

С 3450

T-19

5658 / 2-78

СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА



25/10-78

P9 - 11808

Н.И.Тарантин

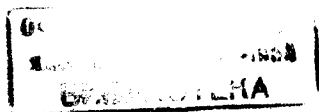
НОВАЯ ФОРМА КОЭФФИЦИЕНТОВ
ЛИНЕЙНОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ
ПУЧКА ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ
В МАГНИТНОМ КВАДРУПОЛЬНОМ ЭЛЕМЕНТЕ.
Часть I. Собирающая плоскость

1978

P9 - 11808

Н.И.Тарантин

НОВАЯ ФОРМА КОЭФФИЦИЕНТОВ
ЛИНЕЙНОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ
ПУЧКА ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ
В МАГНИТНОМ КВАДРУПОЛЬНОМ ЭЛЕМЕНТЕ.
Часть I. Собирающая плоскость



Тарантин Н.И.

P9 - 11808

Новая форма коэффициентов линейного преобразования пучка заряженных частиц в магнитном квадрупольном элементе.
Часть 1. Собирающая плоскость

В линейном приближении рассмотрено движение заряженных частиц в поле квадрупольного магнита с использованием нового метода, заключающегося в сопряжении двух частных решений уравнения траектории частицы, определяемых соответственно начальными и конечными координатами частицы, и введении новых параметров. Получена новая, более простая форма коэффициентов линейного преобразования пучка частиц, более удобных для проведения расчетов. Найдены приемы графического определения параметров магнитного квадрупольного элемента и коэффициентов линейного преобразования, существенно облегчающие поиск необходимых значений параметров. Эти значения могут быть использованы непосредственно или как хорошее приближение для дальнейшего уточнения на ЭВМ. В этой части рассмотрено преобразование в главной собирающей плоскости.

Работа выполнена в Лаборатории ядерных реакций ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1978

Tarantin N.I.

P9 - 11808

New Form of Coefficients for Linear Transformation of the Charged Particle Beam in the Magnet Quadrupole Element. Part I. The Converging Plane

In linear approximation the motion of charged particles in a quadrupole magnet field is considered. A new method is used in which two particular solutions for the particle trajectory equation are joined, determined with initial and final particle coordinates, and new parameters are introduced. A new simpler form of the linear transformations coefficient has been obtained. Some methods of graphical determination of parameters of a magnetic quadrupole element and of linear transformation coefficient are found. These values could be used directly or as a good approximation for further calculations. This paper deals with the problem of transformation in the principal converging plane of the quadrupole magnet.

The investigation has been performed at the Laboratory of Nuclear Reactions, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1978

1. ВВЕДЕНИЕ

Для формирования и анализа пучков заряженных частиц в настоящее время широко используются дипольные и квадрупольные магниты. Поиск параметров таких магнитов и расчет их оптического действия представляет собой достаточно сложную и громоздкую математическую задачу. Решение этой задачи оказывается непроспективным даже при использовании электронной вычислительной машины, поскольку успешная работа последней во многом зависит от того, насколько близки взятые начальные параметры системы к истинным. Поэтому не случайно, что в литературе обсуждаются различные приемы, направленные на упрощение методики расчетов как дипольных, так и квадрупольных магнитов. В частности, ряд полезных методов, упрощающих расчет оптического действия квадрупольного магнита или системы из квадрупольных магнитов, можно найти в статьях^{/1-8/}.

В работах^{/9/} был развит новый подход к решению задачи преобразования пучка заряженных частиц дипольным магнитом. В результате систематизации преобразований и применения дополнительных параметров, характеризующих действие дипольного магнита в этом подходе, был получен набор коэффициентов линейного преобразования пучка заряженных частиц, существенно более простых по форме и более систематизированных, чем обычно применяемые. В работах^{/9/} были разработаны приемы графического определения относительных положений источника и приемника в магнитном дипольном элементе, а также коэффициентов линейного преобразования пучка частиц в радиальном и аксиальном сечениях.

