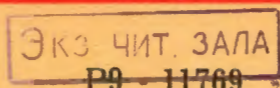


СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА



11769



С.Б.Рубин

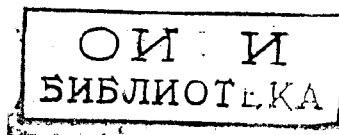
САМОСОГЛАСОВАННОЕ РАССМОТРЕНИЕ
ЗАДАЧИ ОБ УСКОРЕНИИ
В РЕЗОНАТОРЕ ЭЛЕКТРОННОГО СГУСТКА
С БОЛЬШИМ ЗАРЯДОМ

1978

P9 - 11769

С.Б.Рубин

САМОСОГЛАСОВАННОЕ РАССМОТРЕНИЕ
ЗАДАЧИ ОБ УСКОРЕНИИ
В РЕЗОНАТОРЕ ЭЛЕКТРОННОГО СГУСТКА
С БОЛЬШИМ ЗАРЯДОМ



Рубин С.Б.

P9 - 11769

Самосогласованное рассмотрение задачи об ускорении
в резонаторе электронного сгустка с большим зарядом

На примере исследования движения плотного сгустка электронов в резонаторе, в объеме которого "запасено стороннее поле", обсуждается вопрос об энергетическом обеспечении ускорения. В самосогласованной постановке учитывается изменение скорости движения сгустка, возбужденное вторичное и наведенное потенциальное поля. Таким путем прослеживается процесс отбора энергии стороннего поля, расходуемой на изменение кинетической энергии сгустка, возбуждение вторичных волн и "работу (во время переходного режима) против сил потенциального поля".

Для решения задачи использовался классический метод разложения поля. Далее совместно решались численно методом Рунге-Кутты уравнения осцилляторов поля и уравнение движения сгустка.

Расчеты показали возможность устойчивого ускорения в довольно критических условиях, когда запасенная энергия стороннего поля сравнима с энергией электростатического поля сгустка в резонаторе и когда в процессе ускорения трансформируется более 50% запасенной энергии.

Работа выполнена в Отделе новых методов ускорения ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1978

Rubin S.B.

P9 - 11769

Self-Consistent Consideration of the Problem
of Energy Storage for Acceleration in a Resonator
of Big Charge Electron Bunch

The problem of energy storage for acceleration is considered due to the investigation example of the motion of the dense electron bunch in cavity in the volume of which the external field has been stored. This problem is looked upon as self-consistent: the velocity change of the bunch motion, excited secondary and induced potential fields are taken into account. The process of the energy elimination of the external field consumed for the kinematic bunch energy, the excitation of the secondary waves and "the operation (during the transient regime) against the forces of the potential field" are followed. A classical method of the field decomposition has been used. The Runger-Kutta equations of the field oscillators and the bunch motion equation have been jointly calculated.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1978

В связи с повышением интенсивности пучков в ускорителях приходится уделять значительное внимание вопросам влияния собственного поля ускоряемого плотного потока частиц или сгустка с большим суммарным зарядом на сам процесс ускорения. Особо важное значение приобретает вопрос об энергетическом обеспечении ускорения.

Для получения полей, способных ускорять сгусток с очень большим зарядом до релятивистских скоростей, ускорительный тракт должен быть в принципе пространственно неоднородным. При движении сгустка в ускоряющей структуре энергия его возрастает за счет работы внешнего поля, в то же время часть ее теряется на излучение при ускорении и на возбуждение "вторичного поля", т.е. на когерентное излучение токов, наведенных полем движущегося сгустка на неоднородностях структуры*.

В большинстве случаев /см., напр., обзор /1/ / исходным предположением для расчетов вторичного поля является "приближение" заданного тока". Оценки получаются из тех соображений, что прирост энергии сгустка пропорционален его полному заряду, а потери на когерентное излучение - квадрату заряда. Подсчет энергии вторичного поля при заданном законе движения источника не представляет принципиальных затруднений**, однако при таком подходе, который фактически является

*Переходное и черенковское излучение.

** Тем не менее, в большинстве случаев требуется чрезвычайно громоздкая аналитическая и числовая работа.

применением теории возмущений, получаются лишь верхние или нижние оценки необходимого для ускорения запаса энергии. Иногда это может привести к неоправданному ужесточению технически допустимой ситуации.

Проследить подробнее за реальным процессом передачи энергии от стороннего поля к ускоряемому сгустку значительно сложнее. Хотя в основе процесса лежат в теоретическом отношении строгие законы - теорема Умова-Пойнтинга и интеграл энергии уравнения движения, сложность их использования заключается в необходимости задания более или менее физически правдоподобных начальных условий, при которых можно было бы отказаться от применения теории возмущений.

