

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА



Ш-643

2/10-79

P9 - 12055

Г.Д.Ширков

1248/2-79

О НАКОПЛЕНИИ ИОНОВ В ЭЛЕКТРОННЫХ КОЛЬЦАХ

1978

P9 - 12055

Г.Д.Ширков

О НАКОПЛЕНИИ ИОНОВ В ЭЛЕКТРОННЫХ КОЛЬЦАХ

Направлено в ЖТФ

Ширков Г.Д.

P9 - 12055

О накоплении ионов в электронных кольцах

Изучается влияние ион-ионных взаимодействий на процесс накопления ионов в электронных кольцах. Показано, что ион-ионные взаимодействия играют существенную роль только при накоплении ионов легких элементов. Найдены приближенные формулы для определения среднего заряда и общего числа ионов при накоплении средних и тяжелых ионов в пучках переменного объема. Произведен расчет накопления ионов аргона, криптона и ксенона из остаточного газа в течение времени сжатия электронных колец в ускорителе тяжелых ионов ОИЯИ.

Работа выполнена в Отделе новых методов ускорения ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1978

Shirkov G.D. et

P9 - 12055

Accumulation Ions in Electron Rings

The influence of ion-ion interaction on the process of accumulation ions in electron rings is studied. It is shown that the part of ion-ion interaction is essential at accumulating ions of light elements. The approximate formulas for definition of the average ion charge and the total number of ions have been found for the accumulation of middle and heavy ions in the beams of variable volume. The accumulation of argon, krypton and xenon ions from the residual gas during the compression of electron rings in JINR heavy ion accelerator has been calculated.

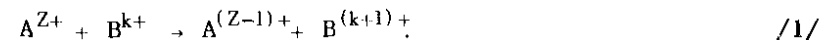
The investigation has been performed at the Department of New Acceleration Methods, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1978

Накопление ионов в электронных кольцах рассматривалось в работах^{/1-7/}. В первых работах^{/1-6/} все расчеты выполнены без учета ион-ионных столкновений. В^{/7/} непосредственными расчетами показано, что при загрузке электронных колец ионами легких элементов ион-ионные взаимодействия играют существенную роль. В настоящей работе исследуется влияние ион-ионных неупругих столкновений при накоплении средних и тяжелых ионов. Вычисляется общее число ионов N , их средний заряд \bar{Z} и дисперсия ионов по зарядам D . В некоторых случаях удается получить аналитические выражения для определения N и \bar{Z} в электронных пучках переменного объема.

Ион-ионные столкновения

В электронных пучках ионы, рождаясь на разных расстояниях от центра сечения пучка, совершают колебания в кулоновском поле электронов. При плотности электронов $n_e \sim 10^{12} - 10^{13} \text{ см}^{-3}$, в зависимости от массы и заряда, ионы имеют среднюю скорость колебаний $v \sim 10^7 - 10^8 \text{ см} \cdot \text{с}^{-1}$. При этих энергиях наибольшую величину имеет сечение перезарядки:



В конкретных расчетах по накоплению ионов необходимо учитывать также двойную перезарядку^{/7/}. В этом случае возможна автоионизация одного из ионов, которая приводит к увеличению среднего заряда в пучке. Перезарядке ионов при указанных энергиях посвящено большое количество теоретических и экспериментальных работ. Достаточно полная библиография по дан-

ному вопросу приведена, например, в обзоре^{/8/}. В настоящее время экспериментально определены сечения только для перезарядки относительно малозарядных ионов на нейтральных атомах. При расчетах требуются сечения перезарядки ионов всех зарядностей, присутствующих в пучке. В последние годы развит ряд теоретических подходов к вычислению сечений перезарядки. Все теории в конечном итоге имеют целью однозначное определение сечения ион-ионных столкновений в зависимости от параметров взаимодействующих ионов. В задачу данной работы не входит подробный анализ различных моделей неупругих ион-ионных взаимодействий. Рассмотрим только основные особенности полученных результатов.

