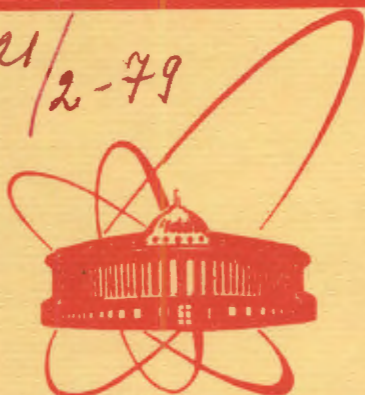


2221/2-79



сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
дубна

С3451

Г-124

11/11-79

P9 - 12245

З.Г.Гаврилова, С.Б.Рубин

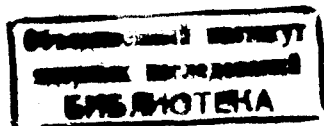
ПОЛЯ, ВОЗБУЖДАЕМЫЕ ПРИ ИНЖЕКЦИИ ПУЧКА
В АДГЕЗАТОР,
И ОЦЕНКА ИХ ВЛИЯНИЯ
НА ПОПЕРЕЧНОЕ ДВИЖЕНИЕ ЧАСТИЦ

1979

P9 - 12245

З.Г.Гаврилова, С.Б.Рубин

ПОЛЯ, ВОЗБУЖДАЕМЫЕ ПРИ ИНЖЕКЦИИ ПУЧКА
В АДГЕЗАТОР,
И ОЦЕНКА ИХ ВЛИЯНИЯ
НА ПОПЕРЕЧНОЕ ДВИЖЕНИЕ ЧАСТИЦ



Гаврилова З.Г., Рубин С.Б.

P9 - 12245

Поля, возбуждаемые при инжекции пучка в адгезатор,
и оценка их влияния на поперечное движение частиц

Выведены выражения для когерентно возбужденных пучком E и H волн. Рассмотрены промежутки времени как до момента замыкания пучка в кольцо, когда происходит накопление энергии этого поля в камере, так и после замыкания, когда идет затухание возбужденных колебаний. Оценка энергии возбужденных волн показала, что при числе частиц в кольце $\sim 10^{13}$ потеря энергии частицами пучка практически не влияет на характеристики равновесного движения. Показано также, что действие возбужденного поля приводит к некоторой модуляции среднеквадратичных размеров пучка, слабой в тех случаях, когда параметры системы не соответствуют резонансным.

Работа выполнена в Отделе новых методов ускорения ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1979

Gavrilova Z.G., Rubin S.B.

P9 - 12245

Fields Excited at the Beam Injection into
an Adgezator and Estimation of Their Effect
on Transverse Motion of Beam Particles

E and H wave modes excited coherently by the beam are considered. Time intervals both before the moment of beam closing and after the closing, when damping of excited wave modes take place, are considered. Estimation of excited wave modes indicated that at the ring particle number of approx. $\sim 10^{13}$ the energy loss does not effect on characteristics of equilibrium motion. It is shown that the action of excited field leads to a modulation of the beam mean square dimension which is weak when parameters of the system do not correspond to resonance ones.

The investigation has been performed at the
Department of New Acceleration Methods, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1979

В процессе инжекции электронов в камеру адгезатора, начиная с момента появления фронта пучка и кончая временем замыкания его в кольцо, распределение зарядов и токов в камере остается неоднородным в азимутальном направлении. При достаточной величине инжектируемого тока возбужденные им азимутально-неоднородные поля могут оказаться большими. Так как камера, представляемая как резонатор с конечной добротностью, будет "звенеть" еще некоторое время и после замыкания пучка, то интересно оценить обратное действие этого поля на движение частиц*. Ниже эта задача рассмотрена в приближении заданного тока. Решение ведется методом разложения по собственным функциям идеально-проводящего цилиндрического резонатора ^{2,3/}.

I.

В координатах (r, ϕ, z) , где радиус камеры a , высота D , начало координат совпадает с центром ее левого торца. Камера пронизана постоянным внешним магнитным полем B_0 с показателем спада \bar{n} .

Пусть в точке $(\phi = 0, r = R_0, z = \frac{D}{2})$ при $t = 0$ появляется фронт тонкого по сечению пучка электронов, движущихся с постоянной скоростью v_0 . Попадая в магнитное поле, частицы, при условии согласования v_0 и B_0 , движутся строго в азимутальном направлении, т.е. пучок, все удлиняясь, "распространяется по ϕ ".

* Когерентное синхротронное излучение пучка, постепенно заполняющего равновесную орбиту, без учета влияния камеры как резонатора, рассматривалось в ^{1/}.

Соответствующие выражения для плотности заряда и тока запишутся в виде

$$\rho(t, r, \phi, z) = \rho_0 \sigma(\Omega t - \phi) \frac{\delta(r - R_0)}{2\pi r} \delta(z - \frac{D}{2}), \quad 0 \leq \phi \leq 2\pi$$

$$j_z = j_r = 0, \quad j_\phi = \rho v_\phi = \rho \Omega R_0, \quad /1/$$

где Ω - циклотронная частота, $\sigma(x)$ - единичная функция, ρ_0 - нормировочная константа, определяемая из условия, что полный заряд сгустка в момент, когда пучок замкнется в кольцо, равняется заданной величине $Q = eN$, где N - полное число частиц в сгустке. Интегрируя $\rho(t, r, \phi, z)$ по всему объему внутри резонатора для $t = \frac{2\pi}{\Omega}$, находим $\rho_0 = Q$.

При $t > \frac{2\pi}{\Omega}$, т.е. после замыкания пучка, ток сохраняется постоянным.

Для определения возбужденных полей используется кулоновская калибровка потенциалов. Система нормированных собственных функций $(\lambda = \{s, n, m\}, \nu = \{s, n, m\}, \sigma = \{s, n, m\})$ - мультииндексы/:

1/ для E-волн

$$(\bar{A}_\lambda)_r = -\frac{h_s}{k_\lambda} \frac{d}{dr} J_n\left(\frac{\kappa_{nm}}{a} r\right) \sin(h_s z) \times \left\{ \begin{array}{l} C_1 \cos n\phi \\ C_2 \sin n\phi \end{array} \right\},$$

$$(\bar{A}_\lambda)_\phi = -\frac{h_s n}{k_\lambda r} J_n\left(\frac{\kappa_{nm}}{a} r\right) \sin(h_s z) \times \left\{ \begin{array}{l} -C_1 \sin n\phi \\ C_2 \cos n\phi \end{array} \right\}, \quad /2/$$

$$(\bar{A}_\lambda)_z = \frac{\kappa_{nm}^2}{k_\lambda a^2} J_n\left(\frac{\kappa_{nm}}{a} r\right) \cos(h_s z) \times \left\{ \begin{array}{l} C_1 \cos n\phi \\ C_2 \sin n\phi \end{array} \right\},$$

где κ_{nm} - m -ый корень уравнения $J_n(\xi) = 0$, $n = 0, 1, 2, \dots$, $m = 1, 2, \dots$,

$$h_s = \frac{s\pi}{D}, \quad (s=0, 1, 2, \dots), \quad k_\lambda^2 = h_s^2 + \left(\frac{\kappa_{nm}}{a}\right)^2,$$

$$C_1 = C_2 = \frac{2c \xi_{os}}{\sqrt{D} \kappa_{nm} J'_n(\kappa_{nm})}, \quad \text{при } n = 1, 2, \dots, \quad s = 0, 1, 2, \dots,$$

$$\xi_{os} = \left\{ \begin{array}{l} 2, \quad s \neq 0 \\ \sqrt{2}, \quad s = 0 \end{array} \right\}, \quad /3/$$

$$C_1 = \frac{2c\sqrt{2}}{\sqrt{D} \kappa_{0m} J_1(\kappa_{0m})}, \quad \text{при } n = 0, \quad s = 0, 1, 2, \dots$$

