

И-81

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА



5654 / 2-78

25/11-78

P9 - 11897

А.Ш.Иркегулов, Э.И.Уразаков, А.Б.Швачка

РАДИАЦИОННЫЕ ПОТЕРИ ЭНЕРГИИ
РЕЛЯТИВИСТСКОГО КОЛЬЦЕВОГО СГУСТКА
И СИЛА РАДИАЦИОННОГО ТОРМОЖЕНИЯ,
ДЕЙСТВУЮЩАЯ НА НЕГО
ПРИ ДВИЖЕНИИ В УСКОРИТЕЛЬНОМ ТРАКТЕ
С РАЗРЫВАМИ ВОЛНОВОДОВ

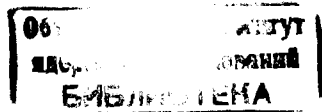
1978

P9 - 11897

А.Ш.Иркегулов, Э.И.Уразаков, А.Б.Швачка

РАДИАЦИОННЫЕ ПОТЕРИ ЭНЕРГИИ
РЕЛЯТИВИСТСКОГО КОЛЬЦЕВОГО СГУСТКА
И СИЛА РАДИАЦИОННОГО ТОРМОЖЕНИЯ.
ДЕЙСТВУЮЩАЯ НА НЕГО
ПРИ ДВИЖЕНИИ В УСКОРИТЕЛЬНОМ ТРАКТЕ
С РАЗРЫВАМИ ВОЛНОВОДОВ

*Направлено на VI Всесоюзное совещание
по ускорителям заряженных частиц /Дубна, 1978/*



Иркегулов А.Ш., Уразаков Э.И., Швачка А.Б. P9 - 11897

Радиационные потери энергии релятивистского кольцевого сгустка и сила радиационного торможения, действующая на него при движении в ускорительном тракте с разрывами волноводов

Рассчитаны плотность потока энергии излучения и радиационная сила, действующая на релятивистский кольцевой сгусток с j_ϕ -током, который движется в ускорительном канале, образованном полубесконечными коаксиальными волноводами. Показано, что радиационная сила является знакопеременной функцией γ , что приводит к осцилляциям скорости движения сгустка. Для ускорительного тракта конкретной конфигурации проведен численный расчет на ЭВМ плотности потока энергии и радиационной силы, действующей на сгусток.

Работа выполнена в Лаборатории вычислительной техники и автоматизации ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1978

Irkegulov A.Sh., Urazakov E.I., Shvachka A.B. P9 - 11897

The Radiative Energy Losses and the Radiative Force, Acting on the Ring Bunch Moving with the Relativistic Velocity along the Accelerating Channel with the Interruption of Waveguides

The density of energy flux and radiative force acting on the ring bunch with j_ϕ -current, moving with relativistic velocity along the accelerating channel, formed by the semiinfinite coaxial waveguides are calculated. It is shown that the radiative force is the alternating function of γ . The oscillation of bunch speed along the axis of the waveguide system is found. The density of energy flux and radiative force, acting on the bunch, for specific configuration of accelerating system has been calculated via the computer.

The investigation has been performed at the Laboratory of Computing Techniques and Automation, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1978

Рассчитаны плотность потока энергии излучения и радиационная сила, действующая на релятивистский кольцевой сгусток с j_ϕ -током, который движется в ускорительном канале, образованном полубесконечными коаксиальными волноводами. Показано, что радиационная сила \bar{F}_2 является знакопеременной функцией γ , что приводит к осцилляциям скорости движения сгустка вдоль оси волноводной системы. Для конкретной конфигурации ускорительного тракта проведен численный расчет на ЭВМ плотности потока энергии и радиационной силы, действующей на сгусток. Предполагается, что кольцевой сгусток сохраняет свою форму и линейные размеры при движении. Вопросы создания таких сгустков и поддержания их формы в данной работе не рассматриваются.

Продольная скорость релятивистских сгустков в коллективных ускорителях ^{1,2/} определяется радиационными силами и силами, действующими на сгусток при пролете неоднородностей ускорительного тракта. Кроме того, излучение может играть существенную роль при движении сгустка в электронных ускорителях ^{3/}. В работах ^{4,5/} вычислены полные потери движущегося пучка частиц на излучение, а также исследовано автоускорение протяженного электронного сгустка в резонаторе и найдено распределение силы реакции излучения по длине сгустка.