При отборе сгустком энергии стороннего поля, когда количество запасенной энергии его в какой-то мере сравнимо, например, с энергией, заключенной в электростатическом поле сгустка*, стороннее поле изменяется довольно сильно. В формальном отношении это изменение фиксируется в уравнениях Максвелла, следствием которых является теорема Пойнтинга, а физически выражается в частичном "погашении" стороннего поля возникшими вторичными полями. Если бы эти поля, которые назовем "нагрузкой ускоряющей системы", не возникали, то неизменным осталось бы стороннее поле. Поэтому величина нагрузки как бы определяет возможность отбора энергии ускоряемым сгустком из внешнего поля**.

* Ввиду крайнего усложнения задачи невозможно обсуждать здесь поставленные вопросы с учетом тех, которые связаны с перенормировкой масс частиц сгустка, и т.п. Везде рассматривается как целое сгусток, несущий N -кратный заряд электрона и имеющий конечный размер. Соответствующим образом можно подсчитать энергию его электростатического поля и наблюдаемую массу, т.е. предполагается, что масса входящих в сгусток частиц уже как бы перенормирована, а "взаимная электромагнитная масса" не учитывается, см. /2-4/.

** Так, например, при ускорении в периодической структуре существенное взаимодействие с ускоряющей волной возможно, если только фазовая скорость ее совпадает со скоростью сгустка. Но это означает, что одновременно выполнено условие для возникновения черенковского излучения на этой частоте.

При полной постановке задачи, которую назовем "самоогласованной", учитывающей начальные условия, изменение нагрузки и скорости движения сгустка, поле нагрузки в начальный момент должно считаться каким-то образом известным, т.е. заданным отлично от стороннего поля и поля, "несомого самим сгустком".

В работе /5/ на основании классической методики разложения уравнений электродинамики по осцилляторам поля /см. /6,7//, рассматривалась модельная задача о самосогласованном взаимодействии сгустка с резонатором, в котором было запасено ускоряющее поле. Сложность задач подобного рода связана с тремя обстоятельствами.

1/ Необходим набор собственных функций, отвечающих данной структуре. В более или менее реальных случаях эти функции не могут быть получены в аналитическом виде, так что приходится разрабатывать численные способы их определения и хранения соответствующих данных в памяти машины.

2/ Для надежного анализа задачи, особенно в релятивистской области движения, число членов должно быть велико. Это число растет с увеличением релятивистского фактора.

3/ Как было сказано, самосогласованность задачи подразумевает хотя бы более или менее правдоподобную постановку начальных условий, накладываемых в данном случае на осцилляторы поля.

В работе /5/ рассматривался влет сгустка /проникновение через торцевую стенку/ в замкнутый цилиндрический резонатор и использовались соответствующие функции. Так как до момента влета внутренняя область резонатора была экранирована от поля сгустка, то начальные условия осцилляторов поля /кроме одного, который соответствовал возбужденному заранее стороннему полю/ принимались нулевыми. Полная система уравнений была сведена к одному интегродифференциальному уравнению, сложность которого не позволила провести подробного анализа. Получились только поправки к закону движения, т.е. вновь пришлось вернуться к теории возмущений. Однако из строгих соотношений /в пределах данной постановки/ была оценена

пространственная область, из которой в ультрарелятивистском случае сгусток мог бы отбирать энергию стороннего поля. Эта область совпадает с "областью распространения" полей, возбужденных сгустком к моменту вылета его из резонатора. Она определяется следующими неравенствами

$$0 \leq r \leq r_0 + D/\beta, \quad 0 \leq z \leq D, \quad /1/$$

где D - продольный размер резонатора, r_0 - радиус сгустка. Таким образом, в процессе ускорения существенное значение приобретает лишь запас энергии стороннего поля, имеющийся в этой "области взаимодействия", а не общий запас в полном объеме резонатора.

В связи с ограниченностью постановки задачи в^{/5/}, сложностью использования метода разложения в более реалистических постановках, в работе^{/8/} была сделана попытка прямого численного решения уравнений Максвелла совместно с уравнением движения сгустка методом конечных разностей. Снова рассматривался замкнутый /в данном случае коаксиальный/ резонатор с запасенным сторонним полем, в котором, однако, сгусток в виде кольца в начальный момент t_0 находится в покое внутри резонатора, т.е. считалось, что при $t < t_0$ взаимодействие с зарядом было "выключено". Можно показать, что если включить взаимодействие в такой момент t_0 , когда энергия стороннего поля вся сосредоточена в его магнитной компоненте, то при $t > t_0$ полное поле, т.е. статистическое поле сгустка внутри резонатора и стороннее поле оказываются согласованными. Существенно, что способ решения позволяет распространить задачу на более сложные структуры, например, движение через несколько последовательно связанных резонаторов и т.п. Однако сделанные в работе^{/8/} численные расчеты не позволили продвинуться в достаточно интересную в физическом отношении область. При фиксированном запасе энергии стороннего поля с увеличением N /заряда сгустка/ точность решения резко падала.