2/ для H-волн $(\bar{A}_\nu)_z = 0$, κ'_{nm} - корень уравнения

$$J'_n(\xi) = 0, \quad (n = 0, 1, 2, \dots)$$

$$(\bar{A}_\nu)_r = \frac{n}{r} J_n\left(\frac{\kappa'_{nm}}{a} r\right) \sin(h_s z) \times \left\{ \begin{array}{l} -C'_1 \sin n\phi \\ C'_2 \cos n\phi \end{array} \right\}$$

$$(\bar{A}_\nu)_\phi = -\frac{d}{dr} J_n\left(\frac{\kappa'_{nm}}{a} r\right) \sin(h_s z) \times \left\{ \begin{array}{l} C'_1 \cos n\phi \\ C'_2 \sin n\phi \end{array} \right\}, \quad /4/$$

где

$$k_\nu^2 = h_s^2 + \left(\frac{\kappa'_{nm}}{a}\right)^2;$$

$$C'_1 = C'_2 = \frac{4c}{\sqrt{D} J_n(\kappa'_{nm}) [\kappa_{nm}^2 - n^2]^{1/2}}, \quad \text{при } s, n = 1, 2, 3, \dots$$

$$C'_1 = C'_2 \quad \text{для } s=0 \text{ при любом } n; \quad /5/$$

$$C'_1 = \frac{\sqrt{8}c}{\sqrt{D} \kappa'_{0m} J_0(\kappa'_{0m})}, \quad C'_2 = 0, \quad \text{при } n = 0, \quad s = 0, 1, 2, \dots$$

$$\phi_{\sigma} = J_n \left(\frac{\kappa_{nm}}{a} r \right) \sin(h_s z) \times \begin{cases} C_3 \cos n\phi \\ C_4 \sin n\phi \end{cases}, \quad /6/$$

$$k_{\sigma}^2 = h_s^2 + \left(\frac{\kappa_{nm}}{a} \right)^2 = k_{\lambda}^2, \quad C_3 = C_4 = \frac{4c}{a\sqrt{D} J_n'(\kappa_{nm})}, \quad n, s = 1, 2, 3, \dots,$$

$$C_3 = C_4 = 0 \quad \text{для } s = 0, \quad \text{при любом } n$$

$$C_3 = \frac{2\sqrt{2}c}{a\sqrt{D} J_1(\kappa_{0m})}, \quad C_4 = 0, \quad \text{при } n = 0, \quad s = 1, 2, \dots \quad /7/$$

Для $t > 0$ поля можно представить с помощью разложения

$$\bar{A} = \bar{A}_1 + \bar{A}_2 = \sum_{\lambda} \bar{A}_{\lambda}(\bar{r}) q_{\lambda}(t) + \sum_{\nu} \bar{A}_{\nu}(\bar{r}) q_{\nu}(t), \quad /8/$$

$$\ddot{q}_{\lambda, \nu} + c^2 k_{\lambda, \nu}^2 q_{\lambda, \nu} = \frac{1}{c} \int_V \bar{j}(\bar{r}, t) \bar{A}_{\lambda, \nu}(\bar{r}) d\bar{r}, \quad /9/$$

$$\bar{E}_{\text{вихр.}} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \bar{A}}{\partial t}, \quad \bar{H} = \text{rot } \bar{A},$$

$$\bar{E}_{\text{потенц.}} = -\text{grad}_{\bar{r}} \int_V \rho(\bar{r}', t) \sum_{\sigma} \frac{\phi_{\sigma}(\bar{r}) \phi_{\sigma}(\bar{r}')}{k_{\sigma}^2} (d\bar{r}'). \quad /10/$$

Энергия каждого вида колебаний дается обычной формулой

$$\epsilon_{\lambda, \nu} = \dot{q}_{\lambda, \nu}^2 + c^2 k_{\lambda, \nu}^2 q_{\lambda, \nu}^2. \quad /11/$$

Для полной определенности в /9/ необходимо задать начальные условия. Так как до появления пучка ($t \leq 0$) резонатор не был возбужден, то принимаем

$$q_{\lambda, \nu} \Big|_{t=0} = \dot{q}_{\lambda, \nu} \Big|_{t=0} = 0. \quad /12/$$

II.

Выражения для отдельных типов полей, определенные на основании соотношений /8/-/12/, из-за их громоздкости вынесены в приложение 1. Как видно из формул /см. приложение 1/, вид временной зависимости изменяется в момент $t = \frac{2\pi}{\Omega}$, когда происходит замыкание пучка и нарастание тока прекращается /сами поля непрерывны при $t = \frac{2\pi}{\Omega}$ /. Формально изменение вида зависимости от t получается при интегрировании в /9/, т.к. приходится интервал интегрирования разбивать на две части точкой $t = \frac{2\pi}{\Omega}$ и "сшивать" соответствующие решения. Для дальнейшего введены обозначения

$$\xi = ct, \quad \Omega = ck_0, \quad k_{\lambda} = k_0 \alpha_{\lambda}, \quad k_{\nu} = k_0 \alpha_{\nu}. \quad /13/$$

При $t \geq \frac{2\pi}{\Omega}$ в азимутально-симметричной части поля имеется постоянная во времени часть. Она соответствует магнитному и электрическому полям пучка, который сформировался в камере в замкнутое кольцо. При этом статическое магнитное поле оказалось запертым в камере так, как будто бы она сверхпроводящая. Действительно, для векторного потенциала этой части поля получится

$$A_{\phi} = \sum_{s, m=1}^{\infty} \frac{8QR_0 k_0 J_1(\kappa'_{0m} \frac{R}{a}) J_1(\kappa'_{0m} \frac{r}{a})}{a^2 D^2 J_0^2(\kappa'_{0m}) \left[\left(\frac{\kappa'_{0m}}{a} \right)^2 + \left(\frac{\pi s}{D} \right)^2 \right]} \sin \frac{s\pi}{2} \sin \frac{s\pi}{D} z. /14/$$

Выполнив в /14/ суммирование по m^* , после некоторых преобразований, для $r < R_0$ получим

$$A_{\phi} = \frac{4R_0 k_0 Q}{D} \sum_{s=1}^{\infty} \sin \frac{s\pi}{2} \cdot \sin \frac{s\pi}{D} z \frac{I_1(\pi s \frac{r}{D})}{I_1(\pi s \frac{a}{D})} \times \\ \times \left[K_1(\pi s \frac{R_0}{D}) I_1(\pi s \frac{a}{D}) - K_1(\pi s \frac{a}{D}) I_1(\pi s \frac{R_0}{D}) \right] \quad /15/$$

* При суммировании удобно использовать формулы, приведенные в /4/ на стр. 3.

/при $r > R_0$ в членах под знаком суммы в /15/ и R_0 следует поменять местами/. /14/ соответствует векторному потенциалу постоянного кругового тока, помещенного в сверхпроводящую цилиндрическую оболочку. Аналогичные преобразования можно выполнять и для скалярного потенциала Φ .