В настоящей работе подход, развитый в статьях /9/, применен для рассмотрения в линейном приближении преобразований пучка частиц, производимых квадрупольным магнитом. В результате получена новая, более простая форма коэффициентов линейного преобразования; найдены приемы графического определения положений источника и приемника для заданного квадрупольного магнита и графического определения коэффициентов линейного преобразования пучка заряженных частиц.

Точность получаемых при этом решений определяется точностью графического построения, и она может быть достаточно высокой, чтобы использовать найденное решение непосредственно или как хорошее приближение для дальнейшего рассмотрения и уточнения с помощью численных методов.

2. УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ ЗАРЯЖЕННОЙ ЧАСТИЦЫ В МАГНИТНОМ КВАДРУПОЛЬНОМ ПОЛЕ

Траектории заряженной частицы в главной собирающей плоскости $/z=0/$ магнитного квадрупольного элемента представлены на рис. 1. Под магнитным квадрупольным элементом подразумевается собственно квадрупольный магнит Q и два участка без магнитного поля: от входной границы до источника /реального, мнимого или виртуального/ и от границы до приемника /реального или виртуального/. На рис. 1 приведены также используемые ниже обозначения, стрелками указано положительное направление отсчета указанных величин. Направление оси x в поле квадрупольного магнита совпадает с направлением движения частицы.

Эффективная длина протяженности поля квадрупольного магнита, определяемая положениями эффективных входной и выходной границ квадрупольного магнита, дается соотношениями

$$L_0(y) = \frac{1}{Gy} \int_{-\infty}^{\infty} B_z(x) dx \quad \text{и} \quad L_0(z) = \frac{1}{Gz} \int_{-\infty}^{\infty} B_y(x) dx, \quad /1/$$

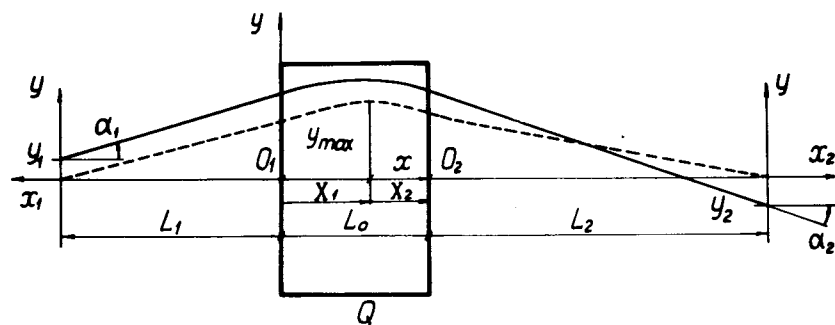


Рис.1. Траектории заряженной частицы в главной собирающей плоскости $/z=0/$ магнитного квадрупольного элемента. Штриховая кривая - траектория, характеризующая преобразование типа "проектор".

где $B_x(x)$ и $B_y(x)$ - указанные компоненты магнитного поля соответственно в главной собирающей $/z=0/$ и главной рассеивающей $/y=0/$ плоскостях, G - градиент магнитного поля.

$$B_y(y=0, z) = Gz \quad \text{и} \quad B_z(y, z=0) = Gy. \quad /2/$$

Предполагается, что входная и выходная эффективные границы поля квадрупольного магнита плоские и перпендикулярные к оси магнита, т.е. $L_0(y) = L_0(z) = L_0 = \text{const}$.

Уравнения движения заряженной частицы в поле квадрупольного магнита в правосторонней системе координат xyz имеют общий вид:

$$\frac{d}{dt}(m\dot{y}) = - \frac{eB_z \dot{x}}{c}, \quad /3a/$$

$$\frac{d}{dt}(m\dot{z}) = \frac{eB_y \dot{x}}{c}, \quad /3b/$$

где m и e - масса и заряд частицы, c - скорость света в вакууме.

