

И-207

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА

10/5-77



1757 / 2-77

P9 - 10447

С.Т.Иванов, Г.И.Макаренко, К.А.Решетникова

О НЕЛИНЕЙНОМ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ
РЕЛЯТИВИСТСКОГО ЭЛЕКТРОННОГО ПУЧКА
С ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНОЙ
В ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОМ КАНАЛЕ

1977

P9 - 10447

С.Т.Иванов, Г.И.Макаренко, К.А.Решетникова

О НЕЛИНЕЙНОМ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ
РЕЛЯТИВИСТСКОГО ЭЛЕКТРОННОГО ПУЧКА
С ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНОЙ
В ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОМ КАНАЛЕ

Направлено в ЖТФ



Иванов С.Т., Макаренко Г.И., Решетникова К.А.

P9 - 10447

О нелинейном взаимодействии релятивистского электронного пучка с электромагнитной волной в диэлектрическом канале

Решается нелинейная задача о стационарном состоянии релятивистского электронного пучка и электромагнитной волны, возбуждаемой им в волноводе, частично заполненном диэлектриком.

Найдена максимальная амплитуда волны, которая определяется захватом электронов пучка. Это позволило определить поток энергии электромагнитного излучения и эффективность преобразования кинетической энергии пучка в электромагнитную энергию поля.

Работа выполнена в Отделе новых методов ускорения ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1977

Ivanov S.T., Makarenko G.I.,
Reshetnikova K.A.

P9 - 10447

On Nonlinear Interaction of an Relativistic
Electron Beam with Electromagnetic Wave in
Dielectric Channel

A nonlinear problem is being solved about stationary state of a relativistic electron beam and electromagnetic wave excited by the beam in a waveguide filled partially with dielectric.

The maximal wave amplitude is found which is determined by the beam electron capture. This fact allows one to determine the energy flux of electromagnetic radiation and the efficiency of transformation of the kinetic energy of the beam into electromagnetic energy of the field.

The investigation has been performed at the Department of New Acceleration Methods, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1977

1. В связи с увеличением тока ускоренных частиц в ускорителях и проблемой генерации волн большой амплитуды становятся актуальными исследования нелинейного взаимодействия пучка и электромагнитной волны.

Известно, что при прохождении через замедляющую структуру электронный пучок может возбудить медленную электромагнитную волну. Сначала амплитуда этой волны экспоненциально нарастает, а потом выходит на некоторый уровень насыщения, и система переходит в стационарное состояние. Величина амплитуды насыщения является важной характеристикой системы. Зная амплитуду, можно определить, какая часть кинетической энергии пучка переходит в энергию электромагнитного поля. Это, в свою очередь, позволяет судить как об эффективности генерации системы, так и о потерях энергии пучком при возникновении нежелательной продольной неустойчивости в канале ускорителя /1,2/.

2. В настоящей работе решается нелинейная задача о стационарном состоянии электромагнитной волны и релятивистского электронного пучка в диэлектрическом канале. Нелинейность задачи обусловлена воздействием волны на движение электронов пучка.

Рассматривается металлический волновод радиуса r_2 , на внутренней стенке которого имеется слой диэлектрика толщиной $(r_2 - r_1)$ с диэлектрической проницаемостью ϵ . Вдоль оси z диэлектрического канала со скоростью u движется релятивистский электронный пучок, который занимает область $r < r_1$. Электронный пучок удерживается

сильным продольным магнитным полем, удовлетворяющим условию:

$$\Omega \gg \omega_b \gamma_u, \quad /1/$$

где $\Omega = \frac{eB_0}{m_0 c}$, $\omega_b = \sqrt{\frac{4\pi e^2 n_b}{m_0}}$ - циклотронная и ленгмюровская частоты пучка соответственно; n_b - плотность электронов пучка, $\gamma_u = (1 - \frac{u^2}{c^2})^{-1/2}$. Это условие

позволяет считать движение электронов одномерным.

Будем рассматривать пучок небольшой концентрации, удовлетворяющий условию:

$$\nu = \frac{\omega_b^2}{\omega_0^2} \ll 1, \quad /2/$$

где ω_0 - собственная частота диэлектрического волновода. Здесь и в дальнейшем под диэлектрическим волноводом подразумевается волновод, частично заполненный диэлектриком^{/3/}. Условие /2/ позволяет считать пучок слабым возмущением в рассматриваемой системе.

