

СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА



С 393Г
Б-82

18/61-73

P8 - 7009

Н.С.Борисов, Б.С.Неганов, Г.Феллер

2270/2-73

ИЗМЕРЕНИЕ ВЯЗКОСТИ РАСТВОРА He^3 В He^4
ПРИ СВЕРХНИЗКИХ ТЕМПЕРАТУРАХ

1973

ЛАБОРАТОРИЯ ЯДЕРНЫХ ПРОБЛЕМ

P8 - 7009

Н.С.Борисов, Б.С.Неганов, Г.Феллер

ИЗМЕРЕНИЕ ВЯЗКОСТИ РАСТВОРА He^3 В He^4
ПРИ СВЕРХНИЗКИХ ТЕМПЕРАТУРАХ

Объединенный институт
ядерных исследований
БИБЛИОТЕКА

Борисов Н.С., Неганов Б.С., Феллер Г.

P8 - 7009

Измерение вязкости раствора ${}^3\text{He}$ в ${}^4\text{He}$ при сверхнизких температурах

Измерена вязкость 6,4%-ного раствора ${}^3\text{He}$ в ${}^4\text{He}$ в интервале температур от 8 до 10 мК. Дважды термометрами измерялся перепад температур на концах капилляра, обусловленный вязким нагреванием протекающего раствора. Было найдено, что если вязкость следует закону $\eta = aT^{-2}$, то $a = 5,3 \cdot 10^{-7}$ пуаз.град².

Сообщение Объединенного института ядерных исследований
Дубна, 1973

Borisov N.S., Neganov B.S., Feller G.

P8 - 7009

Measurement of Viscosity of Solution
of ${}^3\text{He}$ in ${}^4\text{He}$ at Superlow Temperatures

Viscosity of 6.4% solution of ${}^3\text{He}$ in ${}^4\text{He}$ was measured for the temperature range 8-10 mK. The temperature drop (which is due to viscose heating in the process) at the capillary ends was measured by two thermometers. It was found that if viscosity conforms to the law $\eta = aT^{-2}$, then $a = 5.3 \cdot 10^{-7}$ p grad².

Communications of the Joint Institute for Nuclear Research.
Dubna, 1973

1. Введение

Для конструирования криостатов с растворением ${}^3\text{He}$ в ${}^4\text{He}$ особенно важно знать вязкость раствора при очень низких температурах, т.к. вязкое нагревание, возникающее при циркуляции ${}^3\text{He}$ в замкнутой системе непрерывного рефрижератора или при однократном охлаждении, ограничивает достигаемую этими устройствами предельную температуру.

Вязкое нагревание в растворе ${}^3\text{He}$ в ${}^4\text{He}$ при очень низких температурах обусловлено движением только квазичастиц ${}^3\text{He}$. Для получения качественной зависимости вязкости от температуры и концентрации раствора можно воспользоваться представлением раствора в виде идеального ферми-газа квазичастиц ${}^3\text{He}$, тогда вязкость будет пропорциональна числу n квазичастиц ${}^3\text{He}$ в 1 см³ в растворе концентрации x , их длине свободного пробега λ и их средней скорости v . Так как для ферми-газа ${}^3\text{He}$ -квазичастиц $\lambda = T^{-2}$, то можно ожидать, что вязкость следует закону $\eta = aT^{-2}$, где a зависит от x , если температура раствора ниже температуры вырождения. Для получения точного значения коэффициента вязкости a раствора ${}^3\text{He}$ в ${}^4\text{He}$ современная теория пользуется представлением слабозаимодействующего ферми-газа квазичастиц ${}^3\text{He}$. Из теоретических значений потенциала взаимодействия квазичастиц ${}^3\text{He}$, представленных в работе Бардина, Байма и Пайнса [1], Роач получил значение коэффициента вязкости 6,4% раствора ${}^3\text{He}$ в ${}^4\text{He}$ $a = 5 \cdot 10^{-7}$ пуаз.град^{2/2}.

