ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

98-33

Р7-98-33

А.С.Парван[1], В.Д.Тонеев, К.К.Гудима[1]

КАЛОРИЧЕСКАЯ КРИВАЯ И МУЛЬТИФРАГМЕНТАЦИЯ В СТОЛКНОВЕНИЯХ ТЯЖЕЛЫХ ИОНОВ ПРОМЕЖУТОЧНЫХ ЭНЕРГИЙ

Направлено в журнал «Ядерная физика»

[1]Институт прикладной физики Академии наук Республики Молдова, 2028, Кишинев, Молдова

1998

I. Введение

Столкновения тяжелых ионов открыли уникальную возможность исследования свойств ядерной материи предельно далеко от основного состояния (см., например, обзор [1]). Конечной целью таких исследований является установление уравнения состояния нагретой и сжатой ядерной материи, а также нахождение особых точек этого уравнения состояния, отвечающих возможным фазовым переходам в ядерной системе. В частности, теория предсказывает, что при достаточно высоких температурах и/или сжатиях адронное вещество должно переходить в состояние кварк – глюонной плазмы. Поиск сигналов деконфайнмента адронов составляет важнейшую часть этой проблемы. С другой стороны, если обратиться к области низких температур при плотностях ниже плотности ядер в основном состоянии, то в системе может проявиться фазовый переход типа жидкость – газ (см. обзор [2]), где нуклонная фаза ассоциируется с газом, а кластеризованная ядерная материя обладает свойствами жидкости. Ожидается, что именно *мультифрагментация*, т.е. обильное образование ядерных фрагментов промежуточной массы (фрагменты с зарядом $3 \leq l \leq 20$), есть основное явление, сопровождающее возможный фазовый переход жидкость – газ. Исследованию этого явления в рамках статистической модели и посвящена данная работа.

Уже в первых экспериментальных работах [3, 4] были сделаны попытки интерпретировать процессы множественного образования фрагментов в столкновении тяжелых ионов как критическое явление, рассматривая U–образное массовое распределение фрагментов $k^{-\tau}$ как результат фазового перехода жидкость – газ в ядерной материи. Этот вывод следовал из сравнения экспериментальных данных с капельной моделью Фишера [5], в терминах которой фрагменты ассоциируются с каплями ядерной жидкости, а свободные нуклоны и легкие фрагменты – с частицами газообразной фазы. К такому же выводу можно прийти из сравнительного анализа мультифрагментации в рамках перколяционных моделей, в которых массовое распределение фрагментов вблизи перколяционной критической точки имеет аналогичную зависимость $k^{-\tau}$. В обеих моделях предполагается существование критической точки фазового перехода. Однако позднее было обнаружено, что массовое распределение фрагментов при разных энергиях столкновения хотя и имеет степенное поведение, но значения параметра τ различны. В работе [6] указывалось, что точка, соответствующая минимальному значению параметра τ как функции от энергии столкновения, является как критической точкой фазового перехода жидкость – газ, так и критической перколяционной точкой. Следует отметить, что некоторые авторы вполне допускают, что фазовый переход жидкость – газ в конечных ядерных системах связан не со свойствами критической точки [7], а с некоторым универсальным механизмом множественного образования фрагментов, приводящим к наблюдаемому U – образному распределению фрагментов и универсальной зависимости параметра τ от энергии столкновения [8]. В последнее время интерес к мультифрагментации заметно усилился в связи с результатами группы ALADIN, измерившей калорическую кривую (т.е. зависимость температуры системы от ее энергии возбуждения), форма которой оказалась характерной для фазового перехода первого рода [9]. Полученное таким образом уравнение состояния рассматривается как серьезный экспериментальный аргумент в пользу реализации фазового перехода жидкость – газ.

Теоретическое описание проявления в столкновении тяжелых ионов критических явлений вообще и мультифрагментации в частности, есть задача чрезвычайно сложная. С одной стороны, это связано с проблемой возможности фазового перехода в такой конечной системе, как ядро. С другой стороны, столкновения тяжелых ионов есть существенно неравновесный процесс, и приложение к нему выводов равновесной теории требует определенной осторожности. К этому нужно добавить, что мультифрагментация ядра не является, в принципе, единственным механизмом, способным привести к образованию нескольких фрагментов в конечном состоянии. Такие состояния могут быть образованы, например, в результате последовательной эмиссии частиц и фрагментов высоковозбужденным ядром, и необходимо четко отличать эти "фоновые" механизмы от мультифрагментации. В силу всех этих обстоятельств до настоящего времени не создано единой теории мультифрагментации возбужденных ядерных систем, а существует множество подходов и моделей, пытающихся с различных сторон описать это явление. Известные модели можно разбить на три группы: *статистические* [10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18], *перколяционные* [19, 20, 21, 22, 23] и *динамические* (см. обзоры [24, 25]). Данная классификация несколько условна и отражает лишь основной элемент подхода. В наиболее реалистических версиях этих моделей, как правило, пытаются феноменологически учесть и другие стороны процесса мультифрагментации.

В данной работе мы развиваем статистический подход к описанию продуктов мультифрагментационного распада возбужденной ядерной системы, образовавшейся в результате столкновения тяжелых ионов при промежуточных энергиях. Задавая свободную энергию фрагментов в жидко – капельном приближении в рамках статистической модели мультифрагментации [11], мы применяем единый метод [26] точного вычисления как канонической статистической суммы заряженной ядерной системы, так и средней множественности фрагментов. По сравнению с методом Монте – Карло, такой метод позволяет более аккуратно учесть вклады всех конфигураций распада ядерных систем в средние термодинамические характеристики и среднее число фрагментов.

Статья организована следующим образом. В разд. II приводится описание модели и метод вычисления статистической суммы. Параметризация свободной энергии фрагментов из жидко – капельного приближения определяется в разд. III. Следующие два раздела посвящены рассмотрению термодинамических функций и массового (зарядового) распределения фрагментов. Сравнение с экспериментальными данными представлено в разд. VI. В заключительной части (разд. VII) суммируются основные полученные результаты.

II. Описание модели

Предполагается, что при промежуточных энергиях процесс столкновения тяжелых ядер может быть рассмотрен в две стадии. На начальной существенно неравновесной стадии происходит сжатие и нагрев системы с ее последующим расширением и охлаждением, что сопровождается эмиссией неравновесных частиц. На некотором этапе взаимодействия возможно установление термодинамического равновесия в системе, и тем самым образование ядерного файербола. На второй стадии реакции ядерный файербол, находящийся в состоянии термодинамического равновесия, распадается на нуклоны и фрагменты, которые разлетаются под действием кулоновских сил. Излагаемая ниже статистическая модель предназначена для описания именно этой, второй стадии ядро – ядерного взаимодействия.