Чтобы внести ясность в вопрос - является ли причиной этого некорректность в постановке задачи /включе-

ние взаимодействия и т.д./ или недостатки численного метода счета, ниже та же задача, что и в^{/8/}, решалась методом разложения. Однако, в отличие от^{/5/}, оказалось удобным вместо приведения к интегродифференциальному уравнению решать совместную систему дифференциальных уравнений численно на ЭВМ методом Рунге-Кутты. Получаются устойчивые решения /несмотря на большой порядок системы/, которые позволяют рассмотреть физическую ситуацию для значений параметров, превосходящих те предельные результаты, которые приводились в^{/8/}.

Рассматриваем коаксиальный резонатор с идеально проводящими стенками. Размеры резонатора и сгустка следующие: R_2 - внешний радиус резонатора, R_1 - радиус внутренней трубы, D - длина резонатора и трубы. Начало системы координат r, ϕ, z совпадает с левым торцом резонатора. Сгусток имеет форму тора прямоугольного сечения, b - внешний, a - внутренний радиусы тора ($a > R_1$), $2h$ - толщина тора по OZ . Внутри резонатора возбуждено стороннее поле в виде стоячей E -волны ($E_\phi^B = E_r^B = H_z^B = H_r^B = 0$),

$$E_z^B = B \sin(\nu_1 ct) Z_1(r), \quad H_\phi^B = B \cos(\nu_1 ct) \tilde{Z}_1(r), \quad /2/$$

где

$$Z_\ell(r) = N_0(\nu_\ell R_1) J_0(\nu_\ell r) - J_0(\nu_\ell R_1) N_0(\nu_\ell r),$$

/3/

$$\tilde{Z}_\ell(r) = N_0(\nu_\ell R_1) J_1(\nu_\ell r) - J_0(\nu_\ell R_1) N_1(\nu_\ell r),$$

ν_ℓ ($\ell = 1, 2, 3, \dots$) - корни уравнения $N_0(xR_1) J_0(xR_2) - N_0(xR_2) J_0(xR_1) = 0$. При $t < 0$ сгусток удерживался неподвижно: сила взаимодействия с полем волны и наведенными зарядами на стенках резонатора "выключена". Статическое /кулоновское/ поле кольца с учетом граничных условий на стенках резонатора существует независимо от поля волны. При $t = 0$ взаимодействие включается, и кольцо начинает двигаться под действием сил со стороны волнового и кулоновского полей. Сами поля теперь изменяются совместно, образуя одно полное поле.

Распределение плотностей заряда и тока берется в виде*

$$j_z(r, z, t) = \nu \rho; \rho = \frac{\rho_0}{2\pi R_0} [\sigma(r-a) - \sigma(r-b)] [\sigma(z - (x(t) - h)) - \sigma(z - (x(t) + h))], \quad /4/$$

где $R_0 = \frac{a+b}{2}$, $x(t)$ - координата центра сгустка, $\sigma(z)$ - единичная функция, eN - полный заряд сгустка и

$$\rho_0 = \frac{eN}{2h(b-a)}. \quad /5/$$

Нормированные собственные функции задачи есть:

$$A_{\lambda}^r = \frac{\sqrt{2} \pi^2 c \nu \ell^m S_{\ell} Z_{\ell}(r)}{D^{3/2} \lambda_{\ell m}} \sin\left(\frac{m\pi z}{D}\right),$$

$$A_{\lambda}^z = \frac{\sqrt{2} \pi c \nu \ell^2 S_{\ell}}{D^{1/2} \lambda_{\ell m}} Z_{\ell}(r) \cos\left(\frac{m\pi z}{D}\right), \quad /6/$$

$$A_{\lambda_0}^z = \frac{\pi c \nu \ell S_{\ell}}{D^{1/2}} Z_{\ell}(r), \quad \phi_{\sigma} = \frac{\sqrt{\pi} \nu \ell S_{\ell}}{\sqrt{2} D^{1/2}} Z_{\ell}(r) \sin\left(\frac{m\pi z}{D}\right),$$

где $(\lambda; \sigma) = \{\ell, m\}$, $\lambda_0 = \{\ell, 0\}$ - мультииндексы, $\ell, m = 1, 2, 3, \dots$

$$S_{\ell} = \frac{|J_0(R_2 \nu \ell)|}{\sqrt{J_0^2(R_1 \nu \ell) - J_0^2(R_2 \nu \ell)}}, \quad \lambda_{\ell m} = \sigma_{\ell m} = \sqrt{\nu^2 \ell^2 + \left(\frac{m\pi}{D}\right)^2}. \quad /7/$$

*Продольный размер $2h$ сгустка считаем сохраняющимся в лабораторной системе координат.

