 1 - n - \Delta n_r + \frac{\nu}{\beta^2 \gamma} \Phi_s (1 - \beta^2 f_+).$$

Таким образом, влияние экранирования полей кольца на некогерентное движение можно формально учесть, вводя эффективный показатель спада

$$n_{\text{eff}} = n - \frac{\nu}{\beta^2 \gamma} \Phi_s (1 - \beta^2 f_+). \quad /6/$$

Необходимое требование некогерентной устойчивости имеет тогда вид $0 < n_{\text{eff}} < 1$.

Перейдем к вычислению отраженных полей.

В камере, образованной двумя проводящими бесконечными параллельными пластинами, расположенными на расстоянии h

*Мы считаем отраженное электромагнитное поле квазистационарным, что имеет место при $|r_0|, |z_0| \ll c$.

друг от друга, при условии /4/ аксиальная составляющая отраженного электрического поля на радиусе r_0 равна $\sqrt{5}$ /

$$E_z^{ind} = \frac{\pi q}{h} \left[\operatorname{tg} \frac{\pi(z+z_0)}{2h} + \operatorname{ctg} \frac{\pi(z-z_0)}{2h} - \frac{2h}{\pi(z-z_0)} \right]. \quad /7/$$

Линеаризуя это выражение по z, z_0 , для коэффициентов $\Phi_{s,a}$ получим $\sqrt{3}$ /

$$\Phi_s = \frac{1}{3} \left(\frac{\pi r_0}{h} \right)^2, \quad \Phi_a = 2 \cdot \Phi_s. \quad /8/$$

Токи, индуцируемые кольцом в стенках малой толщины $\Delta \ll h$, могут быть найдены из одномерного интегродифференциального уравнения /8/. В работе /7/ таким методом получен коэффициент экранирования магнитного поля нити с током, движущейся с постоянной скоростью v параллельно плоскому экрану:

$$f_1 = \frac{\kappa^2}{1 + \kappa^2}, \quad /9/$$

где $\kappa = \frac{v}{u}$, $u = \frac{c^2}{2\pi\sigma\Delta}$ - скорость "убегания" токовых изображений, σ - проводимость материала стенок. Если скорость сжатия \dot{r}_0 изменяется достаточно медленно и выполнено условие /4/, то этим результатом, не учитывая взаимодействия токов, наведенных в разных стенках, можно воспользоваться для приближенной оценки коэффициентов экранирования магнитного поля сжимающегося кольца * /полагая $v = |\dot{r}_0|$ /. Учет индуктивной связи токов на разных стенках /см. Приложение/ приводит, в случае параллельных плоских экранов, к следующим выражениям:

$$f_+ = \frac{12\kappa^2}{\pi^2} \int_0^\infty \frac{e^{-x}(1+e^{-x})x dx}{1 + \kappa^2(1+e^{-x})^2}, \quad /10/$$

$$f_- = \frac{6\kappa^2}{\pi^2} \int_0^\infty \frac{e^{-x}(1-e^{-x})x dx}{1 + \kappa^2(1-e^{-x})^2}, \quad /11/$$

$$(\kappa = |\dot{r}_0|/u).$$

* Предполагается, что смещение кольца от медианной плоскости постоянно ($|z_0| = \text{const} \ll \frac{h}{\pi}$).

При малых и больших значениях параметра κ справедливы оценки:

$$1/ \kappa^2 \ll 1: f_+ \approx \frac{15}{\pi^2} \kappa^2, f_- \approx \frac{9}{2\pi^2} \kappa^2;$$

$$2/ \kappa^2 \gg 1: f_+ \approx 1 - \frac{3(1+2\ln 2)}{\pi^2 \kappa^2}, f_- \approx 1 - \frac{6}{\pi^2 \kappa^2}.$$

Зависимость коэффициентов f_+, f_1 от параметра κ , вычисленная по формулам /9-11/, показана на рис. 1. Из графиков следует, что f_1 является хорошим приближением для f_+ , но не для f_- .