Подставив в уравнения /3/ компоненты поля /2/ и заменив производные по времени производными по координате x , получим с точностью до первого порядка малых величин уравнения траектории частицы

$$y'' - k^2 y = 0 \quad \text{и} \quad /4a/$$

$$z'' + k^2 z = 0, \quad /4б/$$

где $k = \sqrt{\frac{eG}{cmv}}$. При выводе уравнений /4/ было допущено, что $\dot{y}/\dot{x} \ll 1$ и $\dot{z}/\dot{x} \ll 1$, и учтено, что абсолютная величина полной скорости частицы в магнитном поле не меняется: $|\dot{v}| = 0$. Заметим, что из условий получения линейной формы уравнений траектории частицы /4/ в квадрупольном магнитном поле не вытекает требование малости величин y и z . Этим /4/ отличается от линейной формы уравнения траектории частицы в магнитном дипольном поле, для которого требование малости относительной радиальной координаты $\rho = (r - R_0)/R_0 \ll 1$ следует из условий линеаризации. Однако изменение величин y и z в квадрупольном поле не должно сопровождаться нарушением условий $y' \ll 1$ и $z' \ll 1$.

3. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ТРАЕКТОРИИ ЗАРЯЖЕННОЙ ЧАСТИЦЫ В СОБИРАЮЩЕЙ ПЛОСКОСТИ МАГНИТНОГО КВАДРУПОЛЬНОГО ЭЛЕМЕНТА

Одно из частных решений уравнения /4а/ можно определить, исходя из граничных условий при входе частицы в магнитное поле. Эти условия легко получаются из рассмотрения прямолинейного движения частицы от источника до входной эффективной границы. В линейном приближении по малой величине α_1

$$y_{1b} = y_1 + \alpha_1 L_1 \quad \text{и} \quad y'_{1b} = \alpha_1, \quad /5/$$

где L_1 - расстояние от входной границы до источника, y_1 - координата точки выхода частицы из источника,

α_1 - проекция угла наклона рассматриваемой траектории частицы к оси магнита на главную собирающую плоскость xy , $|\alpha| \ll 1$.

Частное решение уравнения /4а/, удовлетворяющее условиям /5/, имеет вид:

$$y_1(x) = (y_1 + \alpha_1 L_1) \cos kx + \frac{\alpha_1}{k} \sin kx. \quad /6/$$

Найдем другое частное решение, представляющее траекторию частицы, приходящей на приемник в точку с координатой y_2 и под углом α_2 . Граничные условия при выходе частицы из магнитного поля в этом случае могут быть записаны аналогично условиям /5/ на входной границе:

$$y_{2b} = y_2 - \alpha_2 L_2 \quad \text{и} \quad y'_{2b} = \alpha_2, \quad /7/$$

где L_2 - расстояние от выходной эффективной границы до приемника, $|\alpha_2| \ll 1$. Решение уравнения /4а/ с граничными условиями /7/ есть

$$y_2(x) = (y_2 - \alpha_2 L_2) \cos k(L_0 - x) - \frac{\alpha_2}{k} \sin k(L_0 - x). \quad /8/$$

Для того, чтобы выразить выходные координаты частицы y_2 и α_2 через входные y_1 и α_1 , продолжим траекторию /6/ траекторией /8/. Из механики движения материального тела в поле сил известно, что траектория тела однозначно определяется его скоростью и положением в какой-либо момент времени. Поэтому, чтобы продолжить траекторию $y_1(x)$ траекторией $y_2(x)$, достаточно положить

$$y_1(X_1) = y_2(X_1) \quad \text{и} \quad y'_1(X_1) = y'_2(X_1), \quad /9/$$

где X_1 - произвольное значение x , $y'(x) = \dot{y}/\dot{x}$ в линейном приближении.