3. Для описания движения электронного пучка используются уравнения движения и непрерывности, а для электромагнитного поля уравнения Максвелла:

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla\right) \frac{\vec{v}}{(1 - \frac{v^2}{c^2})^{1/2}} = \frac{e}{m_0} \left[\vec{E} + \frac{1}{c} (\vec{v} \times \vec{B}) \right],$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \text{div}(nv) = 0, \quad /3/$$

$$\text{rot} \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad \text{rot} \vec{B} = \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \frac{4\pi e}{c} (nv - n_b u),$$

$$\text{div} \vec{D} = 4\pi e (n - n_b), \quad \text{div} \vec{B} = 0.$$

Здесь $\rho = en_b$, $\vec{j} = en_b \vec{u}$ - невозмущенные плотности заряда и тока пучка, $\vec{D} = \epsilon \vec{E}$.

Известно, что в диэлектрическом канале может распространяться медленная электромагнитная волна. Амплитуда ее экспоненциально нарастает, если скорость "u" электронного пучка, проходящего в канале, удовлет-

воряет условию $u \geq \frac{\omega}{k_z}$, где $\frac{\omega}{k_z}$ - фазовая скорость

волны с продольным волновым числом k_z .

В настоящей работе рассматривается аксиально-симметричная волна. В этом случае электромагнитная волна расщепляется на E и H - волны, причем с пучком взаимодействует лишь E - волна. Мы не рассматриваем эволюцию пучковой неустойчивости, приводящей к возбуждению волны и выходу ее амплитуды на стационарное состояние. Анализ проводится для самосогласованного стационарного состояния поля аксиально симметричной E - волны в диэлектрическом волноводе, и релятивистского электронного пучка. В этом состоянии все величины

зависят от одной переменной $\xi = t - \frac{k_z}{\omega} z$. Вводим, как

и в работе /4/, функцию Φ , связанную с E_z - компонентой поля соотношением:

$$E_z = -\frac{\partial \Phi}{\partial z} = \frac{k_z}{\omega} \frac{\partial \Phi}{\partial \xi}. \quad /4/$$

Тогда из уравнений Максвелла получаем уравнение для функции Φ :

$$(\Delta_{\perp} + \epsilon(r) \frac{k_z^2}{\omega^2} - \frac{\partial^2}{\partial \xi^2}) \Phi = -\omega^2 \frac{k_z}{\omega} \frac{m_0}{e} \left(\frac{nv}{n_b} - u \right). \quad /5/$$

Здесь

$$\Delta_{\perp} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\epsilon(r)}{\kappa^2(r)} \frac{\partial}{\partial r}, \quad \kappa^2(r) = 1 - \beta^2 \epsilon(r),$$

$$\beta = \frac{\omega}{k_z c}, \quad \omega_{b0}^2(r) = \frac{4\pi e^2 n_b(r)}{m_0},$$

$$\epsilon(r) = \begin{cases} 1 & \text{при } r \leq r_1 \\ \epsilon = \text{const} & \text{при } r_1 \leq r \leq r_2 \end{cases}$$

$$n_b(r) = \begin{cases} n_b & \text{при } r \leq r_1 \\ 0 & \text{при } r_1 \leq r \leq r_2 \end{cases}$$

Компоненты K_r и V_ϕ выражаются через E_z , а посредством /4/ - и через Φ .

Поскольку все величины зависят лишь от переменной ξ , из уравнений движения и непрерывности можно получить их первые интегралы /4/. Это позволяет исключить неизвестные n и v из уравнения /5/. Окончательно для Φ получается следующее нелинейное уравнение

$$\left(\frac{1}{\bar{r}} \frac{\partial}{\partial \bar{r}} \frac{\bar{r} \epsilon(\bar{r})}{\kappa^2(\bar{r})} \frac{\partial}{\partial \bar{r}} + \epsilon(\bar{r}) \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} \right) \phi = -v_0 \frac{\beta^2 \bar{r}^2}{\gamma_0} \left[\frac{1 - \phi}{\sqrt{1 - \frac{2\phi}{a^2} + \frac{\phi^2}{a^2}}} - \frac{n_b}{n_0} \right] \quad /6/$$

Здесь

$$\bar{r} = k_z r, \quad \xi = \omega \xi, \quad \gamma_0^{-2} = (1 - \beta_0^2), \quad \beta_0 = \frac{u_0}{c},$$

$$\beta = \frac{\omega}{k_z c}, \quad \gamma^{-2} = 1 - \beta^2, \quad \omega_{b0}^2 = \frac{4\pi e^2 n_0(\bar{r})}{m_0},$$

$$v = \frac{\omega_{b0}^2}{\omega^2},$$

$e n_0$, u_0 - плотность и скорость электронов в точке $\Phi=0$

$$\alpha^2 = \frac{(\beta_0 - \beta)^2}{(1 - \beta\beta_0)^2}, \quad \phi = \frac{e\Phi}{m_0 c^2 \gamma_0 (1 - \beta\beta_0)} \quad /7/$$

