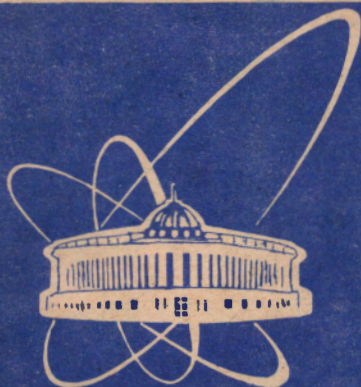


97-185



ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

P7-97-185

А.В.Ембулаев, Е.В.Земляная, В.К.Лукьянов,
В.П.Пермяков, Ю.В.Чубов

ИЗУЧЕНИЕ
УПРУГОГО ЯДРО-ЯДЕРНОГО РАССЕЯНИЯ
ПРИ ПРОМЕЖУТОЧНЫХ ЭНЕРГИЯХ
В ВЫСОКОЭНЕРГЕТИЧЕСКОМ ПРИБЛИЖЕНИИ

Направлено в журнал «Известия РАН, серия физическая»

1997

1. Постановка задачи

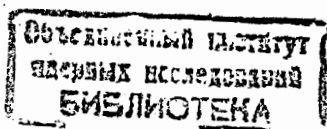
Использование высокоэнергетического приближения [1], [2], [3] в задачах рассеяния требует адекватных методов расчета быстро осциллирующих интегралов. Основным способом решения такого рода задач является выход на комплексную плоскость r или прицельного параметра ρ . Обычно это делается с целью получить аналитические выражения для амплитуд рассеяния, что в свою очередь дает возможность исследовать физику процесса рассеяния в зависимости от динамических параметров и потенциала взаимодействия. При этом с помощью выбора контура интегрирования можно выделить точки основного вклада в амплитуду, полюса и точки перевала, которые сами выражаются через эти параметры.

Одна из возникающих здесь проблем состоит в том, что фазы (эйконы) быстро осциллирующих подынтегральных функций сами есть интегралы по прямолинейным траекториям, и их невозможно вычислить в простом явном виде для типичного в ядерной физике потенциала Вудса - Саксона. В данном случае они пропорциональны интегралу

$$I(r) = 2 \int_0^{\infty} \frac{1}{1 + \exp \frac{\sqrt{\rho^2 + \lambda^2} - R}{a}} d\lambda, \quad \rho = r \cos \frac{\theta}{2}, \quad (1.1)$$

где θ - угол рассеяния, R - радиус и a - диффузность поверхности потенциала. Чаще всего выход из положения ищут в замене потенциала (подынтегральной функции) на другие, модельные, интегрируемые в явном виде функции, либо непосредственно моделируют аналитическими функциями сам численно найденный эйконал (1.1). При этом подгонка ведется, как правило, только на действительной оси r (или ρ) в области основных изменений потенциала взаимодействия на его периферии $r \sim R$. Так, в работе [4] он моделировался суперпозицией гауссоид, а в [5] - трапецией, и после этого интеграл брался в явном виде. В работе [6] получено приближенное выражение для интеграла (1.1), которое учитывает только один полюс в первом квадранте на комплексной ρ -плоскости. Мы дадим его обобщение, так чтобы (1.1) можно было вычислять приближенно и в четвертом квадранте комплексного ρ , что нам понадобится делать в дальнейшем:

$$\tilde{I}(\rho) \approx 2R - \frac{2\pi i a r^{\pm}}{\sqrt{(r^{\pm})^2 - \rho^2}}, \quad (\text{Im} \sqrt{(r^{\pm})^2 - \rho^2} \geq 0). \quad (1.2)$$



Здесь $r^\pm = R \pm i\pi a$, а знаки выбираются в соответствии с областью расположения ρ , в I или IV квадранте. Позднее в работе [7] для (1.1) было получено полное выражение для I в виде бесконечной суммы членов вида (1.2)

$$I(\rho) = 2R - 2\pi i a \sum_{p=1}^{\infty} \left(\frac{r_p^+}{\lambda_p^+} + \frac{r_p^-}{\lambda_p^-} \right), \quad (1.3)$$

где обозначено $\lambda_p^\pm = \sqrt{(r_p^\pm)^2 - \rho^2}$, $r_p^\pm = R \pm i\pi a(2p-1)$ с $p=1,2,3\dots$ Расчет по формуле (1.3) должен проводиться при обязательном выполнении условия

$$\text{Im } \lambda_p^\pm \geq 0. \quad (1.4)$$

В случае реальных ρ имеет место равенство $\lambda_p^{(-)} = -\lambda_p^{(+)}$.

Кроме указанных, имеются и другие работы, где потенциалы моделируются для простоты обращения с ними. Например, ядро-ядерные потенциалы часто рассчитывают методом "фолдинга" и затем моделируют и т.п. Такого рода подходы могут быть вполне оправданными, если последующее интегрирование в амплитуде выполняется вдоль действительной оси. Однако, если использовать модельные выражения для расчетов или оценок на комплексной плоскости, то надо учитывать, что здесь поведение модельной и исходной моделируемой функции эйконала могут сильно отличаться.