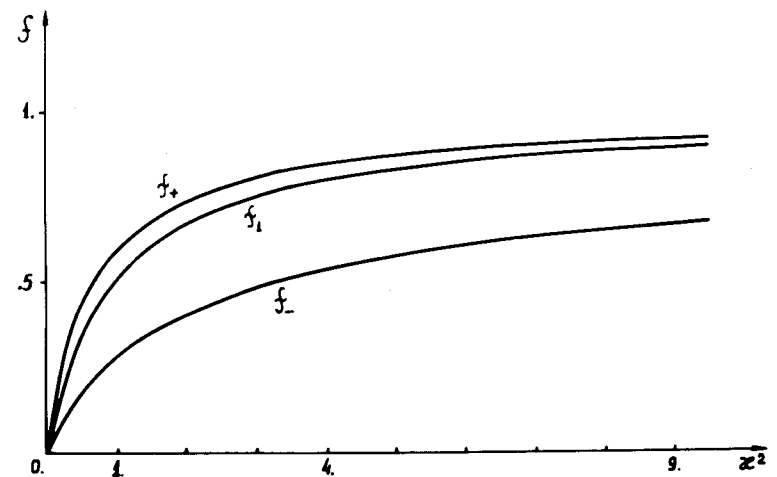


Рис. 1

При большой скорости сжатия ($\kappa \gg 1$) вклады отраженных электрического и магнитного полей в силу Лоренца взаимно компенсируют друг друга ($f_\pm \approx 1$). Оценивая скорость сжатия как

$$|\dot{r}_0| \approx \frac{2(r_{in} - r_f)}{T}, \quad \text{где } T = \frac{\pi}{\omega} - \text{длительность полуволны внешне-}$$

го поля, r_{in} и r_f - начальный и конечный радиусы кольца, для параметра κ приближенно имеем

$$\kappa \approx \frac{2\pi\sigma\Delta}{c^2} \cdot \frac{\omega}{\pi} (r_{in} - r_f) \approx \frac{2\sigma\Delta b}{c^2} \omega \approx \omega \tau_1,$$

где τ_1 - время проникновения внешнего магнитного поля в камеру радиуса b . Условие $\kappa \gg 1$, таким образом, противоречит требованию прозрачности камеры для внешнего магнитного поля ^{16/} ($\omega\tau_1 \ll 1$), поэтому в реальных установках $1/f_+ \ll 1$.

В связи с этим эффективный показатель спада кольца в камере может существенно отличаться от значения в свободном пространстве. Так, для $N_e = 10^{13}$, $r_0 = 20$ см, $\gamma = 8$ и $h = 5$ см, из формул /6/, /8/ следует $n_{\text{eff}} = n - 0,15$.

Для геометрических факторов $\Phi_{s,a}$ кольца в камере с вогнутыми стенками /рис. 2/ могут быть использованы следующие приближенные формулы:

$$\Phi_s = \frac{1}{3} \left(\frac{\pi r_0}{h} \cdot \frac{\text{tg} \alpha}{a} \right)^2 \left[1 - 10 \left(\frac{a}{\pi} \right)^2 \right], \quad /12/$$

$$\Phi_a = \frac{2}{3} \left(\frac{\pi r_0}{h} \cdot \frac{\text{tg} \alpha}{a} \right)^2 \left[1 - \left(\frac{a}{\pi} \right)^2 \right],$$

где $h = h(r_0)$ - апертура камеры и 2α - угол между касательными к стенкам камеры плоскостями на радиусе r_0 /см. рис. 2/. Формулы /12/ дают хорошее согласие с результатами численного расчета функций $\Phi_{s,a}$ методом, аналогичным ^{16/}.