II. Расчет вязкого нагревания раствора

В каждом элементе низкотемпературной части установки, работающей на принципе растворения ${}^3\text{He}$ в ${}^4\text{He}$, в котором есть движение раствора, выделяется тепловая мощность

$$\dot{Q} = \eta Z \dot{V}^2, \quad /1/$$

где η - вязкость, Z - геометрический фактор сопротивления потоку, \dot{V} - объем жидкости, проходящий через сечение в единицу времени. Для цилиндрической трубки

с диаметром d , длиной l $Z = \frac{128l}{\pi d^4}$. Скорость потока

\dot{V} можно выразить через молярный объем раствора v , который для 6,4% раствора равен $438,5 \text{ см}^3/\text{моль}$, и молярную скорость \dot{n}_3 /моль/сек/, тогда $\dot{V} = v \dot{n}_3$. Тепловая мощность, определяемая выражением /1/, приводит к повышению температуры ΔT раствора в данном элементе. При вычислении величины ΔT учитывается теплопроводность раствора $\chi = \frac{\beta}{T}$, где β - коэффициент

теплопроводности, равный $30,5 \text{ эрг/сек см}^3$, причем теплопроводность следует такому закону ниже 10 мк . Из полного теплового баланса элемента $d\ell$ цилиндрической трубки диаметром d следует дифференциальное уравнение:

$$\frac{128}{\pi d^4} \frac{a v^2 \dot{n}_3^2}{T^2} + \frac{\pi d^2}{\rho} (\chi T) \left[-\frac{1}{T^2} \left(\frac{dT}{d\ell} \right) + \frac{1}{T} \frac{d^2 T}{d\ell^2} \right] - \dot{n}_3 \gamma T \frac{dT}{d\ell} = 0, \quad /2/$$

где $\gamma T = C$ - молярная теплоемкость раствора $\gamma = 107 \text{ дж/моль}$.

Первый член в уравнении /2/ представляет собой тепловую мощность на единицу длины, обусловленную вязкостью.

Второй член учитывает теплопроводность, а именно изменение теплового потока на единице длины, обусловленного теплопроводностью.

Анализ этого уравнения с помощью ЭВМ показывает, что в области температур от 8 мК до 15 мК , где теплопроводность раствора падает с повышением температуры, ошибка в определении $\frac{dT}{d\ell}$, если пренебречь теплопроводностью, составляет менее 2% при диаметре $d \leq 2 \text{ мм}$.

Таким образом, при пренебрежении ролью теплопроводности из /2/ получаем простое уравнение

$$\frac{dT}{d\ell} = \frac{a \dot{n}_3}{T^3}, \quad /3/$$

где $a = \frac{128}{\pi d^4} \frac{a v^2}{\gamma}$ - величина постоянная, определяемая диаметром трубки и константами раствора. После интегрирования получим

$$T_2^4 - T_1^4 = 4a\ell \dot{n}_3, \quad /4/$$

где T_2 и T_1 - температуры на концах трубки длиной ℓ .

Если принять среднюю температуру $T = \frac{T_1 + T_2}{2}$ и перепад

температур на концах трубки $\Delta T = T_2 - T_1$, причем $\Delta T \leq 0,2T$, то левую часть уравнения /4/ можно заменить величиной $4\Delta T T^3$ с ошибкой меньшей 1%.

Окончательно имеем:

$$\Delta T = \frac{Z v^2 \dot{n}_3 a}{\gamma} \frac{1}{T^3}. \quad /5/$$

Ошибка в перепаде температур ΔT , определенного выражением /5/ при допущениях, указанных выше, составляет не более 3%.

III. Методика измерения коэффициента вязкости

На рис. 1 представлено экспериментальное устройство для измерения вязкости раствора ${}^3\text{He}$ в ${}^4\text{He}$ при сверхнизких температурах. Устройство включено в замкнутый цикл обычного рефрижератора с непрерывным растворением ${}^3\text{He}$ в ${}^4\text{He}$. Сверху в камеру смешивания, которой является верхняя часть устройства, поступает охлажденный в противоточном обменнике концентрированный ${}^3\text{He}$. На границе растворения ${}^3\text{He}$ переходит в раствор с концентрацией 6,4%. Температура раствора в этой части устройства измеряется термометром ЦМН, представляющим собой сферу $\varnothing 18$ мм из спрессованного порошка церий-магниевого нитрата с плотностью $1,95 \text{ г/см}^3$. При прохождении капилляра $\varnothing 2$ мм, длиной 40 мм раствор нагревается из-за вязкости и повышенные температуры регистрируется вторым термометром ЦМН, аналогичным первому, но с $\varnothing 10$ мм. Выше этого термометра на расстоянии, исключая влияние на катушки моста переменного тока, находится калибровочный датчик температур, состоящий из калиброванного в области от 1,2 до 4,2 К угольного термометра сопротивления типа *Allen-Bradley* и двух сверхпроводящих проволочек из *Al* и *Cd*. Для повышения рабочей температуры рефрижератора в камере смешивания имеется нагреватель. Выход устройства по раствору присоединяется к последней секции теплообменника с помощью нержавеющей трубки $\varnothing 7$ мм и длиной 50 см. Все детали устройства выполнены из стекла. В установке, используемой для этого эксперимента, предельно достигаемая в непрерывном режиме температура была 6 мК при $\dot{n}_3 = 10^{-4}$ моль/сек. При использовании данного устройства рабочая температура была несколько выше из-за вязкого нагревания в капилляре и достигала приблизительно 7 мК.

