

П-27

4961 / 2-76

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА



13/хл-76

P9 - 10060

Э.А.Перельштейн, В.Ф.Шевцов, Б.Г.Щинов

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ
ЗАГРУЗКИ ИОНАМИ И УСКОРЕНИЯ
ЭЛЕКТРОННО-ИОННОГО КОЛЬЦА

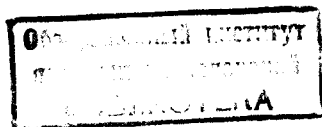
1976

P9 - 10060

Э.А.Перельштейн, В.Ф.Шевцов, Б.Г.Шинов

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ
ЗАГРУЗКИ ИОНАМИ И УСКОРЕНИЯ
ЭЛЕКТРОННО-ИОННОГО КОЛЬЦА

Направлено на II Симпозиум по коллективным методам
ускорения, Дубна, 1976.



Одной из основных величин, определяющих эффективность коллективного метода ускорения ионов электронными кольцами ^{/1/}, является набор энергии U , который определяется формулой

$$U = k \frac{N r_k}{2\pi a r_0} \frac{Z}{A} \text{ (МэВ/нуклон} \cdot \text{см)}, \quad (1)$$

где N - число электронов в кольце с большим радиусом r_0 и средним малым размером a , r_k - классический радиус электрона, Z/A - отношение зарядности иона к массовому числу, k - коэффициент, связанный с условием удержания ионов в кольце.

Для оценки размеров кольца необходимо знать их изменение в процессах адиабатического сжатия в адгезаторах (компрессорах), накопления ионов и ускорения. Измерения малых размеров в экспериментах по сжатию электронных колец ^{/2/} хорошо согласуются с результатами расчётов, подобных приведенным в ^{/3,4/}. Процессы, следующие за сжатием, трудно моделируются аналитически: становятся существенными нелинейные эффекты. В пренебрежении нелинейностью процесс накопления ионов рассматривался в ^{/5/}.

Вопрос о допустимой величине k обсуждался в ^{/3,4,6-12,18/} с использованием различных модельных представлений. Значение $k=1$ соответствует предельному ускорению, при котором ионы с нулевым фазовым

объемом удерживаются на краю электронного кольца^{/3,4/}. В одночастичном приближении по ионам оценка величины k , сделанная в работе^{/6/}, дает $k \approx 1/4$, что примерно соответствует значению, принятому в^{/7,8,18/}. Расчёты стационарных состояний ускоренных самофокусирующихся электронно-ионных колец^{/9,10/}, проведенные для модели^{/12/}, приводят к ограничению $k \leq 1/2$.

В^{/12/} показано, что допустимое значение k слабо зависит от вида распределения плотности электронов в кольце.

В настоящей работе вопросы изменения малых размеров при накоплении ионов и ускорении кольца, а также вопрос о допустимой величине k исследуются количественно на ЭВМ методом укрупненных частиц. Кольцо считается азимутально однородным; изменения малых размеров, связанные с различными неустойчивостями азимутально несимметричных мод колебаний, здесь не учитываются.

В принятой нами модели, пренебрегая кривизной кольца ($a/r_0 \ll 1$), в качестве укрупненных частиц выбираем бесконечные заряженные цилиндры круглого сечения с линейными плотностями N_e и N_i , соответственно, для электронов и ионов. Подобная модель использовалась ранее в^{/13/} для исследования инжекции электронов в адгезатор, модель частиц - колец применялась в^{/14/} при моделировании ускорения в статическом адгезаторе. После заполнения кольца ионами число укрупненных электронных частиц (n_e) считаем равным числу укрупненных ионных частиц (n_i).