Представим y_2 и α_2 в виде разложения в ряд по степеням y_1 и α_1 и ограничимся линейными членами. Чтобы линейное представление имело смысл приближенного значения истинного результата, члены разложения по

степеням y_1 и a_1 должны убывать, т.е. коэффициенты при степенных членах должны быть конечны, а параметры разложения должны быть меньше единицы. По отношению к a_1 последнее требование выполнено. По отношению к второму параметру это можно сделать, выразив y_i в величинах, например, $L_0/\eta_i = y_i/L_0/$ и потребовав, чтобы $y_i \ll L_0$, поскольку значения y не должны выходить за апертуру квадрупольного магнита, которая, как правило, меньше его длины. При этом величины L_i , связанные с y_i соотношениями /5/ и /7/, удобнее также выразить через $L_0/\ell_i = L_i/L_0/$. Тогда линейные части разложений в ряды

$$\eta_2 = H_\eta \eta_1 + H_a a_1 \quad \text{и} \quad a_2 = A_\eta \eta_1 + A_a a_1, \quad /10/$$

где заглавными буквами греческого алфавита обозначены постоянные коэффициенты разложения одноименной переменной, приобретут смысл первых приближений.

Подставим /6/, /8/ и /10/ в равенства /9/ и приравняем коэффициенты при y_1 и a_1 в левой и правой частях равенств /9/. В результате получим две системы уравнений, определяющих H_η, H_a, A_η и A_a . Например, первая система для H_η и A_η имеет вид:

$$c_1 = c_2 H_\eta - (\ell_2 c_2 + s_2/\kappa) A_\eta, \quad /11/$$

$$-\kappa s_1 = \kappa s_2 H_\eta + (-\kappa \ell_2 s_2 + c_2) A_\eta,$$

где $\kappa = kL_0$, $s_i = \text{sink}X_i$, $c_i = \text{cosk}X_i$, $i = 1, 2$, $X_2 = L_0 - X_1$. Решения этих систем уравнений даны ниже:

$$H_\eta = c_1(-\kappa \ell_2 s_2 + c_2) - \kappa s_1(\ell_2 c_2 + s_2/\kappa) = c - \kappa \ell_2 s,$$

$$A_\eta = -\kappa(s_1 c_2 + c_1 c_2) = -\kappa s, \quad /12/$$

$$H_a = (\ell_1 s_1 + s_1/\kappa)(-\kappa \ell_2 s_2 + c_2) +$$

$$+ (-\kappa \ell_1 s_1 + c_1)(\ell_2 c_2 + s_2/\kappa) = (\ell_1 + \ell_2) c +$$

$$+ (\frac{1}{\kappa} - \kappa \ell_1 \ell_2) s,$$

$$A_a = (-\kappa \ell_1 s_1 + c_1) c_2 - (\ell_1 c_1 + s_1/\kappa) \kappa s_2 = c - \kappa \ell_1 s,$$

где $s = \text{sink}L_0$, $c = \text{cosk}L_0$.

Детерминант матрицы преобразования /10/, элементы которой выражаются формулами /12/, равен единице: $H_\eta A_a - A_\eta H_a = 1$. Это находится в согласии с общим законом оптики - теоремой Лиувилля.

Коэффициенты /12/ определяют координату и угол наклона траектории частицы в любой произвольно выбранной плоскости через координату и угол наклона траектории в плоскости $x_1 = L_1$.

Рассмотрим практически важные случаи преобразования пучка заряженных частиц магнитным квадрупольным элементом, которые по аналогии с действием световых приборов называют "зажигательным стеклом" / $H_\eta = 0$ /, "телескопом" / $A_\eta = 0$ /, "проектором" / $H_a = 0$ / и "конденсором" / $A_a = 0$ /. Как следует из формы записи коэффициентов /12/, каждый из трех коэффициентов, H_η , H_a и A_a , может быть обращен в нуль двумя способами. Например, H_a равняется нулю при выполнении первых или вторых двух условий:

$$-\kappa \ell_1 s_1 + c_1 = 0 \quad \text{и} \quad -\kappa \ell_2 s_2 + c_2 = 0, \quad /13/$$

$$\ell_1 c_1 + s_1/\kappa = 0 \quad \text{и} \quad \ell_2 c_2 + s_2/\kappa = 0. \quad /14/$$

