

4970/2-78

СООБЩЕНИЯ  
ОБЪЕДИНЕННОГО  
ИНСТИТУТА  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ  
ДУБНА



С.34511  
К-891

P9 - 11656

А.Б.Кузнецов, В.А.Прейзендорф, С.Б.Рубин

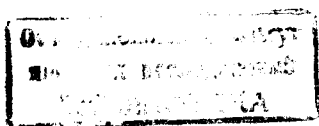
О ПРОНИКНОВЕНИИ ИМПУЛЬСНОГО  
МАГНИТНОГО ПОЛЯ  
ЧЕРЕЗ СФЕРИЧЕСКУЮ ОБОЛОЧКУ  
КОНЕЧНОЙ ТОЛЩИНЫ

**1978**

P9 - 11656

А.Б.Кузнецов, В.А.Прейзендорф, С.Б.Рубин

О ПРОНИКНОВЕНИИ ИМПУЛЬСНОГО  
МАГНИТНОГО ПОЛЯ  
ЧЕРЕЗ СФЕРИЧЕСКУЮ ОБОЛОЧКУ  
КОНЕЧНОЙ ТОЛЩИНЫ



Кузнецов А.Б., Прейзендорф В.А., Рубин С.Б.

P9 - 11656

О проникновении импульсного магнитного поля через сферическую оболочку конечной толщины

Рассмотрена задача о проникновении импульсного неоднородного аксиально-симметричного магнитного поля через сферическую металлическую оболочку конечной толщины.

Приведены аналитические выражения для случая квазистационарного поля и малого отношения толщины оболочки  $d$  к ее радиусу  $R$ . Из этих выражений следует, что амплитуда проникшего поля, фазовый сдвиг и время переходного процесса определяются отношением  $\frac{dR}{\delta^2} \cdot \frac{2}{4s-1}$  ( $\delta$  - толщина скин-слоя,  $s$  - номер пространственной гармоники поля). При больших значениях этого отношения имеет место сильное экранирование магнитного поля, большой фазовый сдвиг ( $\sim \pi/2$ ) и большое время переходного процесса даже в случае очень тонкой оболочки ( $d/\delta \ll 1$ ).

Работа выполнена в Отделе новых методов ускорения ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1978

Kuznetsov A.B., Prejzendorf V.A., Rubin S.B.

P9 - 11656

About Penetration of the Pulse Magnetic Field via Spherical Shell of the Finite Thickness

The problem of penetration of the pulse inhomogeneous axisymmetric magnetic field via spherical metallic shell of the finite thickness has been considered.

The analytical expressions for the case of quasi-stationary field and minor ratio of the shell thickness  $d$  to its radius  $R$  have been given. Taking into account these expressions the amplitude of the penetrated field, phase shift and the time of transient process are determined by the ratio of  $\frac{dR}{\delta^2} \cdot \frac{2}{4s-1}$  ( $\delta$  is the thickness of a skin-layer,  $s$  - the number of a spatial field harmonic). At a high value of this ratio a significant screening of the magnetic field, a large phase shift ( $\sim \pi/2$ ) and long time of the transient process even in the case of a very thin shell ( $d/\delta \ll 1$ ) are present.

The investigation has been performed at the Department of New Acceleration Methods, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1978

В процессе разработки коллективного ускорителя возникает ряд вопросов, связанных с экранировкой и проникновением через экраны или сплошные оболочки с конечной проводимостью импульсных электромагнитных полей. При этом встречаются все случаи: когда величина скин-слоя меньше, равна или больше толщины экрана, когда присутствуют как касательные, так и нормальные составляющие поля и когда важны фазовые соотношения, времена запаздывания между внешним полем и полем, проникшим через экран или внутрь него.

Не существует единого метода расчета, позволяющего охватить все эти случаи для экранов более или менее сложной конфигурации. Поэтому рассмотрение модельного случая, допускающего точное решение и включающего главные характеристики всех задач подобного рода, представляет интерес. Такое решение можно также использовать для оценки точности приближенных методов, применяемых в случаях сложных конфигураций /см., например, <sup>1,2</sup>/.

Ниже в качестве модельной рассматривается задача о проникновении импульсного поля, создаваемого витком с током, через сферическую оболочку конечной толщины \*.