Вычислим энергию поля, оставленного в резонаторе после замыкания пучка. В соответствии с общей формулой для энергии осциллятора поля $\dot{q}^2 + c^2 k^2 q^2 = \xi$, суммируя по всем осцилляторам, получим:

для E-волн

$$\xi_E = \frac{16Q^2 k_0^2}{D^3} \sum_{\lambda} \frac{n^2 s^2 \sin^2\left(\frac{s\pi}{2}\right) \sin^2(a_\lambda \pi) J_n^2\left(\kappa_{nm} \frac{R_0}{a}\right) (n^2 + a_\lambda^2)}{k_\lambda^4 \kappa_{nm}^2 J_n^2(\kappa_{nm}) (a_\lambda^2 - n^2)^2}; \quad /16/$$

$$s, n, m = 1, 2, 3, \dots$$

для H-волн

$$\xi_H^{(0)} = \frac{8Q^2 R_0^2}{\pi^2 a^2 D} \sum_{s, m=1} \frac{\sin^2\left(\frac{s\pi}{2}\right) \sin^2(a_\nu \pi) J_1^2\left(\kappa'_{nm} \frac{R_0}{a}\right)}{a_\nu^4 J_0^2(\kappa'_{om})}, \quad /17/$$

$$\xi_H = \frac{16Q^2 R_0^2 k_0^2}{\pi^2 a^2 D} \sum_{n, s, m=1} \frac{\kappa'_{nm}{}^2 \sin^2\left(\frac{s\pi}{2}\right) \sin^2(a_\nu \pi) \cdot J_n^2\left(\kappa'_{nm} \frac{R_0}{a}\right) (n^2 + a_\nu^2)}{k_\nu^2 J_n^2(\kappa'_{nm}) (a_\nu^2 - n^2) (\kappa'_{nm}{}^2 - n^2)},$$

$$s, n, m = 1, 2, 3 \dots \quad /18/$$

Приведенные выражения для полей соответствуют одномерному пучку, имеющему протяженность только по азимутальной координате. Поэтому в точках самого пучка суммарные выражения являются логарифмически расходящимися для каждой азимутальной гармоники /т.е. двойные суммы по m, s расходятся/. Расходятся и суммы /16/-/18/. Чтобы можно было использовать все полученные выражения, следует ограничиться в них конечным числом членов, считая соответствующие ряды асимптотическими. Основания для этого заключаются в следующем: главный вклад в возбужденное поле, даже в том случае, когда пучок имеет конечную толщину, дают волны, возбуждаемые

когерентно. Длины таких волн больше или порядка поперечного размера пучка. Когерентную же часть поля можно, однако, приближенно описать некоторым конечным числом членов полученных сумм. Действительно, введение размеров по координате z /ширины 2δ / и по r /радиальной толщины 2Λ / приведет к появлению в членах сумм дополнительного множителя

типа $\frac{\sin(\pi s \delta/D)}{\pi s \delta/D}$ и замене, например, множителя типа

$$\kappa'_{nm} J_n\left(\kappa'_{nm} \frac{R_0}{a}\right) \text{ на разность } \frac{a}{2\Lambda} \left[J_n\left(\kappa'_{nm} \frac{R_0 + \Lambda}{a}\right) - J_n\left(\kappa'_{nm} \frac{R_0 - \Lambda}{a}\right) \right].$$

Отсюда следует, что при $s < \frac{D}{\delta}$, $m < \frac{a}{\pi\Lambda}$ /что как раз и соответ-

ствует когерентным волнам/ соответствующие члены сумм "трехмерной задачи" и "одномерной задачи" не сильно отличаются друг от друга. При обратных неравенствах указанные множители способствуют /в трехмерной задаче/ подавлению остаточных членов сумм и, следовательно, начиная с этих значений s, m /не учитывая при оценках некоторой переходной области/ можно оборвать суммы и в одномерной задаче.

III.

Рассмотрим действие найденного поля на поперечное движение частиц самого пучка, т.е. на бетатронные колебания. В реальном случае резонатор имеет конечную добротность, и возбужденные поля быстро затухают. Поэтому достаточно проследить за их влиянием на пучок в течение 10-20 периодов обращения частицы в камере с момента замыкания пучка в кольцо. В качестве исходных берутся соотношения для бетатронных колебаний с учетом статических полей самого кольца /без учета влияния экранировки/, см. /5/.

$$\Omega = ck_0 = \frac{c\beta_1}{R_0} (1 + \mu \mathcal{P}), \quad \mathcal{P} = 2 \ln \frac{16}{b+g}, \quad \mu = \frac{r_0 N}{2\pi R_0 \gamma_1},$$

$$B_0 = - \frac{mc^2 \beta_1 \gamma_1}{eR_0} (1 + \mu \mathcal{P}),$$

$$\nu_r^2 = (1 - \tilde{n})(1 + \mu^{\mathcal{P}}) - \left[\frac{4\mu}{g(b+g)\gamma_{\perp}^2 \beta_{\perp}^2} + \frac{\mu^{\mathcal{P}}}{2} \right], \quad /19/$$

$$\nu_z^2 = \tilde{n}(1 + \mu^{\mathcal{P}}) - \left[\frac{4\mu}{b(b+g)\gamma_{\perp}^2 \beta_{\perp}^2} + \frac{\mu^{\mathcal{P}}}{2} \right],$$

где $r = 2,8 \cdot 10^{-13}$ см, b, g - отношения полуосей эллиптического поперечного сечения кольца, ν_r^2, ν_z^2 - квадраты частот бетатронных колебаний в невозмущенном кольце, B_0, \mathcal{P} - внешнее магнитное поле и его показатель спада. После разложения полученных выражений для полей в окрестности равновесной орбиты $(r = R_0, z = D/2)$ / и включения в уравнения для бетатронных колебаний последние принимают вид $(\dot{z} = z - \frac{D}{2}, x = r - R_0)$

$$\ddot{x} + \nu_r^2 x = -\frac{R_0}{B_0} H_z^{(0)} + \frac{r_0}{e\gamma_{\perp} k_0^2} E_r^{(0)} + x \left(\frac{r_0}{e\gamma_{\perp} k_0^2} E_r^{(1)} - \frac{R_0}{B_0} H_z^{(1)} \right), \quad /20/$$

$$\ddot{z} + \nu_z^2 z = z \left(-\frac{R_0}{B_0} H_r^{(1)} + \frac{r_0}{e\gamma_{\perp} k_0^2} E_z^{(1)} \right), \quad /21/$$

где коэффициенты /с учетом зависимости $\phi = \Omega t + \phi_0 / H_z^{(0)}, E_r^{(0)}, E_r^{(1)}, H_z^{(1)}, H_r^{(1)}, E_z^{(1)}$ являются функциями ϕ^* , и штрихом обозначено дифференцирование по ϕ . Из-за громоздкости выражений для этих коэффициентов они приведены в приложении II.

Так как основной интерес представляет поведение пучка как целого при наличии возмущений, то /20/, /21/ используются далее для определения изменения его среднеквадратичных размеров. С этой целью используется методика, изложенная в [6].

$$\text{Пусть } x = x_1, \quad \dot{z} = x_2, \quad \dot{x}_1 = v_1, \quad \dot{z} = v_2. \quad /22/$$

Тогда система /20/, /21/ запишется в форме

$$\dot{\bar{y}} = \hat{A}(\phi) \bar{y} + \bar{B}. \quad /23/$$

* В /20/, /21/ включены только зависящие от времени члены возбужденных полей; постоянные части могут быть феноменологически добавлены в выражения /19/.

В /23/ $\bar{y} = (\frac{x}{v}, \dot{z})$; $\hat{A} = \begin{pmatrix} \hat{0} & \hat{I} \\ \hat{A}(\phi) & \hat{0} \end{pmatrix}$ - блочная матрица, состоящая из матриц: двух нулевых, единичной и матрицы \hat{A} с элементами

$$b_{11} = \Psi \left(\frac{\mathcal{E}_r^{(1)}}{k_0} + \frac{R_0 H_r^{(1)}}{1 + \mu^{\mathcal{P}}} \right) - \nu_r^2, \quad b_{12} = 0, \quad /24/$$

$$b_{21} = 0, \quad b_{22} = \psi \left(\frac{\mathcal{E}_z^{(1)}}{k_0} - \frac{R_0 H_z^{(1)}}{1 + \mu^{\mathcal{P}}} \right) - \nu_z^2,$$

\bar{B} - вектор-столбец $= (0, 0, b_r, 0)^T$ где

$$b_r = \Psi \left(\frac{R_0 H_z^{(0)}}{1 + \mu^{\mathcal{P}}} + \frac{1}{k_0} \mathcal{E}_r^{(0)} \right), \quad /25/$$

и $\{\mathcal{E}_r^{(0)}, \dots, H_r^{(1)}\}$ связаны с системой коэффициентов $\{E_r^{(0)}, \dots, H_r^{(1)}\}$ соотношениями

$$\{\bar{E}, \bar{H}\} = \frac{8Q}{Da^2 k_0} \{\bar{\mathcal{E}}, \bar{H}\} \quad \text{и} \quad \Psi = \frac{8Qr_0}{Da^2 k_0 \gamma_{\perp} e}. \quad /26/$$

В [6] строятся уравнения для моментов 1-го и 2-го порядков от функции распределения. В случае /23/, /26/ эти уравнения будут выглядеть так:

$$\frac{d\bar{\mathcal{M}}^0}{d\phi} = 0, \quad \frac{d\bar{\mathcal{M}}^I}{d\phi} = \hat{A} \bar{\mathcal{M}}^I + \bar{B}, \quad \frac{d\bar{\mathcal{M}}^{II}}{d\phi} = \hat{A} \bar{\mathcal{M}}^{II} + \bar{\mathcal{M}}^{II} \hat{A}^*, \quad /27/$$

где \hat{A} и \bar{B} соответствуют формулам /24/-/26/ *.