К уравнению /6/ для ϕ нужно добавить граничные условия для этой функции:

$$\phi \Big|_{\bar{r}=\bar{r}_2} = 0 \quad /8a/$$

$$\left\{ \phi \right\} \Big|_{\bar{r}=\bar{r}_1} = 0 \quad /8б/$$

$$\left\{ \frac{\epsilon(\bar{r})}{\kappa^2(\bar{r})} \frac{\partial \phi}{\partial \bar{r}} \right\} \Big|_{\bar{r}=\bar{r}_1} = 0 \quad /8в/$$

Условия /8б/ и /8в/ есть условия непрерывности функции и ее производной при переходе через поверхность раздела. Если $v_0=0$, то уравнение /6/ переходит в уравнение для поля E -волны в диэлектрическом волноводе без пучка /3/. Вклад пучка описывается правой частью уравнения /6/.

Подобная задача об определении амплитуды насыщения волны, возбуждаемой пучком в неограниченной плазме и полуограниченном диэлектрике, решалась в работах /4,5/ соответственно. Авторы рассматривали случай, когда

$$s = \left(\frac{\omega_b^2}{\omega^2} \right)^{1/3} \beta_u \gamma_u \ll 1 \quad /9/$$

Это приводит к условию, ограничивающему амплитуду волны:

$$e\Phi \gamma_u \ll m_0 c^2 \quad /10/$$

Отметим, что при условии

$$\frac{e\Phi}{m_0 c^2 \gamma_0 (1 - \beta\beta_0)} \ll 1 \quad /11/$$

полученное нами уравнение /6/ переходит в уравнение /2,6/ работы /4/. Здесь речь идет о правых частях уравнений. Левые, конечно, различаются, так как описывают различные системы /в /4/ анализируется неограниченная холодная плазма/. В дальнейшем уравнение, полученное из /6/, при условии /11/ будем называть "укороченным". В /4/ сделано предположение, что скорость пучка в точке $\Phi=0$ мало отличается от начальной скорости "u", которая, в свою очередь, близка к фазовой скорости волны, т.е. $\beta_0 \approx \beta_u \approx \beta$. С учетом этого условие /11/ сводится к /10/.

4. Рассмотрим качественно уравнение /6/.

Прежде всего заметим, что введенный параметр a имеет конкретный физический смысл: $a = |\beta'|$, где β' - относительная /к скорости света/ скорость пучка при $\Phi=0$ в системе координат, движущейся с фазовой скоростью волны. Отсюда ясно, что возможные значения a лежат в интервале:

$$0 < a < 1. \quad /12/$$

Уравнение /6/ получено для стационарного состояния и поэтому

$$f(\phi) = a^2 - 2\phi + \phi^2 > 0,$$

т.е. существуют две области стационарного состояния:

$$\phi < \phi_1 = 1 - \sqrt{1 - a^2}, \quad /13a/$$

$$\phi > \phi_2 = 1 + \sqrt{1 - a^2}. \quad /13b/$$

При этом заметим, что хотя они могут быть сколь угодно близки, однако не существует непрерывного перехода из одной области в другую, т.к. a всегда меньше единицы.

Выясним физический смысл корня ϕ_1 . Из /7/ и /13a/ имеем:

$$\frac{e\Phi}{m_0 c^2 \gamma_0 (1 - \beta\beta_0)} = 1 - \sqrt{1 - a^2} = \frac{m_0 c^2 (\gamma' - 1)}{m_0 c^2 \gamma'}, \quad /14/$$

где

$$\gamma' = (1 - a^2)^{-1/2}.$$

Справа в /14/ стоит отношение кинетической энергии пучка в системе координат, движущейся с фазовой скоростью волны, к полной энергии пучка в этой системе. Рассмотрим левую часть выражения /14/. Умножим числитель и знаменатель на γ . Из формул для преобразования энергии и потенциала при переходе в движущуюся систему координат имеем:

$$\gamma' = \gamma \gamma_0 (1 - \beta\beta_0); \quad \Phi' = \Phi \gamma. \quad /15/$$

Из /14/ с учетом /15/ получим:

$$e\Phi' = m_0 c^2 (\gamma' - 1), \quad /16/$$

т.е. в системе покоя волны максимальное значение ее потенциала в первой области стационарного состояния равно кинетической энергии пучка в этой системе координат. Это - условие захвата частиц полем волны в релятивистском случае. Предполагая, так же как и в /4,5/, что u_0 близка к невозмущенной скорости u , при $a \ll 1$ получим:

$$e\Phi = m_0 c^2 \gamma_0^3 \frac{(\beta_0 - \beta)^2}{2}. \quad /17/$$

Можно показать, что в плазме условие $a \ll 1$ соответствует малому значению параметра s . Соотношение /17/ есть условие захвата частиц полем волны, определяющее уровень насыщения амплитуды для случая нерелятивистского движения пучка в системе покоя волны.