Нас интересуют те области энергий, где сечения перезарядки слабо зависят от скорости ионов и имеют максимальные значения. Поэтому, для простоты, не будем останавливаться на зависимости сечений от скорости сталкивающихся ионов. Вообще говоря, при данных энергиях электрон при перезарядке может переходить на возбужденные уровни иона, и сечения переходов на каждый из уровней должны зависеть от соответствующих квантовых чисел^{/9-14/}. Полное сечение перезарядки^{/1/} в области максимума определяется обычно через заряд иона $A-Z$ и потенциал ионизации иона $B-I_k$ /для двухэлектронной перезарядки $I_k + I_{k+1}$ /. Поэтому в общем виде можно записать:

$$\sigma = A_1 Z^a I_k^{-\beta} \quad /2/$$

Здесь и далее I_k берется в атомных единицах.

Различные расчеты дают значения параметров в пределах: $1 \leq a \leq 2$; $1,5 \leq \beta \leq 2$ ^{/9-13, 15, 16/}. Краткое обсуждение теоретических результатов содержится в^{/17/}. Анализ экспериментов по перезарядке нейтралов на ионах с $2 \leq Z \leq 8$ дает значения^{/18/} $A_1 = 1,57 \pm 0,84 \cdot 10^{-16} \text{ см}^2$; $a = 1,17 \pm 0,09$; $\beta = 2,76 \pm 0,19$ для одноэлектронной перезарядки и $A_2 = 1,04 \pm 0,91 \cdot 10^{-16} \text{ см}^2$; $a = 0,71 \pm 0,14$; $\beta = 2,80 \pm 0,32$ для двухэлектронной перезарядки.

Вклад ион-ионных взаимодействий в процесс накопления ионов в электронных кольцах определяется отношением характерных времен столкновений^{/1/}:

$$\lambda = \frac{N_e \sigma v}{N_e \sigma_e c} \quad /3/$$

Здесь N_e - число электронов в пучке, σ_e - сечение электронной ионизации, c - скорость света. С учетом оже-ионизации^{/6/} сечение σ_e можно оценить по несколько видоизмененной формуле из работы^{/19/}:

$$\sigma_e^k = \pi r_e^2 n \frac{m c^2}{I_k} f_n \left(\frac{m c^2 \gamma}{I_k} \right) \quad /4/$$

Здесь n - число электронов в оболочке атома, в которой находится k -й электрон; r_e и m - классический радиус электрона и его масса; γ - релятивистский фактор электрона в кольце /в сформированном кольце, как правило $\gamma = 20 \div 40$ /. Средняя скорость ионов определена в работе^{/7/}: $v = \frac{4}{3\pi} \sqrt{\frac{N_e \cdot m c^2 \bar{Z}}{\pi R \cdot A M}}$,

где R - большой радиус кольца электронов, M - масса нуклона A - массовое число иона. Обычно в ускорителях тяжелых ионов $R = 3-4 \text{ см}$, $N_e = 10^{13}$. Накопление ионов идет до $N/N_e \leq 0,5 \bar{Z}$. Для средних и тяжелых элементов $\bar{Z}/A \approx 0,1$. Полагая для кольца со средним зарядом ионов \bar{Z} $k = \bar{Z}$, получим:

$$\gamma = \bar{Z}^{a-1} I_{\bar{Z}}^{1-\beta} n^{-1} \quad /5/$$

Для указанных зарядностей ионов $n = 8 \div 32$, и Z/I_k медленно падает с увеличением Z , причем при $Z/A = 0,1$ $Z/I_k \approx 1$. Существующие теоретические и экспериментальные данные дают $a \leq \beta$. Это приводит к тому, что перезарядка влияет только на накопление ионов легких атомов, у которых n мало. При накоплении ионов тяжелых элементов с высокими зарядностями $\lambda \ll 1$ и ион-ионные взаимодействия не оказывают существенного влияния на общую картину.

При изучении ион-ионных взаимодействий в электронных пучках важно учитывать кулоновский барьер двух одноименно

заряженных ионов. Так, если заряд велик, кинетической энергии ионов может не хватить на то, чтобы они сблизилась на необходимое для перезарядки расстояние. Средняя кинетическая энергия иона с зарядом Z в равномерно заряженном электронном пучке с линейной плотностью n_e есть ^{/20/}

$$E = Zn_e r_e m c^2 / 4.$$

При $n_e \sim 10^{12} \text{ см}^{-1}$ собственный кулоновский барьер будет препятствовать перезарядке в случае $a = \beta = 1,5$ для двух ионов U с $Z > 64$, для Xe с $Z > 44$, для Kг с $Z > 34$.