\* Экранировка электромагнитного поля заданной частоты /т.е. стационарный случай/ тонкостенной сферической оболочкой рассматривалась в <sup>1,3</sup>/.

II.

Можно рассмотреть два случая: 1/ виток тока помещен внутрь оболочки, 2/ - снаружи. Не ограничивая общности, считаем, что виток находится в экваториальной плоскости сферы. В сферической системе координат  $r, \theta, \phi$  плотность тока:

$$\vec{j} = \vec{e}_\phi \cdot \frac{I_0}{a} \delta(r-a) \cdot \delta(\theta - \frac{\pi}{2}) f(t). \quad /1/$$

Полагая:  $R_1$  - внутренний радиус оболочки,  $R_2$  - внешний, для случая 1/ необходимо считать  $a < R_1$ , для случая 2/  $a > R_2$ . Ток считается незаряженным;  $f(t)$  - заданная функция времени. При наличии оболочки пространство разбивается на три области: 1/  $G_1$  /внутренняя область/, определяемая значениями  $0 \leq r < R_1$ , диэлектрической постоянной  $\epsilon = 1$ , проводимостью  $\sigma = 0$ ; 2/  $G_2$  /тело самой оболочки/,  $R_1 \leq r \leq R_2$ ,  $\epsilon \neq 1$ ,  $\sigma \neq 0$ ; 3/  $G_3$  /внешняя область/,  $R_2 < r < \infty$ ,  $\epsilon = 1$ ,  $\sigma = 0$ .

В силу азимутальной симметрии ( $\frac{\partial}{\partial \phi} = 0$ ) и отсут-

ствия заряда отличными от нуля оказываются лишь составляющие полей  $E_\phi, H_\theta, H_r$ . Они могут быть выражены через составляющую  $A_\phi$  векторного потенциала. Рассматриваются источники тока вида /1/, действующие лишь на заданном конечном отрезке времени. В этом случае для решения обеих задач можно применить временное разложение Фурье и метод "сшивания" полей на границах областей 1,2,3. Полагая

$$k = \frac{\omega}{c}; \quad \kappa = \sqrt{\epsilon k^2 + \frac{4\pi\sigma i}{c^2} \omega}, \quad /2/$$

$$A^{(1),(2),(3)}(\omega, r, \theta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} A_\phi^{(1),(2),(3)}(t, r, \theta) e^{i\omega t} dt, \quad /3/$$

$$g(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) e^{i\omega t} dt, \quad /4/$$

$$\hat{\mathcal{L}} \equiv \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \frac{\partial}{\partial r}) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} [\frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta}) - \frac{1}{\sin^2 \theta}], \quad /5/$$

получаем систему уравнений для  $A^{(1),(2),(3)}$  в случае 1/

$$\hat{\mathcal{L}} A^{(1)} + k^2 A^{(1)} = -\frac{4\pi}{c} \frac{I_0}{a} \delta(r-a) \delta(\theta - \frac{\pi}{2}) g(\omega), \quad /6/$$

$$\hat{\mathcal{L}} A^{(2)} + \kappa^2 A^{(2)} = 0, \quad /7/$$

$$\hat{\mathcal{L}} A^{(3)} + k^2 A^{(3)} = 0. \quad /8/$$

В случае 2/ правая часть /6/ есть нуль, а величина, соответствующая току, переносится в правую часть /8/. "Сшивание" полей означает выполнение на границах областей 1,2,3 условий:

$$A^{(1)}|_{r=R_1} = A^{(2)}|_{r=R_1}; \quad A^{(2)}|_{r=R_2} = A^{(3)}|_{r=R_2} \quad /9/$$

$$\frac{\partial}{\partial r} (r A^{(1)})|_{r=R_1} = \frac{\partial}{\partial r} (r A^{(2)})|_{r=R_1};$$

$$\frac{\partial}{\partial r} (r A^{(2)})|_{r=R_2} = \frac{\partial}{\partial r} (r A^{(3)})|_{r=R_2}$$

Кроме /9/, необходимо учесть условие конечности поля при  $r=0$  и условие излучения при  $r \rightarrow \infty$ .