При выполнении условий /13/ траектории частиц, характеризующие рассматриваемый тип преобразований /в данном случае преобразование типа "проектор"/, параллельны оси x в точке $x = X_1$, как это показано на рис. 1 для траектории с начальными и конечными условиями $y_1 = y_2 = 0$. При выполнении условия /14/ в точке $x = X_1$ имеет место пересечение траекторий, характерных для преобразования рассматриваемого типа. Условием /13/ или /14/ выделяется координата $x = X_1$, которая до сих пор была не определена. Заметим, что вариант /14/ условий обращения в нуль коэффициентов H_η, H_a

и A_a может быть формально сведен к варианту /13/, осуществляемому при другом значении $x=X_1$, в силу периодичности решений /6/ и /8/. Поэтому в настоящей работе вариант условий /14/ отдельно не рассматривается.

Преобразование типа "телескоп" / $A_\eta=0$ / в магнитном квадрупольном элементе, как следует из /12/, может быть осуществлено только при условии типа /14/. Условию типа /13/ отвечает $s_1=s_2=0$, означающее отсутствие квадрупольного магнита / $L_0=0$ /.

Коэффициенты линейного преобразования, выраженные через параметры X_1 и $X_2=L_0-X_1$, для различных типов трансформации пучка заряженных частиц представлены в таблице 1. Там же указаны условия, необходимые для осуществления заданного типа преобразования. Значения параметров, определяющих условия и коэффициенты преобразования, заключены в следующих пределах:

$$-\infty < \ell_i < \infty, \quad \frac{\pi}{2} \leq kX < \infty, \quad i = 1, 2.$$

Отрицательное значение kX_i означает, что отсчет X_i ведется в противоположном движении частицы направлению.

Каждое из рассмотренных четырех типов преобразований имеет свое назначение и условие применения. Преобразования типа "зажигательное стекло" и "проектор" применяются, чтобы создать перетяжку пучка частиц $|\eta_2|_{\max} \ll |\ell_2| |a_2|_{\max}$, преобразования типа "телескоп" и "конденсор" имеют противоположное назначение - сформировать параллельный на выходе пучок $\ell_2 |a_2|_{\max} \ll |\eta_2|_{\max}$. С другой стороны, "зажигательное стекло" и "телескоп" используются, когда $|\eta_1|_{\max} \gg \ell_1 |a_1|_{\max}$, а "проектор" и "конденсор", когда $\ell_1 |a_1|_{\max} \gg |\eta_1|_{\max}$. Если последние условия выполняются, то из полученных решений /6/ и /8/ и требований к параметрам квадрупольного элемента относительно просто получаем значения максимальных отклонений траекторий частиц от оси квадрупольного магнита для каждого из этих четырех типов преобразований пучка частиц в магнитном квадрупольном элементе. Максималь-

Таблица

Условия и коэффициенты линейного преобразования пучка заряженных частиц магнитным квадрупольным элементом в собирающей плоскости

Тип и условия осуществления преобразования	Коэффициенты			
	H_η	A_η	H_a	A_a
Зажигательное стекло $s_1=0, \kappa \ell_2 = \text{ctg} \kappa$	0	$-\kappa s = -\frac{c}{\ell_2}$	$\frac{1}{\kappa s} = \frac{\ell_2}{c}$	$c(1 - \frac{\ell_1}{\ell_2})$
Телескоп $s_1 = c, s_2 = 0$	-1	0	$-(\ell_1 + \ell_2)$	-1
Проектор $\kappa \ell_1 = \text{ctg} \kappa X_i, \kappa(X_1 + X_2) = \kappa$ $i = 1, 2$	$-\frac{s_1}{s_2} = -\frac{\ell_2 c_1}{\ell_1 c_2}$	$-\kappa s$	0	$-\frac{s_2}{s_1} = -\frac{\ell_1 c_2}{\ell_2 c_1}$
Конденсор $\kappa \ell_1 = \text{ctg} \kappa, s_2 = 0$	$-\kappa s = -\frac{\ell_2}{\ell_1}$	$-\kappa s = -\frac{c}{\ell_1}$	$\frac{1}{\kappa s} = \frac{\ell_1}{c}$	0