Среди отмеченного выше разнообразия моделей распада возбужденной системы на множество фрагментов наиболее успешными в описании данных оказались статистические модели фрагментации, предложенные копенгагенской группой [11, 12, 13] и Д.Е.Х.Гроссом [14] на базе канонического и микроканонического ансамблей соответственно. Этот успех в значительной степени обусловлен детальным феноменологическим описанием взаимодействий в системе и использованием метода Монте – Карло, позволяющим рассчитать разнообразные характеристики реакции. Основная сложность задачи состоит в необходимости перебрать огромное число всевозможных конечных состояний от распада возбужденного файербола. Применение метода Монте – Карло позволяет решить эту задачу ценой большого вычислительного времени. Однако существует другой подход, позволяющий точно подсчитать статистическую сумму канонического ансамбля путем использования рекуррентных соотношений [26, 27, 28, 29, 30]. В данной работе мы попытаемся объединить достоинства обоих подходов. Ниже мы будем следовать методу канонического ансамбля, развитому в работах [26, 27, 28, 29, 30], обобщенному нами на случай снятия вырождения по изоспину фрагментов и использующемуся для нахождения термодинамической функции фрагмента аппроксимации взаимодействия, предложенной в статистической модели мультифрагментации [11, 12, 13].

Рассмотрим канонический ансамбль для фрагментирующей ядерной системы, состоящей из A – нуклонов и Z – протонов, заключенных в объем V при температуре T. Фрагмент из k – нуклонов и l – протонов обозначим индексом (k,l), тогда число одинаковых фрагментов с массой k и зарядом l есть n_{kl}. Для каждой конфигурации распада ядерной системы совокупность n_{kl} должна удовлетворять законам сохранения барионного числа и заряда:

$$\sum_{k,l} k\, n_{kl} = A, \qquad \sum_{k,l} l\, n_{kl} = Z. \tag{1}$$

Множество всех возможных конфигураций распада ядерной системы обозначим как $\Pi_{A,Z}$. Следует отметить, что в отличие от работ [26, 27, 28, 29, 30] числа n_{kl} образуют не вектор, а матрицу $\hat{n}$ из A строк и $Z+1$ столбцов, для которой элементы $n_{kl}=0$, если $l>k$ или $k-l>A-Z$.

Если ядерную систему представить в виде идеального больцмановского газа фрагментов различных масс и зарядов, то ненормированная вероятность конфигурации распада системы определяется известной полиномиальной формой:

$$W_{A,Z}(\hat{n},\hat{x}) = \prod_{k,l} \frac{x_{kl}^{n_{kl}}}{n_{kl}!}, \tag{2}$$

где $x_{kl} \equiv x_{kl}(T,V)$ – статистическая сумма фрагмента (k,l), одинаковая для всех фрагментов n_{kl} и являющаяся элементом матрицы $\hat{x}$. Явный вид функции x_{kl}, зависящий от температуры T и объема V и учитывающий отклонения системы от идеального газа, будет определен ниже.

Каноническая статистическая сумма фрагментирующей ядерной системы выражается в виде [11]

$$Q_{A,Z}(\hat{x}) = \sum_{\hat{n}\in\Pi_{A,Z}} W_{A,Z}(\hat{n},\hat{x}) = \sum_{\hat{n}\in\Pi_{A,Z}} \prod_{k,l} \frac{x_{kl}^{n_{kl}}}{n_{kl}!}, \tag{3}$$

где суммирование ведется по всем конфигурациям распада $\Pi_{A,Z}$. Любая термодинамическая система считается полностью определенной, и все ее термодинамические величины могут быть вычислены, если известны значения статистической суммы системы (3).

По определению среднее число фрагментов (k,l) есть

$$\langle n_{kl}\rangle_{A,Z} = \frac{1}{Q_{A,Z}(\hat{x})} \sum_{\hat{n}\in\Pi_{A,Z}} n_{kl}\, W_{A,Z}(\hat{n},\hat{x}). \tag{4}$$

Первая производная от логарифма канонической статистической суммы (3) связана со средним числом фрагментов (4) соотношением

$$\langle n_{kl}\rangle_{A,Z} = x_{kl}\, \frac{\partial}{\partial x_{kl}} \ln Q_{A,Z}(\hat{x}). \tag{5}$$

Нетрудно убедиться, что первая производная по переменной x_{kl} от канонической статистической суммы (3) может быть выражена через каноническую статистическую сумму системы меньшей размерности

$$\frac{\partial}{\partial x_{kl}} Q_{A,Z}(\hat{x}) = Q_{A-k,Z-l}(\hat{x}), \tag{6}$$

поскольку после дифференцирования в сумме по конфигурациям распада системы $\Pi_{A,Z}$ остаются лишь члены с $n_{kl}\neq 0$. С помощью (6) среднее число фрагментов (5) можно свести к выражению

$$\langle n_{kl}\rangle_{A,Z} = x_{kl}\, \frac{Q_{A-k,Z-l}(\hat{x})}{Q_{A,Z}(\hat{x})}, \tag{7}$$

которое в точности совпадает с формулой для среднего числа фрагментов в модели [10, 26, 27, 28, 29, 30], пренебрегающей различием фрагментов по изоспину. Воспользовавшись нормировочными условиями (1) и выражением (7), приходим к следующим рекуррентным соотношениям для вычисления канонической статистической суммы системы [10, 26, 27, 28, 29, 30]:

$$Q_{A,Z}(\hat{x}) = \frac{1}{A} \sum_{k,l} k\, x_{kl}\, Q_{A-k,Z-l}(\hat{x}) \tag{8}$$

с начальным условием $Q_{0,0}(\hat{x}) = 1$ согласно определению (3). Итак, зная явный вид статистических сумм фрагментов x_{kl} как функций от температуры и объема, можно точно вычислить значения канонической статистической суммы системы и среднее число фрагментов.