Решения для /6/-/8/ можно выписать, используя разложения функций  $A^{(1)}, A^{(2)}, A^{(3)}$  по присоединенным полиномам Лежандра  $\mathcal{P}_n^{(1)}(\cos \theta)$ . Для случая 1/ получается

$$A^{(1)}(\omega, r, \theta) = \sum_{s=1}^{\infty} \mathcal{P}_{2s-1}^{(1)}(\cos \theta) \{ C_{2s-1} j_{2s-1}(kr) +$$

$$+ ia^2 k M_{2s-1} [j_{2s-1}(kr)h_{2s-1}(ka) - h_{2s-1}(kr)j_{2s-1}(ka)],$$

$$(a < r \leq R_1), \quad /10/$$

$$A^{(2)}(\omega, r, \theta) = \sum_{s=1}^{\infty} \mathcal{P}_{2s-1}^{(1)}(\cos \theta) [\mathcal{F}_{2s-1} j_{2s-1}(kr) +$$

$$+ G_{2s-1} h_{2s-1}(kr)], \quad /11/$$

$$A^{(3)}(\omega, r, \theta) = \sum_{s=1}^{\infty} \mathcal{P}_{2s-1}^{(1)}(\cos \theta) \mathcal{L}_{2s-1} \cdot h_{2s-1}(kr), \quad /12/$$

$$\text{где } \{j_m(x); h_m(x)\} = \left\{ \sqrt{\frac{\pi}{2x}} J_{m+\frac{1}{2}}(x); \sqrt{\frac{\pi}{2x}} \mathcal{H}_{m+\frac{1}{2}}(x) \right\} -$$

“сферические цилиндрические функции”, а константы  $C_{2s-1}, \mathcal{F}_{2s-1}, G_{2s-1}, \mathcal{L}_{2s-1}$  /для каждой пространственной гармоники/ легко определяются из /9/. Для случая 2/ будет

$$A^{(1)} = \sum_{s=1}^{\infty} \mathcal{L}_{2s-1} \cdot \mathcal{P}_{2s-1}^{(1)}(\cos \theta) j_{2s-1}(kr), \quad /13/$$

$$A^{(2)} = \sum_{s=1}^{\infty} [\mathcal{F}_{2s-1} j_{2s-1}(kr) + G_{2s-1} h_{2s-1}(kr)] \mathcal{P}_{2s-1}^{(1)}(\cos \theta),$$

$$/14/$$

$$A^{(3)} = \sum_{s=1}^{\infty} [-ia^2 k M_{2s-1} h_{2s-1}(ka) j_{2s-1}(kr) + C_{2s-1} h_{2s-1}(kr)] \times$$

$$\times \mathcal{P}_{2s-1}^{(1)}(\cos \theta), \quad (R_2 \leq r < a). \quad /15/$$

В /11/-/15/ величина

$$M_{2s-1} = -\frac{2\pi}{c} \frac{I_0 g(\omega)}{a} \cdot \mathcal{P}_{2s-1}^{(1)}(0) \frac{(4s-1)(2s-2)!}{2s!}. \quad /16/$$

Константы  $C_{2s-1}, \mathcal{F}_{2s-1}, G_{2s-1}, \mathcal{L}_{2s-1}$  определяются так же, как и в случае 1/, соотношениями /9/.

Если принять

$$f(t) = \begin{cases} 0; & t < 0 \\ \sin \Omega t, & 0 \leq t \leq \frac{\pi}{\Omega}, \\ 0; & t > \frac{\pi}{\Omega} \end{cases}, \quad /17/$$

то

$$g(\omega) = \frac{\Omega (e^{i \frac{\omega \pi}{\Omega}} + 1)}{\sqrt{2\pi} (\Omega^2 - \omega^2)}. \quad /18/$$

Окончательные выражения для полей даются формулами

$$A_{\phi}^{(1),(2),(3)}(r, \theta, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot 2 \operatorname{Re} \left\{ \int_0^{\infty} A^{(1),(2),(3)}(r, \theta, \omega) e^{-i\omega t} d\omega \right\}, \quad /19/$$

$$H_{\theta} = -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r A_{\phi}), \quad H_r = \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta A_{\phi}), \quad /20/$$

$$E_{\phi} = -\frac{1}{c} \frac{\partial A_{\phi}}{\partial t}.$$

### III.

Полученные выражения полностью определяют поля в любой из областей  $G_1, G_2$  и  $G_3$  при произвольных значениях параметров  $R_1, R_2, a, \Omega, \sigma$  и  $\epsilon$ . Остается лишь вычислить интеграл Фурье по частотам /19/.