ное отклонение заряженной частицы η_{\max} в собирающей плоскости выражается следующим образом: для преобразований типа “зажигательное стекло” и “телескоп” $\eta_{\max} \approx |\eta_1|_{\max}$, для преобразования типа “проектор” $\eta_{\max} \approx \ell_1 |a_1|_{\max} / c_1$ при $\ell_i > 0, i = 1$ и $2, \eta_{\max} \approx -\ell_1 |a_1|_{\max}$ при $\ell_1 < 0$ и $\eta_{\max} \approx \ell_1 c_2 |a_1|_{\max} / c_1$ при $\ell_2 < 0$, для преобразования типа “конденсор” $\eta_{\max} \approx \ell_1 |a_1|_{\max} / c$. Заметим, что на *рис. 1* неосновная для преобразования типа “проектор” траектория $/y_1 \neq 0/$ взята для обеспечения большей ясности чертежа с нарушением условия $\ell_1 |a_1|_{\max} \gg |\eta_1|_{\max}$. По той же причине для основной траектории не соблюдены требования $y_1 \ll L_0$ и $a_1 \ll 1$. Поэтому *рис. 1* следует рассматривать лишь как схему, не претендующую на представление точного хода траекторий.

Параметры магнитного квадрупольного элемента, определяемые формулами первого столбца *таблицы*, легко находятся путем расчета или с помощью графиков *рис. 2*. На *рис. 2* представлены значения $\kappa \ell_i$ в зависимости от κX_i , построенные по формуле $\kappa \ell_i = \pm \text{ctg} \kappa X_i$, $i = 1, 2$. При заданных значениях, например, параметров магнитного квадрупольного элемента типа “проектор” ℓ_1 и κ значение ℓ_2 находится построением ломаной линии $a''a'b''b'$. При этом $a' = \kappa \ell_1$ и $a''b'' = \kappa$, а точка a откладывается на одной из двух кривых, отмеченных символом $\kappa \ell_1$ в зависимости от знака ℓ_1 . Значение $\kappa \ell_2$ дается ординатой b' точки b , отложенной на кривой, отмеченной символом $\kappa \ell_2$.

Легко видеть, что условие преобразования типа “проектор” при этом построении выполняется:

$$a' = \kappa \ell_1 = \text{ctg} \kappa X_1 = \text{ctg} a'', \quad b' = \kappa \ell_2 = \text{ctg} \kappa X_2 = \text{ctg} b'',$$

$$a'' + b'' = \kappa (X_1 + X_2) = \kappa.$$

Заметим, что построение на *рис. 2* представляет магнитный квадрупольный элемент с $\kappa = 1$, остальные параметры которого даны на *рис. 1*.

Переход от точки a к точке b через значение абсциссы $+\frac{\pi}{2}$ соответствует преобразованию, при кото-

ром траектории частиц пересекают ось магнита в магнитном поле. При больших значениях $\kappa (\kappa > \pi)$ осуществляется многократное пересечение траекторией оси x . Эти случаи преобразования, как не имеющие практического интереса, здесь не представлены.