Ниже мы исследуем эту проблему, имея в виду задачи ядро-ядерного рассеяния при достаточно высоких энергиях, чтобы выполнялись условия $E \gg |V|$, $kR \gg 1$ и $\theta > |V|/E$. В качестве амплитуды рассеяния возьмем выражение, полученное в высокоэнергетическом приближении в работе [8]

$$f(\theta) = -\frac{m}{2\pi\hbar^2} [t_{(+)}(q) - t_{(-)}(q)], \quad (1.5)$$

где $q = 2k \sin(\theta/2)$ и

$$t_{(\pm)} = -\frac{2\pi i}{q} \int_0^\infty r dr U(r) \exp\{i[\pm qr - \frac{1}{\hbar v} \int_{-\infty}^\infty U(\sqrt{\rho^2 + \lambda^2}) d\lambda]\}. \quad (1.6)$$

Подставляя сюда ядерный потенциал Вудса - Саксона

$$U(r) = (V_0 + iW_0) f_N(r), \quad f_N(r) = \frac{1}{1 + \exp \frac{r-R}{a}}, \quad (1.7)$$

находим

$$t_{(\pm)}(\gamma) = 2\pi \frac{\hbar v}{q} \gamma J^{(\pm)}(\gamma), \quad \gamma = -i \frac{V_0 + iW_0}{\hbar v}, \quad (1.8)$$

где

$$J^{(\pm)} = \int_0^\infty r dr f_N(r) e^{g^{(\pm)}(r,\gamma)}, \quad (1.9)$$

$$g^{(\pm)}(r,\gamma) = \pm iqr + \gamma I(r), \quad (1.10)$$

$$I(r) = 2 \int_0^\infty f_N(\sqrt{\rho^2 + \lambda^2}) d\lambda, \quad \rho = r \cos \frac{\theta}{2}. \quad (1.11)$$

Последнее выражение совпадает с (1.1). Видно, что из-за условия $kR \gg 1$ интегралы (1.9) сильно осциллируют. По этой причине интегрирование выполняется по контуру на комплексной плоскости r , который проходит через точки основного вклада $r_s^{(\pm)}$ - седловые точки, определяемые как решения уравнения

$$g'_{(\pm)}(r,\gamma) = \pm iq + \gamma I'(r) = 0. \quad (1.12)$$

Здесь знаки \pm определяют решения для так называемых "ближней" $J^{(+)}$ и "дальней" $J^{(-)}$ амплитуд¹. Стандартное применение метода перевала к (1.9) дает

$$J^{(\pm)}(r_s) = -r_s f_N(r_s) e^{g^{(\pm)}(r_s)} \sqrt{-2\pi/g''_{(\pm)}(r_s)}. \quad (1.13)$$

Здесь $r_s = r_s^{(\pm)}$ в соответствии с $J^{(\pm)}$, а s - номер решения. Дополнительная специфика взятия интеграла (1.9) может проявиться в том, что его подынтегральная функция имеет полюса $r_p^\pm = R \pm i\pi a(2p-1)$, где $p=1,2,3\dots$ Поэтому надо следить, чтобы перевальные точки $r_s^{(\pm)}$ располагались достаточно далеко от полюсов. В противном случае надо использовать модифицированный метод перевала, что приводит к несколько отличному от (1.13) выражению (см. формулу (2.25) в [8]). Это, правда, не меняет сути поднятой выше проблемы о правильном моделировании подынтегральной функции перед выходом на комплексную плоскость. Ниже будем изучать седловые точки $r_s^{(\pm)}$ и амплитуды $J^{(\pm)}$ в области основного вклада возле двух ближайших к реальной оси полюсов, которые обозначим как $r^\pm = R \pm i\pi a$. Такие области в работе [9] были названы "яркими пятнами", а сама она посвящена в значительной мере анализу θ -рассеяния при малых углах θ на основе перевальной методики в варианте [6] с использованием приближенного эйконального интеграла (1.2)².

¹Чтобы быть точными, это определение надо относить к амплитудам $f^{(\pm)} = -\frac{1}{2\pi i(\theta/2)} \gamma J^{(\pm)}$, которые формируют полную амплитуду рассеяния $f(\theta) = f^{(+)} - f^{(-)}$.

²Там же, а также в [7], можно найти ссылки на работы, где используется метод [6].

2. Эйконал и точки перевала

Проверка показывает, что сумма (1. 3) с хорошей точностью воспроизводит поведение I -эйконального интеграла (1. 1) на комплексной плоскости при ограниченном числе слагаемых (мы в большинстве расчетов брали 13 членов; в разд.3 будут приведены соответствующие сравнения). Это выражение (1. 3) удобно использовать в численных расчетах I , поскольку и сама фаза $g_{(\pm)}$ и ее производные в (1. 13) весьма просто задаются в явном виде. К сожалению, с этим эйконалом не удается явно решать уравнение (1. 12) на седловую точку, и для этого в расчетах использовался весьма эффективный численный метод решения нелинейных уравнений, а именно Непрерывный аналог метода Ньютона [10]. В то же время полезно изучить возможности и приближенного подхода, когда для эйконала используется приближенное выражение (1. 2). В этом случае уравнение на седловую точку удается решить явно [6]. Действительно, подставляя (1. 2) в (1. 10) и (1. 12), получим

$$g_{(\pm)}(r) = \pm iqr + 2R\gamma + i \frac{\bar{\alpha}r^{\pm}}{\lambda^{(\pm)}}, \quad \text{Im } \lambda^{(\pm)} \geq 0, \quad (2.1)$$

$$g'_{(\pm)}(r) = \cos \frac{\theta}{2} \left\{ \pm i\bar{q} + i \frac{\bar{\alpha}r^{\pm} \rho}{\lambda^{(\pm)3}} \right\} = 0. \quad (2.2)$$

