

T-19

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА



6/II-78

672/2-78

P9 - 11041

Н.И.Тарантин

СИСТЕМА КОЭФФИЦИЕНТОВ
ЛИНЕЙНОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ПУЧКА
ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ В МАГНИТНОМ
ДИПОЛЬНОМ ЭЛЕМЕНТЕ.

Часть III. Аксиальное движение

1977

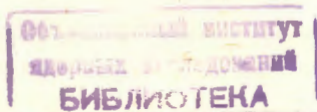
P9 - 11041

Н.И.Тарантин

СИСТЕМА КОЭФФИЦИЕНТОВ
ЛИНЕЙНОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ПУЧКА
ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ В МАГНИТНОМ
ДИПОЛЬНОМ ЭЛЕМЕНТЕ.

Часть III. Аксиальное движение

Направлено в ЖТФ



Тарантин Н.И.

P9 - 11041

Система коэффициентов линейного преобразования пучка заряженных частиц в магнитном дипольном элементе.
Часть III. Аксиальное движение

Получен набор систематизированных коэффициентов линейного преобразования пучка заряженных частиц для аксиального движения их в магнитном дипольном элементе.

Дан способ графического определения положений источника, приемника и основных коэффициентов линейного преобразования.

Работа выполнена в Лаборатории ядерных реакций ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1977

Tarantin N.I.

P9 - 11041

Coefficient System for Linear Transformation of the Beam of Charged Particles by a Magnetic Dipole Element, Part III. Axial Motion

A set of systematized coefficients for linear transformation of the beam of charged particles for their axial motion in a magnetic dipole element was obtained. A rule for graphical presentation of positions of a source, a collector and main coefficients of linear transformation is presented.

The investigation has been performed at the Laboratory of Nuclear Reactions, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1977

ВВЕДЕНИЕ

В работах ^{/1,2/} был развит новый прием определения коэффициентов преобразования пучка заряженных частиц в магнитном дипольном элементе и был получен набор систематизированных коэффициентов линейного преобразования для радиального движения частиц в хроматическом и квазиахроматическом вариантах преобразования. В настоящей статье этот прием распространен на аксиальное движение заряженных частиц в магнитном дипольном элементе, и получены коэффициенты линейного преобразования для аксиального движения.

АКСИАЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЕ ЗАРЯЖЕННОЙ ЧАСТИЦЫ В МАГНИТНОМ ДИПОЛЬНОМ ЭЛЕМЕНТЕ

Траектория аксиального движения заряженной частицы в магнитном дипольном элементе и используемые в рассмотрении величины представлены на рис. 1.

Уравнение для аксиального движения заряженной частицы в магнитном поле в левовинтовой системе координат имеет общий вид

$$m\ddot{z} = \frac{e}{c}(v_{\phi}B_r - v_rB_{\phi})^* \quad /1/$$

*В настоящей работе используются те же обозначения, что и в статьях ^{/1,2/}.

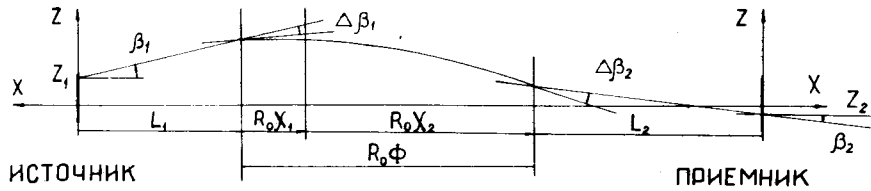


Рис. 1. Траектория аксиального движения заряженной частицы в магнитном дипольном элементе. Стрелками указаны направления положительного отсчета величин.

После подстановки выражений для компонентов радиально-неоднородного, аксиально-симметричного поля, приведенных в работе /1/, и замены производных по времени производными по углу ϕ это уравнение с точностью до первого порядка малых членов ζ и δ запишется в виде

$$\zeta'' + \nu^2 \zeta = 0, \quad /2/$$

где $\nu = \sqrt{-a_1}$, а смысл других обозначений дан в работе /1/. Одно из частных решений уравнения /2/ определим, исходя из условий на входной эффективной границе магнитного поля. Эти условия будут определяться координатой выхода частицы из источника ζ_1 и углом β_1 между траекторией выхода частицы из источника и плоскостью XOY и некоторым преломлением траектории при прохождении частицы краевого магнитного поля. Позднее будет показано, что величина преломления траектории частицы на эффективной границе, определяемой соотношением /1/ работы /1/, для основного поля $V_z(\rho, \phi, 0) = V_0(1 + a_1 \rho)$ с точностью до первого порядка малых членов выражается формулой:

$$\Delta \beta_1 = -t_1 \zeta_1(\phi_{гр}), \quad /3/$$

где $\Delta \beta_1$ - разность между углами β после и до прохождения краевого поля, $\zeta_1(\phi_{гр})$ - аксиальная координата траектории на входной эффективной границе при