Потенциалы поля в кулоновской калибровке получаются по обычным формулам / V - внутренняя область резонатора/

$$\bar{A}(\bar{r}, t) = \sum_{\lambda} \bar{A}_{\lambda} q_{\lambda}(t),$$

$$\Phi(\bar{r}, t) = 4\pi \sum_{\sigma} \int_V \rho(\bar{r}', t) \frac{\phi_{\sigma}(\bar{r}) \phi_{\sigma}(\bar{r}')}{\sigma_{\ell m}^2} (d\bar{r}'), \quad /8/$$

/в сумму по λ включено суммирование и по λ_0 /. Для $q_{\lambda}(t)$ получаются уравнения

$$\ddot{q}_{\lambda} + c^2 \lambda_{\ell m}^2 q_{\lambda} = \frac{1}{c} \int_V \bar{j} \cdot \bar{A}_{\lambda} (d\bar{r}) = \alpha_{\lambda} \beta(t) \cos\left(\frac{m\pi x(t)}{D}\right), \quad \text{где}$$

$$\alpha_{\lambda} = \frac{\sqrt{8} c \rho_0 D^{1/2} \nu \ell S_{\ell} P_{\ell}}{R_0 m \lambda_{\ell m}} \sin\left(\frac{m\pi h}{D}\right), \quad \alpha_{\lambda_0} = \frac{\pi c \rho_0 S_{\ell} P_{\ell}}{D^{1/2}}, \quad \beta(t) = \frac{\dot{x}}{c}, \quad /9/$$

$$P_{\ell} = N_0 (\nu \ell R_1) [b J_1(\nu \ell b) - a J_1(\nu \ell a)] -$$

$$- J_0(\nu \ell R_1) [b N_1(\nu \ell b) - a N_1(\nu \ell a)]. \quad /10/$$

При $t \leq 0$ поперечного волнового поля, кроме поля волны, возбужденной на гармонике λ_{10} , не было. Поэтому начальные условия для /9/ - нулевые $q_{\lambda}^{(0)} = \dot{q}_{\lambda}^{(0)} = 0$, при $\lambda \neq \lambda_{10}$. Для поля волны

$$\bar{E}_{\lambda_{10}}^b = -\frac{1}{c} \dot{q}_{\lambda_{10}} \bar{A}_{\lambda_{10}}(\bar{r}), \quad \bar{H}_{\lambda_{10}}^b = q_{\lambda_{10}} \text{rot} \bar{A}_{\lambda_{10}}(\bar{r})$$

и из сравнения с /2/ получится

$$\dot{q}_{\lambda_{10}}^{(0)} = 0, \quad q_{\lambda_{10}}^{(0)} = \frac{BD^{1/2}}{\pi c \nu_1^2 S_1}. \quad /11/$$

Для замыкания системы уравнений /9/ следует добавить уравнение продольного движения сгустка. Пусть $M = m_0 N$ - его суммарная масса. Тогда

$$M \frac{d}{dt} (\gamma \frac{dx}{dt}) = F_z^\perp + F_z^\parallel, \quad \gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2}, \quad /12/$$

где F_z^\perp, F_z^\parallel - силы, действующие со стороны поперечного и продольного /кулоновского/ полей. Выражения для сил имеют вид:

$$F_z^\perp = \int_V \rho E_z^\perp(d\vec{r}) = -\frac{1}{c} \sum_\lambda \dot{q}_\lambda \int_V \rho A_\lambda^z(d\vec{r}), \quad /13/$$

$$F_z^\parallel = \int_V \rho E_z^\parallel(d\vec{r}) = -\int_V \rho \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial z}(d\vec{r}). \quad /14/$$

После вычисления /13/, /14/ с учетом /8/, /10/, уравнение /12/ приведет к виду

$$Mc^2 (x' \gamma)' = -\sum_\lambda q_\lambda' a_\lambda \cos\left(\frac{m\pi x(\xi)}{D}\right) - \sum_\sigma \beta_\sigma \sin\left(\frac{2n\pi x(\xi)}{D}\right), \quad /15/$$

где $\xi = ct$, штрихом обозначена производная по ξ /в /9/ тоже удобно перейти к переменной ξ / и

$$\beta_{\ell m} = \frac{4\pi \rho_0^2 S_\ell^2 P_\ell^2}{R_0^2 m \sigma_\ell^2}. \quad /16/$$