Здесь $\lambda^{(\pm)} = \sqrt{(r^{\pm})^2 - \rho^2}$, $\bar{q} = q \cos^{-1} \theta/2$ и

$$\bar{\alpha} = -2\pi a \gamma = \frac{2\pi a}{\hbar v} (|W_0| - i|V_0|) = |\alpha| e^{i\beta_{\alpha}}, \quad (2.3)$$

при этом

$$\beta_{\alpha} = 2\pi - \arcsin \frac{1}{\sqrt{1 + (W_0/V_0)^2}}, \quad (2.4)$$

поскольку $\bar{\alpha}$ лежит в IV квадранте. Заметим, что согласно определению \arcsin надо брать $\beta_{\alpha} = 0$ при $V_0 = 0$. Далее,

$$r^{\pm} = R \pm i\pi a = |r^{\pm}| \exp[i\beta_r^{(\pm)}], \quad (2.5)$$

$$\beta_r^{(+)} = \arcsin \frac{\pi a}{\sqrt{\pi^2 a^2 + R^2}} \simeq \frac{\pi a}{R}, \quad \beta_r^{(-)} = 2\pi - \beta_r^{(+)}. \quad (2.6)$$

Нетрудно убедиться, что при $qR \gg 1$, $E/|V| \gg 1$ точки перевала будут располагаться возле полюсов r^{\pm} , поэтому решения уравнения (2. 2) естественно представить как

$$r^{(\pm)} = \rho^{(\pm)} \cos^{-1} \frac{\theta}{2}, \quad \rho^{(\pm)} = r^{\pm} + \delta^{(\pm)}, \quad |\delta^{(\pm)}| \ll |r^{\pm}|. \quad (2.7)$$

Тогда уравнение (2. 2) принимает вид

$$\bar{q} = \mp \frac{\bar{\alpha}r^{\pm}(r^{\pm} + \delta^{(\pm)})}{\lambda^{(\pm)3}} \simeq \mp \frac{\bar{\alpha}(r^{\pm})^2}{\lambda^{(\pm)3}} \quad (2.8)$$

и отсюда

$$\lambda_n^{(\pm)} = |\lambda| \exp[i\beta_{\lambda}^{(\pm)}], \quad |\lambda| = \left[\frac{|\alpha||r^{\pm}|^2}{\bar{q}} \right]^{\frac{1}{3}}, \quad (2.9)$$

$$\beta_{\lambda}^{(\pm)} = \frac{\pi}{3} \left(2n + \frac{1}{2} \pm \frac{1}{2} \right) + \frac{1}{3}\beta_{\alpha} + \frac{2}{3}\beta_r^{(\pm)}. \quad (2.10)$$

Здесь n – номер корня уравнения третьего порядка, который может принимать значения $n=0,1,2$ для каждого из $r_n^{(+)}$ и $r_n^{(-)}$. При этом надо отобрать только те корни, которые удовлетворяют условию $\text{Im } \lambda_n^{(\pm)} \geq 0$, то есть для решений в I квадранте

$$\sin \beta_{\lambda}^{(+)} = \sin \left[\frac{\pi}{3} (2n+1) + \frac{1}{3}\beta_{\alpha} + \frac{2}{3}\beta_r^{(+)} \right] \geq 0, \quad (2.11)$$

а для решений в IV квадранте

$$\sin \beta_{\lambda}^{(-)} = \sin \left[\frac{\pi}{3} 2n + \frac{1}{3}\beta_{\alpha} + \frac{4}{3}\pi - \frac{2}{3}\beta_r^{(+)} \right] \geq 0. \quad (2.12)$$

Теперь, используя условие $|\delta^{(\pm)}| \ll |r^{\pm}|$, находим согласно (2. 7)

$$\lambda_n^{(\pm)} = \sqrt{(r^{\pm} + \rho)(r^{\pm} - \rho)} \simeq \sqrt{-2r^{\pm}\delta_n^{(\pm)}} \quad (2.13)$$

и ватем из (2. 9) получаем окончательное выражение

$$\delta_n^{(\pm)} = -\frac{1}{2} \frac{|\lambda|^2}{|r^{\pm}|} \exp[i\beta_{\delta}^{(\pm)}], \quad (2.14)$$

где

$$\beta_{\delta}^{(+)} = \frac{2}{3}\pi(2n+1) + \frac{2}{3}\beta_{\alpha} + \frac{1}{3}\beta_r^{(+)}, \quad (2.15)$$

$$\beta_{\delta}^{(-)} = \frac{2}{3}\pi(2n+1) + \frac{2}{3}\beta_{\alpha} - \frac{1}{3}\beta_r^{(+)}. \quad (2.16)$$

Теперь проанализируем качественно какие решения для точек перевала будут оставаться согласно условиям (2. 11) и (2. 12). В случае ядро-ядерных столкновений можно считать, что $R = R_1 + R_2 \gg \pi a$. Тогда

$$\beta_r^{(+)} \simeq \frac{\pi a}{R} \simeq \epsilon_r \ll 1, \quad \beta_r^{(-)} \simeq 2\pi - \frac{\pi a}{R} \simeq 2\pi - \epsilon_r. \quad (2.17)$$

