СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

Р7-95-362

А.В.Прозоркевич[1], С.А.Смолянский[1], В.Д.Тонеев

ОБОБЩЕННОЕ КИНЕТИЧЕСКОЕ УРАВНЕНИЕ И ЕГО ПРИМЕНЕНИЕ К МОДЕЛЯМ РЕЛЯТИВИСТСКОЙ ЯДЕРНОЙ ДИНАМИКИ

[1]Саратовский государственный университет

1995

Прозоркевич А.В., Смолянский С.А., Тонеев В.Д. P7-95-362
Обобщенное кинетическое уравнение и его применение к моделям релятивистской ядерной динамики

Обобщенное квантовое релятивистское кинетическое уравнение с дрейфовым интегралом типа Власова и интегралом столкновения второго порядка по параметру взаимодействия получено в рамках метода неравновесного статистического оператора Зубарева при весьма общих предположениях с учетом возможного влияния сильных внешних и средних полей. В качестве примера приложения построенной общей теории рассматривается вывод релятивистского кинетического уравнения в стандартной модели Валечки релятивистской ядерной материи. Здесь получено квантовое релятивистское кинетическое уравнение типа Власова (приближение сильного среднего мезонного поля), интеграл столкновения типа Блоха, описывающий кинетическую эволюцию нуклонной и мезонной подсистем, и интеграл столкновения типа Больцмана—Улинга—Уленбека (в барионном секторе модели). Соответствующие релятивистские кинетические уравнения учитывают все основные квантовые и релятивистские эффекты обсуждаемой модели: спиновые и мезонные степени свободы, состояния с положительной и отрицательной энергиями и т.п.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики им.Н.Н.Боголюбова ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна, 1995

Перевод авторов

Prozorkevich A.V., Smoliansky S.A., Toneev V.D. P7-95-362
A Generalized Kinetic Equation and Its Application to Models of Relativistic Nuclear Dynamics

A generalized quantum relativistic kinetic equation with the driving Vlasov term and collision integral of the second order in interaction constant is derived within Zubarev's method of non-equilibrium statistical operator at quite general assumptions and with taking into account strong external and mean fields. Consideration is exemplified by the derivation of a relativistic kinetic equation for the standard Walecka model of relativistic nuclear matter. Here we obtained a relativistic quantum kinetic equation of the Vlasov type (in the approximation of strong mean field for mesons), the Bloch-type collision integral describing kinetic evolution of nucleon and meson subsystems and also the Boltzmann—Uehling—Uhlenbeck (for baryonic sector of the model). The derived relativistic kinetic equations include all main quantum and relativistic effects of the model under discussion: spin and mesonic degrees of freedom, states with positive and negative energies and so on.

The investigation has been performed at the Bogoliubov Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna, 1995

1 Введение

Понимание важности исследования ядерного вещества в экстремальных условиях высоких температур и плотности сложилось уже сравнительно давно [1]. Ускорение тяжелых ионов вплоть до ультрарелятивистских энергий вселяет надежду на возможность достижения таких экстремальных состояний в лабораторных условиях. Вместе с тем достаточно очевидно, что неравновесные процессы будут играть существенную роль при взаимодействии таких сложных микроскопических систем, описание эволюции которого требует привлечения кинетических методов. В настоящее время методы релятивистской кинетической теории уже нашли широкое применение при анализе экспериментальных данных в различных областях физики высоких энергий, релятивистской ядерной физике, астрофизике и т.д. После начального этапа прямого полуфеноменологического обобщения результатов нерелятивистской кинетики в релятивистской физике началось интенсивное освоение различных динамических подходов. В ряде случаев такое обобщение динамических методов оказывалось нетривиальным, а различные предпринимаемые в этом направлении попытки зачастую сопровождались отказом от релятивистской ковариантности и потерей контроля за многочисленными приближениями, вводимыми для получения замкнутых релятивистских кинетических уравнений (РКУ). Кроме того, каждый вывод РКУ ограничивался фиксированием той или иной квантовополевой модели, что приводило к необходимости повторения достаточно громоздких вычислений при переходе к другим аналогичным моделям. Вместе с тем представляется очевидным, что к релятивистским аналогам известных интегралов столкновений (ИС), – например, больцмановского типа – должны приводить целые классы квантовополевых теорий, объединяемых общими концепциями кинетической теории.

