

С 393 з

Д - 183

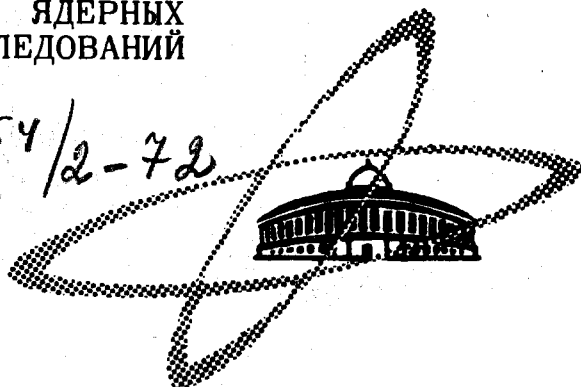
2/4-72

СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

3364/2-72

P8 - 6584



В.В.Данилов

О СТРУКТУРЕ ВИХРЯ АБРИКОСОВА
ВБЛИЗИ ПОВЕРХНОСТИ СВЕРХПРОВОДНИКА

ОТДЕЛ НОВЫХ МЕТОДОВ УСКОРЕНИЯ

1972

P8 - 6584

В.В. Данилов

О СТРУКТУРЕ ВИХРЯ АБРИКОСОВА
ВБЛИЗИ ПОВЕРХНОСТИ СВЕРХПРОВОДНИКА

Объединенный институт
ядерных исследований
БИБЛИОТЕКА

Известно, что исследование электромагнитной структуры вихря потока в сверхпроводниках второго рода с учетом граничных условий на поверхности образца дает некоторые существенно новые результаты, отличные от структуры вихря в глубине образца, например, барьер Бина-Ливингстона для вихря, параллельного поверхности образца /1/, или "грибовидное" расширение в приповерхностном слое области токов, связанных с вихрем, перпендикулярным плоской поверхности образца /2/. Нужно отметить, что существенное искажение структуры вихрей происходит лишь в слое глубины проникновения $\approx \lambda$ вблизи поверхности образца. Именно эта область $\approx \lambda$ может быть важна, например, при исследовании закрепления вихрей в приповерхностном слое или реакции сверхпроводника в смешанном состоянии на внешнее электромагнитное поле.

В некоторых работах, например /3,4/, результаты работы /2/ использованы для качественного объяснения экспериментальных данных, однако получение количественных оценок еще затруднительно. В связи с этими вопросами в нашей работе более подробно (по сравнению с приведенными выше) рассмотрены электромагнитная структура вихря Абрикосова вблизи поверхности образца, и влияние искажений структуры вблизи поверхности на взаимодействие вихрей между собой.

Структура вихря, направленного под произвольным углом
к поверхности образца

В качестве модельной задачи, обобщающей результаты работы /2/, рассмотрен случай, когда прямолинейный вихрь выходит к плоской поверхности образца (занимающего полупространство $z > 0$), образуя угол θ с направлением нормали к этой поверхности ($0 < \theta < \frac{\pi}{2}$).

В качестве образца рассматривается сверхпроводник второго рода с параметром Гинзбурга-Ландау $\kappa \gg 1$, тогда для описания магнитного поля вихря \vec{h}_b можно использовать обобщенное уравнение Лондонов (см., например, работу /5/) и уравнение Максвелла:

$$\vec{h}_b + \text{rot rot } \vec{h}_b = \frac{2\pi}{\kappa} \int_L d\vec{\ell} \cdot \delta(\vec{r} - \vec{R}_b) \quad (1)$$

$$\text{div } \vec{h}_b = 0 \quad (2)$$

Далее, если не оговорено, используются безразмерные единицы, введенные в работе /6/.

$d\vec{\ell}$ - элемент длины вдоль вихря; \vec{R}_b - радиус-вектор точек вихря; \vec{r} - текущий радиус-вектор; L - контур вихря; $\delta(\vec{r} - \vec{R}_b)$ - трехмерная δ -функция.

Отметим, что такое представление правой части уравнения Лондонов можно использовать для нахождения точной формы вихря вблизи поверхности.

Поле \vec{h}_e вне образца удовлетворяет уравнениям Максвелла:

$$\text{div } \vec{h}_e = 0 ; \quad \text{rot } \vec{h}_e = 0 \quad (3)$$

Вихрь несет квант потока поля, направленного вглубь образца. На границе образца, то есть при $z = 0$

$$\begin{aligned} \vec{h}_e(z=0) &= \vec{h}_b(z=0) \\ (\text{rot } \vec{h}_b)_z &= 0. \end{aligned} \quad (4)$$

Поле \vec{h}_b ищем в виде суммы двух полей \vec{h}_{b1} и \vec{h}_{b2} , где:

$$\Delta \vec{h}_{b1} - \vec{h}_{b1} = 0, \quad (5)$$

$$\vec{h}_{b1}(z=0) = \vec{h}_e(z=0),$$

и

$$\Delta \vec{h}_{b2} - \vec{h}_{b2} = -\frac{2\pi}{\kappa} \int_L d\vec{\ell} \cdot \delta(\vec{r} - \vec{R}_b), \quad (6)$$

$$\vec{h}_{b2}(z=0) = 0.$$

Внешнее поле \vec{h}_e ищем в виде

$$\vec{h}_e = \text{rot } \vec{A}_e, \quad (7)$$

где

$$\Delta \vec{A}_e = 0; \quad A_{ez}(z=0) = 0. \quad (8)$$

Для решения использованы функции Грина соответствующих уравнений (8), (5) с учетом влияния границы /7/.