Далее, в предельных случаях сильного и слабого поглощения имеем

$$\beta_{\alpha} = 2\pi - \arcsin \frac{1}{\sqrt{1 + (W_0/V_0)^2}} \simeq$$

$$\approx \begin{cases} 2\pi - \epsilon_\alpha & \text{при } |W_0| \gg |V_0|, \quad \epsilon_\alpha = \frac{V_0}{W_0}, \\ \frac{3}{2}\pi + \bar{\epsilon}_\alpha & \text{при } |W_0| \ll |V_0|, \quad \bar{\epsilon}_\alpha = \frac{1}{2}\left(\frac{W_0}{V_0}\right)^2. \end{cases} \quad (2.18)$$

Подставляя эти выражения в (2. 10), получаем

$$\beta_\lambda^{(+)} = \begin{cases} \frac{2}{3}\pi n + \pi + \frac{1}{3}(2\epsilon_r - \epsilon_\alpha) & \text{при } |W_0| \gg |V_0|, \\ \frac{\pi}{3}(2n + 1) + \frac{\pi}{2} + \frac{1}{3}(2\epsilon_r + \bar{\epsilon}_\alpha) & \text{при } |W_0| \ll |V_0|. \end{cases} \quad (2.19)$$

$$\beta_\lambda^{(-)} = \begin{cases} \frac{2}{3}\pi n - \frac{1}{3}(2\epsilon_r + \epsilon_\alpha) & \text{при } |W_0| \gg |V_0|, \\ \frac{2}{3}\pi(n + 2) + \frac{\pi}{2} - \frac{1}{3}(2\epsilon_r - \bar{\epsilon}_\alpha) & \text{при } |W_0| \ll |V_0|. \end{cases} \quad (2.20)$$

Используя эти приближенные значения, легко увидеть, что условия (1. 4) выполняются в случае сильного и слабого поглощения для корней $r_2^{(+)}$ и $r_1^{(-)}$. Кроме того, если $V_0 \rightarrow 0$, то появляется еще один корень в I квадранте $r_0^{(+)}$. Как будет видно ниже, эти свойства сохраняются и для точных расчетов с эйкональным интегралом (1. 3).

3. Обсуждение

3.1. Поведение точек перевала

Прежде всего исследуем насколько правомерно использовать аналитическое выражение для точек перевала (2. 7), (2. 14), которое было получено на основе приближенного выражения для эйконального интеграла (1. 2), являющегося только одним членом бесконечного ряда (1. 3). Ниже мы будем использовать в качестве тестовой задачи рассеяние двух ядер массы 17 и 90 в поле потенциала Вудса - Саксона с геометрическими параметрами $R=7.05$ фм и $a=0.5$ фм, параметры V_0 и W_0 будут изменяться, а энергию столкновения, если специально не оговорено, будем брать $E=1435$ МэВ.

На рис.1а приведены расчеты точек перевала для случая чистой рефракции, когда $V_0=-50$ МэВ, $W_0=0$. Заштрихованные пятна изображают область ближайших к действительной оси полюсов $r^\pm = R \pm i\pi a$. Звездочки изображают расчеты по приближенным формулам (2. 7), (2. 14) с интервалом 2° , начиная с углов $\theta = 5^\circ$ до 35° . Видно, что в I квадранте имеется два решения ($n=0,2$) уравнения на седловые точки. В IV квадранте здесь и в других приведенных примерах, имеется только один корень $n=1$. В отсутствие поглощения ($W_0 = 0$) имеет место совпадение точных и приближенных решений для седловых точек. Динамику

включения мнимой части потенциала можно проследить на рис.1б и 1в. Во-первых, при $W_0 \neq 0$ только для случая сильного поглощения (рис. 1в) в I и IV квадрантах имеется по одному корню с $n=2$ и $n=1$ соответственно. Во-вторых, наличие поглощения приводит к качественному различию поведения точных (сплошные) и приближенных (звездочки) решений. Из рис.1в видно, что в условиях сильного поглощения $W_0 \gg V_0$, (это больше всего соответствует дифракционной модели рассеяния), кривые $r_2^{(+)}$ и $r_1^{(-)}$ оказываются комплексно сопряженными: $r_2^{(+)} = (r_1^{(-)})^*$. Для приближенных решений это свойство следует непосредственно из (2. 15), (2. 16), поскольку в этом случае $\beta_\alpha=0$. В частности, рис. 1в во многом объясняет результаты работы [6], где это приближение используется для качественного анализа амплитуд рассеяния при малых углах $\theta < |V|/E$ в зависимости от изменения энергии столкновения и переданного импульса на примере pA -рассеяния.