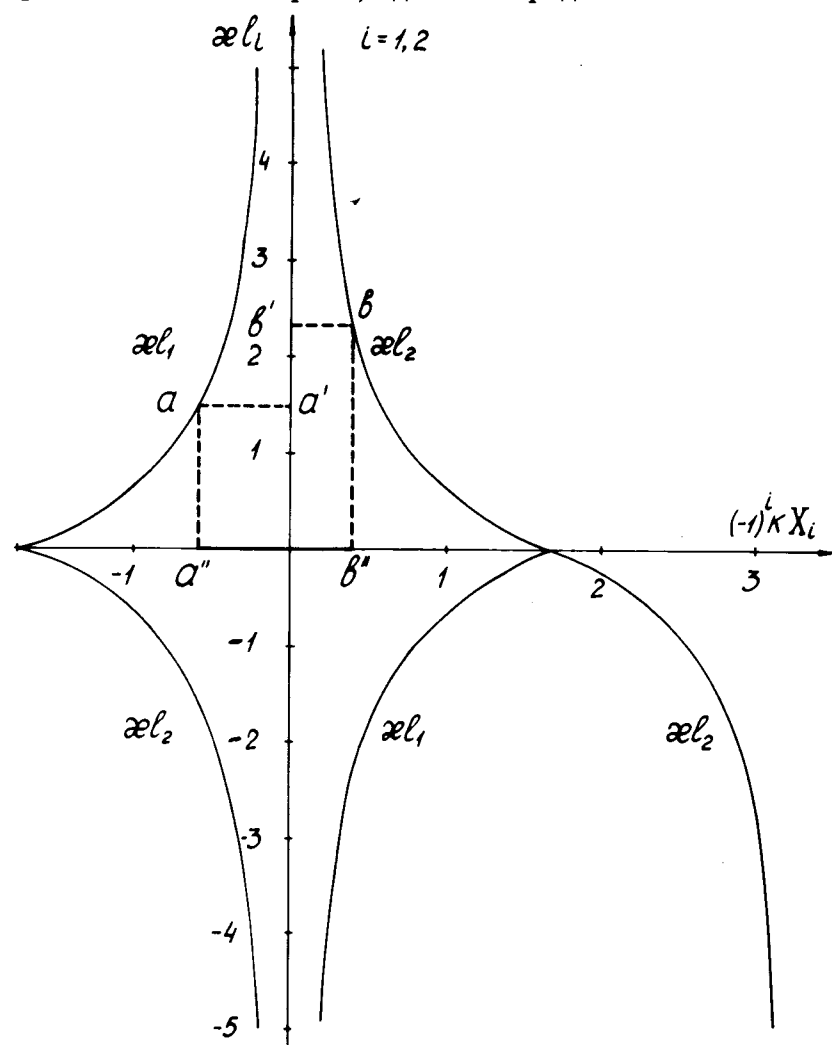


Рис. 2. Первый способ графического определения параметров ℓ_1, ℓ_2 и κ магнитного квадрупольного элемента в собирающей плоскости.

Поиск параметров квадрупольного элемента типа "зажигательное стекло", "телескоп" и "конденсор" осуществляется аналогичным построением соответственно с $\kappa l_1 = \infty$, $\kappa l_1 = \kappa l_2 = \infty$ и $\kappa l_2 = \infty$.

При построениях случай $\kappa = 0$ следует рассматривать не как отсутствие магнитного поля $/k = 0/$, а как отсутствие квадрупольного магнита $/L_0 = 0/$, при этом $l_2 = -l_1$.

Найденная форма условий, необходимых для осуществления рассмотренных преобразований пучка частиц, позволяет применить и другой графический метод, дающий значения непосредственно параметров l_1, l_2, L_0, κ , а также значения коэффициентов линейного преобразования. Этот второй графический прием иллюстрируется рис. 3, на котором дается построение для представленного на рис. 1 и 2 магнитного квадрупольного элемента.