Возможны два пути его вычисления. Первый - это непосредственное численное интегрирование с помощью ЭВМ, что позволяет находить поля в любой области и при любых значениях параметров. Поскольку подынтегральная функция в /19/ не имеет особенностей на действительной оси, численное интегрирование не вызывает затруднений, если воспользоваться разложениями функций  $j_m$  и  $h_m$  и их асимптотическими формулами,

соответственно, при малых и больших значениях аргументов. При этом, однако, численное интегрирование не позволяет выявить аналитическую связь величин полей, фазовых соотношений и времен проникновения поля с характерными параметрами задачи.

Чтобы получить такую связь, можно воспользоваться другим путем - вычислением интеграла /19/ с помощью теории вычетов, как это сделано, например, в /4/ для другой геометрии задачи и однородного внешнего поля. Полюса подынтегральной функции /19/ совпадают с нулями детерминанта системы /9/. Кроме того, при  $0 \leq t \leq \frac{\pi}{\Omega}$  для замыкания контура интегрирования в комплексной плоскости функцию  $g(\omega)$  необходимо разбить на две части и для каждой из них выбирать свой контур интегрирования. Это приводит к появлению еще двух полюсов при  $0 \leq t \leq \frac{\pi}{\Omega}$ .

Относительно простые выражения для полей, проникающих через сферическую оболочку, удастся получить лишь при следующих дополнительных предположениях:

1/ Поля являются квазистационарными ( $kR_2 \ll 1$ ).

2/ Материал оболочки имеет высокую проводимость  $\sigma$ , в результате чего в выражении /2/ можно пренебречь

членом  $\epsilon k^2$  (т.е.  $\kappa \approx (i+1) \sqrt{\frac{4\pi\sigma}{c}} k$  и  $|\kappa R| \gg 1$ ).

3/ Толщина оболочки  $d = R_2 - R_1$  мала по сравнению с ее радиусом  $R_1$ .

При этих предположениях для каждой пространственной гармоники поля можно получить выражения, аналогичные /4/. Так, например, в случае 2/ для  $s$ -гармоники  $H_r$  компоненты поля в области  $G_1$  получим

$$H_r^{(s)} = H_{r_0}^{(s)} \left( \frac{R_2}{R_1} \right)^{2s-1} \left\{ B_s \sin(\Omega t - \phi_s) \cdot \eta \left( \frac{\pi}{\Omega} - t \right) + \frac{[1 + e^{-\frac{\pi}{\Omega \tau_{os}} \cdot \eta(t - \frac{\pi}{\Omega})}] e^{-\frac{t}{\tau_{os}}}}{(\Omega \tau_{os} + \frac{1}{\Omega \tau_{os}}) \cos \sqrt{\epsilon_s}} \right\} \quad /21/$$

$$+ \frac{2}{\Omega \tau_{os}} \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^m \frac{[1 + e^{-\frac{\pi^3 m^2}{2\xi^2}} \cdot \eta(t - \frac{\pi}{\Omega})] e^{-\frac{\pi^2 m^2}{2\xi^2} \Omega t}}{1 + \frac{\pi^4 m^4}{4\xi^4}}$$

Здесь  $\delta = \sqrt{\frac{c^2}{2\pi\sigma\Omega}}$  - скин-глубина;  $\xi = \frac{d}{\delta}$ ;  $\epsilon_s = \frac{d(4s-1)}{R_1}$ ,

$$B_s = (g_{1s}^2 + g_{2s}^2)^{-1/2}, \quad \text{tg } \phi_s = \frac{g_{2s}}{g_{1s}},$$

$$g_{1s} = \cos \xi \cdot \text{ch } \xi + \frac{\xi}{\epsilon_s} (\cos \xi \text{ sh } \xi - \sin \xi \cdot \text{ch } \xi), \quad /22/$$

$$g_{2s} = \sin \xi \cdot \text{sh } \xi + \frac{\xi}{\epsilon_s} (\cos \xi \text{ sh } \xi + \sin \xi \cdot \text{ch } \xi);$$