3.2. Эйкональный интеграл на комплексной плоскости

Из структуры выражения для амплитуд рассеяния, полученных методом перевала, видно, что решающую роль в них играет экспоненциальный член $\exp[g(r_s^{(\pm)})]$. И поскольку $g(r_s^{(\pm)}) = \pm iqr_s^{(\pm)} + \gamma I(r_s^{(\pm)})$ стоит в показателе экспоненты, то поведение эйконального интеграла I на комплексной плоскости, безусловно, во многом определяет величину и характер угловой зависимости сечения рассеяния. На рис.2 и 3 показаны расчеты $Im I$ и $Re I$ соответственно. Точные расчеты выполнены как численное интегрирование по формуле (1. 1) (сплошные) и суммированием 13 членов из ряда (1. 3) (звездочки), а приближенные расчеты — по формуле (1. 2) (пунктир). Видно, во-первых, что в практических расчетах I можно ограничиваться сравнительно небольшим числом членов ряда (1. 3). Но главный вывод состоит в том, что поведение приближенного эйконального интеграла (пунктир) заметно отличается от точного, имеется скачок функций $Im I$ в точке $Im \rho = 0$. Если учесть, что основной вклад в сечение дает область вблизи полюсов r^\pm , где видны резкие изменения хода кривых $Im I$ и $Re I$, то приходится быть особенно бдительным при работе на комплексной плоскости с использованием приближенных моделей эйконального интеграла. Общий вид поверхности реальной и мнимой части точного решения эйконального интеграла показаны на рис.4. Они еще раз демонстрируют существенные изменения эйконального интеграла вблизи полюсов, областей, определяющих основной вклад в амплитуду рассеяния.

3.3. Анализ точности метода перевала

Использование перевальной методики для расчета типичных в нашей задаче быстро осциллирующих интегралов является более-менее обычным приемом. Однако известно, что при расчете относительно малых величин, когда с ростом угла θ амплитуда изменяется на несколько порядков, необходимо контролировать точность расчетов. На рис.5 показаны расчеты "ближней" $|J^{(+)}|$ и "дальней" $|J^{(-)}|$ амплитуд рассеяния: точные расчеты численным интегрированием - сплошные линии, а пунктир - расчеты по формуле (1.13) методом перевала с использованием точных выражений как для эйконального интеграла I (1.1), (1.3), так и для соответствующих седловых точек. Мы приводим три типичных случая: (а) - рефракция (отсутствие поглощения, $V_0 = -50$ МэВ, $W_0 = 0$), (б) - вариант оптической модели ($V_0 = -50$ МэВ, $W_0 = -25$ МэВ) и (в) - случай сильного поглощения ($V_0 = -1$ МэВ, $W_0 = -50$ МэВ). Обнаруживается следующая картина: в первых двух случаях наличие действительной части потенциала приводит к тому, что при сравнительно небольших углах θ "ближняя" амплитуда $J^{(+)}$ на один-два порядка превышает "дальнюю" $J^{(-)}$. Затем, угол $\theta = \theta_e$ ("точка пересечения"), при котором эти амплитуды становятся равными друг другу, возрастает по мере роста поглощения W_0 и слабо зависит от V_0 . Так, в варианте (б) ("оптическая модель") амплитуда $J^{(+)}$ при $\theta_e \approx 20^\circ$ на три порядка меньше своего значения при $\theta = 5^\circ$, то есть для дифференциальных сечений эта область изменения углов вполне покрывает область возможного экспериментального наблюдения сечений. Любопытно, что в случае сильного поглощения (вариант (в)) обе амплитуды $J^{(+)}$ и $J^{(-)}$ совпадают друг с другом и хорошо воспроизводятся методом перевала вплоть до $\theta \approx 20^\circ$. Эти выводы также подтверждаются расчетами по отдельности Re и Im частей амплитуд $J^{(\pm)}$, каждая из которых на фоне общего экспоненциального падения с ростом θ совершает осцилляцию с "полуволевой" $\delta\theta \approx 1^\circ$, и которые сдвинуты по фазе друг относительно друга.

На рис.6 сравниваются точные численные расчеты дифференциальных сечений (сплошные кривые) и их же расчеты методом перевала (пунктир). Кроме того, звездочками показаны расчеты методом перевала с приближенным эйкональным интегралом \tilde{I} (1.2). Сразу видно, что расчет с \tilde{I} сильно отличается от остальных, причем обнаруживается его

резкая зависимость от изменения параметра действительной части потенциала. В то же время расчеты по перевальной методике с точным эйконалом I всюду совпадают с результатами численного интегрирования вплоть до углов θ_e , начиная с которых наклон кривых дифференциальных сечений качественно изменяется. Отсюда вывод, что перевальная методика с учетом только двух траекторий $r_2^{(+)}(\theta)$ и $r_1^{(-)}(\theta)$ не может описать рассеяние при очень больших углах, и здесь необходимо развить другие методы, которые позволяют учесть вклады от траекторий, проходящих вблизи каждого из полюсов $r_p^\pm = R \pm i\pi a(2p-1)$, $p = 1, 2, 3, \dots$

И наконец на рис.7 показано поведение сечения при относительно малых углах, где проявляется картина дифракционных максимумов и минимумов. Параметры потенциала ($V_0 = -60$ МэВ, $W_0 = -54$ МэВ, $a_0 = 1,04$ фм, $a = 0,71$ фм), энергия $E = 1504$ МэВ и атомные веса сталкивающихся ядер $A_1 = 16$, $A_2 = 60$, а также область изменения углов выбраны в соответствии с имеющимися данными рассеяния $^{16}O + ^{60}Ni$ и подогнанным под них потенциалом [11]. Мы не включали в расчет кулоновский потенциал, поэтому рисунок носит чисто иллюстративный характер. На рис.7а видна, как и в эксперименте, дифракционная картина, сечение экспоненциально убывает с ростом угла рассеяния. При этом численный расчет интеграла (сплошная линия) и расчет амплитуды методом перевала с точным эйконалом I (пунктир) довольно близки друг к другу. И наоборот, использование приближенного выражения для эйконального интеграла \tilde{I} приводит к сильному отличию абсолютной величины сечения, примерно на четыре порядка, от его точного значения (рис.7б). Это еще раз подтверждает сделанный выше вывод об осторожности в использовании приближенных эйкональных интегралов и фаз квазиклассических волновых функций непрерывного спектра в задачах рассеяния тяжелых ионов.