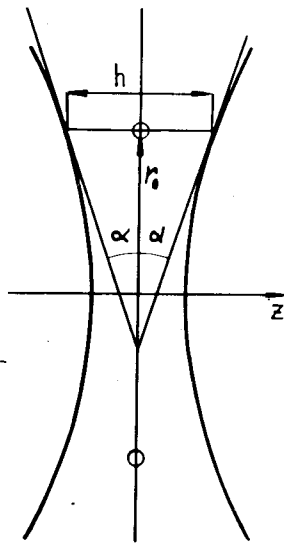


Рис. 2

Приведем также более точные выражения для частот некогерентных колебаний электронов кольца в цилиндрической камере /резонаторе/ радиуса b и высоты h , включающие логарифмические поправки, связанные с кривизной кольца и изображений

$$\nu_z^2 = n(1 + \xi) - \Delta n_z - \frac{\nu}{\gamma} (L_0 - 1) - \Delta n_{\text{экр}} + \frac{\nu}{\gamma} \frac{1 + 3\beta^2 f_+}{4\beta^2} \left(L_1 - \frac{3}{2} \right), \quad /13/$$

$$\nu_r^2 = (1 - n)(1 + \xi) - \Delta n_r - \frac{\nu}{\gamma} L_0 + \Delta n_{\text{экр}} + \frac{\nu}{\gamma} \frac{3 + \beta^2 f_+}{4\beta^2} \left(L_1 - \frac{1}{2} \right),$$

где

$$L_0 = \ln \frac{16r_0}{a_r + a_z}, \quad L_1 = \ln \left(\frac{4\pi r_0}{h} \text{cth} \phi \right), \quad \phi = \pi \frac{b - r_0}{h},$$

$$\Delta n_{\text{экр}} = \frac{\nu}{\beta^2 \gamma} (1 - \beta^2 f_+) \cdot \frac{1}{3} \left(\frac{\pi r_0}{h} \right)^2 \left(1 - 6 \frac{\text{cth} 2\phi}{\text{sh} 2\phi} \right), \quad /14/$$

$$\xi = \frac{2\nu}{\gamma} \left(L_0 - \frac{1}{2} \right) + \frac{\nu}{\beta^2 \gamma} (1 - \beta^2 f_+) \frac{2\pi r_0}{h} \frac{1}{\text{sh} 2\phi} - \frac{\nu}{\gamma} \frac{1 + \beta^2 f_+}{\beta^2} (L_1 - 1)$$

относительное увеличение напряженности внешнего магнитного поля, необходимое для компенсации расталкивания по большому радиусу за счет собственных полей кольца. Последние два члена в формулах /13, 14/ связаны с отраженными полями. При $f_+ = 1$,

$\gamma \geq \frac{\pi r_0}{h}$ основной вклад /фокусирующий по обеим степеням свободы/ дают, как это отмечено в ^{18/}, логарифмические члены *.

3. УСТОЙЧИВОСТЬ КОГЕРЕНТНОГО АКСИАЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ КОЛЬЦА

Движение кольца как целого, перпендикулярное медианной плоскости $/z_0$ не зависит от азимута θ /, изучалось в работе ^{17/}. Было найдено, что когерентное движение является супер-

* Для самих логарифмических поправок в работе ^{18/} получены неправильные выражения.

позицией высокочастотных колебаний /с частотой $\sim \omega_0$ / , затухающих, если выполнено условие некогерентной фокусировки $\nu_z^2 > 0$, и медленного движения среднего по этим колебаниям положения кольца** /характерное время $\approx \frac{h}{u}$ /.

В случае симметричного относительно медианной плоскости камеры внешнего магнитного поля $B_z(-z) = B_z(z)$ положением равновесия кольца является $z_0 = 0$. Пользуясь формулами /1-3/ при $z = z_0$, можно показать, что равновесие устойчиво, если выполнено условие

$$n - \frac{\nu}{\beta^2 \gamma} [\Phi_s (1 - \beta^2 f_+) + \Phi_a (1 - \beta^2 f_-)] > 0,$$

или, пренебрегая индуцированными токами ($f_{\pm} \ll 1$)

$$n - \frac{\nu}{\beta^2 \gamma} \Phi_c > 0, \quad /15/$$

где $\Phi_c = \Phi_s + \Phi_a$. В случае плоских параллельных экранов $\Phi_c = 3 \Phi_s$, поэтому /при $\gamma \gg \frac{h}{\pi a}$ / равновесие кольца устойчиво при показателе спада n , втрое превосходящем значение, обеспечивающее некогерентную фокусировку /для того же числа электронов N_e / или при втрое меньшем числе электронов /если задано значение n / , чем допускается требованием $n_{eff} > 0$.

