СООБЩЕНИЯ ОБЪЕДИНЕННОГО ИНСТИТУТА ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ ДУБНА

А.Г.Бонч-Осмоловский, С.Н.Доля

1035/2-77

О ПРОХОЖДЕНИИ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ ЧЕРЕЗ РЕЗКО МЕНЯЮЩЕЕСЯ В ПРОСТРАНСТВЕ МАГНИТНОЕ ПОЛЕ



21/3-74 P9 - 10228

P9 - 10228

А.Г.Бонч-Осмоловский, С.Н.Доля

О ПРОХОЖДЕНИИ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ ЧЕРЕЗ РЕЗКО МЕНЯЮЩЕЕСЯ В ПРОСТРАНСТВЕ МАГНИТНОЕ ПОЛЕ

Объединенный институт **GHENMOTEKA**

Бонч-Осмоловский А.Г., Доля С.Н.

О прохождении заряженных частиц через резко меняющееся в пространстве магнитное поле

Рассмотрено движение заряженных частиц в магнитном поле, резко меняющемся в пространстве (касп). В одночастичном приближении найдены условия, при которых переход трубчатого пучка через касп происходит с минимальными искажениями его характеристик и потерями частиц. Найдена также предельная степень торможения продольного движения частиц на выходе из каспа.

Рассмотрен эффект сжатия сгустка частиц в каспе с учётом собственных полей и оценено возможное увеличение плотности частиц в сгустке.

Работа выполнена в Отделе новых методов ускорения ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований Дубна 1976

Bonch-Osmolovsky A.G., Dolya S.N.

P9 - 10228

On the Passage of Charged Particles through the Magnetic Field Sharply Varying in Space

The motion of charged particles in the magnetic field, sharply varying in space ("cusp"), is considered. In a one particle approximation there were found the conditions under which the transition of the tube beam through the cusp occurs at a minimal distortion of its characteristics and particle losses. The maximum possible slowing down of the longitudinal motion of particles at the cusp output was determined.

The effect of compression of the particle bunch in a cusp, taking into account the Coulomb eigenfields, was considered, and a possible increase of the particle density in a bunch is estimated.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research

Dubna 1976

1976 Объединенный инскикук ядерных исследований Дубна

Движение заряженных частиц в магнитном поле, резко меняющемся в пространстве вдоль некоторого направления, так что условие адиабатичности не выполняется

 $\left(\frac{\ell}{H}\cdot\frac{\partial H}{\partial \ell}\gtrsim 1\right)$, имеет ряд интересных особенностей.

В дальнейшем область магнитного поля, где наряду с продольной составляющей H_z создана радиальная составляющая H_r , причем $H_r \gtrsim H_z$, будем обозначать термином "касп" /от английского ^{cusp} - зубец, рог/. Иногда встречается также термин "поле остроугольной геометрии".

В отличие от продольного магнитного поля, меняющегося в пространстве адиабатически, касп позволяет быстро трансформировать поступательную энергию частиц пучка во вращательную и обратно с минимальным изменением радиуса пучка и его малого поперечного размера. Это свойство каспа используется в технике СВЧ для получения вращающихся пучков /1/, а также для создания полых плотных электронных сгустков, используемых как для ускорения частиц /2,3/, так и для удержания плазмы в УТС /4/. Отметим, например, экспериментальные работы по изучению прохождения полых электронных пучков через касп/3,4/ и теоретические/5,6/ в которых были рассмотрены некоторые свойства каспа, в частности найдена величина поля отсечки и оценено влияние каспа на выходные характеристики пучка.

В данной работе на основе одночастичного приближения установлены ограничения на характеристики пучка и каспа, при которых переход трубчатого пучка через касп осуществляется с минимальными искажениями его характеристик и потерями частиц. Найдена предельная степень торможения продольного движения частиц на выходе из каспа, и на основе простой модели сгустка с учетом собственных полей оценено возможное увеличение плотности заряда за счет продольной компрессии сгустка в каспе.