В настоящей работе вычислены плотность потока энергии \bar{S}_2 и радиационная сила \bar{F}_2 , действующая на кольцевой ток, движущийся в ускорительном тракте с разрывами волноводов.

Рассмотрим два варианта ускорительного тракта, представляющего собой круглую трубу радиуса a с коаксиально вложенными в нее трубами радиусов d_1 и d_2 , причем $d_1 < d_2 < a$ (см.рис.1). Кольцевой сгусток движется вдоль оси ускорительного тракта (ось z). Скорость сгустка $u = \beta c$. При движении вдоль оси системы сгусток последовательно находится в одной из трех пространственных областей волноводной системы (см.рис.1). В силу эффекта Доплера волны, испускаемые источником, будут иметь различную частоту до и после пролета сгустком концов волноводов. При этом происходит разделение излученных волн по частотам и возникает переходное излучение, которое имеет место также в случае пролета постоянных зарядов и токов

мимо разрывов волноводов. Поэтому целесообразно рассмотреть возбуждение волноводной системы сосредоточенным источником отдельно для каждой из трех пространственных областей.

Так как для покоящегося ступка системы координат ступка и волновода совпадают, то волны, рассеянные концами волноводов, имеют ту же частоту, что и ток кольцевого источника. Поля, возбуждаемые ступком, зависят от расположения ступка относительно разрывов волноводов ^{/6/}.

Для нахождения величин \vec{S}_z и \vec{F}_z необходимо решить краевую задачу о возбуждении волноводной системы кольцевым током. Решение указанной задачи в Фурье - представлении найдено в работе ^{/7/}. Используя методику и результаты, полученные в ^{/6,7/} вычислим Фурье-компоненту (Ф.к.) магнитного инварианта $[r, \theta m]$. Зная $[r, \theta m]$, найдем Ф.к. составляющих электрического и магнитного полей, возбужденных источником. Прделаав обратное преобразование Фурье по продольному волновому вектору w , найдем $[r, \theta m(z, k)]$ в координатном представлении. Величина $[r, \theta m(z, k)]$ существенно зависит от положения ступка в волноводной системе. Например, в области 3 волноводной системы, приведенной на рис. 1 а,

$$[r, \theta m(z, k)] = \sum \frac{A_1(z) (d_1, a_2)_+}{(d_1, a_2)_+ N(d_1, d_2)_-} \text{EXP} \{-i w_i (z - z_2)\} \Lambda$$

$$\Lambda = \sum \frac{A_2(z) (d_1, a_2)_+ \text{EXP}[-i z_2 (k - \beta w) (\beta) + i z_2 (k - \beta w) (\beta) - (k - \beta w) (\beta) (z - z_2)]}{[k_s + w_i] (d_1, a_2)_+ N(d_1, d_2)_+ \{i [\gamma (k - \beta w) - k_u] - \epsilon\}}$$

Здесь i, s - индексы рассеянной и падающей (испущенной ступком) волн соответственно.

$$N(a, \beta)_\pm = v(a, \beta) (a, \beta)_\mp \{a [(a, \beta)^2 + 4(\pi v a)^2] w\}^{-1/2}$$

где v - корень уравнения $(a, \beta) = 0$; $(a, \beta)_\pm$ - обозначение для функций Бесселя и их комбинаций, факторизованных по методу Винера-Хопфа-Фока ^{/6/}; $w = \sqrt{k^2 - v^2}$, $\omega = kc$,

γ - релятивистский фактор.