Ограничиваясь нерелятивистским движением частиц в плоскости малого сечения кольца, считаем собственные поля укрупненных частиц квазистатическими. Напряженность электрического поля, создаваемого укрупненной частицей сорта a с номером i , считаем равной

$$\vec{E}_i^a(\vec{x}) = \begin{cases} 2e_a N_a \frac{\vec{x} - \vec{x}_i^a}{|\vec{x} - \vec{x}_i^a|^2}, & |\vec{x} - \vec{x}_i^a| > 2a_0, \\ 2e_a N_a \frac{\vec{x} - \vec{x}_i^a}{a_0^2}, & |\vec{x} - \vec{x}_i^a| \leq 2a_0, \end{cases} \quad (2)$$

где $e_e = -|e|$, $e_i = Z|e|$, \vec{x} и \vec{x}_i^a - радиус-векторы точек наблюдения и местонахождения частицы, соответственно; a_0 - радиус укрупненной частицы, введенный для устранения нефизической расходимости силы взаимодействия при сближении частиц, обусловленной их малым количеством в расчёте. Численное значение a_0 и количество укрупненных частиц n подбирались таким образом, чтобы при равномерной расстановке частиц по площади круга обеспечить с достаточно высокой точностью линейный закон нарастания напряженности поля по радиусу.

На рис. 1 сплошной линией показана радиальная зависимость обезразмеренного собственного поля равномерно заряженного цилиндра с круглым сечением радиуса a ; остальные кривые иллюстрируют это же поле, вычисленное как сумма полей укрупненных частиц с усреднением по углу при различных значениях a_0 и n . Выбранные для расчёта параметры $a_0/a = 10^{-1}$, $n = 132$ дают точность вычисления поля цилиндра не ниже 10%.

Используя формулу (2) и учитывая магнитное стягивание электронов, ослабляющее кулоновскую силу в γ^2 раз (γ - релятивистский фактор движения электронов в кольце), запишем уравнения движения укрупненных частиц:

$$m\gamma \frac{d^2 \vec{x}_i^e}{dt^2} = -\frac{e}{\gamma^2} \sum_{j=1}^{n_e} E_{jx}^{(e)}(\vec{x}_i^e) - e \sum_{j=1}^{n_i} E_{jx}^{(i)}(\vec{x}_i^e) - m\gamma \omega_0^2 \nu_x^2(t) \vec{x}_i^e,$$

$$m\gamma \frac{d^2 z_i^e}{dt^2} = -\frac{e}{\gamma^2} \sum_{j=1}^{n_e} E_{jz}^{(e) \rightarrow e}(x_i) - e \sum_{j=1}^{n_i} E_{jz}^{(i) \rightarrow e}(x_i) - m\gamma \omega_0^2 z_i^e + m\gamma w(t),$$

$$AM \frac{d^2 x_i^i}{dt^2} = Ze \sum_{j=1}^{n_a} E_j^{(a) \rightarrow i}(x_i), \quad (3)$$

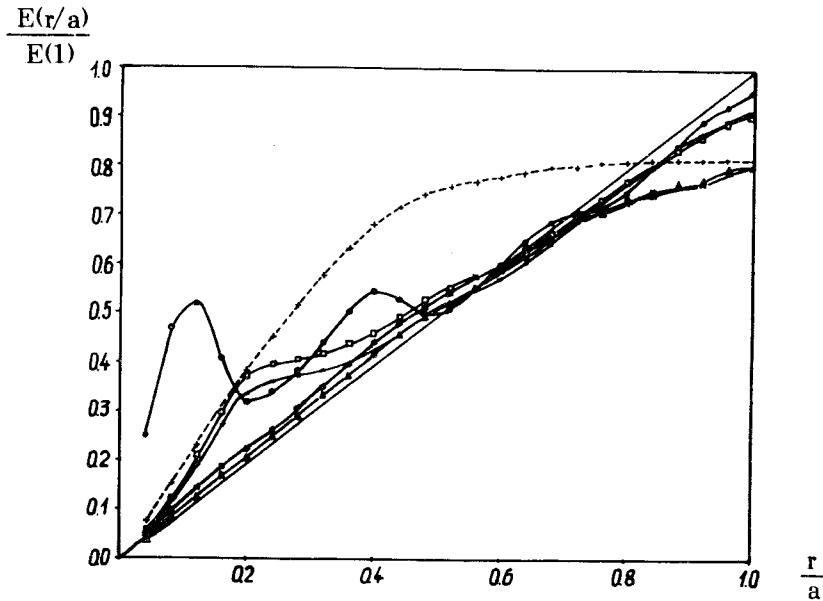


Рис.1. Радиальная зависимость собственного поля равномерно заряженного цилиндра кругового сечения – сплошная линия. Радиальная зависимость того же поля, вычисленного в модели укрупненных частиц при параметрах:

-○-	$a_0/a = 0,045$	} Число укрупненных частиц
-□-	$a_0/a = 0,1$	
-*-	$a_0/a = 0,22$	
-Δ-	$N = 132$	} $a_0/a = 0,22$
-+ -	$N = 428$	
-x-	$a_0/a = 0,1,$	

где m и M – массы электрона и нуклона, $\nu_x \omega_0$, $\nu_z \omega_0$ – частоты бетатронных колебаний электронов во внешнем поле, соответственно, в радиальном и аксиальном направлениях, ω_0 – частота обращения электронов, $m\gamma w(t)$ – внешняя ускоряющая сила.