В предлагаемой работе сделана попытка динамического построения РКУ на достаточно общей основе и в явно ковариантной форме. Эти цели достигаются простым обобщением на релятивистскую область метода неравновесного статистического оператора Д.Н. Зубарева, который оказался эффективным инструментом при решении большого числа задач статистической теории неравновесных процессов [2, 3, 4] (см. также обзорную работу [5]). Особенностью такого подхода к кинетической теории является возможность провести большую часть вывода РКУ в достаточно общем виде независимо

от задания конкретного вида гамильтониана теории. Эту часть мы будем называть первым этапом вывода РКУ. Основным результатом работы является обобщенное квантовое РКУ с дрейфовым итегралом власовского типа и ИС второго порядка по параметру взаимодействия (раздел 2). Это уравнение получено в рамках следующих предположений:

1. Полный гамильтониа теории может быть представлен в виде суммы $H = H_0 + H_{in}$ гамильтониана аддитивного типа H_0, в который могут быть включены эффекты взаимодействия с внешними либо со средними полями, и гамильтониана H_{in}, описывающего взаимодействие между конституентами системы.

2. Средняя энергия этого взаимодействия достаточно мала по сравнению со средней кинетической энергией.

3. Предполагается, что всеми нелокальными эффектами (и, в частности, эффектом немарковости) в обобщенных интегралах РКУ можно пренебречь. Это возможно в том случае, когда кинетический процесс является достаточно медленным, так что характерный масштаб неоднородности системы значительно превышает радиус эффективного взаимодействия. Такое приближение эквивалентно использованию низших порядков так называемого градиентного разложения, впервые введенного в нерелятивистской теории квантовых кинетических уравнений в работе [6].

Таким образом, эффекты взаимодействия описываются гамильтонианом H_{in} в духе теории возмущений, принятой в кинетической теории, тогда как взаимодействие с внешними и средними полями может быть, в принципе, учтено непертурбативными методами. Последнее обстоятельство может оказаться весьма существенным в ряде случаев (например, в релятивистской ядерной физике промежуточных энергий, где эффекты средних мезонных полей играют важную роль [7, 8]).

Второй этап вывода РКУ нуждается в задании конкретного гамильтониана (или некоторого класса гамильтонианов) исследуемой системы. После этого завершающие вычисления обобщенных интегралов дрейфового и столкновительного типов могут быть легко выполнены с использованием термодинамической теоремы Вика-Блоха-Доминисиса, условия применимости которой выполняются по построению.

В разделе 3 в качестве примера рассматривается вывод РКУ в барионном секторе квантовой адродинамики – квантовополевой теории ядерной материи, состоящей из барионной и мезонной подсистем [9]. Интерес к этой модели обусловлен тем, что анализ богатого экспериментального материала, накопленного в физике столкновения тяжелых ионов, нашел свою адекватную интерпретацию именно в рамках кинетической теории (см. обзорные работы [10]). В настоящее время здесь используются релятивистские аналоги многих известных динамических методов нерелятивистской кинетики (методы ББГКИ, Келдыша, различные варианты метода функций Грина). Развитый в разделе 2 подход позволяет решать такого рода задачи в наиболее полном виде в рамках перечисленных выше достаточно общих предположений. Результатом раздела 3 является вывод в рамках стандартной модели релятивистской ядерной материи Валечки дрейфового интеграла типа Власова (приближение сильного среднего поля) и ИС типа Блоха, полученных с учетом квантовых и релятивистских эффектов, характерных для этой модели. Особенностью развитого подхода является, в частности, отсутствие необходимости рассматривать квазичастицы лишь на массовой поверхности, что позволяет использовать данный формализм для описания не только нуклонной компоненты барионной подсистемы, но и включить в рассмотрение Δ-резонансы, имеющие распределенное значение массы. В этом же разделе кратко обсуждается проблема кинетического описания мезоной подсистемы.