Для нахождения выражений для электрического и магнитного полей во временном представлении вычислим Ф.к. плотности тока движущегося кольцевого ступка в системе координат, связанной с волноводом. Согласно ^{/6/} Ф.к. плотности тока источника $j_\lambda(w, k)$ области $z < z_2$ (см. рис. 1а) вычисляется по формуле

$$j_\lambda(w, k) = \frac{1}{c \sqrt{2\pi}} \frac{\text{EXP}(-i w z_2)}{\{i [\gamma (k - \beta w) - k_u] + \epsilon\}} j \left(\frac{k - \gamma k_u}{\beta \gamma} \right) \text{EXP} [i z_2 \left(\frac{\gamma k - k_u}{\beta \gamma} \right)] \quad (2)$$

Здесь $\epsilon > 0$ - малая положительная величина, показывающая, что единственный полюс Ф.к. плотностей тока находится в верхней (в.п.п.) для j_λ и в нижней (н.п.п.) для j_n полуплоскостях комплексного переменного k . В системе координат, связанной с волноводом, Ф.к. плотности тока зависят от частоты возбуждения $k_u = k_u c$ - частота колебаний источника в системе ступка.

$j \left(\frac{k - \gamma k_u}{\beta \gamma} \right)$ - Ф.к. плотности тока ступка, вычисленная в связанной с ним системе координат при $w_u = \frac{k - \gamma k_u}{\beta \gamma}$.

Вычисление компонент полей в t - представлении с учетом этого полюса приводит к тому, что Ф.к. тока j_λ определяет поля излучения до пролета ступком точки разрыва, j_n - поля после пролета разрыва волновода. В области между разрывами поля излучения формируются посредством обеих Ф.к. плотностей токов. Поля волн, излученных концом волновода z_2 до пролета ступка, найдем по формуле обратного преобразования Фурье магнитного инварианта $[r, \theta m(z, t)]$

$$[r, \theta m(z, t)] = \frac{1}{c \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} dk \text{EXP} \{-i k c t\} [r, \theta m(z, k)]$$

с помощью теории вычетов.

При $ct < \frac{z_2}{\beta} - \frac{\ell}{\beta \gamma} + R$, где ℓ - длина ступка в собственной системе, $R = |z - z_2|$ (z - точка измерения излученного поля), замыкаем контур интегрирования в в.п.п. полуокружностью бесконечно большого радиуса. До пролета ступком точки z_2 ($\beta > 0$) выполняются соотношения

$$\left. \begin{aligned} j_\lambda(w_n) &= \gamma^{-1} j(w_{nu}) \text{EXP}(-i k_n c t) \\ j_n(-w_k) &= 0 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} w_{nu} &= \sqrt{k_u^2 - v_n^2}, \\ k_n &= \gamma (k_u + \beta w_{nu}), \\ w_n &= \gamma (\beta k_u + w_{nu}). \end{aligned}$$

Излучение вызывает волны, испущенные источником вперед, при $k_u = 0$ - статические поля в области перед источником.

Поля излучения после пролета ступком точки z_1 находим по той же формуле обратного преобразования Фурье магнитного инварианта при $ct > \frac{z_2}{\beta} + \frac{\ell}{\beta \gamma} + R$. (Контур интегрирования замыкаем в н.п.п. комплексного переменного w полуокружностью большого радиуса $w \rightarrow \infty$). После пролета разрыва

волновода имеем

$$j_{\Lambda}(w_n) = \begin{cases} \gamma^{-1} j(-w_{nu}) \exp(-ik_u ct) & \text{при } w_n > 0 \\ 0 & \text{при } w_n < 0 \end{cases}$$

В этом случае на конец волновода падают волны, испущенные сгустком против направления движения. Эти волны перемещаются с групповой скоростью, меньшей скорости движения сгустка.

При $k_u = 0$ излучение вызывает статические поля, возбужденные в области за источником $z < z_{ист}$. Кроме этого, после пролета сгустка выполняется равенство

$$j_n(-w_k) = \begin{cases} \gamma^{-1} j(-w_{ku}) e^{-ik_k ct} & \text{при } w_k > 0 \\ 0 & \text{при } w_k < 0 \end{cases}$$

$$w_{ku} = \sqrt{k_u^2 - w_k^2}, \quad w_k = \gamma(w_{ku} - \beta k_u), \quad k_k = \gamma(k_u - \beta w_{ku}).$$

От движущегося сгустка на конец трубы, расположенной справа (см. рис. 1 б), падают волны, распространяющиеся в обратном направлении с групповой скоростью, большей скорости движения кольцевого тока; при $k_u = 0$ таких волн нет. Отметим, что при $\beta < 0$ роль j_{Λ} играет j_n и наоборот, при этом картина рассеяния инвертируется относительно оси z .