прямолинейном движении частицы до эффективной границы.

Выражение /3/, справедливое и для однородного магнитного поля, было впервые получено в работах /3,4/ для этого случая. Аналогичное выражение было найдено в работе /5/ для радиально-неоднородного магнитного поля, но при несколько ином определении эффективной границы.

Граничные условия для входной границы с точностью до первого порядка малых величин ζ_1 и β_1 ($\zeta_1 \ll 1$, $\beta_1 \ll 1$) запишутся в виде:

$$\begin{aligned} \zeta_1(\phi_{гр}) &= \zeta_1 + \beta_1 l_1 \quad \text{и} \\ \zeta_1'(\phi_{гр}) &= -\zeta_1 t_1 + \beta_1(1 - l_1 t_1). \end{aligned} \quad /4/$$

Частное решение уравнения /2/, отвечающее граничным условиям /4/, есть

$$\begin{aligned} \zeta_1(\phi) &= (\zeta_1 + \beta_1 l_1) \cos \nu \phi + \\ &+ \frac{1}{\nu} [-\zeta_1 t_1 + \beta_1(1 - l_1 t_1)] \sin \nu \phi. \end{aligned} \quad /5/$$

Найдем другое частное решение уравнения /2/ для частицы, приходящей на приемник в точку с координатой ζ_2 и под углом β_2 к плоскости XOY. Граничные условия на выходной границе для этой частицы:

$$\begin{aligned} \zeta_2(\phi_{гр}) &= \zeta_2 - \beta_2 l_2 \quad \text{и} \\ \zeta_2'(\phi_{гр}) &= \zeta_2 t_2 + \beta_2(1 - l_2 t_2). \end{aligned} \quad /6/$$

Из сравнения граничных условий /4/ и /6/ для аксиального движения частицы и граничных условий /6/ и

/8/ работы /1/ для радиального движения видно, что наклон границы ($t_i, i=1,2$) дипольного магнита проявляется прямо противоположным образом /эффекты разного знака/ в изменении величин ρ' и ζ' при прохождении частицей эффективной границы магнитного поля.

Решение уравнения /2/ с граничными условиями /6/ есть

$$\zeta_2(\phi) = (\zeta_2 - \beta_2 \ell_2) \cos \nu (\Phi - \phi) - \frac{1}{\nu} [\zeta_2 t_2 + \beta_2 (1 - \ell_2 t_2)] \sin \nu (\Phi - \phi). \quad /7/$$

Для того чтобы найти зависимость конечных координат частицы ζ_2 и β_2 от начальных ζ_1 и β_1 , воспользуемся приемом совмещения двух частных решений уравнения /2/, использовавшимся в работе /1/. В результате этого получаем

$$\begin{aligned} & \zeta_1 (c_1 - \frac{1}{\nu} t_1 s_1) + \beta_1 [\ell_1 c_1 + \frac{1}{\nu} (1 - \ell_1 t_1) s_1] = \\ & = (Z_\zeta \zeta_1 + Z_\beta \beta_1) (c_2 - \frac{1}{\nu} t_2 s_2) - \\ & - (B_\zeta \zeta_1 + B_\beta \beta_1) [\ell_2 c_2 + \frac{1}{\nu} (1 - \ell_2 t_2) s_2] \quad \text{и} \\ & \zeta_1 (-\nu s_1 - t_1 c_1) + \beta_1 [-\nu \ell_1 s_1 + (1 - \ell_1 t_1) c_1] = \\ & = (Z_\zeta \zeta_1 + Z_\beta \beta_1) (\nu s_2 + t_2 c_2) + \\ & + (B_\zeta \zeta_1 + B_\beta \beta_1) [-\nu \ell_2 s_2 + (1 - \ell_2 t_2) s_2]. \quad /8/ \end{aligned}$$