1. Модель каспа и уравнения движения частиц

Касп можно создать двумя простейшими способами: резким поворотом внутреннего магнитного потока в радиальном направлении /пример такого решения: электронная пушка Пирса-Харриса $^{2/}$ / либо созданием скачка напряженности продольного магнитного поля H_z. Возможна и комбинация обоих способов. Свойством сохранять радиус пучка обладает несколько типов каспа. В дальнейшем мы будем рассматривать случай каспа, созданного симметричным скачком продольного поля через нуль. Такой касп образуется между двумя соленоидами, включенными навстречу друг другу, причем для сокращения длины каспа может быть применен концентратор поля $^{3/}$.

Прежде всего, будем считать, что раднус трубчатого пучка значительно меньше раднуса соленоидов, так что применимо параксиальное приближение. Тогда H_r составляющая просто связана с изменением H_z поля вдоль оси:

$$H_{r} = -\frac{r}{2} \frac{\partial H_{z}}{\partial z} / 1 / H_{z} \approx H_{z}(z) .$$

Поскольку длина каспа предполагается конечной, необходимо задаться определенным законом изменения продольного магнитного поля, т.е. видом функций $H_z(z)$ и $H_r(z)$. В бесконечно тонком каспе H_r - просто δ функция от z, в протяженном - колоколообразная, вид которой определяется конкретным исполнением каспа. Заменим это колоколообразное распределение прямоугольным, т.е. примем линейную аппроксимацию функции $H_z(z)$:

$$H_{z} = H_{0} + a z$$
 . /2/

Для случая симметричного каспа длиной L

$$a = -\frac{2 H_0}{L} . \qquad /3/$$

В формуле /2/ положено, что точка z = 0 оси совпадает с началом области каспа.

Пусть при t = 0 частица входит в область каспа, имея среднюю направленную скорость $z_0 = V_0$, и выполняется условие $r^2 \phi^2$, $\dot{r}^2 < V_0^2$.Положим также, что до каспа частицы не вращались вокруг оси поля. Уравнения движения в цилиндрической системе координат имеют вид:

$$m \gamma \ddot{\mathbf{r}} = m \gamma \mathbf{r} \dot{\phi}^{2} + \frac{e}{c} \mathbf{r} \dot{\phi} \mathbf{H}_{z} ,$$

$$m \gamma \mathbf{r}^{2} \dot{\phi} + \frac{e}{c} \int \mathbf{H}_{z} \mathbf{r} \, d\mathbf{r} = \mathbf{P} = \text{const} , \qquad /4/$$

$$m \gamma \ddot{z} = -\frac{e}{c} \mathbf{H}_{z} \mathbf{r} \, \dot{\phi} .$$

Р - обобщенный момент количества движения. Поскольку магнитное поле постоянно во времени, полная энергия m c² γ - также интеграл движения и $\gamma = (1 - v^2/c^2)^{-\frac{1}{2}}$ =const, или

$$v^2 = \dot{r}^2 + r^2 \dot{\phi}^2 + \dot{z}^2 = \text{const}.$$
 (5/

Уточним условия на катоде. Частица вылетает с катода на радиусе r_0 от оси магнитного поля, напряженностью H_0 имея радиальную скорость \dot{r}_0 и приобретая энергию m c² γ . Тогда начальные условия задачи можно записать так, с учетом /1/:

$$P = \frac{e}{c} H_0 \frac{r_0^2}{2} ,$$

$$v^2 = V_0^2 + a^2 \omega_H^2,$$
/6/

где а - ларморовский радиус вращения вокруг f=f .