Начальные условия для "укрупненных электронов" задавались таким образом, чтобы система невзаимодействующих частиц была близка к стационарной, соответствующей микроканоническому распределению в четырехмерном фазовом пространстве^{/15/}. Если кулоновские поправки к частотам колебаний во внешней яме невелики, как в рассматриваемом нами случае, то система взаимодействующих электронов достаточно близка к стационарному состоянию, имитирующему электронное кольцо перед загрузкой ионов.

Загрузка "укрупненных ионов" осуществлялась адиабатически (за несколько периодов электронных бетатронных колебаний). Для расчёта использовалась упрощенная модель. Вместо учета последовательной ионизации атома сразу инжектировались многозарядные ионы с $Z/A = 0,1$.

Отношение N_i/N_e выбиралось таким, чтобы в конце загрузки выполнялось условие самофокусировки

$$1/\gamma^2 < f_N < 1, \quad \text{где фактор нейтрализации } f_N = \frac{ZN_i}{N_e}.$$

"Укрупненные ионы" вводились в пучок порциями, равномерно по времени, с нулевыми начальными скоростями и совмещались с электронами, номера которых выбирались случайным образом.

Благодаря такому выбору плотность рождающихся ионов пропорциональна плотности электронов.

При загрузке ионов частоты ν_x и ν_z считались постоянными и величина $w=0$. Когда накопление ионов заканчивалось, убиралось внешнее фокусирующее поле и численно моделировался самофокусирующийся электронно-ионный пучок. Затем адиабатически включалось ускоряющее поле по закону:

$$w = w_{\text{пред}} k \begin{cases} \frac{t - t_1}{t_2 - t_1}, & t_1 \leq t \leq t_2, \\ 1, & t > t_2, \end{cases} \quad (4)$$

где $w_{\text{пред}}$ - предельно допустимое ускорение, которому соответствует набор энергии (1) с $k = 1$ и размером a электронного кольца в конце сжатия.

Мы моделировали кольцо с параметрами, близкими к расчётным параметрам кольца в конце сжатия в адгезаторе УТИ^{/16/}. Число электронов было выбрано равным $N_e = 10^{13}$, большой радиус $r_0 = 4$ см, малые размеры сжатого кольца $a_r = a_z = 0,2$ см, релятивистский фактор электронов $\gamma = 40$, частоты бетатронных колебаний в единицах частоты обращения $\nu_r = 0,95$, $\nu_z = 0,32$. Отношение числа ионов к числу электронов в конце напуска составляло $N_i/N_e = 2 \cdot 10^{-2}$. Фактор нейтрализации считался равным 0,2.

Уравнения движения (3) интегрировались по методу Адамса^{/17/} на ЭВМ, шаг интегрирования по безразмерному времени $T = \omega_0 t$ выбирался равным $\Delta T = 0,03 \div 0,06$.

После снятия внешней фокусировки контролировался закон сохранения полной энергии, который выполнялся с точностью до 1%.

На рис. 2 и 3 представлены изменения, соответственно, радиального и аксиального размеров электронного (кривые 1) и ионного (кривые 2) пучков при загрузке четырех "укрупненных ионов" через каждые $\Delta T = 2\pi$. Кривая 3 построена для модели адиабатического изменения размеров в предположении, что границы электронного и ионного пучков совпадают и имеют вид эллипсов, а плотности обеих компонент постоянны по сечению^{/5/}.

Как видно из рисунков, правдоподобие такой упрощенной модели довольно хорошо подтверждается численным моделированием*. После заполнения кольца

*Машинный эксперимент по изменению зарядности ионов при неизменном их числе дал также хорошее согласие с моделью, аналогичной^{/5/}.