В соотношениях /8/ применены обозначения $s_i = \sin \nu \chi_i$, $c_i = \cos \nu \chi_i$, $i=1,2$, χ_1 - произвольное значение угла ϕ , $\chi_2 = \Phi - \chi_1$; для ζ_2 и β_2 использованы представления

$$\zeta_2 = Z_\zeta \zeta_1 + Z_\beta \beta_1 \quad \text{и} \quad \beta_2 = B_\zeta \zeta_1 + B_\beta \beta_1,$$

в которых коэффициенты разложения, так же как и в разложениях η_2 и a_2 в работе /1/, обозначены одноименными, но заглавными буквами греческого алфавита.

Из равенств /8/ получаем, приравняв коэффициенты при ζ_1 и β_1 , две системы, каждая из которых содержит по два уравнения, связывающих коэффициенты линейного преобразования координат: Z_ζ и B_ζ , Z_β и B_β . Решения этих систем уравнений даны ниже в двух формах:

$$\begin{aligned} Z_\zeta &= (c_1 - \frac{1}{\nu} t_1 s_1) [-\nu \ell_2 s_2 + (1 - \ell_2 t_2) c_2] - \\ & - (\nu s_1 + t_1 c_1) [\ell_2 c_2 + \frac{1}{\nu} (1 - \ell_2 t_2) s_2] = \quad /9a/ \end{aligned}$$

$$= (\frac{\ell_2 t_1 t_2}{\nu} - \frac{t_1}{\nu} - \nu \ell_2) s + [1 - \ell_2 (t_1 + t_2)] c, \quad /9b/$$

$$\begin{aligned} B_\zeta &= (\nu s_1 + t_1 c_1) (-c_2 + \frac{t_2 s_2}{\nu}) - \\ & - (c_1 - \frac{t_1 s_1}{\nu}) (\nu s_2 + t_2 c_2) = \quad /10a/ \end{aligned}$$

$$= (\frac{t_1 t_2}{\nu} - \nu) s - (t_1 + t_2) c, \quad /10b/$$

$$\begin{aligned} Z_\beta &= [\ell_1 c_1 + \frac{1}{\nu} (1 - \ell_1 t_1) s_1] [-\nu \ell_2 s_2 + (1 - \ell_2 t_2) c_2] + \\ & + [-\nu \ell_1 s_1 + (1 - \ell_1 t_1) c_1] [\ell_2 c_2 + \frac{1}{\nu} (1 - \ell_2 t_2) s_2] = \quad /11a/ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & = [\frac{1}{\nu} (1 - \ell_1 t_1) (1 - \ell_2 t_2) - \nu \ell_1 \ell_2] s + \\ & + [\ell_1 + \ell_2 - \ell_1 \ell_2 (t_1 + t_2)] c, \quad /11b/ \end{aligned}$$

$$B_{\beta} = [-\nu \ell_1 s_1 + (1 - \ell_1 t_1) c_1] (c_2 - \frac{t_2 s_2}{\nu}) -$$

$$- [\ell_1 c_1 + \frac{1}{\nu} (1 - \ell_1 t_1) s_1] (\nu s_2 + t_2 c_2) = \quad /12a/$$

$$= - [\nu \ell_1 + \frac{1}{\nu} (1 - \ell_1 t_1) t_2] s + [1 - \ell_1 (t_1 + t_2)] c, \quad /12b/$$

$$c_1 - \frac{t_1 s_1}{\nu} = 0 \quad \text{и} \quad c_2 - \frac{t_2 s_2}{\nu} = 0. \quad /14/$$

Различие этих условий состоит в том, что условия /13/ отвечают четному числу /в том числе, и нулю/ пересечений траекторий частиц с медианной ($\zeta=0$) плоскостью, не считая пересечений в источнике и на приемнике; условия /14/ - нечетному числу пересечений. При этом

в первом случае $\nu \chi_i > -\frac{1}{2} \pi$, а во втором $\nu \chi_i > 0$, $i=1,2$.