Здесь и в дальнейшем $\omega_{\rm H} = \frac{e H_0}{m c \gamma} \cdot Из$ второго урав-

$$\dot{\phi} = \frac{\omega_{\rm H}}{2} \frac{r_0^2}{r^2} - \frac{1}{2}\omega_{\rm H} + \frac{\omega_{\rm H}}{L}z$$
 /7/

и подставить его в первое и третье уравнения, после чего нетрудно получить уравнения для г и z :

$$\vec{r} = \frac{r \omega_{\rm H}^2}{4} \left[\frac{r_0^4}{r^4} - \left(1 - \frac{2z}{L}\right)^2 \right],$$

$$\vec{z} + \frac{r^2 \omega_{\rm H}^2}{L^2} z = \frac{\omega_{\rm H}^2}{2L} \left(r^2 - r_0^2 \right).$$
(8/

До каспа уравнение радиального движения имеет обычный вид

$$\ddot{r} = \frac{r \omega_{\rm H}^2}{4} \left(\frac{r_0^4}{r^4} - 1 \right) .$$
 /9/

Поскольку $\dot{r}^2 \ll V_0^2$, можно положить $r = r_0 + \bar{\xi}$, $\bar{\xi} \ll r_0$, и провести линеаризацию уравнения /9/, после чего получаем

$$\overline{\xi} + \omega \frac{2}{H}\overline{\xi} = 0$$
, $\overline{\xi} = a \sin(\omega_H t + \delta)$. /10/

Все частицы пучка до каспа распределены по а и δ , причем $a/r_0 \ll 1$.

Пусть в момент входа в касп данной частицы

$$\bar{\xi}|_{t=0} = \xi_{H}, \quad |\xi_{H}| \le a.$$
 /11/

Предположим, что за время прохождения каспа радиус частицы меняется мало, так что $r = r_0 + \xi$, $\xi << r_0$. Ли-неаризуем уравнения /8/ по ξ

$$\ddot{\xi} + \omega_{\rm H}^2 \left[1 - \frac{z}{L} \left(1 - \frac{z}{L}\right)\right] \xi = r_0 \omega_{\rm H}^2 \frac{z}{L} \left(1 - \frac{z}{L}\right) , \qquad /12/$$

$$\frac{r}{z} + \frac{r_{0}^{2}\omega_{H}^{2}}{L^{2}}(1+2\frac{\xi}{r_{0}}) z = \frac{r_{0}\omega_{H}^{2}}{L}\xi .$$
 (13/

Начальные условия теперь таковы:

ь

$$\xi |_{t=0} = \xi_{H}, \qquad \dot{\xi} |_{t=0} = \omega_{H} \sqrt{a^{2} - \xi_{H}^{2}}$$

$$|_{t=0} = 0, \qquad \dot{z} |_{t=0} = V_{0}.$$

2. Анализ движения частиц в каспе

Поскольку мы предположили изменение ξ маяым во время прохождения каспа /условия справедливости этого предположения мы вскоре получим/, решим уравнение /13/ при $\xi = \xi_{II}$. Первый интеграл получаем сразу:

$$\dot{z}^2 = V_0^2 - \frac{r_0^2 \omega_H^2}{L^2} (1 + \frac{2\xi_H}{r_0}) z^2 + \frac{2r_0 \omega_H^2}{L} \xi_H .$$
 /15/

При z = L /выход из каспа/ для аксиальной скорости частиц $V = \dot{z}$ из /15/ следует формула $\frac{15}{6}$;

$$V^{2} = V_{0}^{2} - r_{0}^{2} \omega_{H}^{2}. \qquad /16/$$

Она показывает, что существует магнитное поле, одно и то же для всех частиц, имеющих одинаковый набор параметров V_0 , r_0 , γ , при котором частицы полностью затормаживаются в каспе. Это поле отсечки равно

$$H_{\text{OTC}} = \frac{m c \gamma V_0}{e r_0} . \qquad (17/$$

При этом, согласно /7/, $\dot{\phi} = -\omega_{\rm H}$ и энергия поступательного движения полностью переходит во вращательную.