$\eta(x) = \begin{cases} 1, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$ ;  $H_{r_0}^{(s)}$  - амплитуда  $s$ -гармоники поля в данной точке в отсутствие экрана;

$$\tau_{os} = \frac{d}{\delta} \cdot \frac{R_1}{\delta} \cdot \frac{2}{(4s-1)\Omega} = \frac{2\xi^2}{\Omega \cdot \epsilon_s} \quad /23/$$

- характерное время затухания переходного процесса для  $s$ -гармоники после выключения импульса внешнего поля, определяемое минимальным корнем детерминанта системы /9/. При  $\xi < 1$  можно пренебречь суммой в выражении /21/, а при  $\xi \ll 1$  его можно представить в виде

$$H_r^{(s)} \approx H_{r_0}^{(s)} \left\{ \sin(\Omega t - \phi_s) \cdot \eta \left( \frac{\pi}{\Omega} - t \right) + [1 + e^{-\frac{\pi}{\Omega \tau_{os}} \cdot \eta(t - \frac{\pi}{\Omega})}] e^{-\frac{t}{\tau_{os}}} \cdot \sin \phi_s \right\} \cos \phi_s, \quad /24/$$

где  $\text{tg } \phi_s \approx \Omega \tau_{os} / (1 - \frac{1}{3} \xi^2 \cdot \Omega \tau_{os})$ .

Из /23/ следует, что при  $\xi \ll 1$  и  $\frac{R_1}{\delta} \gg \frac{1}{\xi}$  выполняется условие  $\Omega r_{os} \gg 1$ . В этом случае  $\phi_s = \frac{\pi}{2}$  и

$$H_r^{(s)} = \frac{H_{r0}^{(s)}}{\Omega r_{os}} \left[ (1 - \cos \Omega t) \cdot \eta \left( \frac{\pi}{\Omega} - t \right) + 2e^{-\frac{(t - \frac{\pi}{\Omega})}{r_{os}}} \cdot \eta \left( t - \frac{\pi}{\Omega} \right) \right]. \quad /25/$$

Выражения, аналогичные /21/, /24/, /25/, получаются и для  $H_\theta$ .

Таким образом, степень экранировки магнитного поля определяется не только отношением толщины экрана к скину ( $\xi$ ), но и размерами экранирующей оболочки

ки /параметр  $\frac{R}{\delta}$  или  $\frac{R}{d}$ /. Этот вывод не нов, он

отмечен, например, в <sup>/3/</sup>, а также следует из выражений работы <sup>/4/</sup>. Нам бы хотелось подчеркнуть здесь тот факт, что, как видно из /25/, даже в случае очень тонкой оболочки ( $\xi \ll 1$ ) может наблюдаться сильное экранирование магнитного поля, причем степень экранировки падает приблизительно пропорционально номеру гармоники  $s$ .

На рис. 1 приведена зависимость амплитуды  $A_1$  и фазы  $\phi_1$  первой гармоники магнитного поля в зависимости от  $\xi$  при различных значениях параметра  $C = \frac{R}{\delta}$ .

При  $\xi \gg 1$ , как следует из /22/,  $A_1 = \frac{\sqrt{2} \epsilon_1 \cdot e^{-\xi}}{\xi}$  и  $\phi_1 = \xi + \frac{\pi}{4}$ .

Основная часть расчетов по экранированию проведена путем численного интегрирования выражений /19/, /20/. Была составлена программа на ФОРТРАНе, позволяющая находить с заданной точностью компоненты магнитного поля в любой пространственно-временной точке при произвольных значениях параметров. Ниже приводятся результаты расчетов по этой программе для квазистационарного магнитного поля /источник поля вне оболочки/.