Заметим, что в работах^{/1,2/} для радиального движения частиц рассматривались только способы преобразования пучка частиц без пересечения и с одним пересечением траекторий частиц, которые, заметно отличаясь один от другого дисперсией и изохронностью, давали возможность получить самые различные комбинации линейных характеристик магнитного дипольного элемента. Поэтому не было необходимости рассматривать случаи радиального преобразования пучка более чем с одним пересечением, требующих, кстати сказать, дипольных магнитов с большим углом отклонения. Число же пересечений при аксиальном движении зависит от параметров дипольного магнита, которые могут быть выбраны на основе требований к радиальному преобразованию пучка так, что это число может быть более одного.

Аксиальные коэффициенты линейного преобразования пучка заряженных частиц магнитным дипольным элементом даны в табл. 1 и 2.

Раскрытие неопределенностей в выражениях для коэффициентов преобразования при значениях $\ell_i=0$ и $\cos \nu \chi_i=0$ или $\sin \nu \chi_i=0$ дается в табл. 3 и 4.

При $\nu=0$ /однородное поле/ неопределенность типа $\frac{0}{0}$ в выражениях табл. 1 и 2 исключается путем следующих подстановок: $\frac{s}{\nu} = \Phi$, $\frac{s_1}{s_2} = \frac{\chi_1}{\chi_2}$. Условия осуществления преобразований при этом изменяются следующим

образом: вместо $\frac{s_i}{c_i} = -\frac{t_i}{\nu}$ следует взять $t_i=0$, $\chi_i =$

где $s = \sin \nu \Phi$, а $c = \cos \nu \Phi$.

Найденные коэффициенты линейного преобразования дают возможность определить аксиальные размеры и угловую расходимость пучка частиц в плоскости приемника магнитного дипольного элемента, параметры которого выбраны на основе требований к преобразованию пучка частиц в радиальном сечении, являющихся, как правило, определяющими. Для этих вычислений более удобны формулы /9-12/ в форме "б".

Однако очень часто наряду с требуемым преобразованием пучка частиц в радиальном сечении бывает нужна та или иная трансформация пучка и в аксиальном сечении для получения определенной формы фокального пятна, например, стигматического. Тогда в зависимости от начальных аксиальных параметров пучка необходимо осуществить один из четырех типов рассмотренных в работе^{/1/} преобразований пучка /"зажигательное стекло", "телескоп", "проектор" и "конденсор"/. Каждый из этих видов преобразования, для которых необходимо равенство нулю одного из коэффициентов Z_{ζ} , B_{ζ} , Z_{β} и B_{β} , может быть осуществлен, как это можно видеть из структуры записи коэффициентов /9-12/ в форме "а", двумя различными способами. Например, для осуществления преобразования типа "телескоп", необходимое равенство нулю коэффициента B_{ζ} может быть получено при выполнении или условий

$$\nu s_1 + t_1 c_1 = 0 \quad \text{и} \quad \nu s_2 + t_2 c_2 = 0, \quad /13/$$

или условий

Таблица 1

Коэффициенты линейного преобразования пучка частиц при чётном числе пересечений траекторий с медианной плоскостью

Тип и условия осуществления преобразования	Коэффициенты			
	Z_{ζ}	B_{ζ}	Z_{β}	B_{β}
Зажигательное стекло $\frac{s_1}{c_1} = -\frac{t_1}{\nu}, \frac{s_2}{c_2} = \frac{1}{\nu}(\frac{1}{l_2} - t_2)$	0	$-\frac{c_2}{l_2 c_1}$	$\frac{l_2 c_1}{c_2}$	$\frac{c_1}{c_2} - \frac{l_1 c_2}{l_2 c_1} - \frac{s}{\nu l_2}$
Телескоп $\frac{s_i}{c_i} = -\frac{t_i}{\nu}, i=1,2$	$\frac{c_2}{c_1}$	0	$\frac{l_1 c_2}{c_1} + \frac{l_2 c_1}{c_2} + \frac{s}{\nu}$	$\frac{c_1}{c_2}$
Проектор $\frac{s_i}{c_i} = \frac{1}{\nu}(\frac{1}{l_i} - t_i), i=1,2$	$-\frac{l_2 c_1}{l_1 c_2}$	$-\frac{c_1}{l_1 c_2} - \frac{c_2}{l_2 c_1} + \frac{s}{\nu l_1 l_2}$	0	$-\frac{l_1 c_2}{l_2 c_1}$
Конденсор $\frac{s_1}{c_1} = \frac{1}{\nu}(\frac{1}{l_1} - t_1), \frac{s_2}{c_2} = -\frac{t_2}{\nu}$	$\frac{c_2}{c_1} - \frac{l_2 c_1}{l_1 c_2} - \frac{s}{\nu l_1}$	$-\frac{c_1}{l_1 c_2}$	$\frac{l_1 c_2}{c_1}$	0