Ниже использованы система единиц $\hbar = c = \kappa = 1$ (κ- постоянная Больцмана) и метрика $g^{\mu\nu} = diag(1, -1, -1, -1)$.

2 Обобщенное кинетическое уравнение

В рамках динамического подхода описание неравновесной системы на кинетической стадии ее эволюции основано на задании одночастичной функции распределения в случае классической статистической механики либо соответствующей функции Вигнера в квантовой теории. При обобщении классической теории на случай релятивистских квантовополевых систем мы будем исходить из следующего определения одночастичной ковариантной функции Вигнера в представлении Гайзенберга:

$$f_{\alpha\beta}(x,p) = (2\pi)^{-4} \int dy\; e^{-ipy} < \psi^+_{H\beta}(x_+)\psi_{H\alpha}(x_-) >^H_\tau . \tag{1}$$

Ради общности статистика полей здесь не фиксирована. Греческие индексы обозначают "сорт" полей, их поляризацию и т.д.. В определении (1) использованы обозначения

$$x_\pm = x \pm y/2 . \tag{2}$$

По аналогии с нерелятивистским случаем [6] предполагается, что корреляционная функция в правой части формулы (1) зависит от "медленных" (x^μ) и "быстрых" (y^μ) переменных. Для последующих целей удобно ввести обозначение

$$P^H_{\alpha\beta} = \psi^+_{H\beta}(x_+)\; \psi_{H\alpha}(x_-) . \tag{3}$$

Наконец, прцедура усреднения в соотношении (1) $< \ldots >^H_\tau = Sp \ldots \rho_H(\tau)$ выполняется с помощью неравновесного статистического оператора $\rho_H(\tau)$, который в методе Зубарева сохраняет зависимость от некоторого инвариантного времени τ даже в представлении Гайзенберга. В этом проявляется единственная особенность определения (1) по сравнению с ортодоксальным определением ковариантной функции Вигнера, в котором усреднение выполняется с помощью равновесного статистического оператора [11].

Чтобы определить инвариантное время τ, предположим, что неравновесный статистический оператор $\rho_H(\tau)$ вводит статистическое огрубление в описание "медленной" эволюции системы. Тогда естественно сопоставить "медленное" инвариантное время τ "медленным" переменным x^μ. Проведем через точку x^μ пространственно-подобную гиперплоскость $\sigma(x|n)$, ориентация которой в пространстве Минковского задается единичным времениподобным вектором нормали n^μ ($n^2 = 1$), который будет доопределен ниже. Инвариантное время τ определим теперь соотношением

$$\tau = nx. \tag{4}$$

Ниже будет построена теория возмущений, где в качестве малого параметра рассматривается отношение средней энергии взаимодействия к средней кинетической энергии, т.е.

$$| < H_{in} >^H_\tau \;/\; < H_0 >^H_\tau | \ll 1 \tag{5}$$

(этот критерий неплохо выполняется в ядерной физике промежуточных энергий). Адекватным представлением для этих целей является представление взаимодействия. Соответствующие формулы перехода имеют вид:

$$\begin{aligned} \rho(\tau) &= U(\tau)\; \rho_H(\tau)\; U^+(\tau), \\ a(\tau) &= U(\tau)\; a_H(\tau)\; U^+(\tau), \end{aligned} \tag{6}$$

где $a(\tau)$ - произвольный оператор, $U(\tau)$ - оператор эволюции

$$U(\tau) = T\ exp\ \{-i \int_{-\infty}^{\tau} d\tau' H_{in}(\tau')\}\ . \tag{7}$$