В настоящей работе анализируется первая область $\phi \leq \phi_1$. Анализ второй стационарной области будет рассмотрен в другой работе. Заметим только, что при $\alpha \ll 1$ стационарные области весьма отдалены друг от друга и, по-видимому, после достижения стационарного состояния, обусловленного захватом, система не может перейти во вторую стационарную область. При $\alpha \rightarrow 1$ обе стационарные области близки друг к другу.

5. Перейдем к решению уравнения /6/. Согласно условию /2/, в правой части уравнения имеем малый параметр ν_0 . Следуя /4/, будем решать уравнение /6/ методом Н.Н.Боголюбова /6/. В области, занятой пучком, решение берем в виде:

$$\phi = \phi_0 f(\bar{r}) \cos \psi \quad \text{при} \quad \bar{r} < \bar{r}_1. \quad /18/$$

Для функции $f(\bar{r})$ возьмем собственную функцию оператора левой части уравнения, описывающего поле в системе без пучка

$$f(\bar{r}) = I_0\left(\mu \frac{\bar{r}}{\bar{r}_1}\right), \quad /19/$$

где μ - неизвестный параметр. Основанием для этого допущения служит условие /2/.

В области диэлектрика уравнение /6/ линейно и его решение имеет вид /см., например, /7/ /:

$$\phi = \phi_0^{(d)} Q_0(\kappa \bar{r}) \cos \psi \quad \text{при} \quad \bar{r}_1 \leq \bar{r} \leq \bar{r}_2, \quad /20/$$

где

$$Q_0(\kappa \bar{r}) = J_0(\kappa \bar{r}) N_0(\kappa \bar{r}_2) - J_0(\kappa \bar{r}_2) N_0(\kappa \bar{r}),$$

$$\kappa^2 = \epsilon \beta^2 - 1,$$

$J_0(\kappa \bar{r})$, $N_0(\kappa \bar{r})$ - функции Бесселя первого и второго рода. При этом из условия /8б/ имеем:

$$\phi_0^{(d)} = \phi_0 \frac{I_0(\mu)}{Q_0(\kappa \bar{r}_1)} \quad \text{при} \quad \bar{r} = \bar{r}_1. \quad /21/$$

Подставляя /21/ в условие /8в/, найдем:

$$\mu \frac{I_1(\mu)}{I_0(\mu)} = \epsilon \frac{\bar{r}_1}{\kappa \gamma^2} \cdot \frac{Q_1(\kappa \bar{r}_1)}{Q_0(\kappa \bar{r}_1)}, \quad /22/$$

где

$$Q_1(\kappa \bar{r}_1) = J_1(\kappa \bar{r}_1) N_0(\kappa \bar{r}_2) - J_0(\kappa \bar{r}_2) N_1(\kappa \bar{r}_1).$$

Подставим /18/, /19/ в уравнение /6/, умножим обе части /6/ на $\cos \psi$, усредним по ψ и проинтегрируем по \bar{r} . В результате получим:

$$\mu I_1(\mu) \left(1 - \frac{\mu^2 \gamma^2}{\bar{r}_1^2}\right) \phi = 2 \bar{r} \frac{\beta^2}{\gamma_0^2 (1 - \beta \beta_0)^2} \int_0^{\mu} x Z(x) dx \quad \bar{r} < \bar{r}_1. \quad /23/$$

Здесь

$$x = \mu \frac{\bar{r}}{\bar{r}_1},$$

$$\bar{\nu} = \frac{\bar{\omega}_b^2}{\omega_0^2}, \quad \bar{\omega}_b^2 = \frac{4\pi e^2 \bar{n}}{m_0}, \quad /24a/$$

\bar{n} - средняя по ψ плотность электронов пучка ($\bar{n} = n_b$),

$$Z(x) = \frac{Z_1}{Z_2},$$

$$Z_1 = \int_0^{\pi/2} \frac{[1 + \phi_0 I_0(x)(1 - 2 \sin^2 \psi')] (1 - 2 \sin^2 \psi') d\psi'}{\sqrt{\alpha^2 - 1 + [1 + \phi_0 I_0(x)(1 - 2 \sin^2 \psi')]^2}}, \quad /24б/$$

$$Z_2 = \int_0^{\pi/2} \frac{[1 + \phi_0 I_0(x)(1 - 2\sin^2 \psi')] d\psi'}{\sqrt{\alpha^2 - 1 + [1 + \phi_0 I_0(x)(1 - 2\sin^2 \psi')]^2}} - \frac{\pi}{2} \beta, \quad /24в/$$

где

$$\phi_0 = \frac{e\Phi_0}{m_0 c^2 \gamma_0 (1 - \beta\beta_0)}, \quad \psi' = \frac{\pi}{2} - \frac{\psi}{2}.$$

Уравнения /22/, /23/ и условие /14/ для амплитуды

$$\phi_0 I_0(\mu) = 1 - \sqrt{1 - \alpha^2} \quad /25/$$

представляют систему уравнений для определения неизвестных ω, μ, ϕ_0 . Тем самым определяется максимальная амплитуда для первой области стационарного состояния.