Отметим некоторые общие свойства статистической суммы (3), вытекающие из общего определения вероятности конфигурации распада в форме (2) и позволяющие найти любой момент распределения фрагментов по множественности. Второй момент определяется как нижеследующее среднее по ансамблю

$$\langle n_{kl}\, n_{ij} \rangle_{A,Z} = \frac{1}{Q_{A,Z}(\hat{x})} \sum_{\hat{n} \in \Pi_{A,Z}} n_{kl}\, n_{ij}\, W_{A,Z}(\hat{n}, \hat{x}). \tag{9}$$

Взяв двойную частную производную от канонической статистической суммы системы (3) по переменной x_{kl}, получим с использованием (9)

$$\langle n_{kl}\, n_{ij} \rangle_{A,Z} = \frac{1}{Q_{A,Z}(\hat{x})} \left(x_{kl} \frac{\partial}{\partial x_{kl}} \right) \left(x_{ij} \frac{\partial}{\partial x_{ij}} \right) Q_{A,Z}(\hat{x}). \tag{10}$$

Поскольку переменные x_{kl} независимы, то момент третьего порядка выражается в виде

$$\langle n_{kl}\, n_{ij}\, n_{mp} \rangle_{A,Z} = \frac{1}{Q_{A,Z}(\hat{x})} \left(x_{kl} \frac{\partial}{\partial x_{kl}} \right) \left(x_{ij} \frac{\partial}{\partial x_{ij}} \right) \left(x_{mp} \frac{\partial}{\partial x_{mp}} \right) Q_{A,Z}(\hat{x}). \tag{11}$$

Двойным дифференцированием логарифма статистической суммы (3) по переменным x_{kl} с использованием формул (5) и (10) получим

$$\langle n_{kl}\, n_{ij} \rangle_{A,Z} - \langle n_{kl} \rangle_{A,Z} \langle n_{ij} \rangle_{A,Z} = \left(x_{kl} \frac{\partial}{\partial x_{kl}} \right) \left(x_{ij} \frac{\partial}{\partial x_{ij}} \right) \ln Q_{A,Z}(\hat{x}). \tag{12}$$

Отметим также, что если воспользоваться соотношением (6), то с помощью (10) вторые моменты распределения фрагментов по множественности могут быть выражены через статистические суммы ядерных систем, состоящих из меньшего числа нуклонов и протонов:

$$\langle n_{kl}\, n_{ij} \rangle_{A,Z} = x_{kl}\, x_{ij}\, \frac{Q_{A-k-i,Z-l-j}(\hat{x})}{Q_{A,Z}(\hat{x})} + \delta_{ki}\, \delta_{lj}\, x_{kl}\, \frac{Q_{A-k,Z-l}(\hat{x})}{Q_{A,Z}(\hat{x})}\,, \tag{13}$$

и затем вычислены через рекуррентные соотношения (8). Таким же образом можно рекурсивно рассчитать третий момент и т.д.

В дальнейшем мы увидим, что все термодинамические функции ядерной системы выражаются с помощью этих соотношений через среднее число фрагментов и их более высокие моменты (корреляторы). Соответствующие термодинамические функции могут быть вычислены, если статистические суммы фрагментов x_{kl} известны как явные функции температуры и объема.

III. Свободная энергия фрагментов

Определим теперь явный вид зависимости статистической суммы фрагмента x_{kl} от температуры T и объема V, при этом мы будем следовать аппроксимациям взаимодействия фрагментов, предложенным в статистической модели мультифрагментации [11, 12, 13]. Энергия фрагмента $i = (k, l)$ в фазовом пространстве задается как

$$H_i = E_i^{g.s} + \frac{\vec{p}^2}{2m_i} + \frac{\vec{s}^2}{2I_i} + \epsilon_i + U_i(\vec{r}_i), \tag{14}$$

где $E_i^{g.s}$ – энергия основного состояния фрагмента i, $\vec{s}_i$ – угловой момент, ϵ_i – энергия возбуждения, $\vec{r}_i, \vec{p}_i$ – соответственно координата центра масс фрагмента i и его импульс, а U_i – потенциальная энергия фрагмента i в среднем поле (или во внешних полях). Статистическая сумма фрагмента i есть

$$x_i(T, V) = \sum_{(\vec{r}_i, \vec{p}_i, \epsilon_i)} \exp(-H_i/T). \tag{15}$$

После интегрирования (15) по трансляционным степеням свободы статистическая сумма x_i принимает форму, используемую в статистической модели мультифрагментации

$$x_{kl} = g_{kl} \frac{V}{\lambda_T^3} k^{2/3} \exp(-F_{kl}/T), \tag{16}$$

где g_{kl} – фактор вырождения, а $\lambda_T = (2\pi\hbar^2/m_N T)^{1/2}$ – тепловая длина волны нуклона. Внутренняя свободная энергия фрагмента (k, l) параметризуется суммой четырех членов:

$$F_{kl} = F_{kl}^B + F_{kl}^{sym} + F_{kl}^s + F_{kl}^C, \tag{17}$$

где F_{kl}^B, F_{kl}^{sym}, F_{kl}^s и F_{kl}^C – соответственно объемная, зарядово симметрийная, поверхностная и кулоновская части свободной энергии.

$$F_{kl}^B = \left[-W_0 - \frac{T^2}{\epsilon_0} \right] k, \tag{18}$$

$$F_{kl}^{sym} = \gamma \frac{(k - 2l)^2}{k}, \tag{19}$$

$$F_{kl}^s = \beta(T)k^{2/3} = \beta_0 \left(\frac{T_c^2 - T^2}{T_c^2 + T^2}\right)^{5/4} k^{2/3}, \tag{20}$$

$$F_{kl}^C = \frac{3}{5}\frac{l^2 e^2}{r_0 k^{1/3}} \left[1 - \left(\frac{V_0}{V}\right)^{1/3} \left(\frac{Z/A}{l/k}\right)^{1/3}\right]. \tag{21}$$

Здесь $W_0 = 16$ МэВ, $\beta_0 = 18$ МэВ и $\gamma = 23$ МэВ – коэффициенты в формуле Бете – Вайцзекера при $T = 0$, ϵ_0 – обратная плотность уровней, T_c – критическая температура, при которой поверхностная свободная энергия обращается в нуль, а r_0 – радиус нуклона, который определяется значением нормальной ядерной плотности $\rho_0 = 0,168$ фм$^{-3}$. Предполагается, что плотность нуклонов во фрагментах фиксирована и равна нормальной ядерной плотности ρ_0, а энергия связи на нуклон W_0 не зависит от плотности нуклонов ρ – системы. Для легких фрагментов с массой $k \leq 4$ $\epsilon_0 = (4/\pi^2)\epsilon_F(\rho_0) \approx 16$ МэВ, для $k > 4$ величина $\epsilon_0 = \epsilon_0(k)$ и параметризуется согласно [11].