В реальных условиях между медианными плоскостями камеры и внешнего магнитного поля всегда имеется некоторый сдвиг δ /из-за неточности установки катушек относительно камеры, токов Фуко, наводимых импульсным магнитным полем в несимметричных элементах металлических конструкций, и т.д./ . Тогда радиальная составляющая внешнего магнитного поля имеет вид

$$B_r = -n B_z \frac{z - \delta}{r}$$

и положение равновесия кольца определяется из уравнения

$$n(z_0 - \delta) = \frac{e}{m \gamma \omega_0^2} (E_z^{ind} - \beta B_r^{ind})|_{z=z_0}$$

** Такое разделение свойственно только рассматриваемой нулевой азимутальной гармонике когерентных колебаний.

Отраженное электрическое поле, имеющее, согласно /7/, в случае параллельных плоских экранов вид

$$E_z^{ind}(z_0) = \frac{\pi q}{h} \text{tg} \frac{\pi z_0}{h},$$

с увеличением отклонения кольца z_0 нелинейно возрастает. Вследствие этого при $\delta \neq 0$ ограничение на число электронов оказывается более сильным, чем следует из /15/. Зависимость предельного числа электронов N_e^{max} от смещения δ дается уравнением ($f_{\pm} \ll 1$)

$$\arccos \sqrt{\eta} - \sqrt{\eta(1-\eta)} = \frac{\pi \delta}{h}, \quad /16/$$

где $\eta = N_e^{max}(\delta) / N_e^{max}(0)$, $N_e^{max}(0)$ - предельное значение согласно /15/. Уравнение /16/ можно понимать и как зависимость от δ минимального значения показателя спада $n_{min}(\delta)$, требуемого для когерентной устойчивости при фиксированном N_e , если положить $\eta = n_{min}(0) / n_{min}(\delta)$. График функции $\eta(2\delta/h)$ показан на рис. 3.

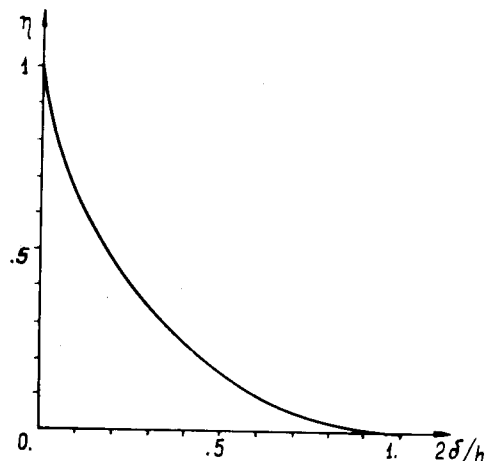


Рис. 3

При числе электронов, превосходящем предельное значение, положение устойчивого равновесия кольца отсутствует, и кольцо уходит на стенку камеры. Магнитное поле токов, возбуждаемых приближающимся к стенке кольцом, замедляет это движение, но не стабилизирует его //.

Нетрудно убедиться, что радиальное когерентное движение устойчиво, если $n < 1$. Требование когерентной устойчивости

$$\frac{v}{\beta^2 \gamma} \Phi_c < n < 1$$

накладывает на показатель спада внешнего магнитного поля более жесткие ограничения, чем условия некогерентной фокусировки. Условие /17/ при числе электронов

$$N_e \geq 2\pi \frac{mc^2}{e} \cdot \frac{\beta^2 \gamma r_0}{\Phi_c}$$

вообще не может быть выполнено. Для значений $r_0 = 20$ см, $h = 5$ см, $\gamma = 8$, например, когерентная устойчивость по обеим степеням свободы одновременно невозможна, если $N_e \geq 2,2 \cdot 10^{13}$.