После определения ϕ_0 легко найти поток электромагнитного излучения /вектор Пойнтинга/ и коэффициент трансформации энергии пучка в энергию электромагнитного поля (η):

$$P = P_1 + P_2 = \frac{c}{4\pi} \int_0^{r_2} E_r \cdot B_\phi \cdot r dr = \eta \cdot m_0 c^2 (\gamma_u - 1) \cdot u \cdot \pi r_1^2. \quad /26/$$

Здесь P_1, P_2 - потоки излучения в канале и диэлектрике соответственно, η - коэффициент трансформации, черта над $(E_r \cdot B_\phi)$ означает усреднение по времени.

Выражения для P_1 и P_2 имеют следующий вид:

$$P_1 = \frac{c}{4\pi} \cdot \frac{k k_z}{(k_z^2 - k^2)^2} \cdot E_0^2 \cdot \frac{\mu}{2} \cdot [I_1^2(\mu) - I_0(\mu)I_2(\mu)],$$

$$P_2 = \frac{c}{4\pi} \cdot \epsilon \frac{k}{k_z(\epsilon k^2 - k_z^2)} E_0^2 \cdot \frac{I_0^2(\mu)}{Q_0^2(\kappa r_1)} \int_{r_1}^{\bar{r}_2} r Q_1^2(\kappa r) dr,$$

где E_0 - амплитуда напряженности поля волны.

6. Систему уравнений /22-25/ решаем численно. Прежде всего, определим для данных геометрических параметров канала собственную частоту системы. Мы находим лишь частоту волны, возбуждаемой пучком - $\omega_0 = k_z u$. Для этого в /23/ полагаем $\bar{v} = 0$, определяем μ и, подставляя его в /22/, получаем известное дисперсионное уравнение диэлектрического волновода /3/. Расчет проводится для различных значений параметра $\gamma_u = 2 \div 30$ при $r_1 = 2,5$ см, $r_2 = 3$ см, $\epsilon = 2,5 \div 10$. Зависимость длины волны (λ_0) от релятивистского фактора γ_u показана на рис. 1. При $\gamma_u > 4$ дисперсия системы незначительна ($\beta_u \approx 1$). Малое изменение λ_0 при $\gamma_u > 4$ позволяет в дальнейшем более четко выявить влияние колебаний тока пучка на амплитуду поля.

При наличии пучка ($\bar{v} \neq 0$) неизвестную частоту ω определяем в виде

$$\omega = \omega_0 (1 + \delta) = k_z u (1 + \delta),$$

где $|\delta| \ll 1$ - нелинейная расстройка.

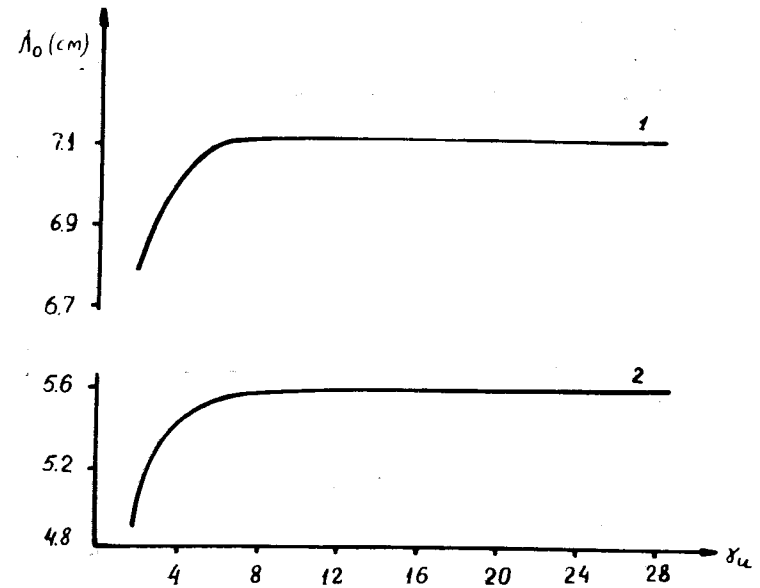


Рис. 1. Дисперсионная характеристика волновода. 1 - $\epsilon = 10$; 2 - $\epsilon = 5$.