В рамках данного подхода в качестве среднего поля U_i , действующего на фрагмент, рассматривается кулоновская энергия системы, которая вычисляется в приближении Вигнера – Зейтца. Для каждой конфигурации распада ядерной системы она равняется сумме двух членов: кулоновской энергии системы как однородно заряженного шара

$$E_0^C(V) = \frac{3}{5}\frac{Z^2 e^2}{R}, \tag{22}$$

где $R = (3V/4\pi)^{1/3}$, и кулоновской энергии невзаимодействующих ячеек, внутри каждой из которых находится по одному заряженному фрагменту (см. [11]). Кулоновская энергия E_0^C выделяется в постоянный множитель в мультифрагментной статистической сумме системы

$$Q_{A,Z}(T,V) = Q_{A,Z}(\hat{x}) \exp\left(-\frac{E_0^C}{T}\right) \tag{23}$$

и не дает никакого вклада в вычислении среднего числа фрагментов.

Ядерное взаимодействие между фрагментами учтено в приближении исключенного объема. Следует заметить, что формально термодинамические соотношения зависят лишь от отношения V/V_0 через (16) и (21), а вопрос об исключенном объеме возникает при попытке связать это отношение с плотностью распадающейся системы. Если пренебречь эффектом исключенного объема, то $V/V_0 = \rho/\rho_0$.

Мы полагаем, что легкие фрагменты с числом нуклонов $k \leq 4$ не обладают внутренней структурой и их внутренняя свободная энергия параметризуется исходя из имеющихся экспериментальных данных [11]. Свободная энергия такого фрагмента определяется его энергией связи и кулоновской энергией ячейки, в которой он размещается [31].

IV. Энергия и теплоемкость системы, калорическая кривая

Наша задача состоит в нахождении точных значений канонической статистической суммы (3) и среднего числа фрагментов (7), используя рекуррентные соотношения (8), а также в вычислении термодинамических средних ядерной системы в зависимости от ее термодинамических параметров. Приведем наиболее важные средние термодинамические величины, характеризующие ядерную систему в термодинамическом равновесии, каковыми являются средняя энергия, теплоемкость и т.д.

По определению средняя энергия системы представляет собой частную производную по температуре от логарифма канонической статистической суммы $E = T^2\partial/\partial T \ln Q_{A,Z}\,|_V$. В нашем подходе она равна сумме средних энергий фрагментов и кулоновской энергии системы как однородно заряженного шара

$$E = \sum_{k,l} \langle n_{kl} \rangle_{A,Z}\, E_{kl} + E_0^C, \tag{24}$$

где $E_{kl} = T^2\partial/\partial T \ln x_{kl}\,|_V$ представляет собой среднюю энергию фрагмента (k,l) в объеме V при температуре T. Используя для статистической суммы фрагмента x_{kl} жидко – капельное приближение (16) статистической модели мультифрагментации, средняя энергия кластера принимает вид

$$E_{kl} = \frac{3}{2}T + \left[-W_0 + \frac{T^2}{\epsilon_0}\right] k + \left[\beta(T) - T\frac{\partial\beta(T)}{\partial T}\right] k^{2/3} + F_{kl}^{sym} + F_{kl}^C. \tag{25}$$

При температуре $T = 0$ фрагменты находятся в основном состоянии с энергией, описываемой формулой Бете – Вайцзекера. На рис.1 показана средняя энергия системы на нуклон в зависимости от температуры при различных значениях объема V для фиксированного числа $A = 85$ нуклонов и $Z = 39$ протонов, соответствующих горячему файерболу, образовавшемуся в центральном столкновении $Ar + Sc$ [32]. Как видно из рисунка и формулы (24), при температуре $T = 0$ и $V = V_0$ ядерная система находится в основном состоянии с энергией

$$E(0) = -W_0 A + \gamma \frac{(A-2Z)^2}{A} + \beta_0 A^{2/3} + E_0^C. \qquad (26)$$

С ростом температуры средняя энергия на нуклон плавно увеличивается и при температуре $T \approx 5 - 7$ МэВ наблюдается резкое возрастание, связанное с распадом системы преимущественно на легкие фрагменты. В случае бесконечной ядерной материи, при некоторой критической температуре мы имели бы скачок, характерный для фазового перехода первого рода; эффект конечного числа частиц размывает эту картину. Чем меньше значение объема V, тем при более высокой температуре T наблюдается перегиб в средней энергии на нуклон. Наблюдаемая при $T \approx 17 - 18$ МэВ нерегулярность не связана с какими-то фазовыми превращениями, а является следствием не очень удачной аппроксимации температурной зависимости поверхностной энергии. Как видно из (20), при $T = T_c$ поверхностная энергия фрагментов становится равной нулю, и в результате этого средняя энергия на нуклон испытывает резкий скачок вниз с последующим ростом за счет энергии ферми – возбуждения оставшихся фрагментов.

Теплоемкость системы при постоянном объеме V, которая есть производная средней энергии системы по температуре $C_V = \partial E / \partial T\, |_V$, представляется в виде суммы двух членов:

$$C_V = \sum_{k,l} \langle n_{kl} \rangle_{A,Z}\, C_V^{kl} + \sum_{k,l} \sum_{i,j} \Delta(n_{kl} n_{ij})\, \frac{E_{kl}}{T}\, \frac{E_{ij}}{T}. \qquad (27)$$

В первом слагаемом теплоемкость кластера (k, l) выражается через свою статистическую сумму следующим образом:

$$C_V^{kl} = \left(2T \frac{\partial}{\partial T} + T^2 \frac{\partial^2}{\partial T^2} \right) \ln x_{kl}\, |_V ,$$

которое в использованном жидко – капельном приближении (16) принимает вид

$$C_V^{kl} = \frac{3}{2} + \frac{2T}{\epsilon_0}\, k - T\, \frac{\partial^2 \beta(T)}{\partial T^2}\, k^{2/3}.$$

Во втором слагаемом величина

$$\Delta(n_{kl} n_{ij}) = \langle n_{kl}\; n_{ij} \rangle_{A,Z} - \langle n_{kl} \rangle_{A,Z}\, \langle n_{ij} \rangle_{A,Z} \qquad (28)$$

есть дисперсия по числу фрагментов, которая возникает от двойного дифференцирования логарифма канонической статистической суммы системы по температуре, вычисляемого по формулам (7) – (13). Из рис.2 видно, что в области температуры $T \approx 5 - 7$ МэВ теплоемкость C_V на нуклон имеет достаточно четкий максимум, появление которого связано с уменьшением энергии связи на нуклон в системе и началом процесса мультифрагментации, когда с равной вероятностью присутствуют фрагменты в самом широком диапазоне масс. Высота максимума обусловлена большими флуктуациями (28) числа фрагментов при фиксированном числе нуклонов в системе. Значение температуры при максимальной теплоемкости на нуклон соответствует точке перегиба в температурной зависимости средней энергии на нуклон. В этой точке возбужденная ядерная система "вскипает" и происходит фазовый переход типа жидкость – газ. Нерегулярности в поведении C_V при высокой температуре отражают отмеченный выше недостаток статистической модели мультифрагментации [11] в описании поверхностной энергии.