Если в начальный момент пучок был согласован и b, g - полуоси его поперечного сечения, то в качестве начальных условий для /27/ можно принять **

* Заметим, что в рассмотренном приближении система /20/, /21/ оказалась развязанной.

** Здесь в качестве b, g взяты истинные размеры полуосей, а не их отношения к R_0 , как в /19/.

$$\bar{\mu}^I(0) = 0, \quad \hat{\mu}^II(0) = \begin{pmatrix} b^2/4, & 0, & 0, & 0 \\ 0, & g^2/4, & b^2v_r^2/4, & 0 \\ 0, & 0, & 0, & 0 \\ 0, & 0, & 0, & g^2v_z^2/4 \end{pmatrix} \quad /28/$$

Соотношения /23/-/28/ использовались для численных расчетов.

IV.

Для оценки энергии возбужденных волн по формулам /16/-/18/ и интегрирования уравнений /24/-/28/ были сделаны фортранные программы для CDC-6500. По этим программам проведены вычисления.

1/ Для пучка размерами $b=g=0,9$ см, $R_0=35$ см, $\gamma_{\perp}=4$, $N=10^{13}$ в камере с $a=50$ см, $D=10$ см при суммировании в /16/-/18/ до 6 азимутальных гармоник и $s, m \leq 20^*$ получились следующие величины энергии возбужденных полей:

$$\xi_E = 2,0 \cdot 10^2 \text{ эрг}, \quad \xi_H = 6,3 \cdot 10^2 \text{ эрг}, \quad \xi_H^{(0)} = 1,2 \cdot 10^2 \text{ эрг}.$$

Удаление торцевых стенок камеры на расстояние $D=40$ см привело к увеличению этих значений до $\xi_E=9,4 \cdot 10^2$ эрг, $\xi_H=2,6 \cdot 10^4$ эрг, $\xi_H^{(0)}=2,8 \cdot 10^2$ эрг. Рассмотренные случаи соответствуют низшим азимутальным гармоникам. Однако из выражений для полей при $t < \frac{2\pi}{\Omega}$ /см. приложение 1/, в которых присутствуют члены, пропорциональные $\cos(nk_0\xi)$, $\sin(nk_0\xi)$, видно, что "накачка энергии" в резонатор происходит главным образом за счет синхротронного излучения. Поэтому спектральная область возбужденного поля, дающая существенный энергетический вклад, до n должна простирается несколько дальше /без учета когерентности до $n \sim \gamma_{\perp}^3$ /. Поэтому для случая $D=40$ см были учтены дополнительно гармоники с $6 \leq n \leq 28$, $m=1$, $s \leq 10$, что дало дополнительно $\Delta\xi_E=9,6 \cdot 10^3$ эрг, $\Delta\xi_H=3 \cdot 10^4$ эрг. Некоторый остаток /в основном вклад E волн/ при

* По s это равносильно 39, т.к. суммирование идет по $(2s-1)$.

$m=1$, $s \leq s \leq D/\pi$ можно оценить с помощью асимптотического выражения $(\eta = R_0/a)$ для /16/

$$\Delta\xi_E \sim \frac{16Q^2 s^2 a^2 (1+\eta^2)}{D^3 \eta^2 (1-\eta^2)^2} \sum_{n=n_0}^{n_{\max}} \frac{J_n^2(\eta n)}{J_n^2(n + 1,8n^{1/3})} - \frac{256 Q^2 s (1+\eta^2)}{D^3 \eta^2 (1-\eta^2)^{3/2}} \sum_{n=n_0}^{\infty} \frac{1}{n} e^{-\frac{17}{3}n} - \frac{2}{3}n(1-\eta^2)^{2/3} \quad /29/$$

которое при $D=40$ дает $\Delta\xi_E \sim 2,8 \cdot 10^4$ эрг. Таким образом, получается суммарная оценка $\xi \sim 9,6 \cdot 10^4$ эрг, что в пересчете на электронвольты на одну частицу составляет $6 \cdot 10^3$. Такова энергия, теряемая электроном за время с момента влета в камеру до момента замыкания сгустка в кольцо.

2/ Влияние возбужденных полей на среднеквадратичные размеры пучка за время нескольких первых оборотов численно оценивалось для согласованного пучка с параметрами $b=0,4$, $g=1,8$ см, $N=3 \cdot 10^{13}$. В одном случае размеры камеры были: $a=60$ см, $D=10$ см при равновесном радиусе $R_0=40$ см, $\tilde{n}=0,6$, $\gamma_{\perp}=5$. В другом случае $a=46$ см, $D=9$ см при $R_0=35$ см, $\tilde{n}=0,23$, $\gamma_{\perp}=4,5$.

Из выражений для коэффициентов, входящих в /24/, /25/ /см. приложение II/, видно, что при определенных соотношениях геометрических размеров камеры, при которых величины $\alpha_{\nu} \pm n$ или $\alpha_{\lambda} \pm n$ оказываются малыми /т.е. при близком совпадении гармоник частоты обращения с собственными частотами камеры/, получается некоторое увеличение амплитуд возбужденных полей.

При близком же совпадении одной из величин $\alpha_{\nu} \pm n$, $\alpha_{\lambda} \pm n$ с удвоенной величиной ν_r или ν_z в системе получается параметрический резонанс. Заметим, кроме того, что в процессе сжатия кольца величины ν_r и ν_z изменяются со временем, поэтому вначале сжатия, пока рассматриваемые поля не затухли, возникновение условий для параметрического резонанса вполне возможно.

Однако при численном рассмотрении этих вопросов для указанных выше вариантов значений параметров, которые выбраны из более или менее реальных условий, оказывается, что резонансные соотношения осуществляются для достаточно высо-

ких p -гармоник. Таким образом, опасность резонансных явлений значительно снижается. Так, например, для второго варианта камеры "резонансным набором" для гармоник поля оказались значения $n=23, l=m=1$ с расстройкой $|a_{\lambda} - n - 2\nu_r| \sim 0,02$ и $n=26, m=l=1$ с расстройкой $|a_{\lambda} - n - 2\nu_z| \sim 0,01$. Но при таких n амплитудные значения соответствующих членов получаются достаточно малыми, поэтому при численном счете наблюдалась лишь слабо усиливающаяся модуляция огибающих пучка*. Соответствующие графики изменения огибающих пучка по z и по r координатам даны на рис. 1, 2. Основные частоты модуляции в обоих случаях оказались близкими к отмеченным частотам $a_{\lambda} - n$. Очевидно, что при меньшей расстройке могло бы получиться усиление раскочки модуляции.