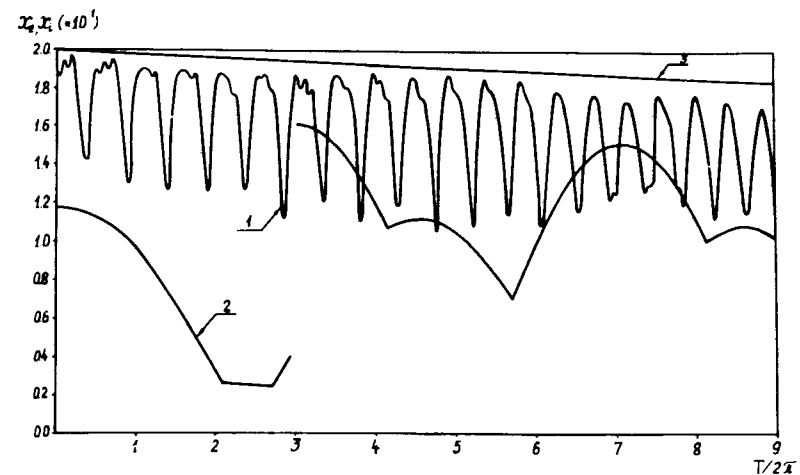


Рис. 2. Изменение во времени радиальных размеров электронного x_e (1) и ионного x_i (2) пучков при наполнении кольца ионами. Кривая 3 - изменение размеров в модели^{/5/}.

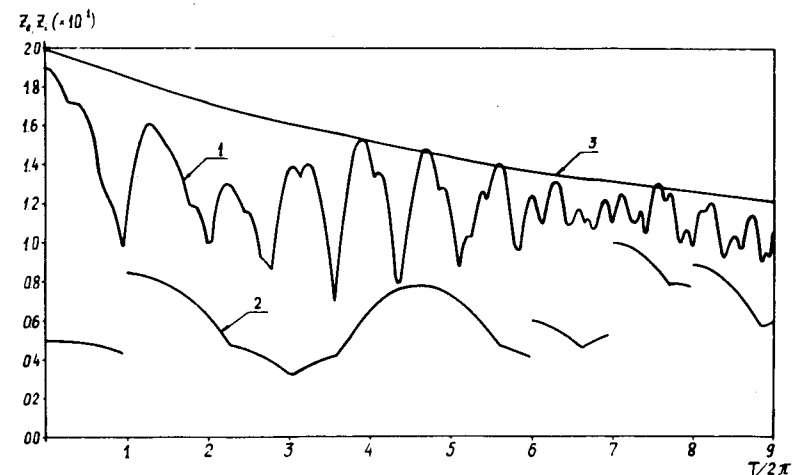


Рис. 3. Изменение во времени аксиальных размеров электронного z_e (1) и ионного z_i (2) пучков при наполнении кольца ионами. Кривая 3 соответствует модели^{/5/}.

ионами частоты колебаний электронов в поле ионов Q_e и ионов в поле электронов Q_i примерно равны $Q_e \approx 2, Q_i \approx 2 \cdot 10^{-1}$ (в единицах ω_0). Поскольку $Q_e \gg \nu_z$, скорость снятия внешней фокусировки не должна оказывать существенного влияния на размеры пучка. Поэтому в модели фокусировка выключалась мгновенно.

Результаты моделирования самофокусирующегося пучка, которое проводилось для достаточно большого промежутка времени $\Delta T = 376,8$ (6 периодов ионных колебаний), представлены на рис. 4,5. Нумерация кривых на этих рисунках такая же, как и на рис. 2,3. На протяжении расчёта расплывания пучка не наблюдалось.