Дальнейший рост теплоемкости при больших значениях температуры в статистической модели мультифрагментации отличается от ее поведения, соответствующего идеальному больцмановскому газу фрагментов, так как в параметризации [11] объемная энергия ферми – возбуждения фрагментов (18) неограниченно возрастает.

Зависимость теплоемкости C_V на нуклон от энергии возбуждения системы на нуклон приводится на рис.3. С изменением значений объема V положение максимума теплоемкости C_V слабо изменяется в окрестности энергии возбуждения на нуклон, равной $E^*/A \approx 5$ МэВ.

Энергия возбуждения системы при конечных температурах есть разность между средней энергией системы (24) и энергией ее основного состояния (26)

$$E^*(T) = E(T) - E(0). \qquad (29)$$

Зависимость между температурой T и энергией возбуждения системы часто называют калорической кривой. На рис.4 представлена калорическая кривая возбужденной ядерной системы из $A = 85$ нуклонов и $Z = 39$ протонов. Вычисления проводились с параметризацией статистической модели мультифрагментации при различных значениях V. Заштрихованные точки – экспериментальные данные [33], а открытые значки – данные от распада ядра – снаряда из реакции $Au^{197} + Au^{197}$ [9] при энергии 600 МэВ/нуклон. Видно что, как и в экспериментальных данных, в вычислениях калорической кривой при $T \approx 5 - 6$ MэВ вне зависимости от массы системы присутствует "плато", высота которого сильно зависит от распадного объема V. Неплохое согласие с опытом достигается в интервале возбуждений $\approx 2 \div 10$ МэВ/нуклон для достаточно разреженных конечных состояний $V/V_0 = 3 \div 10$. Этот рост энергии возбуждения при почти постоянной температуре объясняется тем, что легкие фрагменты составляют все большую часть ядерной системы, а полная энергия связи системы при этом уменьшается. При дальнейшем повышении возбуждения согласие модельных расчетов с опытом становится хуже, указывая на возрастающую важность учета динамики образования файербола. Следует отметить, что приведенные результаты расчета относятся к первичному выходу (возбужденных) фрагментов без учета их возможного последующего развала. Если предположить, что фрагменты образуются сразу в основном состоянии (т.е. $\epsilon_0 \to \infty$, $T_c \to \infty$), то характер калорических кривых не меняется, а достигаемые температуры несколько выше при тех же значениях объема системы.

V. Массовое (зарядовое) распределение фрагментов

Распределение множественности фрагментов, испущенных ядром A, Z, по их массе k (или заряду l) определяется соотношением

$$\langle n_{k(l)} \rangle = \sum_{l(k)} \langle n_{kl} \rangle_{A,Z}, \tag{30}$$

где среднее число фрагментов $\langle n_{kl} \rangle$ является функцией температуры и объема системы, поэтому из сравнения рассчитанных массовых (зарядовых) распределений фрагментов с экспериментальными данными можно извлечь информацию не только о процессе мультифрагментации, но и о термодинамических свойствах ядерной системы. Особый интерес имеет исследование критического параметра τ [6, 17] из аппроксимации массового (зарядового) распределения фрагментов степенной зависимостью

$$\langle n_k \rangle \approx k^{-\tau}.$$

На рис.5 показана зависимость критического параметра τ зарядового распределения фрагментов ($3 \le l \le 12$) как функция температуры при различных значениях объема V для ядерной системы $A = 85$ нуклонов и $Z = 39$

протонов. Критический параметр τ имеет четко выраженный минимум в области $T \approx 5 - 7$ МэВ, связанный с изменением поведения массового распределения фрагментов и переходом системы от конфигураций распада, где присутствуют тяжелые фрагменты, к конфигурациям распада на множество легких фрагментов. Минимум в значении τ по температуре совпадает с положением максимума в значении теплоемкости C_V на нуклон и перегибом в зависимости средней энергии системы от температуры. В работах [6] отмечалось, что точка, соответствующая минимальному значению показателя τ, является критической точкой фазового перехода жидкость – газ, а также критической точкой перколяционного перехода.

В определении τ обычно используется только часть массового распределения фрагментов ($3 \le l \le 12$). Для того, чтобы с большей уверенностью выделить критическую точку в поведении массового распределения, определим величину флуктуации средней массы фрагментов:

$$\delta\langle k \rangle = \left[\sum_{k=1}^{A} k^2 \langle n_k \rangle - \left(\sum_{k=1}^{A} k \langle n_k \rangle \right)^2 \right] \Big/ \sum_{k=1}^{A} \langle n_k \rangle. \tag{31}$$

На рис.6 приводится ее зависимость как функция температуры при различных значениях объема ядерной системы заданной выше. В критической точке, где параметр τ имеет минимум, флуктуация средней массы фрагментов $\delta\langle k \rangle$ имеет резкий пик, указывающий на возрастание флуктуаций в точке перехода. Положение максимума $\delta\langle k \rangle$ по температуре совпадает с положением максимума теплоемкости C_V на нуклон.

VI. Сравнение с экспериментом

Применим вышеизложенную модель к описанию фрагментов, испущенных в столкновении тяжелых ионов промежуточных энергий. Множественное образование фрагментов исследовалось экспериментально в работе [32] для центрального столкновения $Ar^{40} + Sc^{45}$ при энергии налетающего иона $E_{лаб}$ от 15 до 115 МэВ/нуклон. Как отмечалось во введении, наше рассмотрение фрагментации файербола относится ко второй стадии реакции. Исходные параметры этой возбужденной ядерной системы, находящейся в химическом и термодинамическом равновесии, определяются эволюцией сталкивающихся ядер на первой стадии взаимодействия. Поскольку расчет динамики столкновения остается вне рамок данной работы, необходимо сделать некоторые дополнительные физические предположения о связи $E_{лаб}$ с энергией возбуждения E^* образовавшейся системы или оценить ее (или температуру системы) из имеющихся экспериментальных данных. Таким образом, один из параметров модели, E^* (или температура), фиксируется значением энергии столкновения $E_{лаб}$, а второй параметр, объем системы V, остается свободным. Учитывая сделанное выше замечание об исключенном объеме, ниже для упрощения вычислений мы используем полный объем системы V.