Запишем ковариантную функцию Вигнера (1) в представлении взаимодействия

$$f_{\alpha\beta}(x,p) = (2\pi)^{-4} \int dy\ e^{-ipy} < \tilde{P}_{\alpha\beta}(x,y) >_{\tau}\ , \tag{8}$$

где теперь $< \ldots >_{\tau} = Sp \ldots \rho(\tau)$ и

$$\begin{aligned} \tilde{P}_{\alpha\beta}(x,y) &= U(\tau)\ P^{H}_{\alpha\beta}(x,y)\ U^{+}(\tau) = \\ &= U(\tau,\tau_{+})\ \psi^{+}_{\beta}(x_{+})\ U(\tau_{+},\tau_{-})\ \psi_{\alpha}(x_{-})\ U(\tau_{-},\tau)\ . \end{aligned} \tag{9}$$

Если воспользоваться уравнением движения

$$i\frac{\partial a(x)}{\partial \tau} = [a(x), H_0(\tau)] \tag{10}$$

для произвольного оператора $a(x)$ в представлении взаимодействия, то в результате несложных вычислений легко убедиться, что оператор (9) эволюционирует свободным образом по "медленному" времени τ:

$$i\frac{\partial \tilde{P}_{\alpha\beta}(x,y)}{\partial \tau} = [\ \tilde{P}_{\alpha\beta}(x,y), H_0(\tau)\ ]\ . \tag{11}$$

Сформулируем теперь основные положения метода Зубарева применительно к рассматриваемой задаче. Метод неравновесного статистического оператора основан на аналогии с формальной теорией рассеяния [2]. В соответствии с этой аналогией в уравнение Лиувилля вводится бесконечно малый источник, который нарушает симметрию уравнения относительно операции отражения во времени и приводит к отбору "запаздывающего" решения, соответствующего возрастанию энтропии со временем. Этот источник определяется через отклонение "истинного" статистического оператора $\rho(\tau)$ (неравновесного статистического оператора) от его асимптотической формы $\rho_q(\tau)$ (квазиравновесного статистического оператора, соответствующего кинетической или гидродинамической стадии эволюции). Квазиравновесный статистический оператор $\rho_q(\tau)$ конструируется на основе принципа максимума информационной энтропии. В соответствии с этим принципом необходимо найти экстремум функционала энтропии

$$< S(\tau) >_{q\tau} = - < ln\ \rho_q(\tau) >_{q\tau} = -Sp\ \rho_q(\tau)\ ln\ \rho_q(\tau) \tag{12}$$

при дополнительном условии нормировки $Sp\ \rho_q(\tau) = 1$ и заданном наборе средних значений $< a_i >_{q\tau}$ $(i = 1,2,\ldots)$, выбираемых для сокращенного описания системы. В частности, в рассматриваемом подходе предполагается, что все локальные наблюдаемые аддитивного типа могут быть записаны в терминах одночастичных функций Вигнера (1) [12], так что в качестве такого набора средних значений $\{< a_i >_{q\tau}\}$ можно выбрать набор корреляционных функций $< \tilde{P}_{\alpha\beta}(x,y) >_{\tau}$, входящих в определение функции Вигнера (8). Решение соответствующей экстремальной задачи запишем в виде

$$\rho_q(\tau) = exp\ \{-\tilde{S}(\tau)\}, \tag{13}$$

где $\tilde{S}(\tau)$ - оператор энтропии системы на кинетической стадии эволюции,

$$\tilde{S}(\tau) = \tilde{\Phi}(\tau) + \int d\sigma_{\tau}(x|n) \int dy\ \tilde{P}_{\alpha\beta}(x,y)\ \tilde{F}_{\alpha\beta}(x,y). \tag{14}$$

Здесь $d\sigma_{\tau}(x|n)$ - скалярный элемент гиперплоскости $\sigma(x|n)$, соответствующий моменту времени τ (4) $\tilde{\Phi}(\tau)$ - нормировочный функционал, $\tilde{F}_{\alpha\beta}(x,y)$ – лагранжевы множители. Важную роль играет условие согласования

$$< \tilde{P}_{\alpha\beta}(x,y) >_{q\tau} = < \tilde{P}_{\alpha\beta}(x,y) >_{\tau}, \tag{15}$$

которые по-существу неявно фиксируют функции $\tilde{F}_{\alpha\beta}(x,y)$ в неравновесном состоянии.