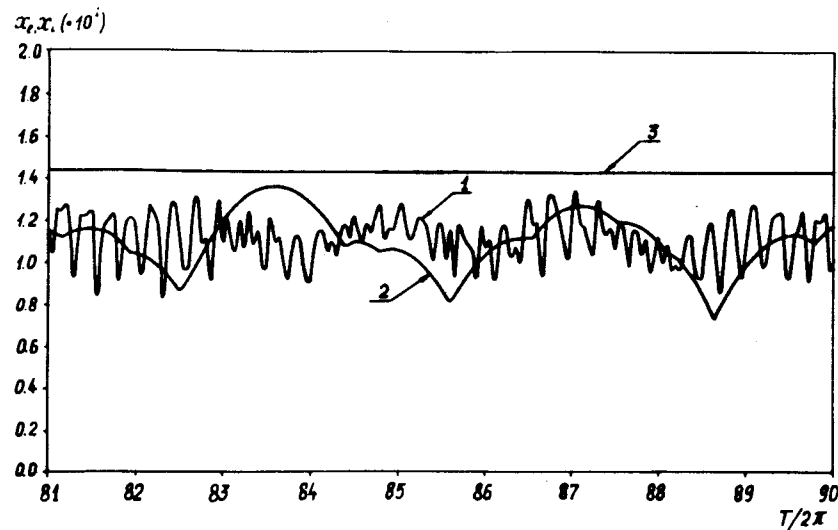


Рис. 4. Радиальные размеры электронного x_e (1) и ионного x_i (2) пучков в режиме самофокусировки. Кривая 3 соответствует /5/.

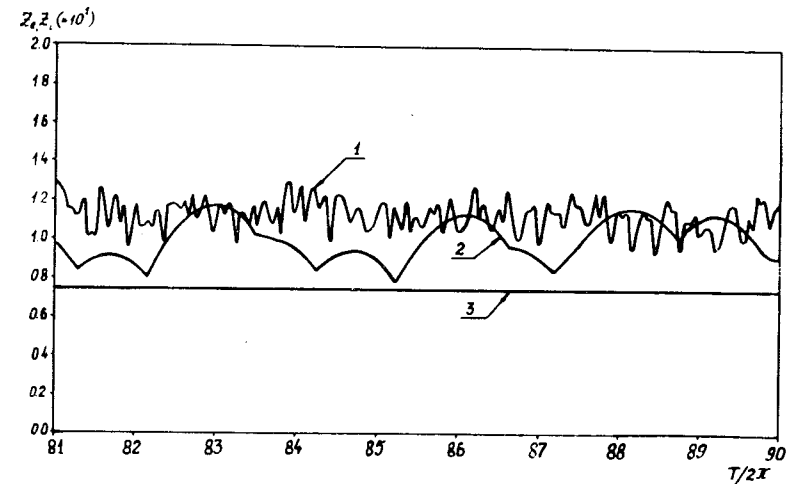


Рис. 5. Аксиальные размеры электронного z_e (1) и ионного z_i (2) пучков в режиме самофокусировки. Кривая 3 - модель /5/.

В момент времени $T_1 = 577,8$ включалось ускоряющее поле (4). Считались следующие варианты: 1) $k = \frac{1}{\pi}$, $T_2 - T_1 = 10$; 2) $k = \frac{2}{\pi}$, $T_2 - T_1 = 20$; 3) $k = \frac{2}{\pi}$, $T_2 - T_1 = 60$.

Ускорение без развала кольца наблюдалось только в первом варианте. Если учесть уменьшение малых размеров кольца при заполнении его ионами в расчёте примерно в 2 раза и использовать в формуле (1) эти размеры, то можно заключить, что допустимое максимальное значение k близко к $1/6$.

На рис. 6,7 для варианта 1 показано изменение во времени расстояния между центрами масс электронного и ионного пучков D при включении ускорения (рис. 6) и при постоянном ускорении (рис. 7).

Малые размеры пучков в режиме 1 практически не меняются, что показано на рис. 8, где кривая 1 иллюстрирует временное изменение среднеквадратичного аксиального размера электронов, кривая 2 - ионов.