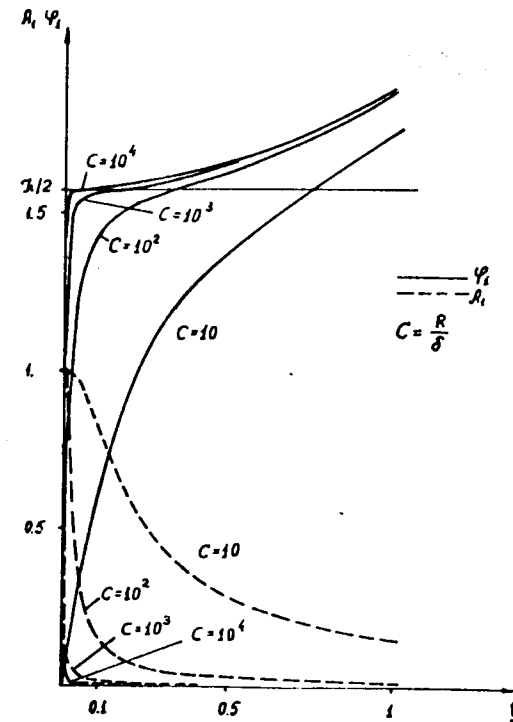


Рис.1. Зависимость амплитуды  $A_1$  и фазы  $\phi_1$  первой гармоники от  $\xi$  при различных значениях параметра  $C = \frac{R}{\delta}$ .

На рис. 2 показано изменение во времени  $H_\theta$  компоненты магнитного поля на внешней и внутренней поверхностях оболочки при различных значениях  $\xi$ .  $H_r$  компонента поля на обеих поверхностях оболочки при этом практически одинакова.

Процесс проникновения различных пространственных гармоник магнитного поля через оболочку приведен на рис. 3 для  $\xi = 1$ . Здесь, как и в случае тонкой оболочки ( $\xi \ll 1$ ), наблюдается уменьшение степени экранировки с ростом номера гармоники.

На рис. 4 показан процесс установления поля внутри оболочки при включении источника, когда ток в нем изменяется по закону  $I = I_0 \sin \Omega t$  ( $t \geq 0$ ). Похожий пере-

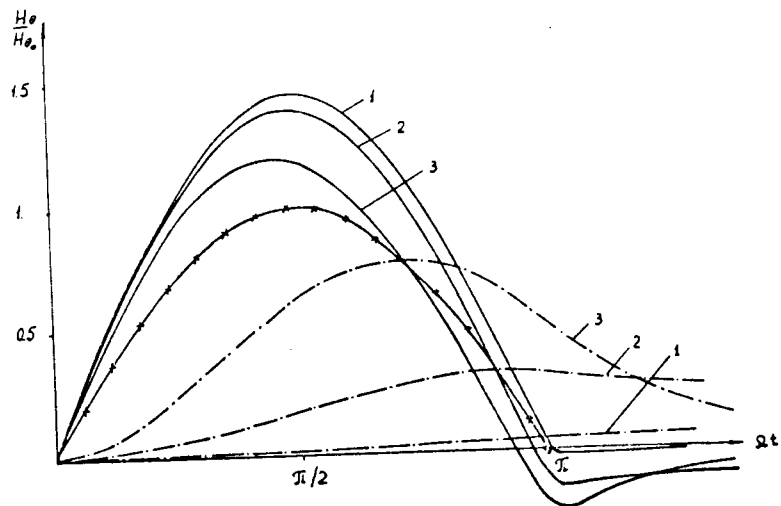


Рис.2. Изменение во времени компоненты  $H_0$  магнитного поля на внешней и внутренней поверхностях оболочки /— поле на внешней поверхности, --- поле на внутренней поверхности, \*× неискаженное внешнее поле; 1— $\xi=1$ , 2— $\xi=0,125$ , 3— $\xi=0,025$ ;  $\frac{R}{\delta}=50$ .

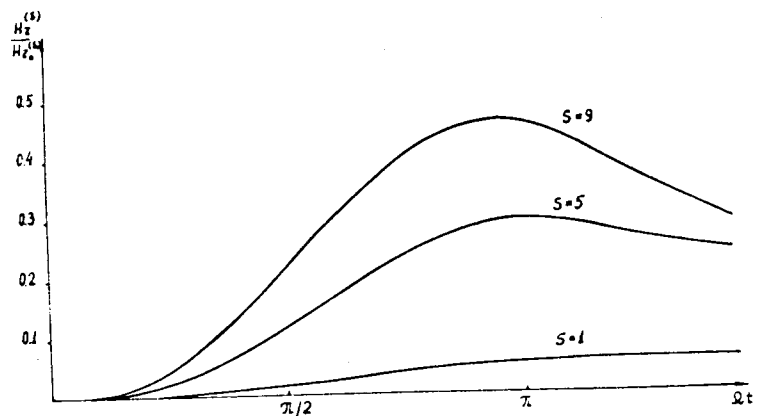


Рис.3. Проникновение различных пространственных гармоник магнитного поля через оболочку при  $\xi=1$  и  $\frac{R}{\delta}=50$ .