6

7

Отметим важное обстоятельство в связи с формулой /16/. Если магнитное поле в каспе таково, что скорость частиц на выходе гораздо меньше скорости на входе ($V^2 \ll V_0^2$), то переход частиц через касп становится крайне чувствительным к изменению начальных условий, т.е. к вариации параметров V_0 , r_0 , γ . Разброс продольных скоростей на выходе из каспа в рассматриваемом нулевом приближении ($\xi = \xi_{\rm H}$) равен

$$\frac{\Delta \mathbf{V}}{\mathbf{V}} = \left(\frac{\mathbf{V}_0}{\mathbf{V}}\right)^2 \left(\frac{\Delta \mathbf{V}_0}{\mathbf{V}_0} + \frac{\Delta \gamma}{\gamma} + \left|\frac{\Delta \mathbf{r}_0}{\mathbf{r}_0}\right|\right) .$$
 (18/

Для того чтобы потери частиц /за счет отражения/ при переходе через касп были малыми, необходимо, Δ V

чтобы выполнялось условие $\frac{\Delta V}{V} < 1$. Тогда /18/ накла-

дывает ограничения либо на предельную степень торможения в каспе, либо на начальный разброс параметров пучка Δr_0 , $\Delta \gamma$, ΔV_0 .

Следующее интегрирование в формуле /15/ дает зависимость $z = z(t, \xi_H)$, которую затем, развивая метод последовательных приближений, можно использовать в уравнении /12/ для нахождения изменения ξ и ξ . Поскольку аналитическая форма функции $z(t, \xi_H)$ весьма громоздка и, в то же время, нас не интересует детальный вид этой функции и функции $\xi(t, \xi_H)$, а лишь оценки максимального изменения $\xi|_{z=L}$ и $\xi|_{z=L}$, поступим следующим образом. Время прохождения частиц

через касп равно,при условни $V^2 \ll V_0^2$:

$$r = \int_{0}^{L} \frac{dz}{\sqrt{V_{0}^{2} + \frac{\omega_{H}^{2}}{L}(r^{2} - r^{2})z - \frac{r^{2}\omega_{H}^{2}}{L^{2}}}} \simeq \frac{L}{r\omega_{H}}(\frac{\pi}{2} + \arcsin\frac{r^{2} - r^{2}}{r^{2} + r^{2}}),$$

1

или, так как $r = r_0 + \xi_H$,

$$\tau = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{L}{\omega_{\rm H} r_{0}} (1 - \frac{\pi - 2}{\pi} \cdot \frac{\xi_{\rm H}}{r_{0}}) .$$
 (19/

В уравнении /12/ пренебрежем изменением частоты $/\pm 25\%$ / в каспе, а импульс силы в правой части заменим эквивалентным ему прямоугольным импульсом длительностью τ . Заметим при этом, что если L < r_0 то за время прохождения каспа частицы успевают совершить лишь долю полного бетатронного колебания /период которого

приближенно равен $T = \frac{2 \pi}{\omega_H} / . В этом смысле прохожде-$

ние каспа эквивалентно баллистическому воздействию силы на колебательную систему ($\tau = \Delta t \ll T$). Проведя несложные выкладки, получим для $\xi \mid_{z=L} \mu \xi \mid_{z=L} cne-$ дующие выражения, считая, что $\frac{\pi}{2} \cdot \frac{L}{r_0} \ll 1$:

$$\xi \Big|_{z=L} = \frac{\pi}{4} \left(\frac{4-\pi}{4}\right) r_0 \left(\frac{L}{r_0}\right)^2 \left(1+0\left(\frac{\xi_H}{r_0}\right)\right) ,$$

$$/20/$$

$$\xi \Big|_{z=L} = \frac{4-\pi}{4} V_0 \cdot \frac{L}{r_0} \left(1+0\left(\frac{\xi_H}{r_0}\right)\right) .$$

Выражения /2O/ показывают, что добавки к начальным радиальным координатам и скоростям частиц при условии $\frac{\xi_{\rm H}}{r_0} < \frac{a}{r_0} << 1$ практически одинаковы для всех частиц пучка. Сами величины этих добавок малы по сравнению с максимальноми начальноми

сравнению с максимальными начальными значениями /до каспа/ при условиях:

$$(L/r_0)^2 \ll \frac{16}{\pi (4-\pi)} \cdot \frac{a}{r_0}$$
, /21'/

$$L/r_0 \ll \frac{4}{4-\pi} \cdot \frac{a}{r_0}$$
. /21"/

8

- 9

Численные коэффициенты в формулах /21 // и /21 //, как показывают расчеты, слабо зависят от конкретной формы каспа и лежат вблизи указанных значений / 25/.