Полученные решения можно выразить в общем виде следующим образом:

$$h_{ez} = -\sum_{n=0}^{\infty} \cos n\phi \int_0^{\infty} J_n(\gamma r) \cdot e^{\gamma z} \cdot f_n(\gamma) \cdot \gamma \cdot d\gamma$$

$$h_{e\phi} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{r} \sin n\phi \int_0^{\infty} J_n(\gamma r) \cdot e^{\gamma z} \cdot f_n(\gamma) \cdot d\gamma$$

$$h_{er} = - \sum_{n=1}^{\infty} \cos n\phi \int_0^{\infty} \frac{\partial}{\partial r} J_n(\gamma r) e^{\gamma z} f_n(\gamma) d\gamma +$$

(9)

$$+ \int_0^{\infty} J_1(\gamma r) e^{\gamma z} f_0(\gamma) d\gamma$$

Для удобства решения уравнений (5), (6), (8) зависимость от r выражается в виде интеграла Бесселя.

Выражения для поля \vec{h}_{b1} отличаются от приведенных для поля \vec{h}_e лишь тем, что $e^{\gamma z}$ заменено на $e^{-z \cdot \sqrt{\gamma^2 + 1}}$, и

$$\vec{h}_{b2}(r, \phi, z) = \vec{l}_0 \cdot \frac{1}{2\kappa} \int_0^{\infty} dz_b \left\{ \frac{\exp(-\sqrt{r^2 + (z_b \operatorname{tg} \theta)^2} - 2rz_b \operatorname{tg} \theta \cos \phi + (z - z_b)^2)}{\sqrt{r^2 + (z_b \operatorname{tg} \theta)^2} - 2rz_b \operatorname{tg} \theta \cdot \cos \phi + (z - z_b)^2} - \frac{\exp(-\sqrt{r^2 + (z_b \operatorname{tg} \theta)^2} - 2rz_b \operatorname{tg} \theta \cos \phi + (z + z_b)^2)}{\sqrt{r^2 + (z_b \operatorname{tg} \theta)^2} - 2rz_b \operatorname{tg} \theta \cos \phi + (z + z_b)^2} \right\} \quad (10)$$

r, ϕ, z - текущие координаты в цилиндрической системе координат с осью z , направленной нормально к поверхности вглубь образца и с началом координат в точке выхода вихря на поверхность; \vec{l}_0 - единичный вектор, направленный вглубь образца вдоль прямолинейного вихря.

Используя условие (2) $\operatorname{div} \vec{h}_b = \operatorname{div} (\vec{h}_{b1} + \vec{h}_{b2}) = 0$, при $z = 0$ можем в виде интегралов выразить коэффициенты $f_n(\gamma)$, что в общем виде решает поставленную задачу:

$$f_n(\gamma) = -\frac{2 \cos^2 \theta}{\kappa} \cdot \frac{\sqrt{\gamma^2 + 1} - \gamma}{\gamma^2} \int_1^\infty dz \int_0^\infty J_n(\gamma r) I_n(r \cdot \sin \theta \cdot \sqrt{z^2 - 1}) \times e^{-r z} r \cdot dr. \quad (11)$$

Здесь $J_n(x)$, $I_n(x)$ — соответствующие цилиндрические функции /8/.

Исследование полученных выражений очень сложно, однако можно посмотреть некоторые частные случаи.

Прежде всего, из полученных выражений очень просто, как частный случай, следует решение задачи /2/ о вихре, перпендикулярном плоской поверхности образца.

Нетрудно получить

$$f_0(\gamma) = -\frac{\cos \theta}{\kappa} \frac{\sqrt{\gamma^2 + 1} - \gamma}{\sqrt{\gamma^2 + \cos^2 \theta}}. \quad (12)$$

И тогда можно будет оценить распределение $\vec{h}_b^{(0)}$ — нулевой по ϕ вариации поля $\vec{h}_b^{(0)}$, при $z = 0$; из проделанных оценок видно, что при $r \gg 1$ распределение поля $\vec{h}_b^{(0)}$ совпадает с распределением поля вихря, нормального к поверхности, и не зависит от θ :

$$h_{b,r}^{(0)}(z=0; r \gg 1) \approx -\frac{1}{\kappa} \frac{1}{r^2}, \quad h_{b,z}^{(0)}(z=0, r \gg 1) \approx \frac{1}{\kappa} \frac{1}{r^3}, \quad (13)$$

то есть высказанное в /3/ предположение о расширении электромагнитной области вихря, "срезаемой" поверхностью при увеличении θ , не выполняется.

