



ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

97 - 74

P8-97-74

Д.Л.Демин

НЕИДЕАЛЬНОСТЬ ГАЗА ГЕЛИЯ-4

Направлено на I Открытую научную конференцию УНЦ ОИЯИ,
24 — 26 февраля 1997 г., Дубна

1997

1. Введение

Как известно, при снижении температуры физической системы более выраженными становятся ее квантово-механические свойства. Заметный вклад обменного взаимодействия [1] в энергию системы проявляется, когда длины волн де Бройля λ_B тождественных частиц становятся сравними с расстоянием l между ними:

$$\lambda_B = h/mv, \quad (1)$$

$$l = (1/N)^{1/3}, \quad (2)$$

где h - постоянная Планка; m - масса частицы; v - относительная скорость частиц; N - плотность частиц.

На молекулярном уровне это условие выполняется для сжатого газообразного гелия при криогенных температурах

$$h/(3 m_{He} k T)^{1/2} \cong l_{He}, \quad (3)$$

где k - постоянная Больцмана; T - абсолютная температура.

Для атомов гелия при температуре около 20 К, когда неидеальность гелия становится явно выраженной, средняя длина волны λ_B составляет 10^{-8} см, что сравнимо с межмолекулярным расстоянием для гелия под давлением в несколько мегапаскалей.

Обменное взаимодействие молекул было предсказано П. А. М. Дираком в 1926 году в статье "К теории квантовой механики" [2] в предположении, что это взаимодействие будет подчиняться квантовой статистике частиц с полуцелым спином (Ферми - Дирака статистика).

Молекулы гелия-4 имеют целый спин и подчиняются статистике Бозе - Эйнштейна, что определяет наличие значительного термодинамического эффекта, описанного ниже.

В современной молекулярной физике энергия обменного взаимодействия электронов учитывается, а обменное взаимодействие молекул как единых и тождественных элементов материи рассматривается редко [3].

2. Уравнение состояния гелия-4

Неидеальность газа описывается в уравнении состояния введением дополнительных членов. Например, в уравнении Ван-дер-Ваальса для реальных газов учитывается свободный объем $(V - b)$, а также силы межмолекулярного взаимодействия (дипольные, дисперсионные и индукционные), спадающие по закону $1/r^6$. Важно отметить, что гелий - самый близкий к идеальному среди всех реальных газов. Ни одно из вышеуказанных межмолекулярных взаимодействий нельзя применить к атомам гелия-4 в интересной для нас области термодинамических параметров (3), и поэтому уравнение Ван-дер-Ваальса не имеет физического смысла в случае с гелием.

Попытаемся учесть энергию обменного взаимодействия атомов гелия-4 при составлении уравнения состояния. Потенциал межмолекулярного обменного

взаимодействия $U_{обм}$ двух молекул a и b , одна из которых покоится в лабораторной системе отсчета, был определен в работе [4] следующим образом:

$$U_{обм}(p, r) = -\zeta \kappa_{ik}(S_a, S_b) / (e^{-pr/\hbar} + e^{pr/\hbar}), \quad (4)$$

где p - импульс движущейся молекулы; r - расстояние между молекулами; ζ - константа обменного взаимодействия; $\kappa_{ik}(S_a, S_b)$ - тензор спиновых переменных S_a , S_b молекул a и b ; \hbar - постоянная Планка.

Допустим, что атомы гелия участвуют только в парных столкновениях, поставим на место энергетического члена в (4) кинетический потенциал kT и учтем свободный объем атома гелия с радиусом R_0 , тогда потенциал обменного взаимодействия U для атомов гелия-4 выражается как

$$U = +\infty \quad \text{при} \quad (0 < r < R_0), \quad (5)$$

$$U = -kT / ch[(3mkT)^{1/2} V^{1/3} / \hbar] \quad \text{при} \quad (R_0 < r < \infty). \quad (6)$$

На рис.1 показан модельный потенциал U и приняты обозначения: R_0 - радиус атома гелия, определяемый конфигурацией электронной оболочки; λ_B - средняя длина волны де Бройля при некоторой температуре. Интересно, что ширина на полуглубине потенциальной ямы есть длина волны де Бройля. Для двухчастичного взаимодействия критерием применимости формулы (6) служит уравнение (3).