Условие /21" / для добавки к радиальной скорости является значительно более жестким, чем /21' /. Оно означает, что при прохождении частицы через касп конечной длины появляются когерентные радиальные колебания, которые в дальнейшем приводят к размытию поперечного размера пучка из-за имеющегося разброса скоростей. Поэтому для поддержания радиальной толщины трубчатого пучка после перехода через касп неизменной необходимо сразу же после каспа ввести лополнительную радиальную фокусировку /7/ например с помощью азимутальной или мультипольной составляюшей магнитного поля.

Вернемся к соотношению /18/ и оценим предельную скорость на выходе из каспа при условии $\Lambda V < V$. Рассмотрим возможные величины относительных разбросов

$$r_0$$
, γ , V_0 . Малость величины $\frac{\Lambda r_0}{r_0}$ легко обеспечива-

ется с помощью автоэмиссионного кольцевого катода и может составлять 10^{-2} и меньше. Труднее, но в принципе возможно, достигнуть таких величин в пушках магнетронного типа /малая конусность катода при большом его диаметре/.Энергетический разброс автоэмиссионных катодов составляет доли процента /8/, примем $\frac{\Delta \gamma}{\gamma} = 5 \cdot 10^{-3}. \text{Pas6poc} \quad \Delta \text{V}_0 \quad \text{связан с} \quad \Delta \gamma : \frac{\Delta \text{V}_0}{\text{V}_0} = \frac{1}{\beta^2 \gamma^3} \frac{\Delta \gamma}{\gamma},$

а также с конечной величиной ларморовского радиуса а:

$$\frac{\Delta V_{0}}{V_{0}} \simeq \frac{a^{2} \omega_{H}^{2}}{V_{0}^{2}} = \frac{a^{2}}{r_{0}^{2}}.$$
 Условие $\Delta V < V, c$ учетом /18/, оз-

$$\frac{\Delta \gamma}{\beta^2 \gamma} + \frac{a^2}{r_0^2} + \left| -\frac{\Delta r_0}{r_0} \right| < \left(-\frac{V}{V_0} \right)^2$$
/22/

Отсюда видно, что автоэмиссионный катод может обес-

печить торможение тонкого трубчатого пучка в каспе при малых потерях частиц до скоростей V ~0,1с. "Теплые" катоды, видимо, могут обеспечить такой режим работы только при выполнении достаточно жестких требований к их конструкции.

3. Об увеличении плотности частии в пучке

В этом разделе предполагается, что на магнитный касп налетает со скоростью V₀ пучок конечной длины, т.е. отрезок цилиндрической трубки с радиусом г_о и эллиптическим поперечным сечением с полуосями Δ и ℓ₀. При торможении такого сгустка в каспе происходит кинематическое сжатие частиц в продольном направлении. в результате чего продольный размер сгустка уменьшается и плотность частиц возрастает, если выполнены условия неизменности поперечных размеров Δ /см. раздел 2/ и собственные силы расталкивания в поперечном направлении скомпенсированы действием продольного магнитного поля. Влияние кулоновских сил в радиальном направлении максимально для сжатого сгустка после каспа, и соответствующее условие эффективности фокусировки магнитным полем может быть записано в виде

$$\nu_{\rm r}^2 - \frac{4\nu}{\beta_{\phi}^2 \gamma^3} \cdot \frac{r_0^2}{\Delta(\Delta + \ell)} \sim 1.$$
 (23/