Расчет накопления ионов в электронных пучках переменного объема.

Как было показано, при накоплении в электронных пучках ионов средних и тяжелых элементов ион-ионные взаимодействия большой роли не играют. Это значительно упрощает определение среднего заряда \bar{Z} и числа ионов N . В некоторых случаях задача решается аналитически. Точное решение имеет система дифференциальных уравнений, описывающая накопление ионов в электронном кольце постоянного размера ^{/2/}. При создании и эксплуатации коллективных ускорителей большой интерес представляет накопление ионов в течение формирования электронных колец. При сжатии электронных колец изменение большого радиуса кольца R , как правило, хорошо аппроксимируется одним или несколькими отрезками функции вида $R \sim \exp(-at)$, $R \sim (1+at)^{-1}$ ^{/21-23/}. При этом без учета самофокусировки объем кольца $V \sim R^3$.

Общее количество ионов N в релятивистском электронном пучке переменного объема без учета ион-ионных взаимодействий определяется из следующей системы уравнений:

$$\frac{dn}{dt} = \frac{S\bar{u}}{V} (n_0 - n_1) - \frac{\sigma_1 N_e c n_1}{V}, \quad /6/$$

$$\frac{dN}{dt} = \sigma_1 N_e c n_1, \quad /7/$$

где n_1 и n_0 - плотность нейтралов в пучке и вне его; S - площадь поверхности пучка; $\bar{u} = u_T / \sqrt{6\pi}$ ^{/7/} - среднее значение компоненты скорости нейтралов, нормальной к поверхности пучка; u_T - тепловая скорость нейтральных атомов; $\sigma_i = \sum_i \sigma_{0i}$, σ_{0i} - сечение i -кратной ионизации нейтральных атомов релятивистскими электронами.

Пусть $V = V_0 (1+at)^{-3}$, $S = S_0 (1+at)^{-2}$ и в начальный момент $t=0$, $V=V_0$, $S=S_0$, $n_1 = n_1^0$, $N=N^0$. Тогда интеграл уравнения /6/ имеет вид

$$n_1 = \frac{n_0 a_1 e^{-x^2}}{b} \int_0^x e^{x^2} dx + e^{x_0^2 - x^2} \left(n_1^0 - \frac{n_0 a_1 e^{-x_0^2}}{b} \int_0^{x_0} e^{x^2} dx \right). \quad /8/$$

Здесь введены обозначения:

$$a_1 = S_0 \bar{u} / \sigma_1 N_e c, \quad b = a V_0 / S_0 \bar{u},$$

$$x = \frac{(1+at) + a_1^2}{2a_1 b}, \quad x_0 = \frac{1 + a_1^2}{2a_1 b}.$$

Для нахождения интегралов в /8/ можно пользоваться таблицами, например ^{/24/}. Во многих конкретных задачах $x^2 - x_0^2 \gg 1$. Тогда

$$n_1 = n_0 a_1^2 / ((1+at)^2 + a_1^2).$$

В этом случае решение уравнения /7/ записывается следующим образом:

$$N = \frac{V_0}{a_1 b} \left(\text{arctg} \frac{(1+at)}{a_1} - \text{arctg} \frac{1}{a_1} \right) + N^0. \quad /9/$$

Рассмотрим изменение общего заряда ионов в пучке:

$$\frac{dI}{dt} = \frac{d(N\bar{Z})}{dt} = \left(\sigma_1' n_1 + \sum_i \frac{\sigma_i N_i}{V} \right) N_e c. \quad /10/$$

Здесь N_i - число ионов зарядности i , $\sigma_1' = \sum_i i \sigma_{0i}$, а $\sigma_i = \sum_{k>i} (k-i) \sigma_{ik}$, где σ_{ik} - сечение $(k-i)$ -кратной

электронной ионизации иона с зарядом i . Численные расчеты показывают, что обычно при накоплении в пучке присутствуют ионы всего нескольких зарядностей ^{/1-3, 5-7/}. Сечения ионизации средних и особенно тяжелых ионов мало меняются в пределах одной электронной оболочки ^{/6/}. Это позволяет при расчете ионизации с изменением \bar{Z} в пределах одной электронной оболочки данного атома написать приближенное уравнение

$$\frac{dI}{dt} \approx (\sigma_{i-1} n_i + \frac{\sigma N}{V}) N_e c, \quad /11/$$

где σ - среднее значение σ_i для данной электронной оболочки.