Уравнение состояния для гелия-4 с учетом обменного взаимодействия атомов в двухчастичном приближении выглядит достаточно просто:

$$P(T, V, U) = kT / (V - b) + U / (V - b). \quad (7)$$

Объемная плотность энергии обменного взаимодействия $U / (V - b)$ имеет размерность давления. В переменных T и V уравнение (7) предстает в виде

$$P(T, V) = kT [1 - 2/(e^a + e^{-a})] / (V - b) \quad (8)$$

или

$$P(T, V) = kT [1 - 1/ch(a)] / (V - b), \quad a = (3mkT)^{1/2} V^{1/3} / \hbar, \quad (9)$$

где P - давление; T - абсолютная температура; V - объем, приходящийся на один атом гелия; k - константа Больцмана; b - объем атома гелия; m - масса атома гелия; \hbar - постоянная Планка. Параметр малости a есть отношение фазового объема одного атома гелия к постоянной Планка. При выводе формулы (9) не в полной мере было учтено условие (5), что усложнило бы окончательную формулу и дало бы незначительную поправку к модели двухчастичного взаимодействия.

3. Результаты вычислений

На рис.2 изображен расчет трех изотерм гелия-4 по различным уравнениям состояния: идеального газа с массой атома гелия (ромбы); Менделеева -

Клапейрона с учетом свободного объема (иксы); Ван-дер-Ваальса (плюсы); сплошная линия - расчет по формуле (9). На этом же рисунке прямоугольниками отображены экспериментальные данные [5].

На рис.3 в тех же обозначениях показан сравнительный ход изотерм гелия-4 для расчетов по формуле Ван-дер-Ваальса и по формуле (9) в более широком диапазоне температур и давлений. На рис.4 для трех изотерм изображено отклонение расчетных данных по уравнению Ван-дер-Ваальса (плюсы) от экспериментальных значений [5], которые приняты за единицу - ось абсцисс. Также на рис.4 сплошной линией показано отклонение расчетов по формуле (9) от экспериментальных значений.

4. Заключение

Из рис.2 и 3 видно, что газовая термодинамика гелия-4 вплоть до критической области удовлетворительно описывается уравнением состояния с учетом молекулярных обменных процессов (9).

Молекулы гелия имеют относительно небольшую массу и, как следствие, большую длину волны де Бройля по сравнению с другими газами при одних и тех же температурах. Энергия обменного взаимодействия молекул гелия сказывается при температуре заметно выше критической. Поэтому при расчете термодинамических параметров газа гелия следует учитывать теллосодержание, обусловленное обменным взаимодействием на молекулярном уровне.

В рамках обменного *межмолекулярного* взаимодействия [4] могут найти объяснение многие аномальные эффекты в квантовых системах, например, аномальная сжимаемость жидкого дейтерия в районе тройной точки, различие в давлении насыщенных паров орто- и параводорода, температурная зависимость теплопроводности твердого водорода, отклонение смесей изотопов водорода от закона идеальных растворов. В предположении о недиссипативном переносе импульса обменное взаимодействие может объяснить явление сверхтекучести, изотопный сдвиг критических параметров в сверхпроводниках и некоторые механизмы сверхпроводимости.

Автор выражает благодарность проф. В. Г. Зинову за инициирование работы, А. Д. Конину, М. А. Назаренко и В. И. Пряничникову за помощь и поддержку.