Таблица 2

Коэффициенты линейного преобразования пучка частиц при нечётном числе пересечений траекторий частиц с медианной плоскостью

Тип и условия осуществления преобразования	Коэффициенты			
	Z_{ζ}	B_{ζ}	Z_{β}	B_{β}
Зажигательное стекло $\frac{c_1}{s_1} = \frac{t_1}{\nu}, \frac{c_2}{s_2} = \frac{1}{\nu}(t_2 - \frac{1}{l_2})$	0	$\frac{s_2}{l_2 s_1}$	$-\frac{l_2 s_1}{s_2}$	$-\frac{s_1}{s_2} + \frac{l_1 s_2}{l_2 s_1} - \frac{s}{\nu l_2}$
Телескоп $\frac{c_i}{s_i} = \frac{t_i}{\nu}, i=1,2$	$-\frac{s_2}{s_1}$	0	$-\frac{l_1 s_2}{s_1} - \frac{l_2 s_1}{s_2} + \frac{s}{\nu}$	$-\frac{s_1}{s_2}$
Проектор $\frac{c_i}{s_i} = \frac{1}{\nu}(t_i - \frac{1}{l_i}), i=1,2$	$\frac{l_2 s_1}{l_1 s_2}$	$\frac{s_1}{l_1 s_2} + \frac{s_2}{l_2 s_1} + \frac{s}{\nu l_1 l_2}$	0	$\frac{l_1 s_2}{l_2 s_1}$
Конденсор $\frac{c_1}{s_1} = \frac{1}{\nu}(t_1 - \frac{1}{l_1}), \frac{c_2}{s_2} = \frac{t_2}{\nu}$	$\frac{s_2}{s_1} + \frac{l_2 s_1}{l_1 s_2} - \frac{s}{\nu l_1}$	$\frac{s_1}{l_1 s_2}$	$-\frac{l_1 s_2}{s_1}$	0

Таблица 3

Коэффициенты линейного преобразования пучка частиц при $\ell_1=0$, $\cos \nu \chi_1=0$ и чётном числе пересечений с медианной плоскостью

Тип преобразования и значения i	Коэффициенты			
	Z_ζ	B_ζ	Z_β	B_β
Зажигательное стекло $i=2$	0	$-\frac{\nu}{c_1}$	$\frac{c_1}{\nu}$	$-\frac{\nu \ell_1}{c_1} - s_1$
Проектор $i=1$	$-\frac{\nu \ell_2}{c_2}$	$\frac{s_2}{\ell_2} - \frac{\nu}{c_2}$	0	$-\frac{c_2}{\nu \ell_2}$
Проектор $i=2$	$-\frac{c_1}{\nu \ell_1}$	$\frac{s_1}{\ell_1} - \frac{\nu}{c_1}$	0	$-\frac{\nu \ell_1}{c_1}$
Проектор $i=1,2$	-1	0	0	-1
Конденсор $i=1$	$-\frac{\nu \ell_2}{c_2} - s_2$	$-\frac{\nu}{c_2}$	$\frac{c_2}{\nu}$	0

Таблица 4

Коэффициенты линейного преобразования пучка частиц при $\ell_1=0$, $\sin \nu \chi_1=0$ и нечётном числе пересечений траекторий частиц с медианной плоскостью

Тип преобразования и значения i	Коэффициенты			
	Z_ζ	B_ζ	Z_β	B_β
Зажигательное стекло $i=2$	0	$\frac{\nu}{s_1}$	$-\frac{s_1}{\nu}$	$\frac{\nu \ell_1}{s_1} - c_1$
Проектор $i=1$	$\frac{\nu \ell_2}{s_2}$	$\frac{c_2}{\ell_2} + \frac{\nu}{s_2}$	0	$\frac{s_2}{\nu \ell_2}$
Проектор $i=2$	$\frac{s_1}{\nu \ell_1}$	$\frac{c_1}{\ell_1} + \frac{\nu}{s_1}$	0	$\frac{\nu \ell_1}{s_1}$
Проектор $i=1,2$	1	0	0	1
Конденсор $i=1$	$\frac{\nu \ell_2}{s_2} - c_2$	$\frac{\nu}{s_2}$	$-\frac{s_2}{\nu}$	0