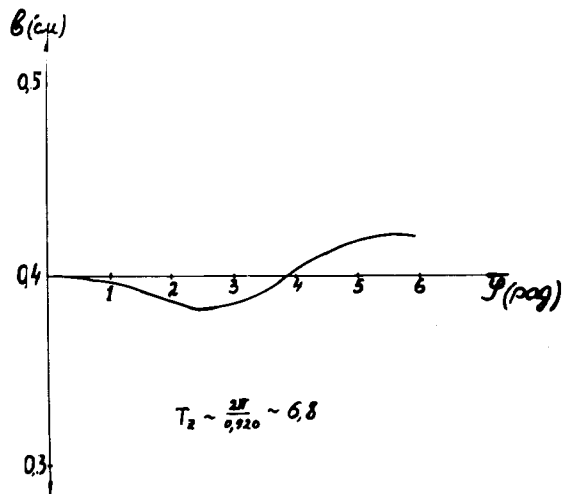


Рис.1. График изменения огибающей z -размера пучка.

Для первого варианта камеры /счет в данном случае проводился только для низких частот $n \leq 5, m \leq 4, l \leq 5$ /модуляции практически не наблюдалось. Однако при удалении торцевых стенок камеры от пучка на расстояние $D/2=50$ см модуляция увеличилась. Соответствующий график изменения радиального размера

* Отметим еще раз, что из-за малой добротности камеры, рассматриваемой как резонатор, амплитудные значения полей затухают в течение ~ 20 периодов оборотов частиц.

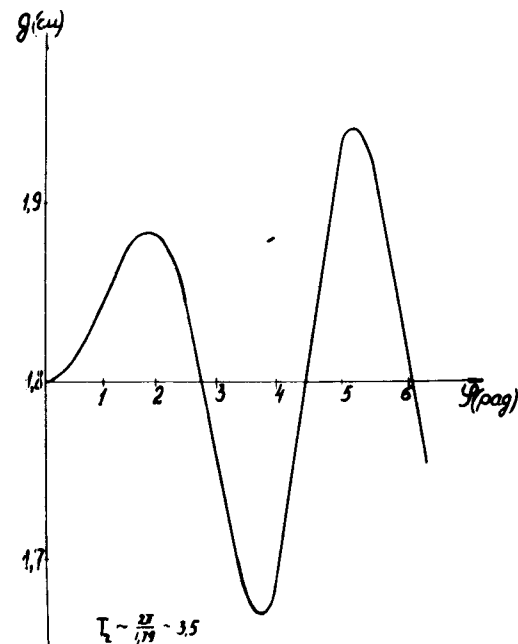


Рис.2. График изменения огибающей радиального размера пучка.

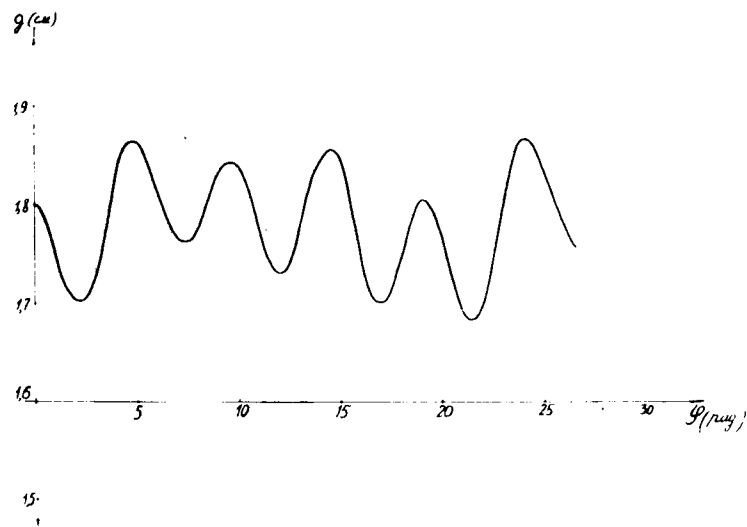


Рис.3. График изменения огибающей радиального размера пучка для камеры с далеко отстоящими торцевыми стенками.

для этого случая приведен на рис. 3. Изменение z -размера здесь оказалось несколько меньшим радиального.

Проведенные расчеты показывают, что при общем числе частиц в кольце после его замыкания $\lesssim 5 \cdot 10^{13}$ влияние возбуждаемых пучком полей на движение самих частиц может сказаться лишь при определенном неудачном подборе размеров камеры и при достаточно высокой ее добротности.

В заключение авторы благодарят Э.А. Перельштейна, Н.Ю. Казаринова и В.Ф. Шевцова за полезные обсуждения и замечания.

Приложение 1

1/ E - волны /при $n=0$; $s=0,1,2$ и при $s=0$, $n=1,2, \dots$ вихревые поля отсутствуют/.

$$\text{При } n, s = 1, 2, 3 \dots P_\lambda = \frac{3Q \cdot s \cdot n \cdot \sin \frac{s\pi}{2} \cdot J_n \left(\frac{\kappa_{nm}}{a} R_0 \right)}{a^2 D^2 \cdot \kappa_{nm}^2 \cdot k_0^2 a_\lambda^2 (\alpha_\lambda^2 - n^2) J_n'^2(\kappa_{nm})} \quad /14/$$

При $0 \leq t \leq \frac{2\pi}{\Omega}$ будет $H_z = 0$

$$H_r = -k_0 P_\lambda a^2 \frac{J_n \left(\frac{\kappa_{nm}}{a} \right)}{r} \cos \frac{s\pi}{D} z \begin{cases} \sin n\phi [(1 - \cos k_\lambda \xi)(\alpha_\lambda^2 - n^2) + (\cos k_\lambda \xi - \cos n k_0 \xi) a_\lambda^2] \\ \cos n\phi [\alpha_\lambda^2 \cdot \sin n k_0 \xi - \alpha_\lambda n \sin k_\lambda \xi] \end{cases}$$

$$H_\phi = \frac{\kappa_{nm} k_0 P_\lambda a}{n} J_n' \left(\frac{\kappa_{nm}}{a} \right) \cos \frac{s\pi}{D} z \begin{cases} \cos n\phi [\cos n k_0 \xi - \cos k_\lambda \xi] \alpha_\lambda^2 + (\cos k_\lambda \xi - 1)(\alpha_\lambda^2 - n^2) \\ \sin n\phi [\alpha_\lambda^2 \sin n k_0 \xi - n \alpha_\lambda \sin k_\lambda \xi] \end{cases}$$

$$E_r = - \frac{\pi \cdot s \cdot \kappa_{nm} P_\lambda a}{D} J_n' \left(\frac{\kappa_{nm}}{a} \right) \sin \frac{s\pi}{D} z \begin{cases} \cos n\phi \left[\frac{n}{a_\lambda} \sin k_\lambda \xi - \sin n k_0 \xi \right] \\ \sin n\phi [\cos n k_0 \xi - \cos k_\lambda \xi] \end{cases}$$

$$E_z = \kappa_{nm}^2 P_\lambda J_n \left(\frac{\kappa_{nm}}{a} \right) \cos \frac{s\pi}{D} z \begin{cases} \cos n\phi \left[\frac{n}{a_\lambda} \sin k_\lambda \xi - \sin n k_0 \xi \right] \\ \sin n\phi [\cos n k_0 \xi - \cos k_\lambda \xi] \end{cases}$$

$$E_\phi = - \frac{\pi a^2 \cdot s \cdot n \cdot P_\lambda}{D r} J_n \left(\frac{\kappa_{nm}}{a} \right) \sin \frac{s\pi}{D} z \begin{cases} \sin n\phi \left[\sin n k_0 \xi - \frac{n}{a_\lambda} \sin k_\lambda \xi \right] \\ \cos n\phi [\cos n k_0 \xi - \cos k_\lambda \xi] \end{cases}$$