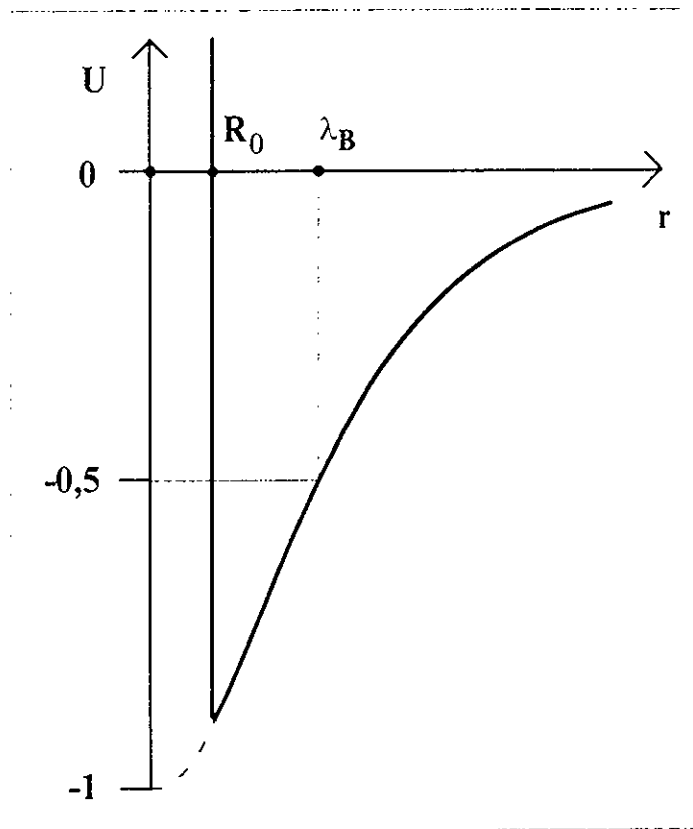


Рис.1. Зависимость модельного потенциала взаимодействия U атомов гелия-4 от расстояния r между атомами