4. СТАБИЛИЗАЦИЯ КОГЕРЕНТНОГО АКСИАЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ

Требование прозрачности стенок камеры, обусловившее малость коэффициентов экранирования магнитного поля сжимающегося кольца f_{\pm} , относится только к симметричной составляющей внешнего магнитного поля, для которой $B_r|_{z=0} = 0$. Экранирование же антисимметричной составляющей, определяющей сдвиг между медианными плоскостями поля и камеры

$$\delta = \frac{rB_r}{nB_z} \Big|_{z=0},$$

уменьшает этот сдвиг и, следовательно, является стабилизирующим фактором. Поэтому конструкцию камеры можно дополнить системой пассивных витков, включенных попарно навстречу друг другу /как это показано на рис. 4/. Токи, текущие в витках, не искажают сжимающее кольцо симметричное магнитное поле, поэтому число витков и их сопротивление могут быть выбраны так, чтобы практически полностью заэкранировать антисимметричные магнитные поля /внешнее и собственное, связанное с отклонением кольца от медианной плоскости камеры/.

Условие когерентной устойчивости при наличии стабилизирующих витков в случае симметричного внешнего поля имеет вид

$$n - \frac{v}{\beta^2 \gamma} \tilde{\Phi}_c > 0, \quad /18/$$

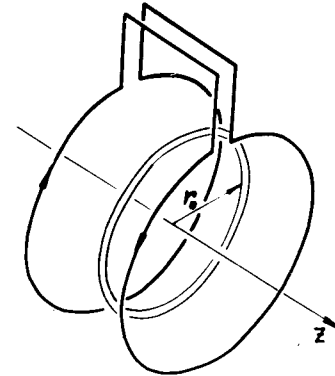


Рис. 4

где $\tilde{\Phi}_c = \Phi_c - \beta^2 \tilde{f}_- \Phi_a^m$, \tilde{f}_- - коэффициент экранирования антисимметричной составляющей собственного магнитного поля кольца витками. Из конструктивных соображений витки удобнее располагать снаружи камеры, поэтому $\Phi_a^m < \Phi_a$. Если витки придвинуты вплотную к стенкам камеры ($\Phi_a^m = \Phi_a$) и $\tilde{f}_- \approx 1$, то /18/ практически не отличается от условия $n_{eff} > 0$, необходимого для некогерентной аксиальной фокусировки.

Для иллюстрации приведем расчет конкретной стабилизирующей системы. Стенки камеры образованы поверхностями сфер радиуса $R_{c\phi} = 146$ см с центрами в точках $r = 0$, $z = \pm Z_{c\phi}$, где $Z_{c\phi} = 148,5$ см /геометрия, близкая к геометрии камеры УТИ ОИЯИ ^{1/}/. Стабилизирующая система состоит из 22 пар витков, координаты которых на плоскости $r-z$ задаются формулами

$$r = r_k = (7 + 1,5 \cdot k) \text{ см}, \quad z = \pm z_k, \quad z_k = Z_{c\phi} + 0,5 - \sqrt{R_{c\phi}^2 - r_k^2}.$$

Предполагается, что витки и соединяющие их провода /длиной 2 м для каждой пары/ сделаны из медной проволоки диаметром 6 мм.

Время переходных процессов τ в такой системе настолько велико / $\tau \approx 3,7$ мс/, что на частоте ведущего поля $f = 500$ Гц ^{1/} можно пренебречь активным сопротивлением витков по сравнению с индуктивным ($2\pi f \tau \gg 1$), то есть считать витки идеально проводящими.

Экранирование внешних антисимметричных полей /создаваемых антисимметричными токами в витках, соответствующих катушкам I, II и III ступеней сжатия /1/, иллюстрируется рис. 5. В качестве меры экранирования выбрано отношение радиальной составляющей поля $B_r|_{z=0}$ к значению в свободном пространстве: $p = (B_r^{\text{ЭКР}} / B_r^{\text{СВ}})|_{z=0}$.