На рис.7 приводится эффективное значение τ для зарядового распределения фрагментов с $3 \le l \le 12$ в зависимости от энергии возбуждения. Два набора экспериментальных точек отвечают двум гипотезам о связи между $E_{лаб}$ и E^*: первая, полное слияние – вся доступная энергия термализуется и переходит в возбуждение файербола (черные квадраты); вторая, неполное слияние – только 80% этой величины отвечают энергии возбуждения фрагментирующей системы (открытые кружки). Теоретические кривые рассчитаны при различных значениях объема системы. Интересно, что в нашей модели минимальное значение показателя τ, который, как уже отмечалось выше, характеризует критическое поведение ядерного вещества, оказывается меньше двух, слабочувствительно к выбору V и неплохо согласуется с экспериментальными данными [32] независимо от использованной гипотезы о связи $E_{лаб}$ и E^*. Это согласие с опытом обусловлено в основном учетом снятия вырождения системы по изотопическому спину, понижающему минимальное значение τ на две – три единицы. Высокие значения критического параметра τ характерны для моделей решеточного газа, не принимающих во внимание различие между протонами и нейтронами [6, 17]. Как и в случае калорической кривой, расхождение при энергиях возбуждения $E^*/A > 10$ МэВ/А определенно указывает на возрастающую важность вклада предравновесной эмиссии частиц по мере перехода к более высоким энергиям столкновения.

Средняя множественность фрагментов промежуточных масс $\langle n_{IMF} \rangle = \sum_k \sum_{l_1 \le l \le l_2} < n_{kl} >_{AZ}$ как функция энергии возбуждения на нуклон сравнивается на рис.8а с экспериментальными данными [34], при этом для значений E^* использовались их экспериментальные оценки. Заштрихованные кружки и пустые квадраты относятся, соответственно, к периферическим реакциям $^{35}Cl + ^{197}Au$(43 МэВ/А) и $^{70}Ge + ^{nat}Ti$(35 МэВ/А) для фрагментов с зарядами $3 \le l \le 6$ и $3 \le l \le 12$. Модельные кривые для этих реакций рассчитаны в предположении, что бомбардирующее ядро в основном и является распадающимся файерболом с указанной энергией возбуждения. Это предположение подтверждается кинематическим анализом продуктов реакции [34]. Для высокоэнергетической реакции $Au + Au$ (600 МэВ/А) (треугольники), где вариация энергии возбуждения достигается за счет отбора событий с различными параметрами удара, такая грубая оценка массы фрагментирующей системы заведомо неприменима, и мы не приводим расчетной кривой. Интересно отметить, что все экспериментальные точки фактически укладываются на одну кривую, если вместо множественности отложить приведенную множественность фрагментов, т.е. $< n_{IMF} > \rightarrow < n_{IMF} > /A$ (см. рис.8б). При $V/V_0 \approx 3$ модель может воспроизвести скейлинговое поведение процесса мультифрагментации, обнаруженное в работе [35], однако согласие с опытом зависит как от величины параметра V/V_0, так и от конкретных условий наблюдения фрагментов. Последнее утверждение иллюстрируется результатами расчета, выполненного для фрагментов, регистрируемых в двух областях заряда. Таким образом, вопрос о независимости $< n_{IMF} > /A$ от размеров источника требует дальнейшего исследования.

VII. Заключение

В настоящей работе предложен новый метод точного определения значений канонической статистической суммы и среднего числа фрагментов фрагментирующей заряженной ядерной системы, состоящей из нуклонов и протонов. Этот метод основан на расширении модели [10, 26, 27, 28, 29, 30] путем снятия вырождения фрагментов по изоспину и перехода от векторного представления числа фрагментов к матричному. Применяя этот метод, удается получить точные решения для популярной статистической модели мультифрагментации в каноническом ансамбле [11]. При термодинамическом описании в модели возникают трудности при температуре T_c, связанные с выбором аппроксимации поверхностной энергии взаимодействия в статистической модели мультифрагментации [11], что ограничивает применение последней областью температур ниже T_c.

Для термодинамических функций системы и среднего числа фрагментов получены аналитические формулы, выражающиеся как функция температуры и объема системы. Их вычисление производится точным решением канонической статистической суммы системы с использованием рекуррентных соотношений. Модель указывает на возможное проявление сигналов фазового перехода жидкость – газ. В частности, представляет интерес анализ калорической кривой и зависимости критического показателя

τ от энергии возбуждения, характеризующих режим процесса распада возбужденной ядерной системы на фрагменты. Сравнение результатов расчета с экспериментальными данными по образованию фрагментов в ядро – ядерных взаимодействиях демонстрирует неплохое описание в области критического поведения возбужденной ядерной системы при энергиях возбуждения $E^*/A \approx 2 \div 10$ МэВ. При больших энергиях все более возрастающую роль играет динамика процесса столкновения тяжелых ионов.

Для более детального сравнения с экспериментом необходим учет возможной эмиссии частиц возбужденными фрагментами, включение квантовых эффектов при статистическом рассмотрении процесса, более реалистическая трактовка неравновесной стадии реакции.

Авторы выражают особую благодарность А. А. Шаненко за многочисленные и плодотворные обсуждения и В. В. Ужинскому за полезные замечания.