Используя /7/ и /9/ и начальные условия $t=0, I=I_0=N^0 \bar{Z}_0$, можно найти зависимость \bar{Z} от времени:

$$\bar{Z} \approx \frac{N^0 \bar{Z}_0}{N} + (1 - \frac{N^0}{N}) (\frac{\sigma_1'}{\sigma_1} - \frac{1}{4} \frac{\sigma a_1}{\sigma_1 b}) + \frac{1}{4ab} ((1+at)^4 - \frac{N^0}{N}) + \frac{n_0 V_0}{12Nab^2} (3a_1 at - (1+at)^3 + 1), \quad a = S_0 \bar{u} / \sigma N_e c. \quad /12/$$

Оценка времени Δt , которое требуется для полной ионизации электронной оболочки, по формуле /12/ дает:

$$\Delta t = ((4abk)^{1/4} - 1) / a,$$

где k - число электронов на данной оболочке.

Расчет накопления ионов Ar, Kr и Xe.

В качестве примера приведем расчет накопления ионов Ar, Kr и Xe из остаточного газа при сжатии кольца электронов в ускорителе тяжелых ионов ОИЯИ. Для сравнения расчеты проводились с учетом ион-ионных перезарядок, без учета ион-ионных перезарядок и по формулам /9/ и /12/. Сечение однократной перезарядки использовалось в виде /2/, двойной - в виде $\sigma = A_2 Z^\alpha (I_k + I_{k+1})^{-\beta}$. Большое различие теоретически рассчитанных сечений между собой и с полученными в эксперимен-

тах не дало возможности остановиться на какой-либо одной модели ион-ионных перезарядок. Поэтому расчеты были проведены для двух случаев: 1/ $a=1, \beta=2$; 2/ $a=\beta=1,5$. Коэффициенты A_1 и A_2 выбирались в соответствии с экспериментом ^{/8/}. В расчетах использовались полные сечения электронной ионизации, получившиеся от сложения сечений оже-ионизации из работы ^{/6/} с сечениями прямой ионизации из работы ^{/25/}. Сечения двойной ионизации были взяты из ^{/25/}. Потенциалы ионизации ионов всех зарядностей приведены в ^{/26/}. Объем кольца V и площадь поверхности S во всех случаях аппроксимировались в двух временных областях функциями:

$$V = 4100 (1 + 2500t)^{-3} \text{ см}^3, \quad S = 3400 (1 + 2500t)^{-2} \text{ см}^2, \quad 0 \leq t \leq 0,0012 \text{ с}$$

$$V = 64 (1 + 2000(t - 0,0012))^{-3} \text{ см}^3, \quad S = 210 (1 + 2000(t - 0,0012))^{-2} \text{ см}^2,$$

$$0,0012 \text{ с} \leq t \leq 0,0023 \text{ с}.$$

Это соответствует, примерно, начальному радиусу $R_{\max} = 35$ см и конечному $R_{\min} = 3,5$ см. Общее время сжатия $t = 2,3$ мс. Число электронов $N_e = 10^{13}$. Давление остаточного газа принималось для Ar - $4 \cdot 10^{-8}$ Тор, Kr - $2 \cdot 10^{-8}$ Тор и Xe - 10^{-8} Тор. Результаты расчетов приведены в таблице. Значения $N_{1i}, \bar{Z}_{1i}, D_{1i}$ и $N_{2i}, \bar{Z}_{2i}, D_{2i}$ соответствуют расчетам с учетом ион-ионных столкновений с сечениями 1/ и 2/ соответственно.

Таблица

Число ионов, средний заряд и дисперсия ионов по зарядам при накоплении ионов Ar, Kr и Xe из остаточного газа.