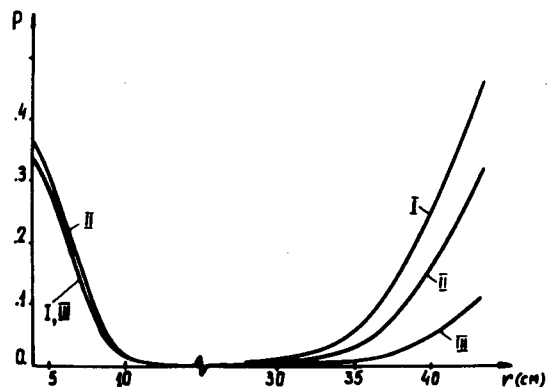


Рис. 5

На рис. 6 показана зависимость от радиуса * коэффициентов $\Phi_{c,s}$ /пунктир/, рассчитанная по формулам /12/, и Φ_c /сплошные линии/ для значений скорости сжатия 1 - $|\dot{r}_0| = 10^4$ см/с, 2 - $|\dot{r}_0| = 2 \cdot 10^4$ см/с, 3 - $|\dot{r}_0| = 10^6$ см/с. Средняя скорость сжатия кольца в адгезаторе /1/ $|\dot{r}_0| \approx 3 \cdot 10^4$ см/с, так что стабилизирующая система увеличивает предельное число электронов приблизительно вдвое. Если же принять во внимание и симметризацию внешнего поля витками, то выигрыш оказывается еще более значительным.

* В расчете не были учтены токи, индуцируемые в стенках камеры при инжекции электронов. Эти токи, практически полностью компенсирующие действие зарядовых изображений непосредственно после инжекции, затухают за время $\approx h/u$. Для камеры с расстоянием $h = 12$ см /при $r_0 = r_{in}$ / между стенками из нержавеющей стали толщиной $\Delta = 0,5$ мм это время ≈ 50 мкс.

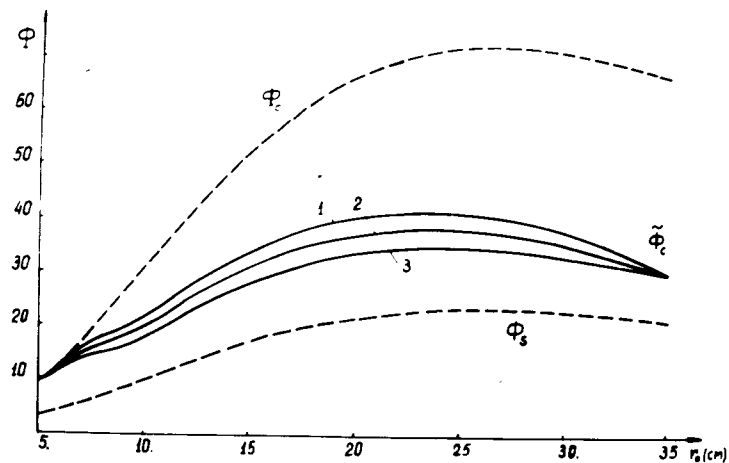


Рис. 6

В связи с уменьшением $B_r|_{z=0}$ за счет токов в пассивных витках возникает вопрос о влиянии этих витков на вывод сжатого кольца в область ускоряющего градиентного магнитного поля /9/. Результаты расчетов для параметров выводной системы, взятых из работы /9/, приведены на рис. 7. Сплошными линиями показана зависимость $B_r(z)$ на радиусе $r = 4$ см при наличии пассивных витков, пунктиром - в свободном пространстве для значений тока: в соленоиде - $I_S = 6,8$ кА, в правой ($z > 0$) катушке III ступени - $I_R = 1,9$ кА, в левой - $I_L = 6,6$ кА /рис. 7а/ и $I_L = 7,4$ кА /рис. 7б/. Как следует из графиков, вывод кольца при наличии пассивных витков происходит при меньшем значении тока в левой катушке III ступени. Объясняется это тем, что токи, индуцируемые в витках, усиливают радиальное магнитное поле III ступени при $z > \bar{z}_k$ /не изменяя существенно поле соленоида, так как коэффициент связи с ним мал/. Уменьшение же B_r при $|z| < \bar{z}_k$ на малых радиусах недостаточно /рис. 5/ для того, чтобы воспрепятствовать отводу кольца от медианной плоскости.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Значительное приближение к кольцу металлических стенок камеры с целью подавления радиационной неустойчивости на-