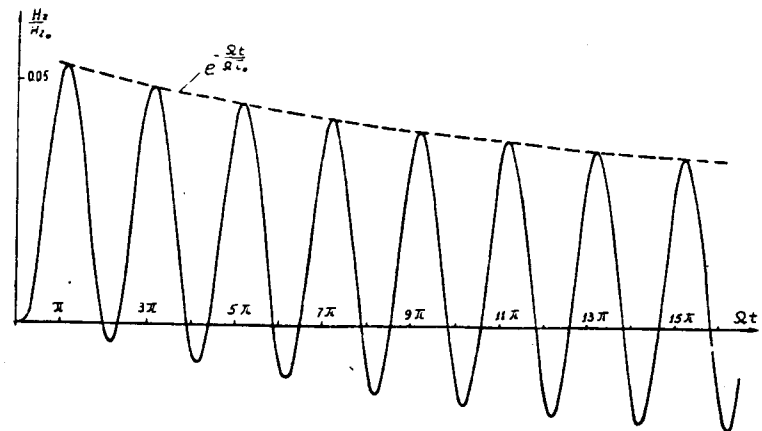


Рис.4. Процесс установления магнитного поля внутри оболочки при включении внешнего синусоидального источника.

ходный процесс можно наблюдать при установлении тока в цепи, состоящей из индуктивности и активного сопротивления при включении гармонической э.д.с.<sup>/5/</sup> Максимальное значение проникшего через оболочку поля вначале примерно вдвое больше установившегося значения.

Указанная фортранная программа была использована для оценки границ применимости приближенного способа расчета экранов методом разбienia их на систему индуктивно связанных витков<sup>/2/</sup>. На рис. 5 приведены результаты расчетов проникновения импульсного магнитного поля внутрь оболочки для различных значений отношения ее толщины к скину ( $\xi$ ). Сплошные линии соответствуют точному расчету. Как видно из рис. 5, метод<sup>/2/</sup> достаточно хорошо работает при малых  $\xi$ . С ростом  $\xi$  /вплоть до  $\xi \approx 1$ / амплитудные соотношения выполняются удовлетворительно, тогда как в фазовых соотношениях появляются расхождения.

Как уже отмечалось, экранирующее действие сферической оболочки зависит от ее радиуса  $R$ . Однако для экранов более сложной конфигурации бывает не всегда ясно, какой из его размеров будет оказывать



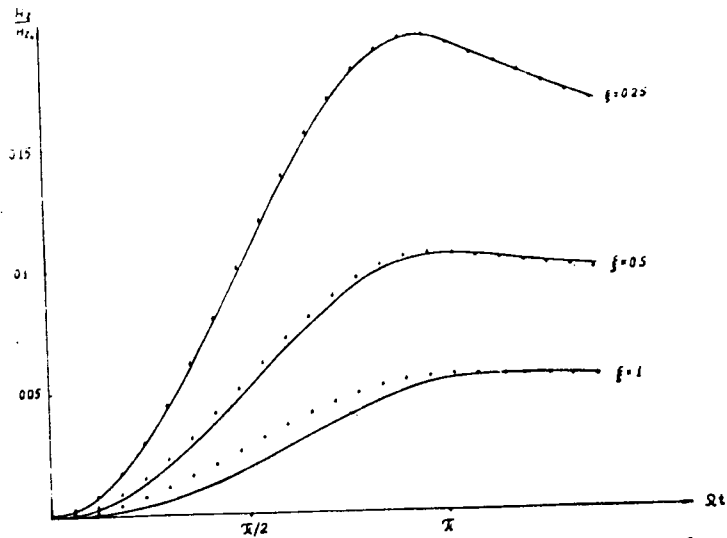


Рис. 5. Сравнение результатов расчета по точным формулам и приближенного метода расчета<sup>/2/</sup>.