При $\frac{2\pi}{\Omega} < t$: $H_z = 0$

$$H_r = \frac{2k_0 a^2 P_\lambda}{r} J_n \left(\frac{\kappa_{nm}}{a} \right) \cos \frac{s\pi}{D} z \begin{cases} \sin n\phi \cdot n^2 \cdot \sin \alpha_\lambda \pi \cdot \sin(k_\lambda \xi - \alpha_\lambda \pi) \\ \cos n\phi \cdot n \alpha_\lambda \cdot \sin \alpha_\lambda \pi \cdot \cos(k_\lambda \xi - \alpha_\lambda \pi) \end{cases}$$

$$H_\phi = 2k_0 \kappa_{nm} P_\lambda a J_n' \left(\frac{\kappa_{nm}}{a} \right) \cos \frac{s\pi}{D} z \begin{cases} \cos n\phi \cdot n \cdot \sin \alpha_\lambda \pi \cdot \sin(k_\lambda \xi - \alpha_\lambda \pi) \\ - \sin n\phi \cdot \alpha_\lambda \cdot \sin \alpha_\lambda \pi \cdot \cos(k_\lambda \xi - \alpha_\lambda \pi) \end{cases}$$

$$E_r = - \frac{2\pi \cdot a \cdot s \cdot \kappa_{nm} P_\lambda}{D} J_n' \left(\frac{\kappa_{nm}}{a} \right) \sin \frac{s\pi}{D} z \begin{cases} \cos n\phi \frac{n}{a_\lambda} \sin \alpha_\lambda \pi \cdot \cos(k_\lambda \xi - \alpha_\lambda \pi) \\ \sin n\phi \sin \alpha_\lambda \pi \cdot \sin(k_\lambda \xi - \alpha_\lambda \pi) \end{cases}$$

$$E_z = 2\kappa_{nm}^2 P_\lambda J_n \left(\frac{\kappa_{nm}}{a} \right) \cos \frac{s\pi}{D} z \begin{cases} \cos n\phi \frac{n}{a_\lambda} \sin \alpha_\lambda \pi \cdot \cos(k_\lambda \xi - \alpha_\lambda \pi) \\ \sin n\phi \cdot \sin \alpha_\lambda \pi \cdot \sin(k_\lambda \xi - \alpha_\lambda \pi) \end{cases}$$

$$E_\phi = - \frac{2\pi \cdot n \cdot a^2 \cdot s P_\lambda}{D r} J_n \left(\frac{\kappa_{nm}}{a} \right) \sin \frac{s\pi}{D} z \begin{cases} - \sin n\phi \cdot \frac{n}{a_\lambda} \sin \alpha_\lambda \pi \cdot \cos(k_\lambda \xi - \alpha_\lambda \pi) \\ \cos n\phi \cdot \sin \alpha_\lambda \pi \cdot \sin(k_\lambda \xi - \alpha_\lambda \pi) \end{cases}$$

2/Н - волны /при s=0, n=0,1,2 . . . вихревого поля нет/.

$$\text{При } s, n=1,2 \dots P_\nu = \frac{8Q R_0 \sin \frac{s\pi}{2} J_n' \left(\frac{R_0}{a} \kappa'_{nm} \right) \kappa_{nm}^2}{a^3 D^2 k_0^2 \alpha_\nu^2 (a_\nu^2 - n^2) J_n^2(\kappa'_{nm}) [\kappa_{nm}^2 - n^2]}$$

при $0 \leq t \leq \frac{2\pi}{\Omega}$ будет $E_z = 0$ /15/

$$H_z = \frac{\kappa'_{nm} \cdot k_0 \cdot D \cdot P_\nu}{\pi \cdot n} \sin \frac{s\pi}{D} z \cdot J_n \left(\frac{r}{a} \kappa'_{nm} \right) \left\{ \begin{array}{l} \cos n\phi (\alpha_\nu^2 \sin n k_0 \xi - n \alpha_\nu \cdot \sin k_\nu \xi) \\ \sin n\phi [\alpha_\nu^2 (1 - \cos n k_0 \xi) - n^2 (1 - \cos k_\nu \xi)] \end{array} \right.$$

$$H_r = -\frac{a \cdot s \cdot k_0 P_\nu}{n} \cdot \cos \frac{s\pi}{D} z \cdot J_n' \left(\frac{r}{a} \kappa'_{nm} \right) \left\{ \begin{array}{l} \cos n\phi (\alpha_\nu^2 \sin n k_0 \xi - \alpha_\nu \cdot n \cdot \sin k_\nu \xi) \\ \sin n\phi [\alpha_\nu^2 (1 - \cos n k_0 \xi) - n^2 (1 - \cos k_\nu \xi)] \end{array} \right.$$

$$H_\phi = -\frac{k_0 s \cdot a^2 \cdot P_\nu}{\kappa'_{nm} \cdot r} \cdot \cos \frac{s\pi}{D} z J_n \left(\frac{r}{a} \kappa'_{nm} \right) \left\{ \begin{array}{l} \sin n\phi (\alpha_\nu \cdot n \cdot \sin k_\nu \xi + \alpha_\nu^2 \sin n k_0 \xi) \\ \cos n\phi [\alpha_\nu^2 (1 - \cos n k_0 \xi) - n^2 (1 - \cos k_\nu \xi)] \end{array} \right.$$

$$E_r = \frac{\alpha_\nu^2 \cdot k_0^2 \cdot D \cdot a^2 \cdot n \cdot P_\nu}{\pi \cdot \kappa'_{nm} \cdot r} \sin \frac{s\pi}{D} z J_n \left(\frac{r}{a} \kappa'_{nm} \right) \left\{ \begin{array}{l} -\sin n\phi (\cos n k_0 \xi - \cos k_\nu \xi) \\ \cos n\phi (\sin n k_0 \xi - \frac{n}{\alpha_\nu} \cdot \sin k_\nu \xi) \end{array} \right.$$

$$E_\phi = -\frac{\alpha_\nu^2 \cdot k_0^2 \cdot D \cdot a \cdot P_\nu}{\pi} \sin \frac{s\pi}{D} z \cdot J_n' \left(\frac{r}{a} \kappa'_{nm} \right) \left\{ \begin{array}{l} \cos n\phi (\cos n k_0 \xi - \cos k_\nu \xi) \\ \sin n\phi (\sin n k_0 \xi - \frac{n}{\alpha_\nu} \sin k_\nu \xi) \end{array} \right.$$

При $t \geq \frac{2\pi}{\Omega}$, $E_z = 0$

$$H_z = -\frac{2\kappa'_{nm} \cdot k_0 \cdot D \cdot P_\nu}{\pi \cdot n} \sin \frac{s\pi z}{D} J_n \left(\frac{r}{a} \kappa'_{nm} \right) \left\{ \begin{array}{l} \cos n\phi \cdot \alpha_\nu \cdot \sin \alpha_\nu \pi \cdot \cos (k_\nu \xi - \alpha_\nu \pi) n \\ \sin n\phi \cdot n^2 \cdot \sin \alpha_\nu \pi \cdot \sin (k_\nu \xi - \alpha_\nu \pi) \end{array} \right.$$

$$H_r = \frac{2s \cdot k_0 \cdot a \cdot P_\nu}{n} \cos \frac{s\pi}{D} z J_n' \left(\frac{r}{a} \kappa'_{nm} \right) \left\{ \begin{array}{l} \cos n\phi \cdot n \cdot \alpha_\nu \cdot \sin \alpha_\nu \pi \cdot \cos (k_\nu \xi - \alpha_\nu \pi) \\ \sin n\phi \cdot n^2 \cdot \sin \alpha_\nu \pi \cdot \sin (k_\nu \xi - \alpha_\nu \pi) \end{array} \right.$$

$$H_\phi = \frac{2k_0 s \cdot a^2 \cdot P_\nu}{\kappa'_{nm} \cdot r} \cos \frac{s\pi}{D} z J_n \left(\frac{r}{a} \kappa'_{nm} \right) \left\{ \begin{array}{l} -\sin n\phi \cdot n \cdot \alpha_\nu \cdot \sin \alpha_\nu \pi \cdot \cos (k_\nu \xi - \alpha_\nu \pi) \\ \cos n\phi \cdot n^2 \cdot \sin \alpha_\nu \pi \cdot \sin (k_\nu \xi - \alpha_\nu \pi) \end{array} \right.$$