Измеренный перепад температур ΔT , обусловленный вязким нагреванием в капилляре, при использовании выражения /5/ позволяет определить вязкость. При этом молярная скорость \dot{n}_3 измерялась внешним ротаметром, включенным в цепь циркуляции ${}^3\text{He}$. Сопротивление по

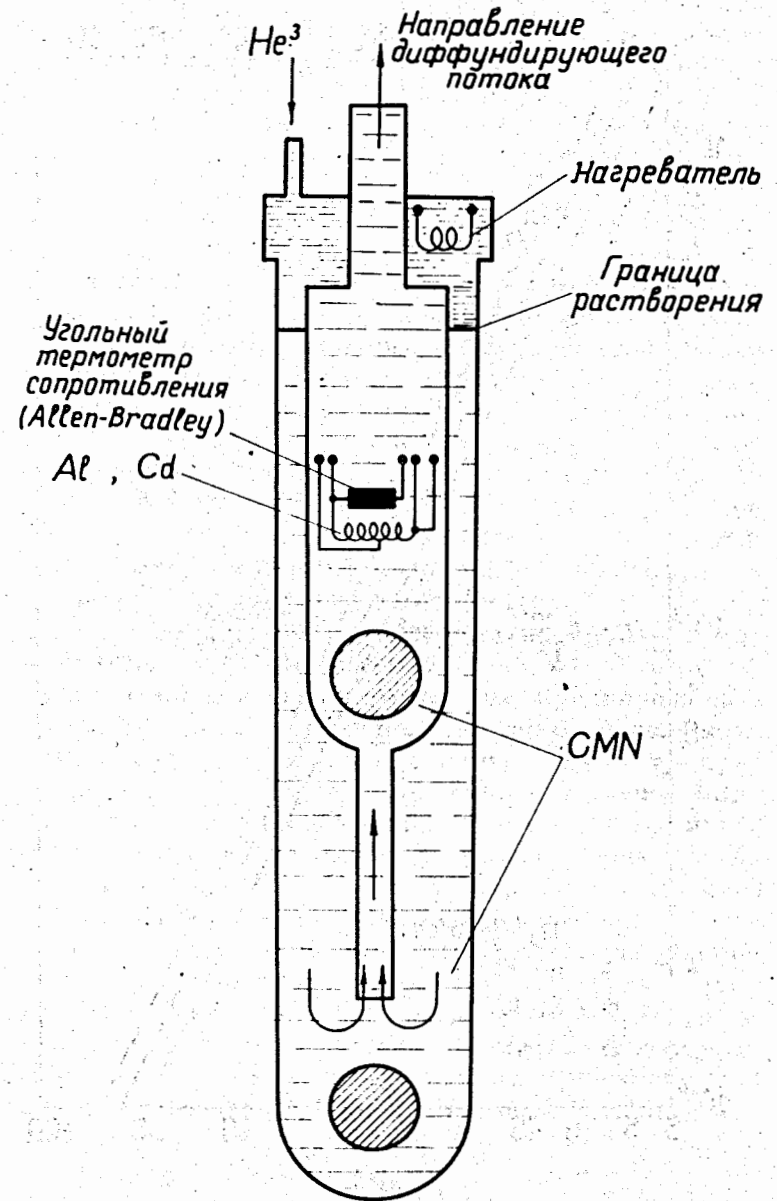


Рис. 1. Ванна растворения для измерения вязкости раствора.