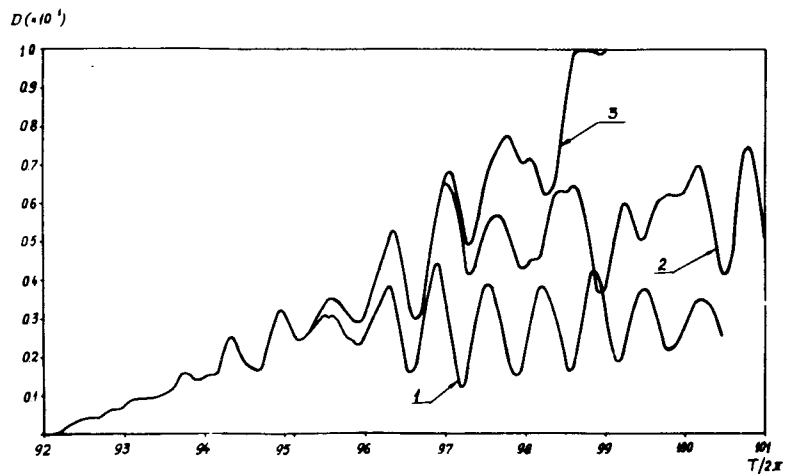


Рис. 6. Расстояние D между центрами масс электронного и ионного пучков в начале ускорения: 1) $k = \frac{1}{\pi}$, $T_2 - T_1 = 10$; 2) $k = \frac{2}{\pi}$, $T_2 - T_1 = 20$; 3) $k = \frac{2}{\pi}$, $T_2 - T_1 = 60$.

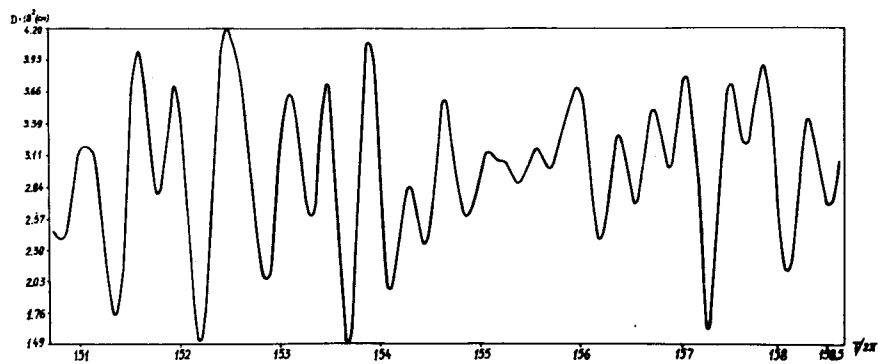


Рис. 7. Расстояние D между центрами масс электронного и ионного пучков при ускорении.

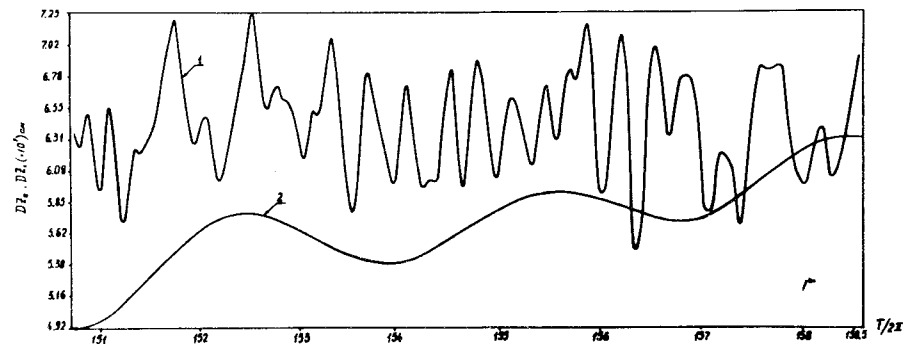


Рис. 8. Временная зависимость среднеквадратичного аксиального размера электронов (1) и ионов (2).

На рис. 9 изображена зависимость от времени пути ZCE, который проходит центр масс электронного кольца при ускорении, для первого варианта. Кривая 1 – результат численного моделирования, 2 – расчётная кривая для случая ускорения кольца без ионов, 3 – расчётная кривая для движения электронно-ионного кольца как целого. При выбывании ионов из кольца кривая 1 лежит между 2 и 3 и стремится к 2. Из рис. 9 видно, что при выбранных параметрах ионы ускоряются электронным кольцом без потерь.

Основные результаты приведенного здесь численного моделирования следующие: 1) размеры кольца в процессе наполнения его ионами вполне достоверно определяются моделью ^{15/}, 2) размеры самофокусирующегося пучка не меняются существенно при снятии внешней фокусировки и ускорении кольца, 3) допустимые ускорения кольца без потерь ионов составляют примерно 1/6 от предельно допустимого, следующего из условия удержания одного иона в кольце.