$$E_r = \frac{2\alpha_\nu^2 \cdot k_0^2 \cdot D \cdot a^2 \cdot n \cdot P_\nu}{\pi \cdot \kappa'_{nm} \cdot r} \sin \frac{s\pi}{D} z J_n \left(\frac{r}{a} \kappa'_{nm} \right) \left\{ \begin{array}{l} -\sin n\phi \cdot \sin \alpha_\nu \pi \cdot \sin (k_\nu \xi - \alpha_\nu \pi) \\ -\cos n\phi \cdot \frac{n}{\alpha_\nu} \cdot \sin \alpha_\nu \pi \cdot \cos (k_\nu \xi - \alpha_\nu \pi) \end{array} \right.$$

$$E_\phi = -\frac{2\alpha_\nu^2 \cdot k_0^2 \cdot P_\nu \cdot D \cdot a}{\pi} \sin \frac{s\pi}{D} z J_n' \left(\frac{r}{a} \kappa'_{nm} \right) \left\{ \begin{array}{l} \cos n\phi \cdot \sin \alpha_\nu \pi \cdot \sin (k_\nu \xi - \alpha_\nu \pi) \\ -\sin n\phi \cdot \frac{n}{\alpha_\nu} \cdot \sin \alpha_\nu \pi \cdot \cos (k_\nu \xi - \alpha_\nu \pi) \end{array} \right.$$

При $n=0, s=1,2,\dots$ $E_z = E_r = H_\phi = 0$

$$\text{При } t \leq \frac{2\pi}{\Omega}, \quad q_\nu = \frac{4R_0 \cdot Q \cdot J_1 \left(\kappa'_{om} \frac{R_0}{a} \right) \sin \frac{s\pi}{2}}{D \cdot a^2 \cdot \alpha_\nu^2 \cdot J_0^2(\kappa'_{om})}$$

$$E_\phi = -\frac{q_\nu}{\pi} \cdot J_1 \left(\kappa'_{om} \frac{r}{a} \right) \sin \frac{s\pi}{D} z (1 - \cos k_\nu \xi)$$

$$H_r = -\frac{s \cdot q_\nu}{D \cdot k_0} J_1 \left(\kappa'_{om} \frac{r}{a} \right) \cos \frac{s\pi}{D} z (k_0 \xi - \frac{1}{\alpha_\nu} \cdot \sin k_\nu \xi)$$

$$H_z = \frac{\kappa'_{om}}{\pi \cdot a \cdot k_0} J_0 \left(\kappa'_{om} \frac{r}{a} \right) \sin \frac{s\pi}{D} z (k_0 \xi - \frac{1}{\alpha_\nu} \sin k_\nu \xi)$$

$$t \geq \frac{2\pi}{\Omega} : E_{\phi} = -\frac{2q_{\nu}}{\pi} \cdot J_1\left(\kappa'_{om} \frac{r}{a}\right) \sin \frac{s\pi}{D} z \sin(\alpha_{\nu}\pi) \sin(k_{\nu}\xi - \alpha_{\nu}\pi)$$

$$H_r = -\frac{2s \cdot q_{\nu}}{D \cdot k_0} \cdot J_1\left(\kappa'_{om} \frac{r}{a}\right) \cos \frac{s\pi}{D} z \left[\pi - \frac{1}{\alpha_{\nu}} \sin \alpha_{\nu}\pi \cdot \cos(k_{\nu}\xi - \alpha_{\nu}\pi) \right]$$

$$H_z = \frac{2\kappa'_{om}}{\pi \cdot a \cdot k_0} J_0\left(\kappa'_{om} \frac{r}{a}\right) \sin \frac{s\pi}{D} z \left[\pi - \frac{1}{\alpha_{\nu}} \sin \alpha_{\nu}\pi \cdot \cos(k_{\nu}\xi - \alpha_{\nu}\pi) \right].$$

Наконец, для потенциальной части электрического поля: при $s=0$ и любом n $E_r = E_{\phi} = E_z = 0$. При $t \leq \frac{2\pi}{\Omega}$ и $n, s = 1, 2, 3, \dots$

$$\tilde{P}_{\lambda} = \frac{8Q \sin\left(-\frac{s\pi}{2}\right) J_n\left(\frac{R_0}{a} \kappa_{nm}\right)}{D \cdot a^2 k_0^2 \cdot \alpha_{\lambda}^2 \cdot J_n^2(\kappa_{nm})} \quad /16/$$

$$E_r = -\frac{\kappa_{nm} \tilde{P}_{\lambda}}{\pi \cdot a \cdot n} \cdot J_n\left(\frac{r}{a} \kappa_{nm}\right) \sin \frac{s\pi}{D} z \begin{cases} \cos n\phi \cdot \sin n k_0 \xi \\ \sin n\phi (1 - \cos n k_0 \xi) \end{cases}$$

$$E_{\phi} = -\frac{\tilde{P}_{\lambda}}{\pi \cdot r} \cdot J_n\left(\kappa_{nm} \frac{r}{a}\right) \sin \frac{s\pi}{D} z \begin{cases} -\sin n\phi \cdot \sin n k_0 \xi \\ \cos n\phi (1 - \cos n k_0 \xi) \end{cases}$$

$$E_z = -\frac{s \tilde{P}_{\lambda}}{D n} J_n\left(\kappa_{nm} \frac{r}{a}\right) \cos \frac{s\pi}{D} z \begin{cases} \cos n\phi \cdot \sin n k_0 \xi \\ \sin n\phi (1 - \cos n k_0 \xi) \end{cases}$$

при $n=0, s=1, 2, 3, \dots$ $E_{\phi} = 0$

$$E_r = \frac{4Q \cdot \kappa_{om} \cdot J_0\left(\kappa_{om} \frac{R_0}{a}\right) \sin \frac{s\pi}{2} J_1\left(\kappa_{om} \frac{r}{a}\right) \sin \frac{s\pi}{D} z}{\pi \cdot a^3 \cdot D \cdot k_0 \cdot \alpha_{\lambda}^2 \cdot J_1^2(\kappa_{om})} \cdot k_0 \xi$$

$$E_z = -\frac{4Q \cdot s \cdot J_0\left(\kappa_{om} \frac{R_0}{a}\right) \sin \frac{s\pi}{2} J_1\left(\kappa_{om} \frac{r}{a}\right) \cos \frac{s\pi}{D} z}{D^2 \cdot a^2 \cdot k_0^2 \cdot \alpha_{\lambda}^2 \cdot J_1^2(\kappa_{om})} \cdot k_0 \xi.$$

При $t \geq \frac{2\pi}{\Omega}$ потенциальное поле азимутально, т.е. при $n \neq 0$ $E_r = E_{\phi} = E_z = 0$ при любых s . Остается случай $n=0, s=1, 2, 3, \dots$ для которого $E_{\phi}=0, E_r$ и E_z отличаются от двух последних формул заменой множителя $k_0 \xi$ на 2π .