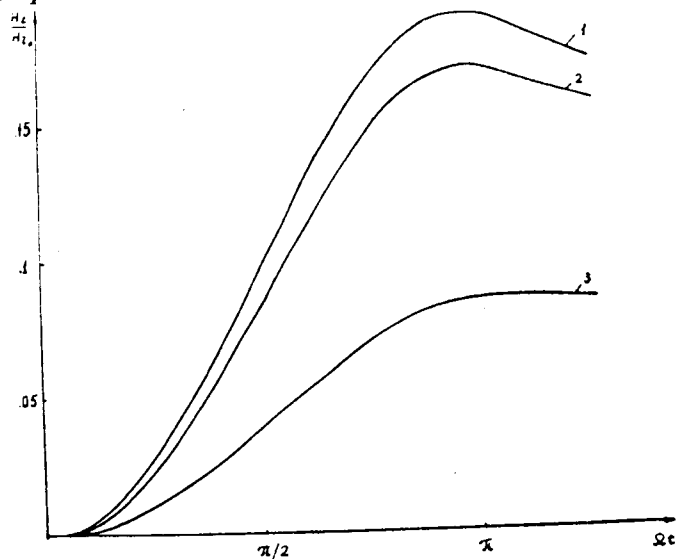


Рис. 6. Проникновение магнитного поля через экраны различной формы. Кривая 1 - сферический экран радиуса  $R$ . Кривые 2 и 3 - экраны эллипсоидальной формы с полуосями  $R$  и  $2R$  /соответственно: большая полуось параллельна полю и перпендикулярна ему/.

определяющее влияние на экранировку. На рис. 6 показано проникновение магнитного поля через экраны различной формы: сферический экран радиуса  $R$  и экраны в виде эллипсоида вращения, вытянутого вдоль одной из координатных осей /малая полуось эллипсоида равна  $R$ , большая -  $2 \cdot R$ /. Расчет был проведен по методу<sup>/2/</sup> при  $\xi = 0,25$ . В этом случае, как видно из рис. 5, результаты расчетов по методу<sup>/2/</sup> и по точным формулам совпадают. Из рис. 6 видно, что определяющее влияние на экранирование оказывает размер экрана, перпендикулярный направлению поля. Изменение же размера экрана, параллельного направлению поля, слабо влияет на его экранирующее действие.

#### IV.

В заключение можно отметить следующее. Проведенные расчеты показали, что наиболее удобным является непосредственный численный счет на ЭВМ с использованием интегралов /19/, /20/. Как оказалось, такой подход не требует больших затрат машинного времени и в то же время является пригодным и при переходе в область более высоких частот, тогда как расчеты с использованием ряда /21/, без уменьшения громоздкости вычислений, годятся лишь для квазистационарных полей и только в случае, когда толщина оболочки много меньше ее радиуса.

Как показало сравнение, проведенное на данной модельной задаче, приближенный метод расчета<sup>/2/</sup> пригоден для надежных оценок даже в случае толщин экранов, сравнимых со скином.

Когда данная работа была уже подготовлена к печати, появилась работа<sup>/6/</sup>, в которой рассмотрена диффузия однородного /в отличие от настоящей работы/ квазистационарного магнитного поля в сферическую оболочку. Формулы /23/ и /24/ для коэффициента экранирования и времени диффузии настоящей работы для частного случая однородного поля ( $s = 1$ ) совпадают с соответствующими формулами работы<sup>/6/</sup>.

Выражаем благодарность В.М.Жабицкому за полезные обсуждения.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Алексахин Ю.И. и др. ЖТФ, 1975, 45, стр. 933.
2. Дерендяев Ю.С. и др. ОИЯИ, Р9-9140, Дубна, 1975.
3. Каден Г. Электромагнитные экраны в высокочастотной технике и технике электросвязи. Госэнергоиздат, М.-Л., 1975.
4. Алексин В.Ф., Романов С.С. ЖТФ, 1973, 43, стр. 1153.
5. Бонч-Бруевич А.М. Применение электронных ламп в экспериментальной физике. ГИТТЛ, М., 1956.
6. Алексин В.Ф. и др. ЖТФ, 1978, 48, стр. 460.

Рукопись поступила в издательский отдел  
13 июня 1978 года.