любое значение; вместо $\frac{s_i}{c_i} = \frac{1}{\nu} \left(\frac{1}{l_i} - t_i \right)$ следует взять

$$t_i = \frac{1}{l_i}, \chi_i - \text{любое значение; } \frac{c_i}{s_i} = \frac{t_i}{\nu} \text{ преобразуется}$$

в $\frac{1}{\chi_i} = t_i$; $\frac{c_i}{s_i} = \frac{1}{\nu} \left(t_i - \frac{1}{l_i} \right)$ преобразуется в $\frac{1}{\chi_i} +$

$+\frac{1}{l_i} = t_i$ - формулу тонкой линзы с фокусным расстоянием $f = \frac{R_0}{t_i}$.

Коэффициенты линейного преобразования пучка частиц магнитным дипольным элементом при аксиальном движении, представленные формулами /9-12/ и в табл. 1-4, отвечают принципу сохранения элемента площади фазовой плоскости $\zeta - \beta$ при преобразовании величин ζ_1, β_1 в величины ζ_2, β_2 , т.е. детерминант матрицы этого перехода равен единице:

$$Z_\zeta B_\beta - Z_\beta B_\zeta = 1.$$

Форма требований к параметрам магнитного дипольного элемента, необходимых для осуществления того или иного аксиального преобразования пучка, позволяет также использовать графический способ для нахождения мест положения источника и приемника и определения некоторых коэффициентов. Графическое построение дается на рис. 2 для магнитного дипольного элемента с преобразованием пучка в аксиальном сечении типа "проектор" при четном числе пересечений траекторий частиц с медианной плоскостью. В графическом построении нужно

использовать величины $\nu L_1, \nu \chi_1$ и $-\arctg\left(\frac{\text{tg} \epsilon_1}{\nu}\right)$ вместо

соответствующих величин L_1, χ_1 и $\epsilon_1 (i=1,2)$. Положение источника (L_1) и приемника (L_2) при заданных параметрах дипольного магнита R_0, ν, ϵ_1 и χ_1 определяется условием, что нормаль к входной /выходной/ условной эффективной границе в точке входа /выхода/ главной траектории, нормаль к радиусу-вектору r при

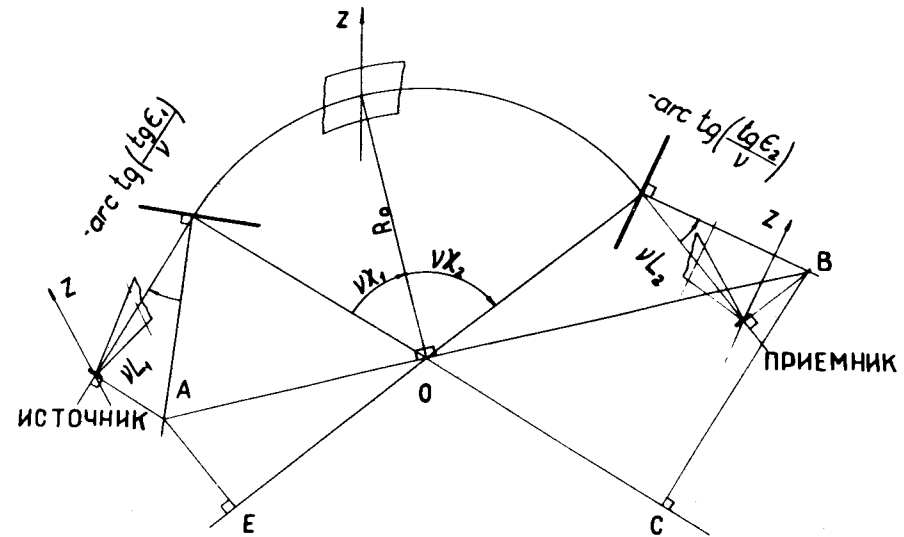


Рис. 2. Способ графического определения положений источника (L_1), приемника (L_2) и основных коэффициентов линейного преобразования пучка частиц в магнитном дипольном элементе для аксиального движения с четным числом пересечений траекториями частиц медианной плоскости. Квадратами отмечены прямые углы.