В заключение один из авторов (Е.В.З.) благодарит РФФИ за поддержку (грант 97-01-01040).

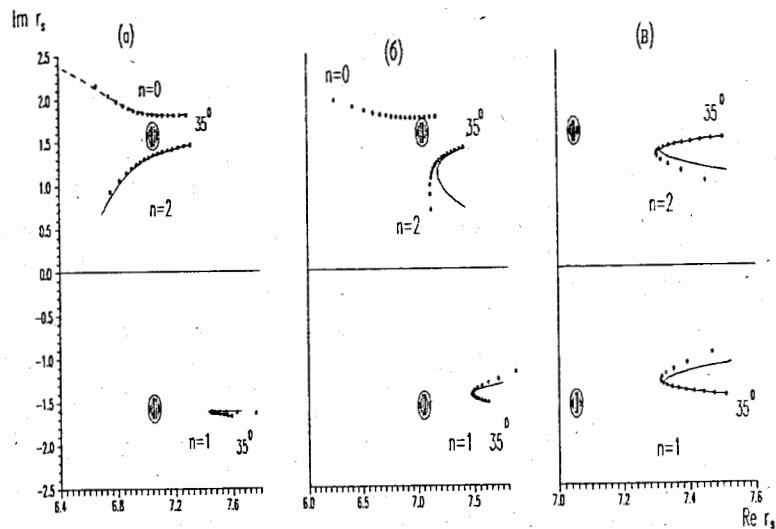


Рис.1

Движение седловых точек на комплексной r -плоскости с ростом угла θ (5° — 35°) при разных наборах параметров потенциала. Сплошные линии — точные решения, звездочки — приближенное, заштрихованные кружки — полюса (см. текст). (а) $V_0 = -50$ МэВ, $W_0 = 0$; (б) $V_0 = -50$ МэВ, $W_0 = -50$ МэВ; (в) $V_0 = -1$ МэВ, $W_0 = -50$ МэВ

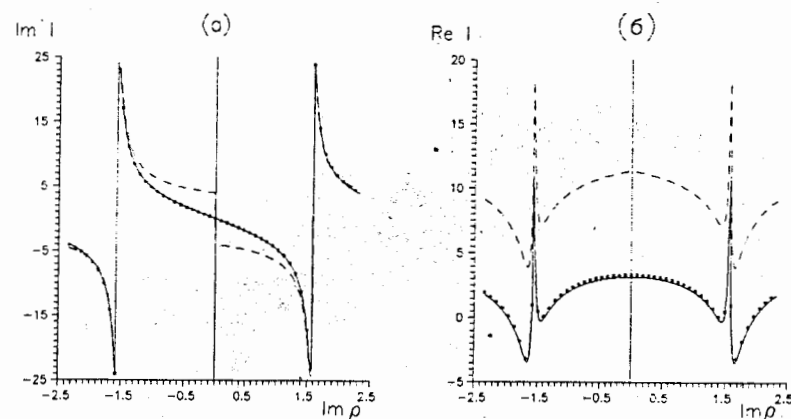


Рис.2

Поведение Im и Re частей эйконального интеграла I в зависимости от мнимой части прицельного параметра ρ при $R=7.05$ фм. Сплошные — расчет по (1.1), звездочки — сумма (1.3) с включением 13 членов, пунктир — приближенные значения согласно (1.2)

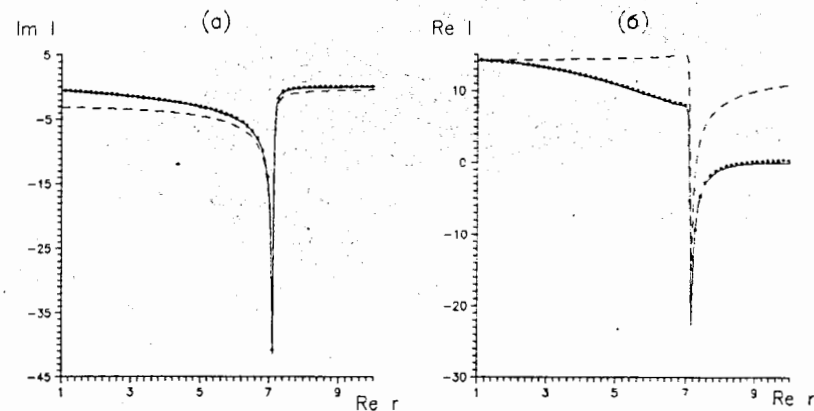


Рис.3

То же, что и на рис.2, но в зависимости от $Re r$ при $\theta = 15^\circ$ и $a=0.5$ фм