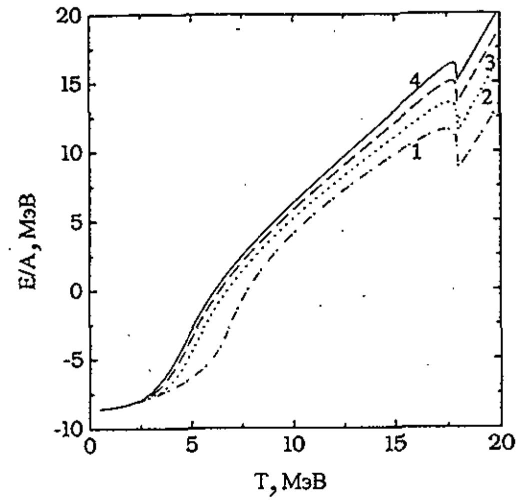

Рис.1. Температурная зависимость средней энергии на нуклон для ядерной системы из $A = 85$ нуклонов и $Z = 39$ протонов при различных значениях объема V: кривые 1,2,3,4 соответствуют значениям $V/V_0 = 1, 4, 7, 10$

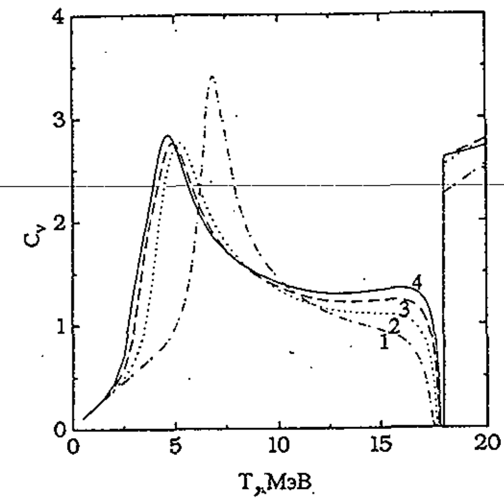

Рис.2. Теплоемкость C_V на нуклон в зависимости от температуры T при различных значениях объема V. Обозначения, как на рис.1

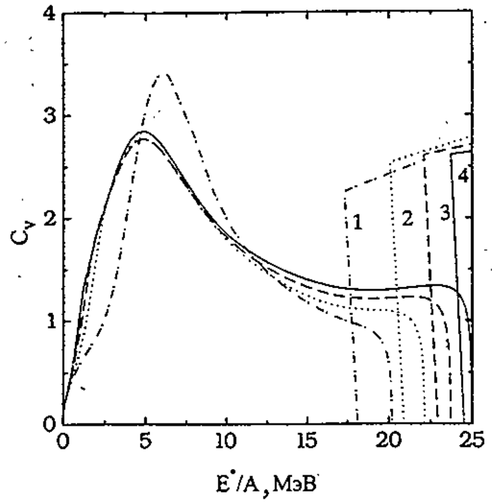

Рис.3. Зависимость теплоемкости C_V на нуклон от энергии возбуждения на нуклон при различных значениях объема V. Обозначения, как на рис.1

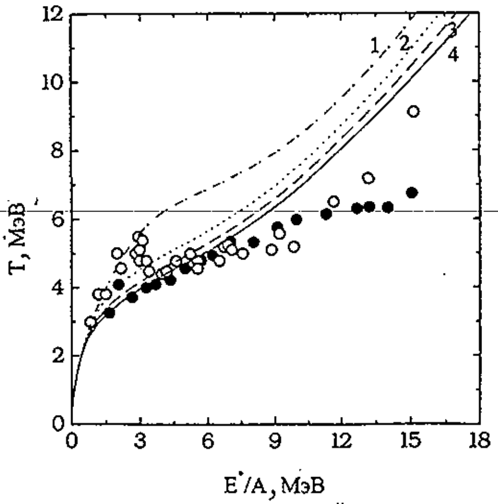

Рис.4. Калорическая кривая для ядерной системы из $A = 85$ нуклонов и $Z = 39$ протонов при различных значениях объема V. Обозначения, как на рис.1. Точки – экспериментальные данные группы ALADIN [9] (открытые кружки) и коллаборации EOS [33] (заштрихованные кружки)

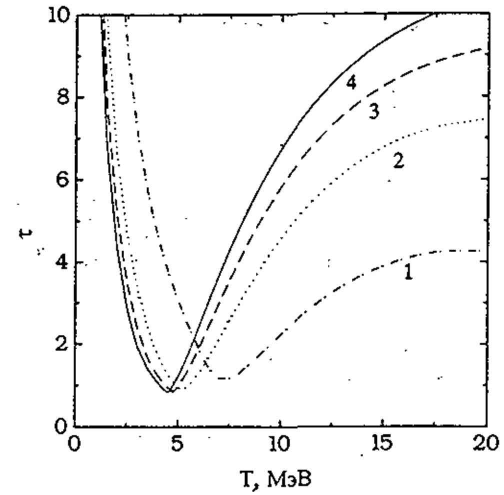

Рис.5. Температурная зависимость критического показателя τ для зарядового распределения фрагментов при различных значениях объема V ядерной системы. Обозначения, как на рис.1

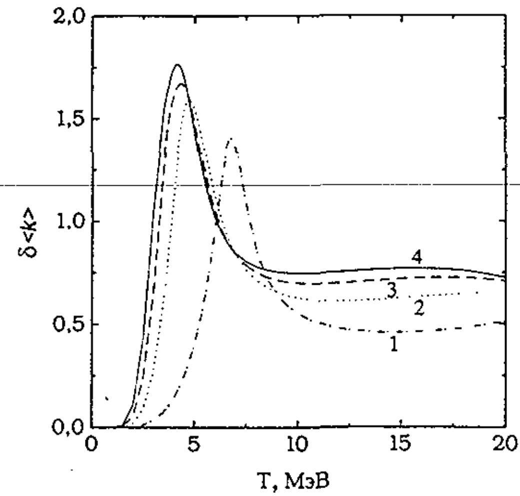

Рис.6. Зависимость флуктуации средней массы фрагментов $\delta\langle k\rangle$ от температуры T при различных значениях объема V ядерной системы. Обозначения, как на рис.1

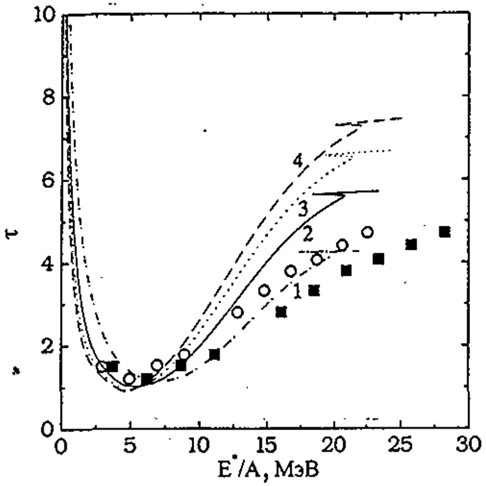

Рис.7. Критический показатель τ для зарядового распределения фрагментов в зависимости от энергии возбуждения на нуклон при различных значениях объема V ядерной системы: кривые 1,2,3,4 соответствуют значениям $V/V_0 = 1, 2, 3, 4$. Точки - экспериментальные данные [32], пересчитанные при двух предположениях о термализации системы (см. текст)