Приложение 2

Обозначим $\zeta_{nm} = \kappa_{nm} \frac{R_0}{a}, \zeta'_{nm} = \frac{\kappa'_{nm} R_0}{a}, S' = \frac{8Q}{D a^2 k_0}$,

$$\chi = \pi - \phi_0$$

$$H_z^{(0)} = -S' \cdot \sum_{n, \ell, m=1} \frac{R_0 \kappa'_{nm}{}^3 \cdot J_n'(\zeta'_{nm}) J_n(\zeta'_{nm}) \sin \alpha_{\nu} \pi}{\pi \cdot a \cdot \alpha_{\nu}^2 (\alpha_{\nu}^2 - n^2) (\kappa_{nm}^2 - n^2) J_n^2(\kappa'_{nm})} \times$$

$$\times \{ (\alpha_{\nu} + n) \cos [(\alpha_{\nu} - n)\phi - \alpha_{\nu} \chi] + (\alpha_{\nu} - n) \cos [(\alpha_{\nu} + n)\phi - \alpha_{\nu} \chi] \} +$$

$$+ S' \sum_{\ell, m=1} \frac{-R_0 \cdot \kappa'_{nm} \cdot J_1(\zeta'_{om}) \sin \alpha_{\nu} \pi \cdot J_0(\zeta'_{om})}{\pi \cdot a \cdot \alpha_{\nu}^3 \cdot J_0^2(\kappa'_{om})} \cdot \cos(\alpha_{\nu} \phi - \alpha_{\nu} \chi).$$

$$H_z^{(1)} = -S' \cdot \sum_{n, \ell, m=1} \frac{R_0 \cdot \kappa'_{nm}{}^4 \cdot J_n^2(\zeta'_{nm}) \sin \alpha_{\nu} \pi}{\pi \cdot a^2 \alpha_{\nu}^2 (\alpha_{\nu}^2 - n^2) (\kappa_{nm}^2 - n^2) J_n^2(\kappa'_{nm})} \times$$

$$\times \{ (\alpha_{\nu} + n) \cos [(\alpha_{\nu} - n)\phi - \alpha_{\nu} \chi] + (\alpha_{\nu} - n) \cos [(\alpha_{\nu} + n)\phi - \alpha_{\nu} \chi] \} +$$

$$+ S' \sum_{\ell, m=1} \frac{R_0 \cdot \kappa'_{om}{}^2 \cdot J_1^2(\zeta'_{om}) \sin \alpha_{\nu} \pi}{\pi \cdot a^2 \cdot \alpha_{\nu}^3 \cdot J_0^2(\kappa'_{om})} \cdot \cos(\alpha_{\nu} \phi - \alpha_{\nu} \chi)$$

$$H_r^{(0)} = 0$$

$$\begin{aligned}
H_r^{(1)} = & -S' \sum_{n,\ell,m=1} \frac{a^2 \cdot \pi \cdot (2\ell - 1)^2 n^2 J_n^2(\zeta_{nm}) \sin a_\lambda \pi}{D^2 R_0 \cdot a_\lambda^3 (a_\lambda^2 - n^2) J_n^2(\kappa_{nm}) \cdot \kappa_{nm}^2} \times \\
& \times \{ (a_\lambda + n) \cos[(a_\lambda - n)\phi - a_\lambda \chi] + (a_\lambda - n) \cos[(a_\lambda + n)\phi - a_\lambda \chi] \} + \\
& + S' \sum_{n,\ell,m=1} \frac{-R_0 \cdot \pi \cdot (2\ell - 1)^2 \cdot \kappa_{nm}^2 \cdot J_n^2(\zeta'_{nm}) \sin a_\nu \pi}{D^2 a_\nu^2 (a_\nu^2 - n^2) (\kappa_{nm}'^2 - n^2) \cdot J_n^2(\kappa'_{nm})} \times \\
& \times \{ (a_\nu + n) \cos[(a_\nu - n)\phi - a_\nu \chi] + (a_\nu - n) \cos[(a_\nu + n)\phi - a_\nu \chi] \} + \\
& + S' \sum_{\ell,m=1} \frac{-R_0 \pi \cdot (2\ell - 1)^2 \cdot J_1^2(\zeta'_{om}) \sin a_\nu \pi}{D^2 \cdot a_\nu^3 \cdot J_0^2(\kappa'_{om})} \cos(a_\nu \phi - a_\nu \chi).
\end{aligned}$$

$$E_z^{(0)} = 0$$

$$\begin{aligned}
E_z^{(1)} = & S' \sum_{n,\ell,m=1} \frac{\pi \cdot (2\ell - 1)^2 n J_n^2(\zeta_{nm}) \sin a_\lambda \pi}{D^2 k_0 \cdot a_\lambda^3 (a_\lambda^2 - n^2) J_n^2(\kappa_{nm})} \times \\
& \times \{ (a_\lambda - n) \cos[(a_\lambda + n)\phi - a_\lambda \chi] - (a_\lambda + n) \cos[(a_\lambda - n)\phi - a_\lambda \chi] \}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
E_r^{(0)} = & S' \sum_{n,\ell,m=1} \frac{a \cdot \pi \cdot (2\ell - 1)^2 n J_n(\zeta_{nm}) J_n(\zeta_{nm}) \sin a_\lambda \pi}{D^2 \cdot k_0 \cdot a_\lambda^3 (a_\lambda^2 - n^2) J_n^2(\kappa_{nm}) \cdot \kappa_{nm}} \times \\
& \times \{ (a_\lambda - n) \cos[(a_\lambda + n)\phi - a_\lambda \chi] - (a_\lambda + n) \cos[(a_\lambda - n)\phi - a_\lambda \chi] \} + \\
& + S' \sum_{n,\ell,m=1} \frac{-a k_0 n \cdot \kappa'_{nm} \cdot J_n(\zeta'_{nm}) J_n(\zeta'_{nm}) \sin(a_\nu \pi)}{\pi \cdot a_\nu (a_\nu^2 - n^2) (\kappa_{nm}'^2 - n^2) J_n^2(\kappa'_{nm})} \times \\
& \times \{ (a_\nu + n) \cos[(a_\nu - n)\phi - a_\nu \chi] - (a_\nu - n) \cos[(a_\nu + n)\phi - a_\nu \chi] \}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
E_r^{(1)} = & S' \sum_{n,\ell,m=1} \frac{\pi (2\ell - 1)^2 n J_n(\zeta_{nm}) J_n''(\zeta_{nm}) \sin a_\lambda \pi}{D^2 \cdot k_0 \cdot a_\lambda^3 (a_\lambda^2 - n^2) J_n^2(\kappa_{nm})} \times \\
& \times \{ (a_\lambda - n) \cos[(a_\lambda + n)\phi - a_\lambda \chi] - (a_\lambda + n) \cos[(a_\lambda - n)\phi - a_\lambda \chi] \} + \\
& + S' \sum_{n,\ell,m=1} \frac{-a k_0 n \cdot \kappa'_{nm} \cdot J_n(\zeta'_{nm}) \sin a_\nu \pi}{R_0 \cdot \pi \cdot a_\nu (a_\nu^2 - n^2) (\kappa_{nm}'^2 - n^2) J_n^2(\kappa'_{nm})} \times \\
& \times \{ \zeta'_{nm} J_n(\zeta'_{nm}) - J_n(\zeta'_{nm}) \} \{ (a_\nu + n) \cos[(a_\nu - n)\phi - a_\nu \chi] - \\
& - (a_\nu - n) \cos[(a_\nu + n)\phi - a_\nu \chi] \}
\end{aligned}$$

Во всех формулах

$$a_\lambda = \frac{1}{k_0} \sqrt{\left(\frac{\kappa_{nm}}{a}\right)^2 + \left(\frac{2\ell - 1}{D} \cdot \pi\right)^2}$$

$$a_\nu = \frac{1}{k_0} \sqrt{\left(\frac{\kappa_{nm}'}{a}\right)^2 + \left(\frac{2\ell - 1}{D} \cdot \pi\right)^2}$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Глобенко Ю.Г. ПТЭ, 1971, № 5, с. 38.
2. Гайтлер В. Квантовая теория излучения. ИЛ, М., 1966.
3. Лопухин В.М. Возбуждение электромагнитных колебаний и волн электронными потоками. Гос. издат. технико-теоретич. лит-ры. М., 1953.
4. Бейтман Г., Эрдейи А. Высшие трансцендентные функции. "Наука", М., 1974, т. 1, вып. 2, с. 119-120.
5. Иванов И.Н. и др. Коллективное ускорение ионов. ЭЧАЯ, 1971, т. 1, вып. 2.
6. Казаринов Н.Ю., Перельштейн Э.А., Шевцов В.Ф. ОИЯИ, Р9-10985, Дубна, 1977.

Рукопись поступила в издательский отдел
16 февраля 1979 года.