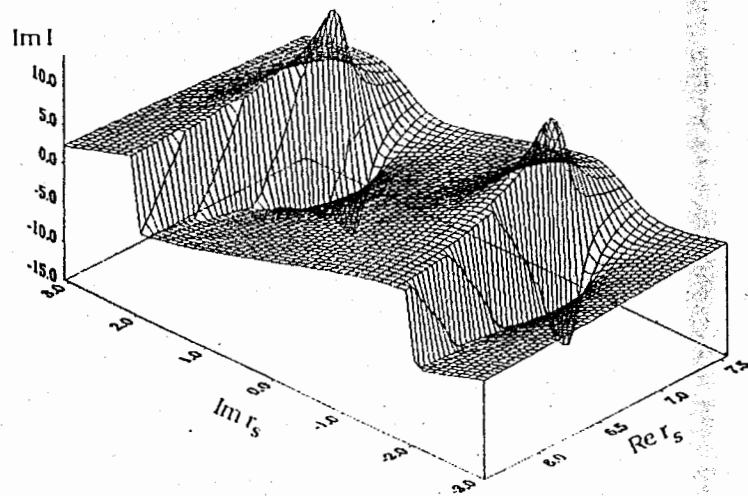
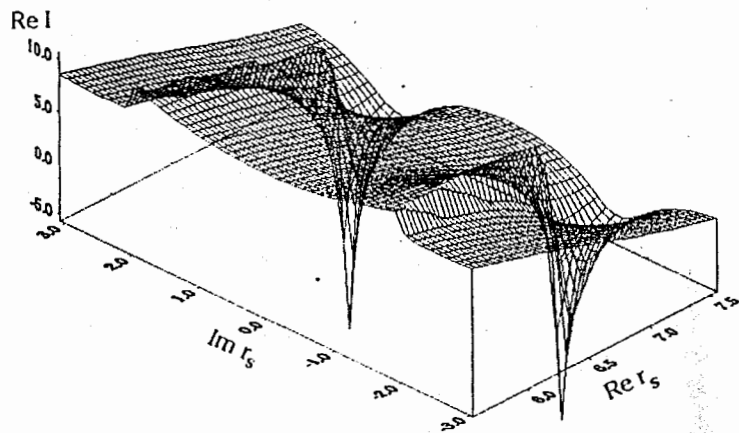


Рис.4

Поверхность Re и Im частей эйконального интеграла (1.3) (сумма 41 членов) на комплексной r -плоскости

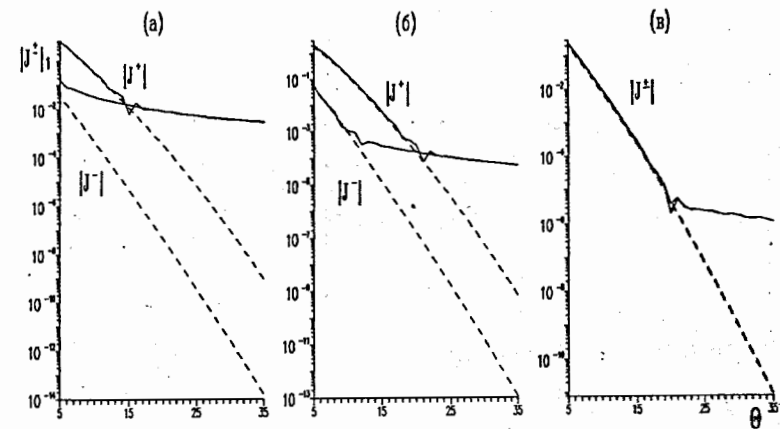


Рис.5

"Ближняя" $J(+)$ и "дальняя" $J(-)$ амплитуды, рассчитанные численным интегрированием (сплошные линии) и методом перевала (пунктир). (а) $V_0 = -50$ МэВ, $W_0 = 0$; (б) $V_0 = -50$ МэВ, $W_0 = -25$ МэВ; (в) $V_0 = -1$ МэВ, $W_0 = -25$ МэВ

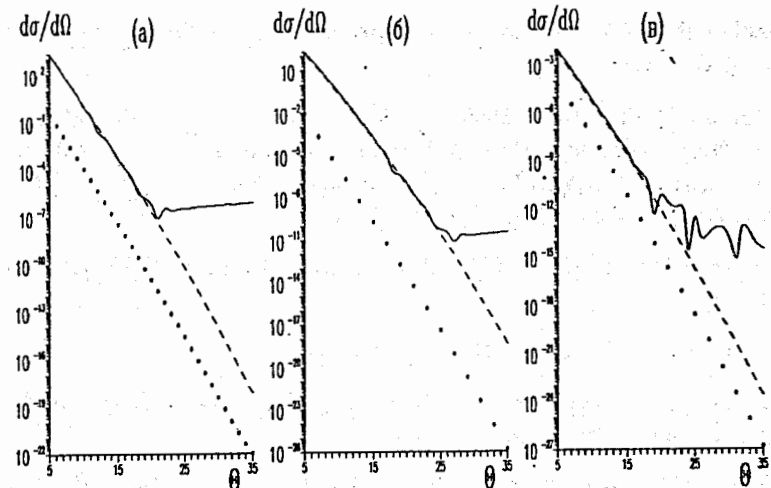


Рис.6

Дифференциальные сечения рассеяния (в $\text{фм}^2/\text{ср}$), рассчитанные численным интегрированием (сплошные) и методом перевала (пунктир — с точным эйкональным интегралом (1.3), звездочки — с приближенным (1.2)). (а) $V_0 = -50$ МэВ, $W_0 = 0$; (б) $V_0 = -50$ МэВ, $W_0 = -25$ МэВ; (в) $V_0 = -1$ МэВ, $W_0 = -50$ МэВ