Перейдем теперь к рассмотрению следующего вопроса.

Взаимодействие вихрей вблизи поверхности

Рассмотрим изменение взаимодействия двух вихревых нитей, перпендикулярных плоской поверхности образца, обусловленное искажением

электромагнитной структуры вихрей в приповерхностном слое (искажение считается относительно структуры вихрей в глубине образца).

Вычислим энергию взаимодействия как часть свободной энергии F -системы из двух вихрей в сверхпроводящем образце, зависящую от взаимного положения вихрей (как делается, например, в /1/).

$$F = \iiint_{(z>0)} [(\vec{h}_b)^2 + (\text{rot } \vec{h}_b)^2] dv + \iiint_{(z<0)} (\vec{h}_e)^2 dv$$

($z > 0$) и ($z < 0$) - область сверхпроводника и внешнее пространство соответственно.

Для компонент полей \vec{h}_e и \vec{h}_b используем выражения, следующие из (9), (10) при $\theta = 0$; они совпадают с полученными в /2/, лишь h_{bz} выражается несколько отличным образом:

$$h_{bz}(r, z) = \frac{1}{\kappa} \int_0^{\infty} J_0(\gamma r) \cdot e^{-z \cdot \sqrt{\gamma^2 + 1}} \frac{\sqrt{\gamma^2 + 1} - \gamma}{\sqrt{\gamma^2 + 1}} d\gamma + \frac{1}{\kappa} \int_0^z \frac{\exp(-\sqrt{r^2 + t^2})}{\sqrt{r^2 + t^2}} dt. \quad (14)$$

Путем преобразований, аналогичных /1/, энергию взаимодействия можно выразить в виде интегралов от компонент поля \vec{h}_b вдоль остова вихря и вдоль поверхности образца. Из полученной энергии взаимодействия исключена энергия взаимодействия невозмущенных вихревых нитей F_{ob} /2/:

$$F_{ob} = \frac{2\pi}{\kappa} \int_0^{\infty} dz \cdot h_{12}^{(0)}(d), \quad (15)$$

где $h_{12}^{(0)}$ - поле, создаваемое в глубине образца одним из вихрей в точках на оси другого вихря (оно имеет только z -компоненту); d - расстояние между вихрями.

Окончательное выражение для избытка энергии взаимодействия ΔF , обусловленного влиянием поверхности образца, имеет вид (в случае $d \gg \frac{1}{\kappa}$; $\frac{1}{\kappa}$ - радиус сердцевины вихря);

$$\Delta F = \frac{2\pi}{\kappa^2} \left\{ \frac{\pi}{2} [I_0(d) - \vec{L}_0(d)] - e^{-d} \right\} \quad (16)$$

$\vec{L}_0(d)$ - модифицированная функция Струве /8/.

И на больших расстояниях $d \gg 1$ получим:

$$\Delta F \approx \frac{2\pi}{\kappa^2} \cdot \frac{1}{d} \quad (17)$$

Отметим, что масштаб длины везде является глубиной проникновения λ , т.е. видим, что наличие поверхности приводит к эффективному усилению взаимодействия вихрей вблизи нее. На больших расстояниях это взаимодействие спадает по степенному закону, в то время как в глубине образца спадание экспоненциально.

Градиент ΔF даст нам силу взаимодействия двух вихрей, обусловленную влиянием поверхности. Легко видеть, что эта сила соответствует отталкиванию и спадает на больших расстояниях как $\frac{1}{d^2}$, т.е. налицо эффективное дальное действие, качественно предсказанное в работе /2/.

В заключение отметим, что предложенный метод расчета полей дает возможность определения электромагнитной структуры вихря произвольной формы, если известна функция Грина уравнения Гельмгольца /7/ для заданной геометрии образца, и задана форма вихря.

Автор выражает благодарность Н.Б. Рубину за постоянное внимание и помощь в работе, а также И.Н. Гончарову, И.С. Хухаревой, В.В. Шмидту за полезные обсуждения некоторых вопросов.

Литература

1. П. де Жен. Сверхпроводимость металлов и сплавов. Москва, "Мир", 1968.
2. J. Pearl, G. Appl. Phys. 37, No 11, 4139, 1966.
3. W.C.H. Goiner, G.E. Kuhl. Phys. Rev. 163, No 2, 362, 1967; Phys. Rev. 168, No 2, 413, 1968.
4. G.S. Esher, D.M. Ginsberg. Phys. Rev. B, 3, No 3, 735, 1971.
5. A.L. Fetter. Phys. Rev., 163, No 2, 390, 1967.
6. В.Л. Гинзбург, Л.Д. Ландау. ЖЭТФ; 20, 1064 (1950).
7. Ф.М. Морс, Г. Фешбах. Методы теоретической физики. том, 1, Москва, 1958.
8. И.С. Рыжик, И.М. Градштейн. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. Москва, 1971.

Рукопись поступила в издательский отдел
7 июля 1972 года.