К /11/ нужно добавить начальные условия для уравнения /15/, они будут иметь вид $x(0) = x_0$ и $\dot{x}(0) = 0$. Обычные интегралы системы /9/, /15/ в принятой калибровке будут

$$\mathcal{E}_B(t) + \mathcal{E}_{пр.}(t) + Mc^2(\gamma-1) = \mathcal{E}_B^0 + \mathcal{E}_{пр.}^0,$$

$$\mathcal{E}_B = \frac{1}{2} \sum_\lambda (\dot{q}_\lambda^2 + c^2 \lambda_{\ell m}^2 q_\lambda^2), \quad /17/$$

$$\mathcal{E}_{пр.} = \frac{1}{8\pi} \int_V (E^\parallel)^2(d\vec{r}) = \frac{4\rho_0^2 D}{R_0^2} \sum_\sigma \frac{S_\ell^2 P_\ell^2}{m^2 \sigma_\ell^2} \sin^2\left(\frac{m\pi h}{D}\right) \sin^2\left(\frac{m\pi x(\xi)}{D}\right),$$

$$Mc^2(\gamma-1) = \int_0^t dt \int_V j_z E_z(d\vec{r}). \quad /18/$$

Из /17/ видно, что в процессе движения сгустка должно происходить перераспределение вкладов каждого члена суммы в ее левой части. Проследить за этим перераспределением и являлось задачей проведенных численных расчетов.

Для решения системы /9/, /15/ и вычисления величин, входящих в /17/, /18/, была сделана фортранная программа для CDC-6500. Порядок системы иногда доводился до 314 уравнений /что соответствовало $\ell, m \leq 12$ /, тем не менее решение было устойчивым и увеличение порядка приводило лишь к быстрому росту времени счета.

Чтобы в модельной задаче иметь возможность оперировать с достаточно большим числом частиц в сгустке ($N > 10^{13}$) и добираться /при ускорении в пределах одного резонатора/ до релятивистской области движения, в расчетах брались несколько экзотические амплитудные значения стороннего поля ~ 270 кВ/см /и даже 540 кВ/см/. Во всех случаях радиальные размеры были $R_2 = 10,8$ см, $R_1 = 2,7$ см, $b = 4,5$ см, $a = 4$ см. Продольные размеры $D = 5$ см, $h = 0,3$ см /в одном случае рассматривался длинный резонатор $D = 15$ см/.

Точность счета контролировалась методом проб путем увеличения числа членов в рядах и по выполнении соотношения /17/. Ошибка в сохранении константы в /17/ в конце счета обычно не превышала 5-10%.

Прежде чем рассматривать результаты счета, удобно преобразовать формулу /17/. Выделим из \mathcal{E}_B энергию, соответствующую основной гармонике /на которой возбуждено стороннее поле/: $\mathcal{E}_B(t) = W^{B.}(t) + W_{стоп.}^{B.}(t)$. Тогда $W_{стоп.}^{B.}(0) = W_{запас.}$ есть энергия, запасенная в резонаторе, а $W_{запас.} - W_{стоп.}^{B.}(t) = \delta^B(t)$ - энергия, отдаваемая /или

даже приобретаемая/ волной. $W^B(t)$ - энергия возбуждения всех остальных высших гармоник. Величина $\mathcal{E}_{\text{прод.}}(t)$ /обозначим ее далее как $W_{\text{стат.}}$ /зависит только от положения сгустка внутри резонатора /максимум ее будет при $x = D/2$ /. Значение $W_{\text{стат.}}(0)$ является основным параметром, который удобно сравнить с $W_{\text{запас}}$. Величина $\delta^{\text{стат.}} = W_{\text{стат.}}^0 - W_{\text{стат.}}(t)$ представляет работу кулоновского поля. В том случае, когда рассматриваемое положение сгустка не симметрично x^0 относительно $x = D/2$, $\delta^{\text{стат.}} \neq 0$ и влияет на общий баланс в /17/. Член $Mc^2(\gamma - 1)$ в /17/ есть приобретенная кинетическая энергия сгустка, обозначим ее через ΔT . Тогда для величин, полученных численным счетом, вместо /17/ можно записать

$$\Delta T + W^B + \Delta = \delta^B + \delta^{\text{стат.}}, \quad /17'/$$

где Δ - ошибка из-за ограничения в суммах по λ и σ , из-за неточностей счета и, возможно, из-за дефекта физической постановки задачи.

В работе /8/ уже при $N \sim 1,5 \cdot 10^{13}$ и амплитуде сторонней волны, равной 270 кВ/см, не удавалось достичь результатов счета, которые можно было бы удовлетворительно интерпретировать. Приводимые далее расчеты, сделанные изложенным методом, относятся к величинам $N = \{0,5; 3; 6\} \times 10^{13}$. Для короткого резонатора / $D = 5$ см/ обычно рассматривался промежуток времени $\sim \tau/2$, где τ - период стороннего поля / $c\tau = 16,7$ см/.