$$Z_\zeta = -\frac{OB}{OA}, B_\beta = -\frac{OA}{OB}, \frac{\nu L_1 c_2}{c_1} = AE, \frac{\nu L_2 c_1}{c_2} = BC.$$

$\phi = \chi_1$ в точке O и нормаль к главной траектории в месте расположения источника /приемника./ пересекаются в одной точке A(B). Заметим, что на рис. 2 настоящей работы представлено графическое построение для магнитного дипольного элемента с теми же параметрами $L_i, R_0, \epsilon_i, \chi_1 + \chi_2 = \Phi$ и $a_1 = -0,5 (\omega = \nu)$, что и на рис. 2 работы /1/ иллюстрирующем графическое построение для радиального движения пучка в дипольном элементе. При подготовке рисунков поиск параметров, удовлетворяющих одновременно условиям преобразования типа "проектор" как в радиальном, так и в аксиальном сечениях пучка, с помощью графического построения занял несколько минут.

Основные коэффициенты преобразования находятся также из элементов построения: $Z_{\zeta} = -\frac{OB}{OA}$, $B\beta = -\frac{OA}{OB}$.

Значения $\frac{l_1 c_2}{c_1}$ и $\frac{l_2 c_1}{c_2}$, входящие в выражение для B_{ζ} , задаются отрезками AE и BC.

Графическое построение для аксиального движения при нечетном числе пересечений траекторий с медианной плоскостью в такой же мере аналогично построению для радиального движения с квазиахроматическим способом преобразования /см. рис. 2 работы /2/ /.

При параллельном ходе траекторий в аксиальном сечении пучка до или за магнитом точка пересечения нормалей к условной эффективной границе и к радиусу-вектору r переносится в бесконечность /см. построение на рис. 2 работы /2/ /.

При расчете и создании магнитных дипольных элементов наряду с параметрами пучка частиц на приемнике весьма важно знать максимальные отклонения траекторий частиц от главной траектории по всей длине траектории частицы. Используемый в работах /1,2/ и в настоящей статье метод рассмотрения движения частиц в магнитном дипольном элементе позволяет получить значения максимальных отклонений траекторий частиц от главной траектории, определяющих внутренние размеры канала для частиц. Максимальные отклонения заряженной частицы от медианной плоскости, выраженные в единицах $|\zeta|_{\max}$ для преобразований типа "зажигательное стекло" и "телескоп" и в единицах $l_1 |\beta_1|_{\max}$ для преобразований типа "проектор" и "конденсор", приведены в табл. 5 для двух вариантов преобразований, соответственно, с четным или нечетным числом пересечений траекторий частиц с медианной плоскостью. Там же указаны места дипольного магнита ϕ_{\max} , где максимальное отклонение случается, и условия проявления максимального отклонения в указанном месте. При $l_1=0$ и $c_1=0$ или $s_1=0$, имеющих место при преобразованиях типа "проектор" и "конденсор", раскрытие неопределенностей отношений $\frac{l_1}{c_1}$ и $\frac{l_1}{s_1}$ дает $\frac{1}{\nu}$.

Таблица 5

Наибольшие аксиальные отклонения траекторий частиц в магнитном дипольном элементе

Чётное число пересечений			Нечётное число пересечений		
$ \zeta _{\max}$	$ \phi _{\max}$	Условия проявления	$ \zeta _{\max}$	ϕ_{\max}	Условия проявления
$\frac{1}{c_1}$	χ_1	$\chi_i \geq 0$ $i=1,2$	$\frac{1}{s_1}$	$\chi_1 \pm \frac{\pi}{2\nu}$	$\chi_i \geq \frac{\pi}{2\nu}$ $i=1,2$
1	0	$\chi_1 < 0$	1 или	0 или	$\chi_i < \frac{\pi}{2\nu}$
$\frac{c_2}{c_1}$	Φ	$\chi_2 < 0$	$\frac{s_2}{s_1}$	Φ	$i=1,2$