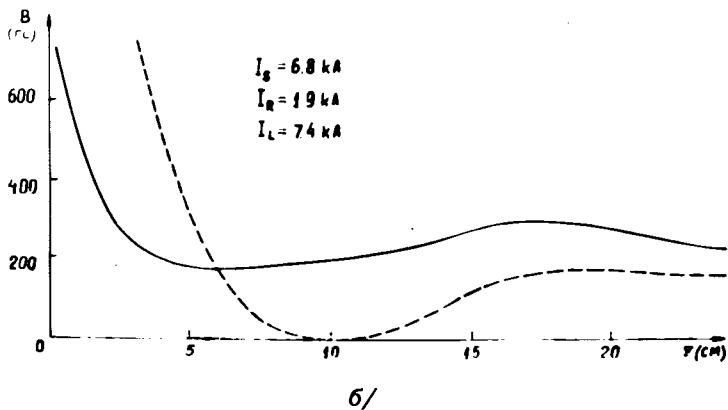
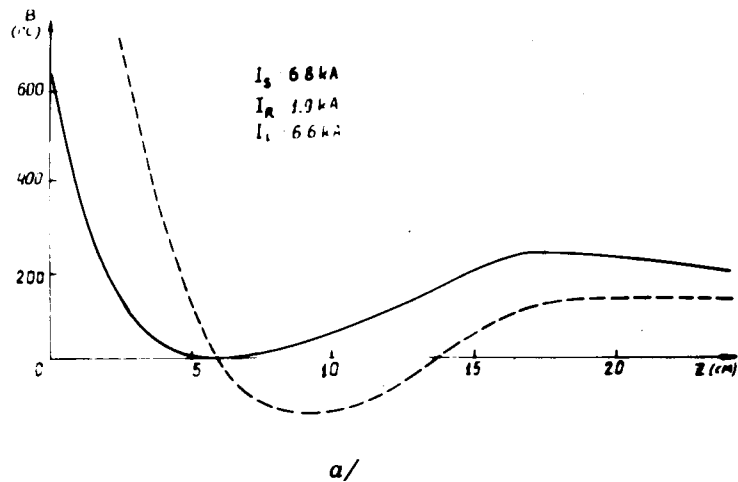


Рис. 7

рушает равновесие кольца как целого, в аксиальном направлении, что ограничивает число электронов в кольце. Допустимое число электронов тем меньше, чем больше рассогласование медианных плоскостей внешнего магнитного поля и камеры. Возможность стабилизации кольца за счет увеличения показателя спада ограничена, так как при $n \geq 1$ становится неустойчивым когерентное радиальное движение.

Одним из возможных способов стабилизации является использование встречно-включенных пассивных витков, частично компенсирующих электростатическое притяжение кольца к стенкам камеры и уменьшающих асимметрию внешнего магнитного поля. Расчет показывает, что такая система позволяет увеличить приблизительно вдвое число электронов в сжимаемом кольце.

Влияние экранирования полей кольца на некогерентное движение электронов проявляется в сдвиге бетатронных частот, существенно меняющем резонансные значения показателя спада внешнего магнитного поля.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Экранирование магнитного поля движущегося линейного тока

Пусть бесконечная нить с током

$$j_y^{(0)} = I \cdot \delta(z - z_0) \cdot \delta(x - vt)$$

движется с постоянной скоростью $v \ll c$ параллельно ($z_0 = \text{const}$) плоским металлическим пластинам $z = \pm h/2$ толщины $\Delta \ll h$ и проводимости σ . В металле индуцируются токи с объемной плотностью $j_y^{\text{ind}} = \sigma E_y$, где $E_y = -\frac{1}{c} \frac{\partial \Delta y}{\partial t}$ — суперпозиция индукционных электрических полей нити и наведенных токов

$$E_y = E_y^{(0)} + E_y^{\text{ind}} \quad /П.1/$$

Соотношение /П.1/ может рассматриваться как уравнение для суммарного электрического поля в металле $^{6/}$, если выразить E_y^{ind} через плотность индуцированных токов /то есть через E_y /. В работе $^{7/}$ показано, что при толщине Δ , малой по сравнению с расстоянием от источника до экрана ($\Delta \ll \frac{h}{2} - |z_0|$), изменение индуцированных токов по толщине экрана несущественно. Учитывая, что $\frac{\partial}{\partial t} = -v \frac{\partial}{\partial x}$, нетрудно прийти к следующим уравнениям

$$E_{\pm}(\xi) = E_{\pm}^{(0)}(\xi) - \frac{\kappa}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} G_{\pm}(\xi - \xi') E_{\pm}(\xi') d\xi', \quad /П.2/$$