Параметр a задаем в области допустимых значений: $0 < a < 1$. Как следует из /7/, при определенном значении a величину β можно выразить через β_0 . Принимаем, как и в /4/, $\beta_0 = \beta_u$, и выражаем нелинейную расстройку δ через a :

$$\delta = \frac{a}{\beta_u \gamma_u^2 (a \beta_u + 1)} \quad /27/$$

Зная δ , из /22/ по методу Ньютона /8/ находим величину μ . Затем из /23/ определяем значение $\bar{v} = v$, соответствующее принятому a и найденному μ .

7. Перейдем к обсуждению численных результатов. Оказывается, что с ростом тока пучка нелинейная расстройка δ растет, а радиальное распределение поля в области канала становится все более однородным. Это видно из рис. 2, где показаны зависимости расстройки δ , параметра μ и поля на границе канала от тока пучка при $\gamma_u = 2$. При одной и той же энергии пучка и сравнительно небольших токах рост концентрации электронов в пучке приводит к значительному изменению радиального распределения поля по сравнению с холодной

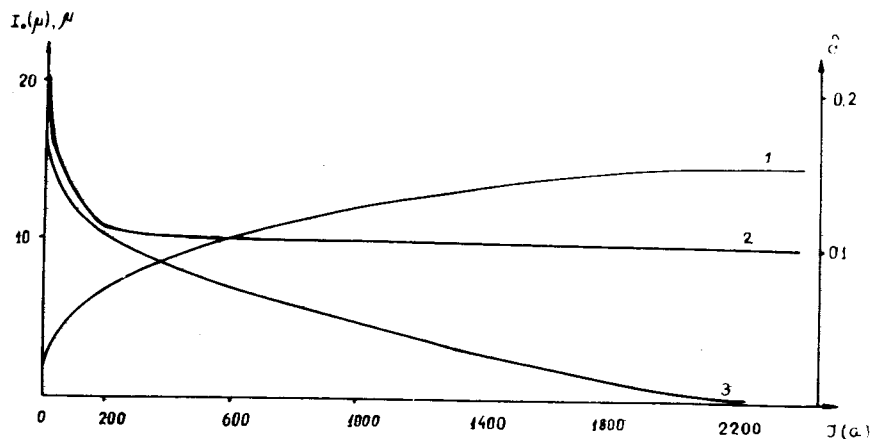


Рис. 2. Зависимость величин δ , μ , $I_0(\mu)$ от тока пучка. 1 - $\delta = \delta(J)$; 2 - $I_0(\mu)$; 3 - μ .

системой. Для больших токов /при $\gamma_u = 2$, $J > 2,5$ кА/ поле в канале становится однородным с большой точностью. То значение тока, при котором поле строго однородно во всем канале, будем называть критическим (J_m). Ему соответствует критическое значение расстройки (δ_m), которое определяется соотношением

$$\delta_m = \frac{1}{\beta_u} - 1.$$

Когда $\delta \rightarrow \delta_m$, $a \rightarrow 1$. Отсюда ясно, что критический ток определяет при заданном γ_u максимальное значение амплитуды волны. Если $J > J_m$, то система уравнений /22-25/ не имеет решения в рассматриваемой области $\phi \leq \phi_p$, т.е. стационарное состояние здесь невозможно. Зависимость критического тока и критической расстройки от энергии пучка показана на рис. 3. С ростом γ_u величина тока, при котором поле становится однородным, резко уменьшается. Здесь же показана и зависимость коэффициента $\eta_m = \eta_m(\gamma_u)$, определяющего эффективность трансформации кинетической энергии пучка

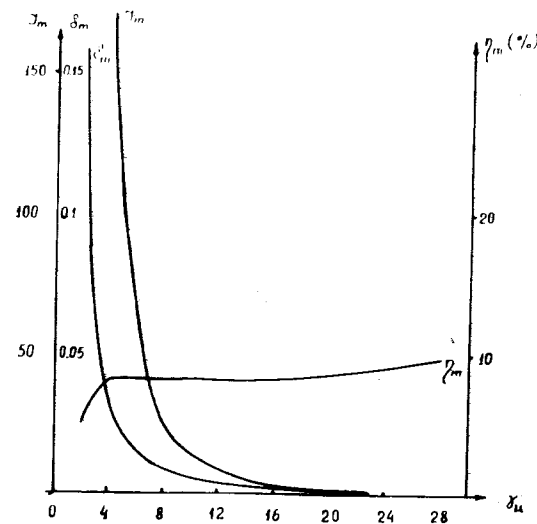


Рис. 3. Зависимость критического тока, критической расстройки и коэффициента η_m от энергии пучка. 1 - $\delta_m = \delta_m(\gamma_u)$; 2 - J_m ; 3 - η_m .

в энергию электромагнитной волны при $J=J_m$. Максимальное значение η_m /коэффициента полезного действия по потоку мощности/ слабо зависит от энергии пучка и не превышает для рассматриваемой системы 10%.