В большинстве случаев счет заканчивался по достижении сгустком точки, симметричной начальной /чтобы исключить работу кулоновского поля/. Для этого начальные положения сгустка брались слева от $x = D/2$. Для резонатора с $D = 15$ см рассматривался промежуток времени $\approx \tau$. Из-за смещения начального положения "сила притяжения" к левой торцевой стенке вначале несколько превышала "стороннюю силу", и сгусток смещался влево, а затем скорость его изменяла знак

и начиналось ускорение. Различные случаи представлены на рис. 1-3, где приведены графики $\beta(x)$. На рисунках указан соответствующий каждой кривой заряд /без множителя 10^{13} /, координаты начального x_0 и конечного x_k положений сгустка, максимальное значение γ , значение γ в точке, симметричной начальной, $W_{\text{запас}}$ и $W_{\text{стат.}}^0$. Вертикальной чертой на кривых 1, 2 /рис. 1/ и на кривой 1 /рис. 2/ отмечены точки, соответствующие моменту прихода сгустка в симметричное положение. Для случая 3 /рис. 1/ значение x_0 при выбранной величине заряда оказалось критическим, и сгусток притянулся к левой стенке / в конце времени счета $x_k = 0,72$ см и $x' < 0$ /. На рис. 2 показано движение такого же сгустка, когда $x_0 = 1,52$ см. Получается нормальное ускорение. На всех кривых рис. 1 и 2 видны участки начального движения, где $\beta < 0$. Кривые 1-3 на рис. 3 показывают закон движения при тех же значениях N , но для случая, когда $W_{\text{запас}} \gg W_{\text{стат.}}^0$ /принято $E_a \sim 540$ кВ/см/. Сгусток с $N = 6 \cdot 10^{13}$ ускоряется и при $x_0 = 1,12$ см.

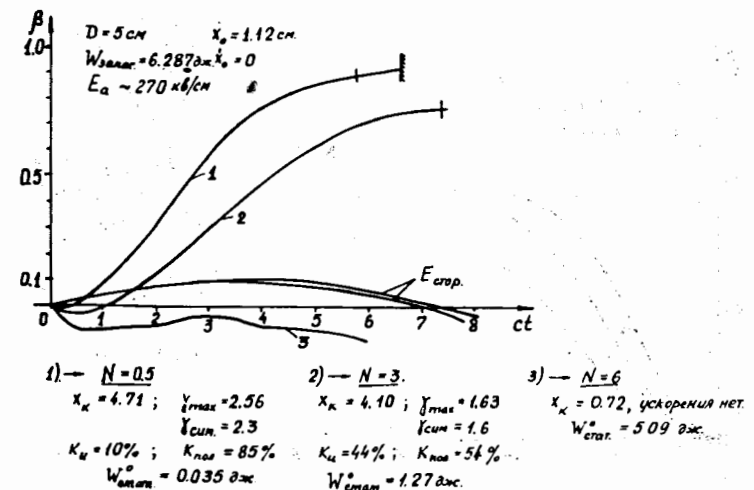


Рис.1. Графики скорости движения при одинаковых начальных условиях и разных числах частиц в сгустке. Умеренный и "малый" запас энергии стороннего поля.

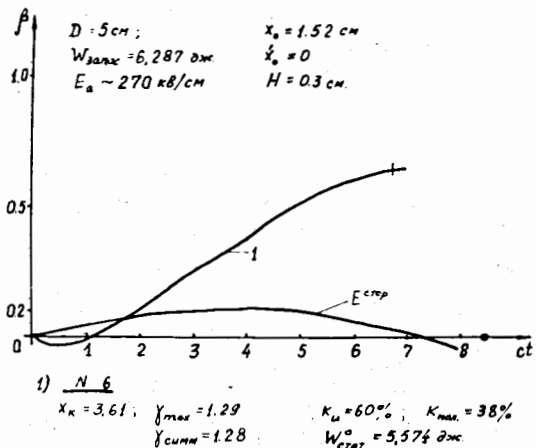


Рис.2. Случай движения сгустка с большим зарядом при смещенном начальном положении.

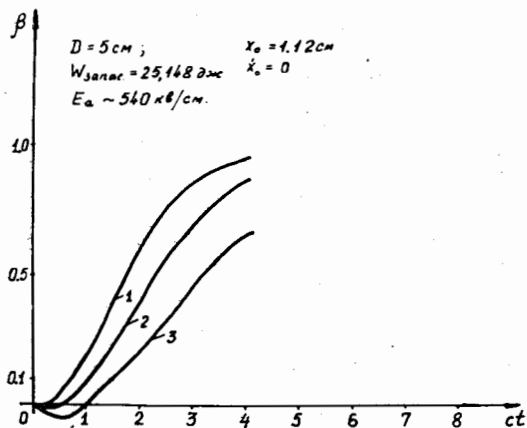


Рис.3. Графики скорости движения при большом запасе энергии стороннего поля.