В этой формуле *ν* - "погонный электрон". безразмерная частота радиальных колебаний ν частиц во внешнем магнитном поле после каспа /при наличии азимутальной или мультипольной составляющих магнитного поля эта величина может быть существенно больше единицы/, ℓ - аксиальный полуразмер сгустка после каспа. Если после каспа для продольной фокусировки используется анизотропный экран, то величина кулоновской поправки в /23/ может быть почти вдвое большей. Очевидно, собственное поле сгустка в проольном направлении препятствует процессу кинематиээского сжатия, которое в одночастичном приближении означает просто, что $\frac{n}{n_0} = \frac{V_0}{V}$, n - плотность частиц

10

11

в сгустке. Оценим увеличение плотности в сгустке, с учетом собственных полей, на основе простой модели. Влиянием разброса продольных скоростей частиц сгуст-

ка на входе в касп можно пренебречь, т.к. $\frac{\Delta V_0}{V_0} \ll \frac{\ell}{\ell_0}$.

Положим, что действие собственного поля на частицы после каспа скомпенсировано продольной фокусировкой /например, полями изображения в металлическом экране/. Будем считать также, что продольный полуразмер сгустка меньше радиуса пучка, так что можно пренебречь влиянием кривизны на собственное поле сгустка. Соответствующий критерий следует из формулы для продольной силы, действующей в протяженном полом заряженном сгустке:

$$\frac{r_0^2}{\ell^2} >> \frac{1}{4} \ln \frac{16 r_0}{\Delta + \ell} .$$
 (24/

Напомним, что частицы до каспа считаются не вращающимися. При выполнении /24/ уравнение движения задней частицы сгустка в поле передних в лабораторной.системе координат можно записать в виде:

$$\ddot{\eta} + \frac{4e^2 N_e}{\pi r_0 m \gamma (2\Delta + Vt_{-\eta})} = 0.$$
 (25/

Здесь η - координата задней частицы, V - скорость движения частицы после каспа /для простоты в данном анализе касп считается бесконечно тонким и сосредоточенным в точке z = 0 /, N_e - полное число частиц в сгустке.

В /25/ положено, что передняя частица проходит через касп в момент времени t = 0, соответственно начальные условия таковы:

$$V t - \eta |_{t=0} \equiv 2\ell |_{t=0} = 2\ell_0 = -\eta_0$$
, /26/

$$\dot{\eta} \mid_{t=0} = V_0$$
 . (27/

Искомая длина сгустка после прохождения задней частицы каспа равна

$$2\ell_{\mathbf{k}} = \mathbf{V} \mathbf{t}_{\mathbf{k}} . \qquad /28/$$

Для решения нелинейного уравнения /25/ применим метод последовательных приближений, используя предположение

$$\nu/\gamma \ll 1$$
, $\nu = \frac{e^2}{m c^2} - \frac{N e}{2 \pi r_0}$. /29/

Подставим в правую часть /25/ нулевое приближение $\eta^{(0)} = V_0 t - 2\ell_0$,

тогда для первого приближения $\eta^{(1)} = \eta^{(0)} + f$ получим уравнение

$$\vec{f} = - \frac{8 c^2 v/\gamma}{2\Delta + (V - V_0) t + 2\ell_0} .$$
 /30/

Решение этого уравнения легко. находится, с учетом начальных условий $f \mid_{t=0} = 0$, $f \mid_{t=0} = 0$:

$$f = -8\nu/\gamma \frac{c^2}{(V-V_0)^2} (2\Delta + 2\ell_0) \{1 + (1 + \frac{V-V_0}{2\Delta + 2\ell_0}t) [\ell_n(1 + \frac{V-V_0}{2\Delta + 2\ell_0}t) - 1] \}.$$
/31/

Будем в дальнейшем считать, что $\Delta << \ell_0$.Для нахождения длины сгустка на выходе из каспа, согласно /28/, необходимо знать t_k , т.е. время достижения задней частицы области каспа. Это время находится из условия:

$$\eta^{(1)} = V_0 t_k - 2\ell_0 + f(t_k) = 0 , \qquad /32/$$

или

$$V_0 t_k - 2\ell_0 = \frac{16\nu}{\gamma} \left(\frac{c}{V - V_0}\right)^2 \ell_0 \left\{1 + \left(1 + \frac{V - V_0}{2\ell_0} t_k\right) \left[\ell_n \left(1 + \frac{V - V_0}{2\ell_0} t\right) - 1\right]\right\}.$$

12

13

Для решения трансцендентного уравнения /32' / снова применим метод последовательных приближений, т.е.