В представлении взаимодействия неравновесный статистический оператор $\rho(\tau)$ удовлетворяет следующему уравнению Лиувилля:

$$\partial\rho(\tau)/\partial\tau - i[\rho(\tau), H_{in}(\tau)] = -\varepsilon\{\rho(\tau) - \rho_q(\tau)\}. \tag{16}$$

Здесь $\varepsilon > 0$ - бесконечно малая величина, регулирующая интенсивность источника. Предполагается, что в конце вычислений, основанных на решении уравнения (16), после выполнения термодинамического предельного перехода интенсивность источника может быть обращена в нуль ($\varepsilon \to 0$).

Впервые ковариантная форма уравнение Лиувилля была введена в работе [13] в представлении взаимодействия в рамках сверхмноговременного формализма Томанага-Швингера. Переход к одновременному ковариантному уравнению Лиувилля (16) достигается спрямлением произвольной гиперповерхности $\sigma(x)$ в гиперплоскость $\sigma(x|n)$.

Уравнение Лиувилля (16) может быть переписано в эквивалентной интегральной форме

$$\rho(\tau) = \rho_q(\tau) + i \int_{-\infty}^{\tau} d\tau'\ e^{\epsilon(\tau'-\tau)}\ \{[\rho(\tau'), H_{in}(\tau')] + i\frac{d\rho_q(\tau')}{d\tau'}\}\ . \tag{17}$$

В последующем при вычислении производной $d\rho_q(\tau')/d\tau'$ необходимо учитывать как явную (через функции $\tilde{\Phi}(\tau)$ и $\tilde{F}_{\alpha\beta}(x,y)$ в операторе энтропии (16)), так и операторную зависимость от времени.

Следуя работам [2, 14], покажем, что при некоторых условиях свободная эволюция может быть "исключена" из правой части уравнения Лиувилля (17). Эта процедура приведет к такой интегральной форме уравнения Лиувилля, которая оказывается удобной для построения итерационной схемы по параметру взаимодействия (5) в релятивистской кинетической теории.

Итак, преобразуем последнее слагаемое в правой части уравнения (17), исходя из определений (13) и (14), уравнения движения (11) и тождества Кубо

$$\frac{d}{d\tau}e^{-S(\tau)} = -\int_0^1 d\lambda e^{-\lambda S(\tau)}\frac{dS(\tau)}{d\tau}e^{(\lambda-1)S(\tau)} .$$

В результате получим

$$\frac{d\rho_q(\tau')}{d\tau'} = i\int d\sigma_{\tau'}(\xi|n) < [H_{in}(\tau'), \tilde{P}_{\alpha\beta}(\xi')] >_{\tau'} \frac{\delta\rho_q(\tau')}{\delta < \tilde{P}_{\alpha\beta}(\xi') >_{\tau'}} + \Delta(\tau'), \quad (18)$$

где введен вспомогательный оператор, который предстоит проанализировать отдельно,

$$\begin{aligned} \Delta(\tau') \;=\; & -i\int_0^1 d\lambda e^{-\lambda\tilde{S}(\tau')}\int d\sigma_{\tau'}(\xi|n)\ \{\ \tilde{F}_{\alpha\beta}(\xi)\ [H_0(\tau'), \tilde{P}_{\alpha\beta}(\xi')] + \\ & + \ [\tilde{P}_{\alpha\beta}(\xi) - < \tilde{P}_{\alpha\beta}(\xi) >_{\tau'}] \int d\sigma_{\tau'}(\xi'|n) \frac{\delta\tilde{F}_{\alpha\beta}(\xi)}{\delta < \tilde{P}_{\alpha'\beta'}(\xi')] >_{\tau'}} \times \quad (19) \\ & \times\ < [\ H_0(\tau'), \tilde{P}_{\alpha'\beta'}(\xi') >_{\tau'}\ \}\ e^{(\lambda-1)\tilde{S}(\tau')} . \end{aligned}$$

Здесь для краткости были использованы обозначения $\xi = (x,y)$ и $d\sigma_{\tau'}(\xi|n) = dy d\sigma_{\tau'}(x|n)$.