Во время пролета сгустка между концами z_1 и z_2 волноводов при условии $\frac{z_2}{\beta} - \frac{c}{\beta\gamma} + R < ct < \frac{z_1}{\beta} + \frac{c}{\beta\gamma} + R$ и с учетом того, что

$$j_{ep} = \frac{1}{c\sqrt{\epsilon}} j \left(\frac{k - \gamma k_u}{\gamma\beta} \right) \left\{ \frac{\exp[iz_1(\frac{\gamma k - k_u}{\gamma\beta} - w)]}{\{i[\gamma(k - \beta w) - k_u] + \epsilon\}} - \frac{\exp[iz_2(\frac{\gamma k - k_u}{\gamma\beta} - w)]}{\{i[\gamma(k - \beta w) - k_u] - \epsilon\}} \right\} \quad (3)$$

вычисление полей производим, замыкая контур интегрирования в н.п.п. для первого члена и в в.п.п. комплексного переменного для второго члена формулы (3).

Например, в области 2 системы I (см. рис. 1а) поля определяются инвариантом

$$[r, \theta_m(z, t)] = \sum \frac{(d_1, z_1)(d_2, a_2) +}{(d_1, a_2) + N(d_1, d_2)} \text{EXP}\{-i w_i(z - z_2)\} \Lambda, \quad (4)$$

$$\Lambda = \sum \frac{(d_1, b_1)(d_2, a_2) \text{EXP}\{-i z_2 \gamma(N_{su} + \beta k_u) + w_{ku} z_0 - \frac{w_{ku}^2}{2\gamma} - cct \gamma(k_u + \beta w_{us})\}}{\gamma [w_0 + N_i](d_1, a_2) - N(d_1, d_2) +}$$

Зная выражения типа (4), получаем усредненные по времени значения плотностей потока энергии \bar{S}_z и продольной радиационной силы \bar{F}_z , действующей на сгусток $^{1/6}$. Выражения \bar{S}_z, \bar{F}_z

определяются по формулам

$$\bar{S}_z = \sum_i k_i w_i \overline{[r, \theta_m(z, t)] [r, \theta_m(z, t)]^*}, \quad (5)$$

$$\bar{F}_z = \frac{1}{c} \int j_{ep}^*(r, z, t) H_r(r, z, t) dV \quad (6)$$

(интеграл берется по всему объему сгустка, знак $*$ - знак комплексного сопряжения). Здесь $k_i = \gamma(k_u - \beta w_{ki}), w_i = \gamma(w_{ki} - \beta k_u)$. Необходимо отметить, что среднее значение \bar{F}_z отлично от нуля при $w_u = w_0, w_k = \pm w_0 \mp (\pm \frac{w_{ku}}{\gamma\beta})$, где w_u, w_0 - продольные волновые векторы волн, излученных источником и концом волновода соответственно. По этим формулам на ЭВМ БЭСМ-6 проведены численные расчеты величин \bar{S}_z (см. рис. 1а, область 2) и \bar{F}_z (см. рис. 1б, область 4) при определенных значениях параметров волновода и сгустка: $a = 8, d_1 = 2, d_2 = 2, 4, z_2 = 12, z_1 = 33, \beta_0 = 2, 2, k_u = 11, \alpha = \frac{2k_u c}{\gamma} = 20, I + 10^{-6} < \gamma < 10^4, z = 1; 20, \gamma = 2, 2$. Результаты численных расчетов приведены на рис. 2, 3.

Плотность потока энергии \bar{S}_z убывает с ростом γ при больших значениях γ . Величина \bar{S}_z увеличивается с ростом поперечного размера пространственной области. Начиная с некоторого значения $\gamma = \gamma_0 > 1$ (величина γ_0 зависит от расположения источника в волноводной системе) величина \bar{S}_z меняет знак. Это объясняется следующим. В выражение \bar{S}_z входит сумма $\sum k_i w_i$. Каждый член этой суммы пропорционален $\phi = w_{ku} k_u (1 + \beta^2) - \beta (w_{ku}^2 + k_u^2)$. При $0 < \beta \leq \frac{w_{ku}}{k_u}$ $\phi > 0$. При $\frac{w_{ku}}{k_u} < \beta < 1$ $\phi < 0$.