в правую часть /32/ подставим $t \frac{(0)}{k} = \frac{2\ell_0}{V_0}$. Оконча-

$$t_{k} = \frac{2\ell_{0}}{V_{0}} + 16\nu/\gamma(\frac{c}{V-V_{0}})^{2}\frac{\ell_{0}}{V_{0}}\left[1 + \frac{V}{V_{0}}(\ell_{0} - \frac{V}{V_{0}} - 1)\right] \cdot /33/$$

Теперь находим длину сгустка на выходе из каспа:

$$\ell_{k} = \ell_{H} - \frac{V}{V_{0}} \{1 + 8\nu/\gamma \frac{c^{2}}{(V - V_{0})^{2}} [1 + \frac{V}{V_{0}} (\ell_{n} - \frac{V}{V_{0}} - 1)] \}.$$
(34/

Формула /34/ упрощается, если предположить, что продольная скорость частиц до каспа (V₀) является релятивистской, а после каспа V<<V₀. Тогда сомножитель перед кулоновской поправкой ν/γ приблизительно равен единице, и конечная длина сгустка может быть записана в виде:

. .

$$\ell_{\rm K} \simeq \ell_{\rm H} - \frac{V}{V_0} (1 + 8 \nu/\gamma) .$$
 /35/

В данном приближении / при выполнении условия /22 '// увеличение плотности частиц в сгустке $(n \sim 1/\ell)$ не зависит от конкретных характеристик пучка и каспа и определяется лишь отношением продольных скоростей сгустка на входе и выходе из каспа и абсолютным значением плотности частиц.

Из формулы /35/ можно определить, при каких значениях числа частиц в сгустке кинематичность сжатия начинает нарушаться. Легко видеть, что это произойдет при $\nu/\gamma \ge 0.01$. Расчеты показывают, что при $V_0/c \ge 1$ и $V/V_0 = 0.1$ уже при $\nu/\gamma \ge 0.025$ степень сжатия сгустка заметно уменьшается и составляет 7,7 вместо.10. Следует заметить, что развитый выше метод последовательных приближений при $\nu/\gamma > 0.01$ требует учета не только первого, но и более высоких приближений.

4. Заключение

Суммируем кратко результаты. Показано, что при выполнении определенных требований к характеристикам пучка и каспа /а именно, малости параметра трубчатости пучка (a/r₀), энергетического разброса и разброса радиусов вылета частиц с катода/ короткий касп (L $\ll r_0$) способен эффективно переводить поступательную энергию частиц трубчатого пучка во вращательную /и обратно/. При этом плотность частиц в предварительно промодулированном по плотности пучке /или одиночном сгустке/ может, в результате торможения в каспе, при $\nu/\gamma \sim 0,01$ возрастать почти на порядок.

Литература

- 1. В.А.Барденков и др. Радиотехника и электроника, 21, 821, 1976.
- 2. А.Л.Минц и др. Радиотехника и электроника, 20,2524, 1975.
- 3. W.Destler et al. Proceeding on Nuclear Science, NS-22, p. 992, 1975.
- 4. H.Fleischmann et al. Plasma physics, 16, 113, 1974.
- 5. G.Schmidt. Phys. Fluids, 5, 994, 1962.
- 6. M. Rhee, W. Destler. Phys. of Fluids, 17, 1574, 1974.
- 7. А.Г.Бонч-Осмоловский, С.Н.Доля. Препринт Р9-10093, ОИЯИ, Дубна, 1976.
- 8. W.Zernial. KFK, 2059, Karlsruhe, 1974.

Рукопись поступила в издательский отдел 19 ноября 1976 года.