	N_{1i} $\times 10^{11}$	N_{2i} $\times 10^{11}$	N $\times 10^{11}$	N_A $\times 10^{11}$	\bar{Z}_{1i}	\bar{Z}_{2i}	\bar{Z}	\bar{Z}_A	D_{1i}	D_{2i}	D
Ar	8,87	8,94	8,82	8,77	6,71	7,13	6,49	6,50	1,21	1,04	1,77
Kr	5,48	5,50	5,12	5,06	11,08	11,29	11,18	10,56	3,30	2,50	3,69
Xe	3,77	3,77	3,63	3,59	16,06	16,30	16,07	15,45	8,58	6,26	8,85

Для вычислений использовалась система дифференциальных уравнений из /7/. N , \bar{Z} и D определены без учета ион-ионных процессов, N_A и \bar{Z}_A - по формулам /9/ и /12/. Численные расчеты подтверждают, что вклад ион-ионных взаимодействий в процесс накопления средних и тяжелых ионов в электронных кольцах мал. Перезарядка заметно уменьшает дисперсию ионов по зарядам, в особенности для Ag. Формулы /9/ и /12/ имеют вполне удовлетворительную точность, что позволяет в практической работе не проводить громоздкие вычисления на ЭВМ.

В заключение автор благодарит Э.А.Перельштейна за постоянную помощь в работе, а также В.С.Александрова за ценные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Иванович М.Л., Фикс М.М. АЭ, 1970, 6, с. 429; ОИЯИ, Р9-4849, Дубна, 1969.
2. Георге В. и др. ОИЯИ, Р9-6555, Дубна, 1972.
3. Дроздовский А.А. Препринт ИТЭФ-100, М., 1973.
4. Иванович М.Л. и др. ОИЯИ, Р9-8119, Дубна, 1974.
5. Леман Д. и др. ОИЯИ, 9-10744, Дубна, 1977.
6. Salop A. Phys.Rev., 1973, A8, p. 3032; 1974, A9, p. 2496.
7. Перельштейн Э.А., Ширков Г.Д. ОИЯИ, Р9-11412, Дубна, 1978.
8. Salzborn E. IEEE Trans. NS-23, 1976, 2, p. 947.
9. Пресняков Л.П., Шевелько В.П. Препринт ФИАН, 94, 1974.
10. Пресняков Л.П., Уланцев А.Д. Квантовая электроника, 1974, 11, с. 2377.
11. Пресняков Л.П., Шевелько В.П. Препринт ФИАН, 71, 1977.
12. Чибисов М.И. Письма в ЖЭТФ, 1976, 24, с. 56.
13. Grozdanov T.P., Janev R.K. Phys.Rev., 1978, A19, p. 880.
14. Winter H., Bloemen E., de Heer F.J. J.Phys. B: Atom. Molec.Phys., 1977, vol. 10, No. 12, p. 1453; No. 10, p. 1599.
15. Salop A., Olson R.E. Phys.Rev., 1976, A13, p. 1312.
16. Olson R.E., Salop A. Phys.Rev., 1976, A14, p. 579.
17. Абрамов В.А. и др. ЖЭТФ, 1978, 74, с. 897.
18. Müller A., Salzborn E. Phys.Lett., 1977, 62A, p. 391.
19. Grynsinski M. Phys.Rev., 1965, 138A, p. 336.
20. Laslett L.J. ERAN-218, Berkeley, California, 1973.
21. Саранцев В.П., Перельштейн Э.А. Физика плазмы. 1977, 3, с. 449.
22. Барабаш Л.С. и др. ОИЯИ, Р9-11776, Дубна, 1978.

23. Andelfinger C. et al. MPI f. Plasmaphysik, IPP-0/30, 1976.
24. Карпов К.А. Таблицы функции $\omega(Z) = e^{-Z^2} \int_0^Z e^{x^2} dx$ в комплексной области. Изд. АН СССР, М., 1954.
25. Зибера Х.-У. и др. ОИЯИ, Р9-10197, Дубна, 1976.
26. Carlson T.A. et al. Atomic Data, 1970, 2, p. 63.

Рукопись поступила в издательский отдел
1 декабря 1978 года.