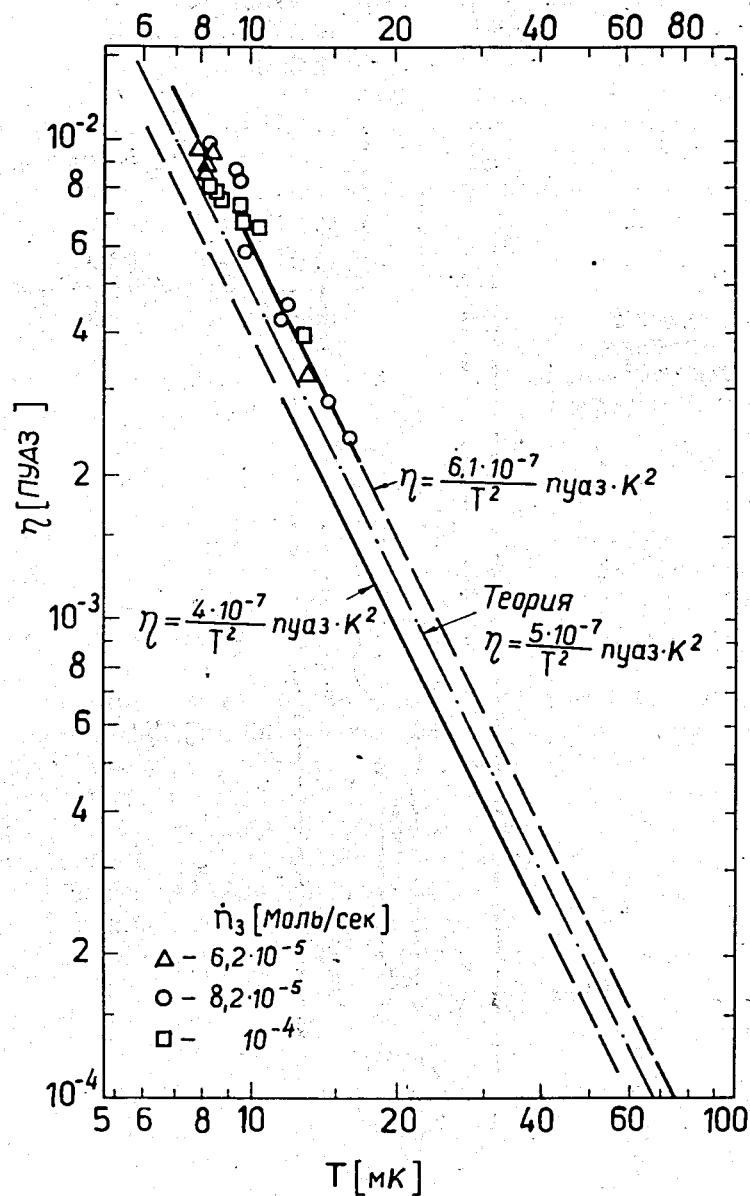


Рис. 2. Измеренная зависимость вязкости от температуры.

току Z было рассчитано при использовании точных значений диаметра и длины капилляра. В качестве T в выражении /5/ была принята средняя температура между показаниями верхнего и нижнего термометра ЦМН. Калибровка термометров осуществлялась при высокой температуре с помощью угольного термометра сопротивления и реперных точек - температур перехода в сверхпроводящее состояние Al и Cd .

При измерении вязкости раствора с помощью данного устройства возможны систематические ошибки, связанные с влиянием на верхний термометр последней секции теплообменника через соединительную трубку и, кроме того, с влиянием поступающего более теплого 3He через стекло, если граница растворения не находится в самом верху устройства. Оба эти эффекта могут привести к появлению перепада температур на капилляре, не связанного с вязкостью. Для оценки максимальных величин искажений были проведены приближенные расчеты распределений температур в устройстве.