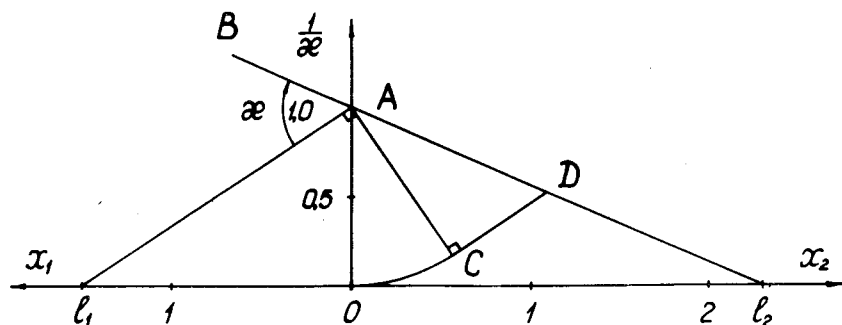


Рис. 3. Второй способ графического определения параметров l_1, l_2, κ и коэффициентов преобразования пучка заряженных частиц в собирающей плоскости магнитного квадрупольного элемента.

$$H_\eta = -\frac{l_2 A}{l_1 A}, \quad A_\eta = -\frac{1}{AD}, \quad A_\alpha = -\frac{l_1 A}{l_2 A}.$$

Метод построения состоит из следующих простых операций. Значение l_1 с учетом знака откладывается на оси x_1 . Из точки l_1 проводится прямая через точку A на оси ординат, отвечающую заданному значению собирающей силы квадрупольного магнита κ . В точ-

ке AB откладывается по направлению часовой стрелки угол $l_1 AB$, равный в радианной мере значению собирающей силы κ . Точка пересечения прямой BA с осью x_2 или с ее отрицательным продолжением - осью x_1 дает значение l_2 при преобразовании типа "проектор".

Правомерность такого построения легко доказывается:

$$\text{ctg} \angle Al_1 O = \kappa l_1 = \text{ctg} k X_1, \quad \angle Al_1 O = k X_1,$$

$$\text{ctg} \angle Al_2 O = \kappa l_2 = \text{ctg} k X_2, \quad \angle Al_2 O = k X_2,$$

$$\angle l_1 AB = \kappa = \angle Al_1 O + \angle Al_2 O = k(X_1 + X_2).$$

Значения линейных коэффициентов преобразования пучка частиц магнитным квадрупольным элементом также определяются из построения:

$$H_\eta = -\frac{s_1}{s_2} = -\frac{l_2 A}{l_1 A}, \quad A_\eta = -\kappa s = -1/AD,$$

$$A_\alpha = -\frac{s_2}{s_1} = \frac{l_1 A}{l_2 A}.$$

/15/

Здесь $l_1 A$ и $l_2 A$ - отрезки прямых, соединяющих соответственно точки l_1 и l_2 с точкой A, причем знаки отрезков определяются знаками l_1 и l_2 . Точка D находится, как это показано на рис. 3, путем следующего построения: в точке A восстанавливается перпендикуляр к $l_1 A$, равный $1/\kappa$, и из точки C восстанавливается перпендикуляр CD до пересечения с $l_2 A$.

Для графических построений при преобразованиях типа "зажигательное стекло" или "конденсор" одно или оба значения l_1 и l_2 берутся в соответствии с типом преобразования бесконечно большими.

Пересечению траекторий частиц в области магнитного поля квадрупольного магнита отвечает прохождение отрезка AB при его повороте через ось ординат.

ЛИТЕРАТУРА

1. Enge H.A. *Rev.Sci. Instr.*, 1959, 30, p.248; 1961, 32, p.662.
2. Knowles H.V. *Nucl. Instr. and Meth.*, 1963, 25, p.29.
3. Миллер В.В. ПТЭ, 1964, №4, с.23.
4. Веников Н.И., Миронов Е.С. ЖТФ, 1964, 34, с. 530.
5. Rاندl T.C. *Nucl.Instr. and Meth.*, 1966, 41, p.319.
6. Майков Е.В., Миллер В.В. ПТЭ, 1967, № 1, с. 34.
7. Resmini F. *Nucl. Instr. and Meth.*, 1969, 68, p.235.
8. Luccio A.U. *Nucl.Instr. and Meth.*, 1970, 80, p.197.
9. Тарантин Н.И. ОИЯИ, Р9-11039, Р9-11040, Р9-11041, Дубна, 1977.

Рукопись поступила в издательский отдел
27 июля 1978 года.