Посмотрим, как изменяется амплитуда поля и коэффициент η в зависимости от изменения тока пучка при $\gamma_u = \text{const}$.

На рис. 4 показана зависимость величины $\frac{e\Phi_0}{m_0 c^2}$ от параметра $\nu = \frac{\omega_b^2}{\omega_0^2}$ при $\gamma_u = 4, 6$, $\epsilon = 5$. Видно, что

амплитуда (Φ_0) растет с увеличением ν , при одном и том же значении ν величина Φ_0 больше для больших γ_u . Здесь же пунктиром нанесены соответствующие величины, вычисленные с учетом условия /11/, т.е. по укороченному уравнению. При малых токах /малая величина ν /, которые соответствуют $S \ll 1$, имеем совпадение результатов.

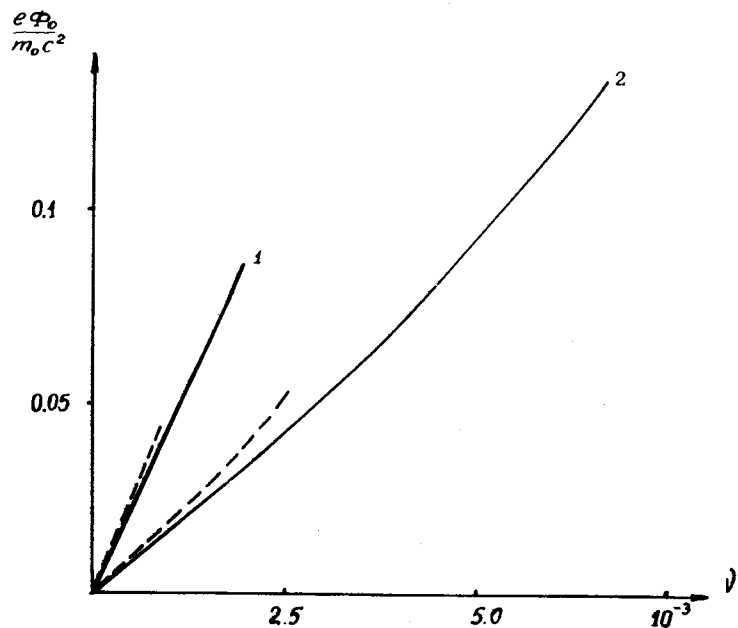


Рис. 4. Зависимость амплитуды поля от величины ν . 1 - $\gamma_u = 6$; 2 - $\gamma_u = 4$.

При больших токах, когда выходим за рамки применимости укороченного уравнения, получаем завышенные результаты /последняя точка пунктирных кривых соответствует $S \approx 0,5$ /. Для рассматриваемой системы укороченное уравнение применимо при $S < 0,2$.

На рис. 5 показана зависимость амплитуды напряженности поля (E_0) и величины η от тока пучка для разных значений диэлектрической проницаемости (ϵ) при $\gamma_u = 4$. Видно, что с увеличением ϵ амплитуда волны растет. Это связано с изменением собственной частоты системы при изменении ϵ /см. рис. 1/.

Как следует из рис. 4 и 5, амплитуда поля растет при увеличении тока пучка ($\gamma_u = \text{const}$), причем скорость роста несколько увеличивается с увеличением J , ν , и нелинейная зависимость функций $\Phi_0 = \Phi_0(\nu)$, $E_0 = E_0(J)$ при малых токах переходит в почти линейную зависимость при больших.

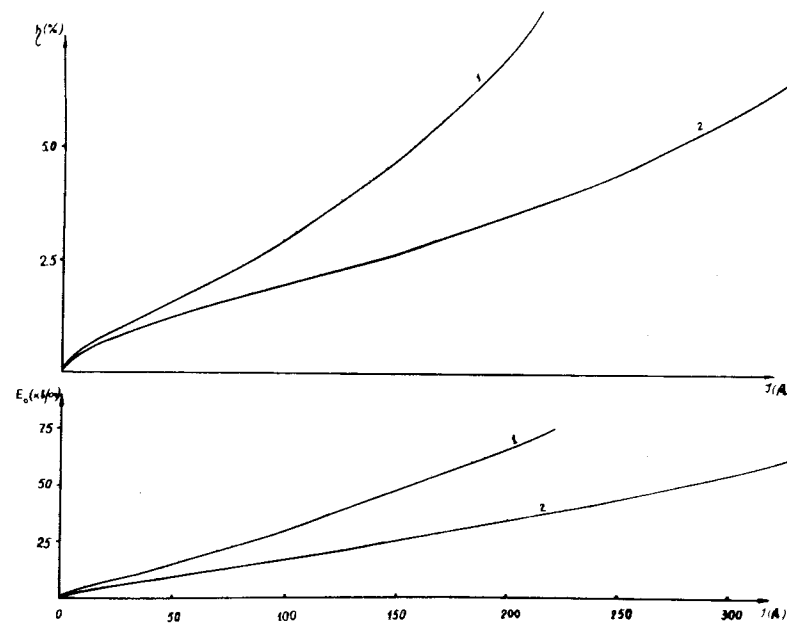


Рис. 5. Зависимость амплитуды напряженности поля и коэффициента η от тока пучка. 1 - $\epsilon = 5$; 2 - $\epsilon = 2,5$.