Важным свойством оператора $\Delta(\tau')$ (19) является его обращение в ноль, если пренебрегается взаимодействием в корреляционном операторе $\tilde{P}_{\alpha'\beta'}(x,y)$ (9), т.е. когда

$$\tilde{P}_{\alpha'\beta'}(x,y) \to P_{\alpha'\beta'}(x,y) = \psi^+_{\beta'}(x_+)\ \psi_{\alpha'}(x_-) . \quad (20)$$

Доказательство этого утверждения основано на использовании равенства

$$[\ P(\xi), H_0(\tau)\ ] = \int d\sigma_\tau(\xi'|n)\ C(\xi,\xi')\ P(\xi') , \quad (21)$$

где $C(\xi,\xi')$ - матричная функция или дифференциальный оператор, не зависящие от соответствующего кинетического параметра $< P_{\alpha'\beta'}(x,y) >_\tau$. Это равенство выполняется для оператора $H_0(\tau)$, являющегося билинейной формой полевых операторов ψ и ψ^+, что имеет место, например, в случае системы невзаимодействующих полей.

В приближении (20) квазиравновесный статистический оператор (13) значительно упрощается:

$$\rho_q(\tau) \to exp\,\{-S(\tau)\} , \quad (22)$$

где теперь согласно (14)

$$S(\tau) = \Phi(\tau) + \int d\sigma_\tau(\xi|n)\ P_{\alpha\beta}(\xi)\ F_{\alpha\beta}(\xi) . \quad (23)$$

В этом же приближении условия согласования (15) принимают вид:

$$< P_{\alpha\beta}(x,y) >_\tau = < P_{\alpha\beta}(x,y) >_{q\tau} . \quad (24)$$

Для операции усреднения со статистическим оператором (22) мы сохраняем прежнее обозначение. Это не должно вызвать путаницы, так как соответствующие ситуации всегда оговорены в тексте.

Покажем теперь, что в приближении (20) $\Delta_{(0)}(\tau) = 0$. Из тождества $[\ S(\tau), \rho_q(\tau)\ ] = 0$ и равенства (21) следует, что

$$\begin{aligned} & < [\ S(\tau), H_0(\tau)\ ] >_{q\tau} = \\ & = \int d\sigma_\tau(\xi|n) \int d\sigma_\tau(\xi'|n)\ F(\xi)\ C(\xi,\xi')\ < P(\xi') >_\tau = 0 . \quad (25) \end{aligned}$$

Следуя [2, 14], легко убедиться, что к равенству $\Delta_{(0)}(\tau) = 0$ приводит вариация соотношения (25) по лагранжевому множителю $F_{\alpha\beta}(\xi)$ при условии независимости $C(\xi,\xi')$ от $F_{\alpha\beta}(\xi)$. При доказательстве используется также термодинамическое тождество

$$\frac{\delta < P(\xi) >_\tau}{\delta F(\xi')} = -\frac{\delta^2\Phi(\tau)}{\delta F(\xi)\ \delta F(\xi')} = \frac{\delta < P(\xi') >_\tau}{\delta F(\xi)} .$$

Таким образом, разложение оператора $\Delta(\tau)$ (19) начинается, как минимум, с члена первого порядка по параметру взаимодействия (5), т.е. $\Delta(\tau) \approx$

$\Delta_{(1)}(\tau)$ (более точные оценки этого оператора будут приведены несколько ниже).