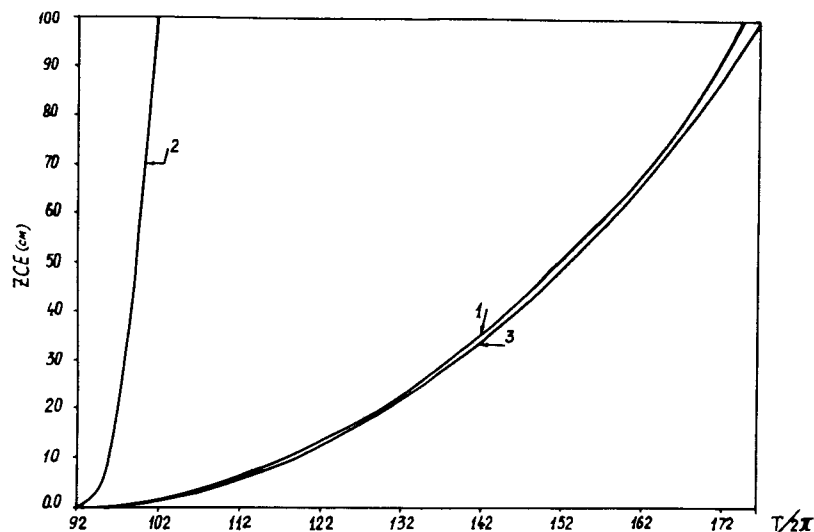


Рис. 9. Траектории центра масс электронно-ионного пучка: 1 - численное моделирование, 2 - кольцо без ионов (аналитический расчёт), 3 - кольцо, загруженное ионами (аналитический расчёт).

ЛИТЕРАТУРА

1. В.И.Векслер и др. Препринт ОИЯИ, Р9-3440-2, Дубна, 1967; Proc. of Six Intern. Conf. on High Energy Accelerat., Cambridge, 1967, p. 289; АЭ, 24, 317 (1968).
2. D. Keefe et al. Phys. Rev. Lett., 22, 558 (1969).
3. И.Н.Иванов и др. Препринт ОИЯИ, Р9-4132, Дубна, 1968.
4. Symposium on Electron Ring Accelerators, UCRL-18103, Berkeley, California, 1968.
5. В.Георге и др. Препринт ОИЯИ, Р9-6555, Дубна, 1972.

6. И.Н.Иванов и др. Препринт ОИЯИ, Р9-5535, Дубна, 1970.
7. C. Bovet, C. Pellegrini. Preprint UCRL-19892, Berkeley, California, 1970; Particle Accelerators, 2, 1, 1971, p. 45.
8. D. Möhl, L. J. Lasslett, A. M. Sessler. Preprint LBL-1062, Berkeley, California, 1972.
9. Н.Ю.Казаринов, Э.А.Перельштейн. Симпозиум по коллективным методам ускорения, Д9-6707, Дубна, 1972, стр. 30.
10. А.В.Бархударян, Д.Г.Кошкарёв, Л.П.Николаева. Симпозиум по коллективным методам ускорения, Д9-6707, Дубна, 1972, стр. 64.
11. Э.А.Перельштейн, О.И.Ярковой. Препринт ОИЯИ, Р9-4423, Дубна, 1969; ЖТФ, 41, 1 (1971), стр. 23.
12. И.М.Капчинский. О силе, удерживающей ионы в ускоряемом электронно-ионном кольце. Препринт ИТЭФ - 12, Москва, 1975.
13. I. Hofmann, A. U. Luccio, C. E. Nielsen. Preprint IPP 0/26, Max-Planck-Institut für Plasmaphysik, Garching bei München, 1974.
14. A. G. Greenwald, M. P. Reiser. IEEE Transactions on Nuclear Science, NS-22, 3, 1975.
15. И.М.Капчинский. Динамика частиц в линейных резонансных ускорителях, М., Атомиздат, 1966.
16. В.С.Александров и др. Препринты ОИЯИ Р9-9091, Р9-9215, Дубна, 1975.
17. С.К.Годунов, В.С.Рябенский. Разностные схемы, Наука, М., 1973, стр. 60.
18. I. Hoffmann. Proc. IX-th Inter. Conf. on High Energy Accelerat., Stanford, Calif., p. 245, 1974.

Рукопись поступила в издательский отдел
23 августа 1976 года.