Для того чтобы оценить максимальное влияние последней секции теплообменника на верхний термометр, были сделаны следующие упрощающие предположения: температура раствора в последней секции была положена равной температуре концентрированного 3He , теплопроводность раствора полагалась постоянной и равной максимальной величине в данной области температур; слабое нагревание из-за вязкости в соединительной трубке считалось пренебрежимо малым по сравнению с потоком тепла из последней секции теплообменника, нагревание раствора в капилляре из-за вязкости и перегрев верхнего термометра из-за потока тепла сверху считались независимыми, т.е. рассчитывался перепад температур на капилляре в отсутствие вязкости. В рамках указанных допущений было получено приближенное выражение для распределения температуры в капилляре и соединительной трубке.

$$T(x) = T_0 \frac{1 + 0,47 e^{-\alpha T_0(x-l)}}{1 - 0,47 e^{-\alpha T_0(x-l)}}, \text{ где } \alpha = \frac{\dot{n}_3 l}{xS} \quad /6/$$

/в нашем опыте $6.10^{-5} \leq \dot{n}_3 \leq 10^{-4}$ /

\dot{n}_3 - молярная скорость циркуляции в моль/сек; $\Gamma = 107,2$ дж/моль, κ - теплопроводность раствора, причем $\kappa \approx 4 \cdot 10^{+3}$ эрг/см·сек К, S - площадь поперечного сечения соединительной трубки; T_0 - температура на нижнем конце капилляра. Координата x отсчитывается от нижнего конца капилляра, l - полная эффективная длина капилляра и соединительной трубки. Подставляя в выражение /6/ величины, соответствующие конкретным условиям опыта, получим, что температуру верхнего конца капилляра можно с большой степенью точности считать равной температуре нижнего конца капилляра при отсутствии вязкости, иначе говоря, дополнительным перегревом верхнего термометра из-за влияния последней секции теплообменника можно заведомо пренебречь.

Намного сложнее произвести оценку влияния наружного более теплого потока концентрированного ${}^3\text{He}$, если граница растворения находится достаточно низко - настолько, чтобы возник заметный теплообмен через границу жидкость-стекло. Сложность оценки обусловлена не только трудностью расчетов, но в основном незнанием точного положения границы растворения и незнанием значений граничного сопротивления ${}^3\text{He}$ -стекло-раствор. Для получения максимальной оценки величины перегрева верхнего термометра, обусловленного этим эффектом, были сделаны следующие упрощающие предположения: так же как и в первом случае эффект перегрева посредством теплообмена через стекло рассматривался независимо от вязкого нагревания в капилляре. Было положено, что весь перепад температуры в концентрированном ${}^3\text{He}$ происходит непосредственно у границы растворения /законность такого допущения будет обсуждена ниже/; поток тепла через всю поверхность стекла был сосредоточен на верхнем конце капилляра; граница растворения находится вблизи нижнего конца капилляра.

Вначале был произведен расчет распределения температур в ${}^3\text{He}$ в капилляре, соединяющем последнюю секцию теплообменника с камерой растворения и в зазоре между стеклянными трубками /рис. 1/. При пренебре-

жении вязким нагреванием концентрированного ${}^3\text{He}$ получается приближенное выражение:

$$T(x) = T(l) \sqrt{\frac{e^{-\alpha T_l^2 x}}{e^{-\alpha T_l^2 x} - 1 + \left(\frac{T_l}{T_0}\right)^2}}, \quad \text{где} \quad \alpha = \frac{\dot{n}_3 \gamma}{\beta S} \quad /7/$$

Здесь T_0 - температура ${}^3\text{He}$ на границе растворения, T_l - температура ${}^3\text{He}$ в последней секции теплообменника, \dot{n}_3 - молярная скорость ${}^3\text{He}/6 \cdot 10^{-5} \leq \dot{n}_3 \leq 10^{-4}$, $\gamma = 24,8$ дж/моль; S - сечение капилляра с концентрированным ${}^3\text{He}$; β - коэффициент теплопроводности ${}^3\text{He}$; $\beta = 35$ эрг/сек·см $^{1/3}$.

Координата отсчитывается от границы растворения. В нашем случае диаметр соединительного капилляра = 3 мм, длина = 15 см. Ширина зазора между стеклянными трубками = 1,5 мм, диаметр внутренней стеклянной трубки = 15,5 мм, длина 16 см. Отсюда нетрудно получить значения для средней температуры по зазору. Для значений \dot{n}_3 от $6 \cdot 10^{-5}$ до 10^{-4} и для области температур от 8 мК до 15 мК мы получили значения средней температуры ${}^3\text{He}$ в зазоре от $0,7 T_l$ до $0,95 T_l$, т.е. действительно основной перепад температуры ${}^3\text{He}$ находится вблизи границы растворения. Вязкое нагревание ${}^3\text{He}$ в соединительном капилляре и зазоре приводит к еще большему повышению средней температуры.