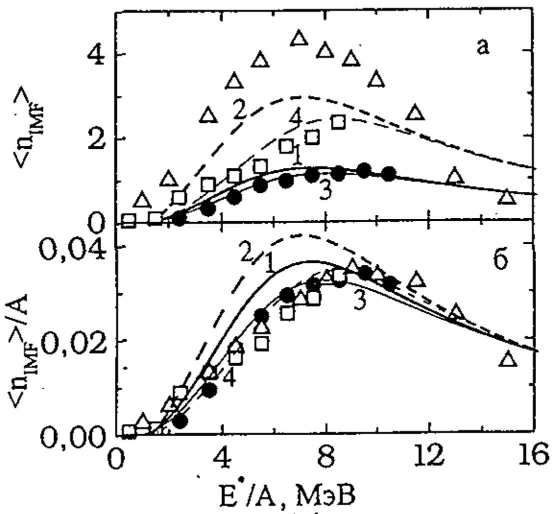

Рис.8. Средняя множественность (а) и приведенная множественность (б) фрагментов промежуточных масс в зависимости от энергии возбуждения на нуклон. Экспериментальные точки - из работы [34]. Кривые рассчитаны при $V/V_0 = 3$ для ядер ^{35}Cl (сплошные) и ^{70}Ge (пунктир). Кривые 1,2 отвечают отбору фрагментов, указанному в [34], кривые 3,4 - отбору фрагментов в более узком интервале l за счет подавления фрагментов с высоким зарядом (см. текст)

ЛИТЕРАТУРА

[1] Тонеев В.В., Шульц Х., Гудима К.К. и Репке Г. // ЭЧАЯ. 1986. Т.17. С.1093.

[2] Csernai L.P. and Kapusta J.I. // Phys.Rep. 1986. V.131. P.223.

[3] Finn J.E., et al. // Phys. Rev. Lett. 1982. V.49. P.1321.

[4] Curtin M.W., Toki H. and Scott D.K. // Phys.Lett. 1983. V.B123. P.289.

[5] Fisher M.E. // Physics (N.Y.). 1967. V.3. P.255.

[6] Pan J. and Das Gupta S. // Phys. Rev. 1995. V.C51. P.1384; Phys. Lett. 1995. V.B344. P.29.

[7] Porile N.T. et al. // Phys. Rev. 1989. V.C39. P.1915.

[8] Trautmann W., Milkau U., Lynen U. and Pochodzalla J. // Z. Phys. 1993. V.A344. P.447.

[9] Pochodzalla J. et al. // Phys. Rev. Lett. 1995. V.75. P.1040.

[10] Chase K.C., Mekjian A.Z. and Bhattacharyya P. // Phys. Rev. 1997. V.C55. P.1410.

[11] Bondorf J.P., Botvina A.S., Iljinov A.S., Mishustin I.N. and Sneppen K. // Phys. Rep. 1995. V.257. P.133.

[12] Bondorf J.P., Donangelo R., Mishustin I.N., Pethick C.J., Schulz H., Sneppen K. // Nucl. Phys. 1985. V.A443. P.321; Nucl. Phys. 1985. V.A444. P.460.

[13] Ботвина А.С., Ильинов А.С. и Мишустин И.Н. // ЯФ. 1985. Т.42. С.1127.

[14] Gross D.H.E. // Rep. Prog. Phys. 1990. V.53. P.605.

[15] Jaqaman H.R., DeAngelis A.R., Ecker A. and Gross D.H.E. // Nucl. Phys. 1992. V.A541. P.492.

[16] Koonin S. and Randrup J. // Nucl. Phys. 1987. V.A474. P.173.

[17] Das Gupta S. and Pan J. // Phys. Rev. 1996. V.C53. P.1319.

[18] Das C.B., Das A., Satpathy L. and Satpathy M. // Phys. Rev. 1996. V.C53. P.1833.

[19] Campi X. and Krivine H. // Nucl. Phys. 1992. V.A545. P.161c.

[20] Desbois J. // Nucl. Phys. 1987. V.A466. P.724.

[21] Bauer W., Dean D.R., Mosel U. and Post U. // Nucl. Phys. 1986. V.A452. P.699.

[22] Shmakov S.Yu., Uzhinskii V.V. // Preprint JINR-E2-89-561. 1989. Dubna.

[23] Gudima K.K. and Murin Yu.A. // Phys. Lett. 1990. V.B234. P.1.

[24] Aichelin J. // Phys. Rep. 1991. V.202. P.233.

[25] Feldmeier H. and Schnack J. // Prog. Part. Nucl. Phys. 1997. V.39. P.393.

[26] Mekjian A.Z. // Phys. Rev. Lett. 1990. V.64. P.2125; Phys. Rev. 1990. V.C41. P.2103.

[27] Li S.J. and Mekjian A.Z. // Phys. Lett. 1990. V.A149. P.7; Phys. Rev. 1992. V.C45. P.365; 1992. V.C45. P.1284.

[28] Chase K.C. and Mekjian A.Z. // Phys. Rev. 1994. V.C49. P.2164; Phys. Rev. 1994. V.C50. P.2078; Phys. Rev. Lett. 1995. V.75. P.4732; Phys. Lett. 1996. V.B379. P.50; Phys. Rev. 1995. V.C52. P.R2339.

[29] De Angelis A.R. and Mekjian A.Z. // Phys. Rev. 1989. V.C40. P.105.

[30] Mekjian A.Z. and Li S.J. // Phys. Rev. 1991. V.A44. P.6294.

[31] Aichelin J. et al. // Phys. Rev. 1988. V.C37. P.2451.

[32] Li T. et al. // Phys. Rev. Lett. 1993. V.70. P.1924; Phys. Rev. 1994. V.C49. P.1630.

[33] Hirsh A. // частное сообщение, цитируется по работе nucl-th/9607017.

[34] Beaulieu L. et al. // Phys. Rev. 1996. V.C54. P.R973.

[35] Trautmann W. et al. // in Proceedings of the XXXIII International Winter Meeting on Nuclear Physics, Bormio, Italy, 1995, edited by I.Iori (University of Milano, Milano, 1995), P.372.

Рукопись поступила в издательский отдел
2 марта 1998 года.