где

$$\xi = x - vt, \quad E_{\pm}(\xi) = \frac{1}{2} [E_y(\frac{h}{2}, \xi) \pm E_y(-\frac{h}{2}, \xi)],$$

$$\kappa = \frac{2\pi\sigma\Delta v}{c^2}, \quad G_{\pm}(\xi) = P \frac{1}{\xi} \pm \frac{\xi}{\xi^2 + h^2}$$

/в связи с предположением $v \ll c$ можно пользоваться стационарной функцией Грина/.

В фурье-представлении $E(k) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-ik\xi} E(\xi) d\xi$ решение уравнений /П.2/ имеет вид

$$E_{\pm}(k) = \frac{E_{\pm}^{(0)}(k)}{1 - i\kappa \cdot \text{sign } k (1 \pm e^{-|k|h})}, \quad /П.3/$$

где

$$E_{\pm}^{(0)}(k) = \frac{Iv}{c^2} \cdot i \cdot \text{sign } k e^{-\frac{|k|h}{2}} \cdot \left\{ \begin{array}{l} \text{ch } |k| z_0 \\ \text{sh } |k| z_0 \end{array} \right\}. \quad /П.4/$$

Магнитное поле индуцированных токов выражается через решения уравнений /П.2/ следующим образом:

$$B_x^{\text{ind}} = -\frac{4\pi\sigma\Delta}{c} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{|k|h}{2}} \cdot (\text{sh } |k| z_+ \cdot E_+ + \text{ch } |k| z_+ \cdot E_-) dk$$

($|z| < \frac{h}{2}$, $\xi = 0$)

или, используя /П.3/, /П.4/

$$B_x^{\text{ind}} = \frac{4I}{c} \kappa^2 \int_0^{\infty} e^{-kh} \cdot \left[\frac{\text{sh } kz \cdot \text{ch } kz_0 (1 + e^{-kh})}{1 + \kappa^2 (1 + e^{-kh})^2} + \frac{\text{ch } kz \cdot \text{sh } kz_0 \cdot (1 - e^{-kh})}{1 + \kappa^2 (1 - e^{-kh})^2} \right] dk. \quad /П.5/$$

При $|z|, |z_0| \ll h$ существенной областью интегрирования в /П.5/ является $k \leq \frac{1}{h}$. Оставляя первые члены разложения гиперболических функций в степенной ряд, легко получить формулы /10,11/ для коэффициентов экранирования магнитного поля нити.

ЛИТЕРАТУРА

1. Александров В.С. и др. ОИЯИ, Р9-9091, Р9-9215, Дубна, 1975.
2. Faltens A. et al. Proc. IX Int. Conf. on High Energy Accelerators, Stanford, 1974.
3. Laslett L.J. Proc. 1963 Summer Study on Storage Rings etc. BNL-7534, 1963, p.324.
4. Перельштейн Э.А., Ярковой О.И. ОИЯИ, Р9-2351, Дубна, 1965.
5. Морс Ф.М., Фешбах Г. Методы математической физики, ИЛ, М., 1960, т. II, с.226.
6. Алексахин Ю.И., Казаринов Н.Ю., Перельштейн Э.А. ЖТФ, 1975, XLV, с.933.
7. Алексахин Ю.И., Перельштейн Э.А. ОИЯИ, Р9-10905, Дубна, 1977.
8. Бонч-Осмоловский А.Г. ОИЯИ, Р9-6318, Дубна, 1972.
9. Александров В.С. и др. ОИЯИ, Р9-10118, Дубна, 1976.

Рукопись поступила в издательский отдел
23 марта 1979 года.