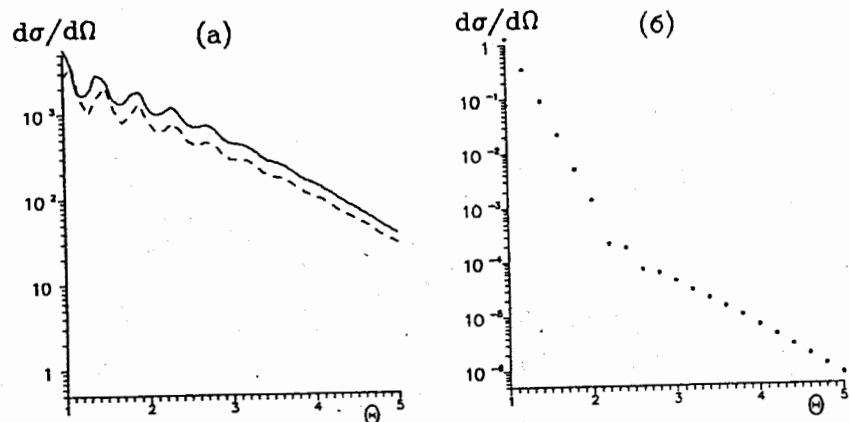


Рис.7

То же, что и на рис.6, но для рассеяния $^{16}\text{O} + ^{60}\text{Ni}$ с реалистическими параметрами потенциала из [11] (см. текст)

Литература

1. Glauber R.J. // in Lectures on Theoretical Physics (Interscience, New York, 1959), V.I.
2. Schiff L.I. // Phys.Rev. 1956. V.103. P.443.; Saxon D.S. and Schiff L.I. // Nuovo Cimento. 1957. V.6. P.614.; Yennie D.R., Boos F.L. and Ravenhall D.C. // Phys.Rev.B. 1965. V.137. P.882.; Лукьянов В.К. // Изв. РАН, сер. физ., 1994. Т.58(1). С.8.
3. Лукьянов В.К. // ЯФ. 1995. Т.58. С.1955; Preprint JINR (Dubna), E4-314-94.
4. Korol P.J. // Phys.Rev.C. 1975. V.11. P.1203.
5. Земляная Е.В., Лукьянов В.К., Пермяков В.П., Чубов Ю.В. // Изв. РАН, сер. физ. 1997. Т.61(1). С.140.
6. Amado R.D., Dedonder J.P., Lenz F. // Phys. Rev C. 1980, V. 21, N. 2, P. 647 ;
7. Shepard J.R. and Rost E. // Phys.Rev.C. 1982. V.25. P.2660.
8. Лукьянов В.К. // Изв. РАН, сер. физ. 1996, Т. 60(11) С.8.

9. Wallace S.J. // in Proc. of Int.Conf. on HE Phys. & Nucl.Str. (Versailles, France, 1981), ed. by P.Catillon, R.Radanyi and M.Porneuf, 1982, P.203c.
10. Жидков Е.П., Махаренко Г.И., Пузынин И.В. // ЭЧАЯ. 1973. Т.4. С.127; Жанлав Т., Пузынин И.В. // ЖВМяМФ. 1992. Т.32(6). С.846.
11. Roussel-Chamaz P. et al // Nucl. Phys. 1988. V. A477. P.345.

Рукопись поступила в издательский отдел
5 июня 1997 года.

Ембулаев А.В. и др.

P7-97-185

Изучение упругого ядро-ядерного рассеяния
при промежуточных энергиях
в высокоэнергетическом приближении

В рамках метода высокоэнергетического приближения исследуется амплитуда упругого рассеяния в поле ядерного потенциала Вудса–Саксона. Сравниваются численные расчеты эйконалов и амплитуд «ближнего» и «дальнего» рассеяний с модельными выражениями эйконалов и соответствующими им амплитудами, полученными методом перевала. Сделаны выводы об областях применимости моделей в предельных случаях сильного поглощения и рефракции, а также при традиционном выборе параметров взаимодействия. Показано, что во многих случаях модельные эйконалы используются вне области их допустимого применения.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики им. Н.Н.Боголюбова ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна, 1997

Перевод авторов

Embulaev A.V. et al.

P7-97-185

A Study of Elastic Nucleus-Nucleus Scattering
at Intermediate Energies in High-Energy Approximation Method

The amplitudes for elastic scattering of heavy ions presented in the form of the high-energy approximation are studied using the Saxson–Woods potential. The numerical calculations for eikonals and for the «near-» and «far-side» amplitudes of scattering are compared with those obtained by the saddle point method. Conclusions are made on applicability of models when parameters of potentials are selected in correspondence with the cases of strong absorption, refraction and the optical scattering. It is shown that in many cases the models are utilized out of the scope of their suitability.

The investigation has been performed at the Bogoliubov Laboratory of Theoretical Physics; JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research, Dubna, 1997