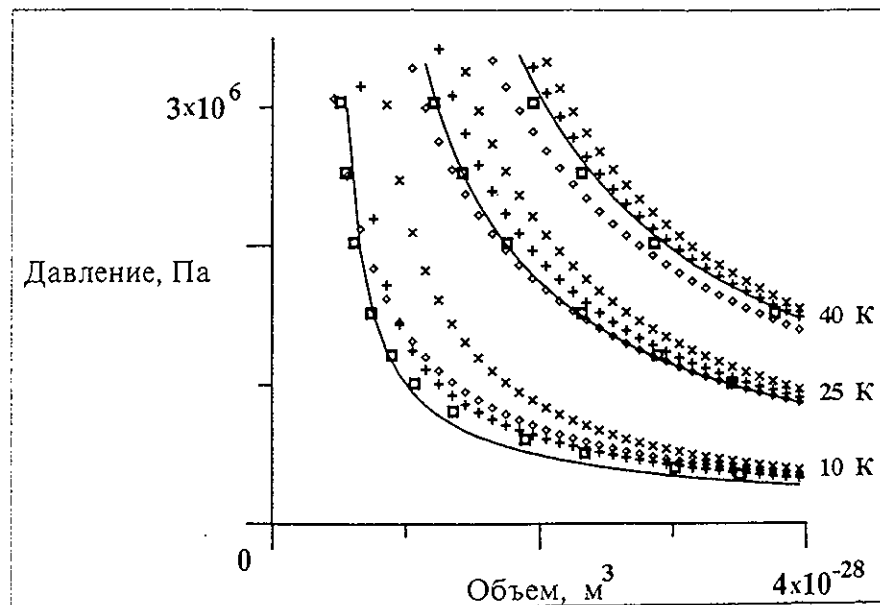


Рис.2. Три изотермы гелия-4. Расчет по различным уравнениям состояния

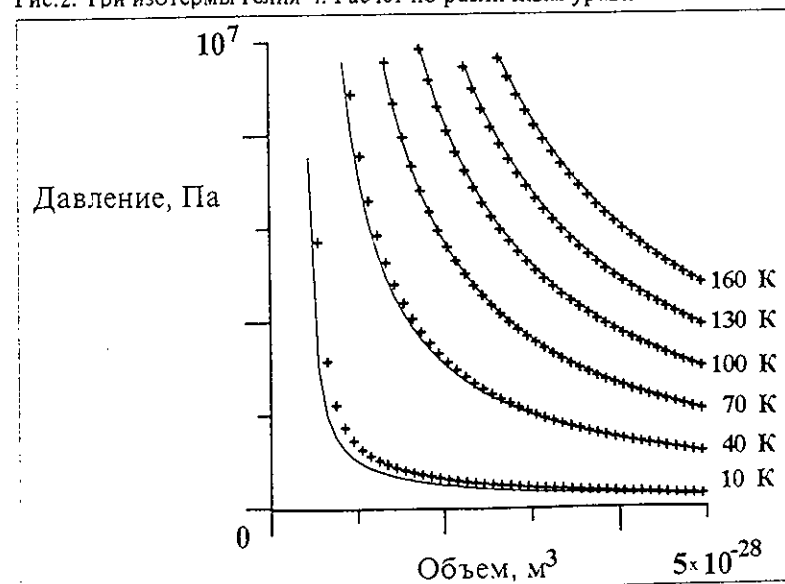


Рис.3. Изотермы гелия-4. Расчет по уравнению состояния Ван-дер-Ваальса – плюсы, по формуле (9) – сплошная линия

Литература

[1] Л. Д. Ландау, Е. М. Лившиц. *Теоретическая физика. Т.3 (Квантовая механика)*. М.: Наука, 1989, с. 276.

[2] П. А. М. Дирак. *Библиотека теоретической физики. (К созданию квантовой теории поля)*. М.: Наука, 1990, с. 52.

[3] M.I.Molina. *Ideal gas in a finite container*. American Journal of Physics, **64**, No 4, 1996, p. 503.

[4] В. Г. Гребинник и др.. *Измерение зависимости давления насыщенных паров смеси протия и дейтерия от концентрации дейтерия и теплового эффект растворения изотопов водорода*. Сообщение ОИЯИ. Р8-95-480, Дубна, 1995.

[5] *Thermodynamic properties of helium 4*. NBS DATA, USA.

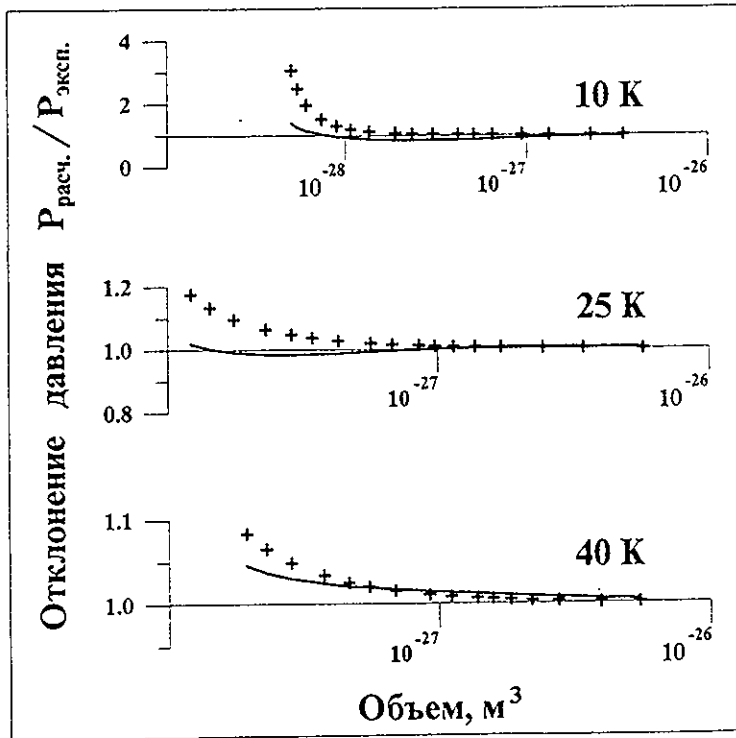


Рис.4. Отклонение расчетных давлений от экспериментальных данных [5] для трех изотерм гелия-4. Расчет по уравнению состояния Ван-дер-Ваальса – плюсы, по формуле (9) – сплошная линия

Рукопись поступила в издательский отдел
5 марта 1997 года.