Заметим, что формулы табл. 5 также пригодны для определения максимальных радиальных отклонений траекторий частиц, если вместо аксиальных параметров используются соответствующие радиальные параметры $|\rho|_{\max}$, $|\eta_1|_{\max}$, $|a_1|_{\max}$, $\omega\psi_i$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Систематизация преобразований, производимых магнитным дипольным элементом в радиальном и аксиальном направлениях, а также введение новых параметров ψ_i и χ_i , $i=1,2$, - слагаемых полного угла отклонения главной частицы в дипольном магните при радиальном и аксиальном движении, определяемых входными и выходными параметрами магнитного дипольного элемента

в новом приеме рассмотрения его действия, позволили существенно упростить коэффициенты линейного преобразования пучка частиц в магнитном дипольном элементе, систематизировать их форму и упорядочить весь набор коэффициентов. Так, например, система коэффициентов линейного преобразования пучка частиц в хроматическом магнитном дипольном элементе /табл. 2 работы^{/1/}/ содержит 24 коэффициента, из которых 4 равны нулю, 8 - попарно тождественны, 8 - попарно взаимно обратны, а остальные 4 коэффициента построены из повторяющихся членов. Шестнадцать коэффициентов этой системы повторяются в системе линейных коэффициентов аксиального преобразования с четным числом пересечений /табл. 1 настоящей работы/, отличаясь только тем, что вместо радиальных параметров $\omega\psi_i$ в них используются аксиальные параметры $\nu\chi_i$.

Аналогичная симметрия и аналогичное соответствие имеют место для систем радиальных коэффициентов линейного преобразования пучка частиц в квазихроматическом магнитном дипольном элементе /табл. 1 работы^{/2/}/ и аксиальных коэффициентов преобразования с нечетным числом пересечений /табл. 2 настоящей работы/. Такое же соответствие проявляется и для предельных форм коэффициентов, представленных в табл. 3 работы^{/1/} и в табл. 2 работы^{/2/}, с одной стороны, и в табл. 3 и 4 настоящей статьи - с другой, а также приведенных в текстах работ^{/1,2/} и настоящей статьи для $\omega=0$ и $\nu=0$.

Наибольшие радиальные и аксиальные отклонения траекторий частиц в магнитном дипольном элементе выражаются также одинаковым образом /см. табл. 5 настоящей статьи/.

Упрощенность полной системы коэффициентов и условий преобразования пучка частиц проявляется еще в том, что коэффициенты и условия радиального преобразования квазихроматическим способом /табл. 1 работы^{/2/}/ и аксиального преобразования с нечетным числом пересечений /табл. 2 настоящей работы/ могут быть получены из коэффициентов и условий радиального преобразования хроматическим способом /табл. 2 работы^{/1/}/ и акси-

ального преобразования с четным числом пересечений /табл. 1 настоящей статьи/ простой заменой s_1 на c_1 , s_2 на $-c_2$, c_1 на $-s_1$ и c_2 на s_2 . Такой же заменой можно воспользоваться для перевода коэффициентов неизохронности /табл. 4 работы^{/1/} и табл. 3 работы^{/2/}/ и коэффициентов, определяющих наибольшие радиальные и аксиальные отклонения /табл. 5 настоящей работы/.

Отмеченная повторяемость формы коэффициентов позволяет записать всех рассмотренных 104 коэффициентов свести к записи 33 и получить все коэффициенты с помощью простых подстановок.

Как показывает прикладное рассмотрение, используемый в работах^{/1,2/} и настоящей статье прием определения конечных координат частицы в магнитном дипольном элементе и систематизация преобразований, производимых магнитным дипольным элементом, должны привести к еще более существенным упрощениям решения уравнения движения частицы с учетом второго и более высоких порядков малых величин, а также самих коэффициентов преобразования второго и более высоких порядков.

Автор выражает искреннюю благодарность академику Г.Н.Флерову за предложение рассмотреть вопросы коммутации и монохроматизации пучка частиц строящегося циклотрона У-400, стимулировавшее написание настоящей статьи и статей^{/1,2/}.

ЛИТЕРАТУРА

1. Тарантин Н.И. ОИЯИ, Р9-11039, Дубна, 1977.
2. Тарантин Н.И. ОИЯИ, Р9-11040, Дубна, 1977.
3. Cotte M. Ann.Phys., Paris, 1938, 10, p. 333.
4. Хургин Я. ЖЭТФ, 1939, 9, с. 824.
5. Matsuda H. and Wollnik H. Nucl. Instr. & Meth., 1970, 77, p. 40.

Рукопись поступила в издательский отдел
28 октября 1977 года.