Для получения оценки величины теплового потока через стенку внутренней стеклянной трубки необходимо задать величину граничного сопротивления стекла по отношению к ${}^3\text{He}$ и раствору. Так как экспериментальных данных нет, то мы приняли величину граничного сопротивления стекла, равной граничному сопротивлению меди. Полученная таким образом оценка перегрева верхнего термометра в рамках вышеуказанных допущений приводит к тому, что в области ≈ 8 мК этот дополнительный перегрев не превышает величины 5% от перепада температур, обусловленного вязким нагреванием. При повышении температуры ошибка в определении перепада температуры на измерительном капилляре быстро растет,

достигая величины $\approx 100\%$ в области 15 мК. Здесь не производится более подробный анализ этого эффекта, так как для более точного расчета необходимо точно знать положение границы растворения и величину граничного сопротивления стекла с раствором и концентрированным ^3He . Итак, из приведенного анализа можно сделать следующий вывод: достаточно достоверными с точностью не хуже $\approx 5\%$ являются измерения перепада температур из-за вязкого нагревания с помощью данного устройства в области 8 мК.

В данной работе, кроме того, имелись другие погрешности измерений, связанные с калибровкой ротаметра, калибровкой термометров ЦМН в области высоких температур и отождествлением магнитной температуры ЦМН с абсолютной температурой $\pm 5\%$, а также с определением Z -геометрического фактора сопротивления потоку измерительного капилляра.

Учитывая все погрешности, подробный анализ которых был приведен выше, мы полагаем максимальную величину погрешности в определении вязкости равной 15%. Нужно отметить, что истинная величина погрешности несколько меньше, т.к. не учтена частичная взаимная компенсация некоторых систематических погрешностей измерения.

Результаты измерений

Результаты трех серий измерений при трех различных скоростях потока ^3He , равных $6,2 \cdot 10^{-5}$, $8,2 \cdot 10^{-5}$ и 10^{-4} моль/сек, обработанные с помощью выражения /5/, дают непосредственно вязкость η /рис. 2/. Было найдено, что коэффициент вязкости $\alpha = \eta T^2$ в области температур ≈ 8 мК при указанных скоростях потока постоянен в пределах ошибок и равен $5,3 \cdot 10^{-7} \pm 1,2 \cdot 10^{-7}$ пуаз.град.²

При измерении вязкости в более высокой области температур были получены значения коэффициента α , достигающие $\approx 10^{-6}$ пуаз.град.², что указывает на качественное совпадение результатов измерений с оцен-

кой влияния наружного, более теплого потока концентрированного ^3He на верхний термометр.

Таким образом подтверждается теоретическое значение для вязкости раствора ^3He в ^4He при очень низких температурах. В разделе I данной работы было уже указано теоретическое значение коэффициента вязкости $5 \cdot 10^{-7}$ пуаз.град.².

Как видно, это значение совпадает с измеренным нами в пределах ошибки, которую мы оценили в предыдущем разделе. Для сравнения можно также привести экспериментальные данные работы Уитли и др. /4/, в которой вязкость измерялась подобной методикой, но в более высокой области температур и с намного большим, чем у нас, сопротивлением Z . В этой работе указывалось, что зависимость вязкости от температуры несколько отличается от закона T^{-2} . Значение коэффициента вязкости получено ниже теоретического и измеренного в нашей работе и равно $\approx 4 \cdot 10^{-7}$ пуаз.град.².

В заключение необходимо подчеркнуть, что данная методика измерения вязкости может обеспечить более высокую точность, по-видимому, не хуже 5%. При этом в конструкции экспериментального устройства должны быть учтены все замечания относительно возможных систематических погрешностей, калибровка ротаметра и моста переменного тока должна быть более тщательной, а измерения должны быть проведены на различных капиллярах в более широкой области температур.

Литература

1. J.Bardeen, G.Baym, D.Pines. *Phys.Rev.*, 156, 207 (1967).
2. J.C.Wheatley, O.E.Vilches, W.R.Abel. *Physics*, 4, 1 (1968).
3. Н.С.Борисов, Б.С.Неганов, Г.Феллер. *Сообщение ОИЯИ, P8-7008*, Дубна, 1973.
4. J.C.Wheatley, R.E.Rapp, R.T.Johnson, J.Low. *Temp.Phys.*, 4, 1 (1971).

Рукопись поступила в издательский отдел
21 марта 1973 года.