На рис. 6 приведены зависимости амплитуды напряженности поля волны и величины η от энергии пучка при $J = \text{const}$ для $J < J_m$. Видно, что при одном и том же токе пучок с большей энергией возбуждает волну большей амплитуды. При этом коэффициент η с ростом γ_u заметно растет, что свидетельствует о более эффективном взаимодействии пучка с волной при увеличении его энергии.

На основании анализа самосогласованной задачи о взаимодействии электромагнитной волны и релятивистского электронного пучка в диэлектрическом канале, можно сделать следующие выводы.

Существуют две области стационарного состояния. Для первой максимальное значение амплитуды определяется условием захвата частиц пучка полем волны,

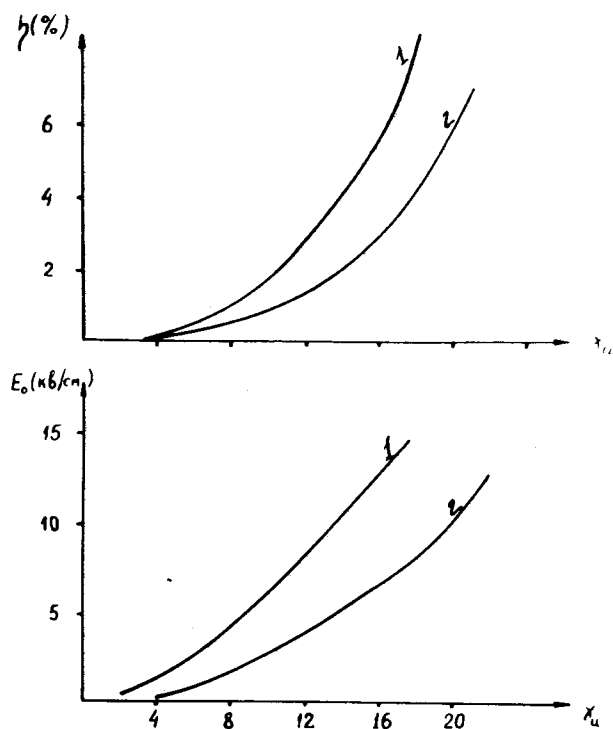


Рис. 6. Зависимость амплитуды напряженности поля и коэффициента η от энергии пучка. 1 - $J = 2,5$ кА; 2 - $J = 1$ А.

которое с учетом релятивистского характера движения имеет вид $e\Phi' = m_0c^2(\gamma' - 1)$.

При увеличении тока пучка до критического значения радиальное распределение поля становится однородным. Критическое значение тока определяет при заданной энергии пучка возможную наибольшую амплитуду поля.

Эффективность преобразования кинетической энергии пучка в энергию волны возрастает как с увеличением тока пучка при постоянном γ_u , так и с увеличением энергии пучка γ_u при постоянном токе.

В рассматриваемой области параметров потери энергии пучком на возбуждение колебаний не превышают 10%.

В заключение нам приятно выразить благодарность А.А.Рухадзе и С.Е.Росинскому за полезные обсуждения, А.П.Стельмаху за консультации по программированию.

Литература

1. Решетникова К.А. ЖТФ, 1976, 46, 2059.
2. Matsiborko N.G., Onishchenko I.N., Shapiro V.D., Shevchenko V.I., Plasma Phys., 1972, 14, 591.
O'Neil T.M., Winfrey J.H., and Malmberg J.H. Phys.Fluids, 1971., 14,1204.
3. Ахиезер А.И., Файнберг Я.Б. УФН, 1951, 44, 321.
4. Ковтун Р.И., Рухадзе А.А. ЖЭТФ, 1970, 58, 1709.
5. Долженко О.В., Лоладзе Ц.Д., Иванов С.Т., Рухадзе А.А., Чоговадзе М.Е. ЖЭТФ, 1975, 68, 1304.
6. Боголюбов Н.Н., Митропольский Ю.А. "Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний". 1958, М., Физматгиз.
7. Иванов С.Т., Котетишвили В.Г., Росинский С.Е., Рухадзе А.А. ФТТ, 1976, 18, 1614.
Иванов С.Т. ЖТФ, 1976, 46, 1408.
8. Бахвалов Н.С. Численные методы. I. М. 1973.

Рукопись поступила в издательский отдел
16 февраля 1977 года.