Величина радиационной силы \bar{F}_z также уменьшается с ростом γ ($\gamma \gg 1$), причем \bar{F}_z является знакопеременной функцией γ (см. рис. 3), что приводит к осцилляциям скорости движения сгустка вдоль оси z . Можно выделить области значений γ , где имеет место "автоускорение" кольцевого сгустка, пересекающего разрывы волноводной системы.

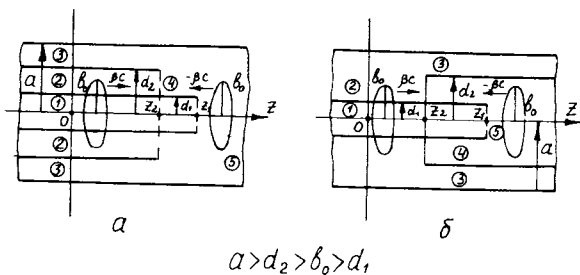


Рис. 1. Схемы ускорительных трактов.

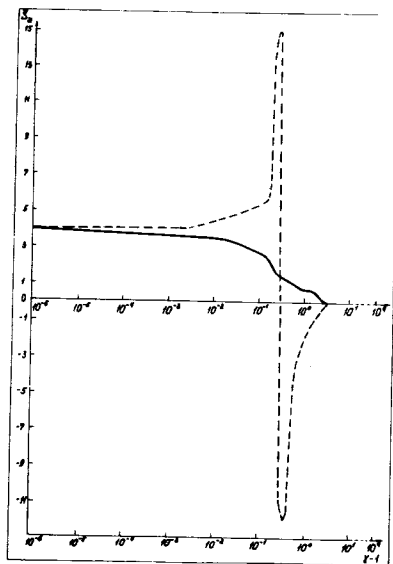


Рис. 2. Поток электромагнитной энергии, рассеянной концом волновода Z_2 , как функция скорости сгустка. Пунктирная кривая соответствует $\beta < 0$, сплошная — $\beta > 0$ для случая системы, показанной на рис.1а, обл.2.

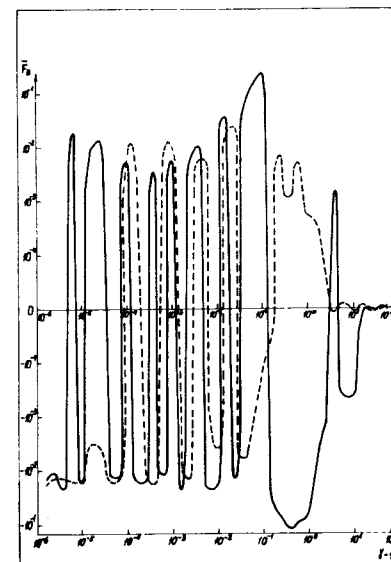


Рис. 3. Продольная радиационная сила, действующая на кольцевой сгусток, как функция скорости сгустка. Пунктирная кривая соответствует $\beta < 0$, сплошная — $\beta > 0$ для случая системы, показанной на рис.1б, обл.4.

ЛИТЕРАТУРА

1. Иванов И.Н. и др. ЭЧАЯ, т.1, вып.2, стр.393, 1971.
2. Павлов В.С., Уразаков Э.И., Лобанова В.П. ЖТФ, 1978, т.48, вып.2, стр.334.
3. Алиханян А.И. и др. Труды VII Международной конференции по ускорителям, т.2, стр.103, изд.АН Арм.ССР, Ереван, 1970.
4. Воскресенский Г.В., Курдюмов В.Н. ЖТФ, 1971, т.41, вып.10, стр.2103.
5. Воскресенский Г.В., Курдюмов В.Н. Труды РИ АН СССР, № 19, стр.46 1974.

6. Игушкин Л.П., Уразаков Э.И. Цилиндрические электромагнитные поля и плазменные ступки, вып. I,II,III. Изд. НИИЯФ МГУ, Москва, 1969.
7. Молотков В.В., Уразаков Э.И. Радиотехника и электроника, 1976, т.21, вып.5, стр.963.

Рукопись поступила в издательский отдел
19 сентября 1978 года.