На рис. 4 рассмотрен случай $D=15 \text{ см}$. При том же амплитудном значении $E_a \approx 270 \text{ кВ/см}$ запасенная энергия оказывается больше за счет увеличения объема резонатора. Увеличение D /при том же r / привело к увеличению силы притяжения со стороны левой стенки /при $x_0 = 1,12$ /, темп ускорения оказался меньше. В результате за ускорением до $\gamma_{\text{max}} = 1,2$ после попадания в отрицательную половину стороннего поля началось замедление вплоть до остановки при $x = 3,21$ и начала движения в обратном направлении.

На рис. 1, 2 и 4 /в произвольном масштабе/, кроме того, показан закон изменения первой гармоникой E_z - составляющей волнового поля ($\sim \frac{1}{c} \dot{q}_{10} A_{\lambda 10}^z$), которая

при $N \rightarrow 0$ соответствовала бы $E_z^{\text{стоп}}$ и имела период $ct = 16,7 \text{ см}$. Как видно из рис. 1, 2, с увеличением N длина положительной полуволны ее уменьшается. На рис. 4 это изменение почти незаметно, т.к. темп ускорения здесь меньше, чем в соответствующем случае кривой 2 и на рис. 1.

Обсудим теперь энергетические соотношения, вытекающие из проведенных расчетов. В табл. 1 приведены величины, соответствующие формуле /17'/ для случая,

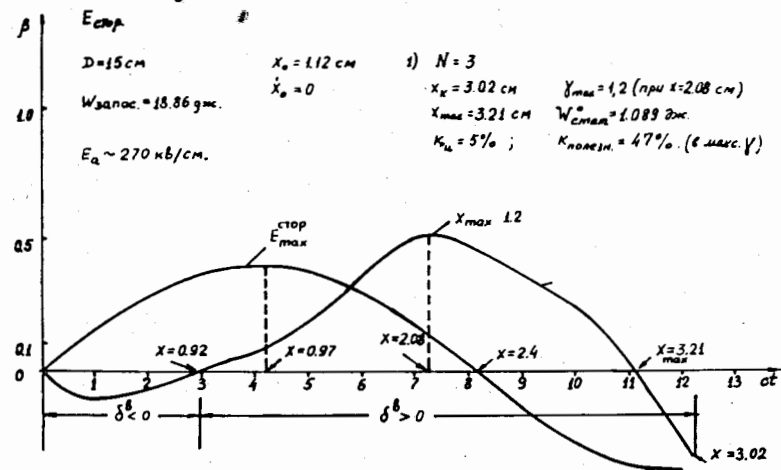


Рис.4. Движение сгустка в "длинном резонаторе".

Таблица 1

ct	$W_{стат.}^0$	$W_{стат.}$	ΔT	W^0	δ^0	$\delta^{стат.}$	$x(см)$	β
0	6.287	5.574	0	0	0	0	1.520	0
	---	5.753	---	---	---	---	---	---
1	6.297	5.559	0.001	0.001	-0.012	0.015	1.500	-0.03
	6.305	5.727	0.001	0.002	-0.018	0.026	1.489	-0.02
2	6.228	5.587	0.025	0.008	0.059	-0.013	1.540	0.10
	6.269	5.743	0.012	0.006	0.018	0.010	1.510	0.07
3	5.825	5.682	0.157	0.098	0.462	-0.108	1.719	0.25
	5.948	5.841	0.112	0.064	0.339	-0.089	1.648	0.21
4	5.079	5.844	0.363	0.345	1.208	-0.270	2.015	0.36
	5.260	5.986	0.297	0.284	1.027	-0.233	1.917	0.33
5	4.032	5.917	0.730	0.732	2.255	-0.343	2.456	0.49
	4.300	6.085	0.617	0.637	1.987	-0.332	2.320	0.46
5.78	3.241	5.857	1.100	0.983	3.046	-0.283	2.872	0.58
	3.521	6.082	0.919	0.903	2.766	-0.329	2.709	0.54
6.79	2.531	5.567	1.401	1.187	3.756	0.007	3.484	0.63

показанного на рис. 2. Решалась система 182-го порядка /верхнее число каждой строки/ и 314-го порядка /нижнее число/. Видно, что на начальном участке движения $\delta^0 < 0$, $\delta^{стат.} > 0$, т.е. работа кулоновского поля даже немного увеличивает энергию волны. $W_{стат.}^0$ равна почти 90% $W_{запас.}$; тем не менее, ускорение имеет место. В точке $x = 3,484$, близкой к симметричной начальной x_0 , $\gamma = 1,28$. Полная работа кулоновского поля между этими точками практически равна нулю.

Необходимо отметить накопление ошибки Δ в выполнении соотношения /17/, однако величина Δ всегда положительна и уменьшается с увеличением числа учитываемых гармоник, как это можно видеть, сравнивая соответствующие строки табл. 1.

Для более удобного сравнения случаев ускорения при разных соотношениях между $W_{запас.}$ и $W_{стат.}^0$ введем коэффициенты: $k_{и.}$ - показывающий, какая доля от $W_{запас.}$ расходуется, и $k_{пол.}$ - показывающий, какая часть израсходованной энергии волны идет на ускорение, т.е. $k_{и.} = \delta^0 / W_{запас.}$, $k_{пол.} = \Delta T / \delta^0$. Величины $k_{и.}$, $k_{пол.}$ приведены для конечных положений сгустка на всех кривых рис. 1-3

и точки, соответствующей γ_{max} на рис. 4. Можно заключить, что $k_{и.}$ растет с увеличением N значительно медленнее, чем по линейному закону, когда отношение $W_{запас.} / W_{стат.}^0$ приближается к 1, а $k_{пол.}$ в рассмотренном диапазоне уменьшается почти линейно. Рассматривался случай, когда сгусток влетает в резонатор с конечной скоростью /как бы проникновение сквозь стенку/. Для сгустка $h = 10^{-3}$ см, $N = 6 \cdot 10^{13}$ /с начальной скоростью $\beta_0 = 0,99$. При $x_0 = 0,05$ и $W_{запас.} = 6,28$ Дж, несмотря на действие стороннего поля, взаимодействие со стенкой и потеря энергии на возбуждение вторичных волн приводят сначала к торможению до $\beta_{min} = 0,73$ / $x = 2,04$, $ct = 2,25$ /, а затем начинается ускорение, так, при $ct = 2,42$ $x = 2,16$ уже $\beta = 0,76$. Однако точность выполнения соотношения /17' / в данном случае плохая. Это является следствием несогласованности полей в начальный момент, т.к. не учтено магнитное поле, "вносимое" движущимся сгустком*.

В заключение нужно отметить следующее.

1. В проведенных расчетах не учтены важные обстоятельства: а/ - условия существования самого сгустка; б/ - влияние пролетных отверстий резонатора. Требования удержания размеров сгустка приводит к необходимости добавления фокусирующих полей и стабилизирующих токов в сгустке. Особенно существенно наличие последних. Релятивистское поперечное движение частиц значительно утяжеляет общую массу сгустка, следовательно, влияет на темп ускорения. Появляются наведенные на торцевых стенках токи, противоположные внутренним токам в сгустке, частично компенсирующие действие поля наведенных зарядов. Наконец, поперечный ток в сгустке, двигаясь вместе с ним, возбуждает H -волны, энергия которых должна учитываться в общем балансе.

2. Тем не менее, проведенные расчеты в пределах ограниченной постановки показали достаточную устой-

* Оценка поля, возбужденного сгустком, пролетающим с постоянной скоростью через замкнутый резонатор, с помощью метода разложения с нулевыми данными для осцилляторов поля проводилась в работе /9,10/.

чивость и физическое соответствие счета и теоретически ожидаемых результатов даже в критических случаях, когда трансформируется более 50% запасенной энергии.

ЛИТЕРАТУРА

1. Воскресенский Г.В., Курдюмов В.Н. Труды Радиотехнического ин-та АН СССР, №9, 1971, стр. 153.
2. Иваненко Д., Соколов А. Классическая теория поля. М., 1951.
3. Гинзбург В.Л. Теоретическая физика и астрофизика. М., 1975.
4. Гинзбург В.Л., Эйдман В.Я. ЖЭТФ, 1959, 36, стр. 1823.
5. Рубин С.Б., Мамонов В.Н. ОИЯИ, 9-3346, Дубна, 1967.
7. Лопухин В.М. Возбуждение электромагнитных колебаний и волн электронными потоками, М., 1952.
8. Бахвалов Н.С. и др. Применение метода сеток к решению одной модельной самосогласованной задачи. Совещание по программированию и математическим методам решения физических задач. /Дубна 20-23/Х-1977 г./, ОИЯИ, Д10-11-11264, Дубна, 1978.
9. Колпаков О.А., Котов В.И. ЖТФ, 1964, 34, стр. 1387.
10. Кузнецов А.Б., Рубин С.Б. ОИЯИ, Р9-4909, Дубна, 1970.

Рукопись поступила в издательский отдел
18 июля 1978 года.