Перепишем теперь уравнение Лиувилля (17) с учетом соотношения (18)

$$\rho(\tau) \; = \; \rho_q(\tau) + i\int_{-\infty}^{\tau} d\tau' e^{\epsilon(\tau'-\tau)}\{[\rho(\tau'), H_{in}(\tau')] + \tag{26}$$

$$+ \; i\int d\sigma_{\tau'}(\xi|n) < [P_{\alpha\beta}(\xi), H_{in}(\tau')] >_{\tau'} \frac{\delta\rho_q(\tau')}{\delta < P_{\alpha\beta}(\xi) >_{\tau'}} + i\,\Delta_{(1)}(\tau')\ \} \ .$$

Интегральное слагаемое здесь действительно пропорционально первой степени параметра взаимодействия.

Воспользуемся полученным результатом для вывода обобщенного квантового РКУ с ИС второго порядка по параметру взаимодействия. С этой целью продифференцируем функцию Вигнера (1) по инвариантному времени τ и учтем уравнения движения (11) и (16). В результате получим

$$n\frac{\partial f_{\alpha\beta}(x,p)}{\partial x} = i(2\pi)^{-4}\int dy\ e^{-ipy}\ < [H(\tau), \tilde{P}_{\alpha\beta}(x,y)] >_\tau \ . \tag{27}$$

Левая часть этого соотношения записана как производная по напрвления n^μ, поскольку согласно (4)

$$\partial/\partial\tau = n^\mu\ \partial_\mu(x)\ . \tag{28}$$

На этом этапе сделаем два следующих важных шага. Во-первых, доопределим вектор нормали к гиперплоскости, отождествив его с единичным вектором "скорости",

$$n^\mu = u^\mu = p^\mu/\sqrt{p^2}\ , \tag{29}$$

где p^μ – импульсная переменная функции Вигнера, фигурирующей в левой части соотношения (27). Отсюда следует, что вектор p^μ должен быть времениподобным, $p^2 > 0$. Кроме того, вследствие определения (29) формируется обычная часть РКУ, описывающая дрейфовые процессы в отсутствии средних или внешних полей,

$$p\frac{\partial f_{\alpha\beta}(x,p)}{\partial x} = i(2\pi)^{-4}\int dy\ e^{-ipy}\ < [H(\tau), \tilde{P}_{\alpha\beta}(x,y)] >_\tau \ . \tag{30}$$

Вторым шагом является исключение свободной эволюции гамильтониана H_0 в правой части этого соотношения. Для этого рассмотрим выражение

$$A_{\alpha\beta}(x,p) = i\sqrt{p^2}\int dy\ e^{-ipy}\ < [H_0(\tau), \tilde{P}_{\alpha\beta}(x,y)] >_\tau \ . \tag{31}$$

Снова воспользуемся уравнением движения (11), формулами (28) и (29), а также соотношением

$$p_\mu\ exp\ (-ipy) = i\partial_\mu(y)\ exp\ (-ipy)\ . \tag{32}$$

После интегрирования по частям получим

$$A_{\alpha\beta}(x,p) = -i\int dy\ e^{-ipy}\ < \partial^\mu(y)\ \partial_\mu(x)\ \tilde{P}_{\alpha\beta}(x,y) >_\tau \ . \tag{33}$$

В различных операторах, составляющих корреляционную функцию $< \tilde{P}_{\alpha\beta}(x,y) >_\tau$, взаимодействие играет различную роль: статистический оператор $\rho(\tau)$ описывает "медленную" эволюцию, тогда как операторы временной эволюции, входящие в определение (9) оператора $\tilde{P}_{\alpha\beta}(x,y)$, соответствуют "быстрым" изменениям по "быстрому" инвариантному времени $\delta = uy$. Чтобы наиболее простым способом оценить роль взаимодействия в последнем случае, ограничимся лишь линейными членами в разложении операторов эволюции в формуле (9), например,

$$U(\tau,\tau_+) \simeq 1 - i\int_{\tau_+}^{\tau} d\tau' H_{in}(\tau) \simeq 1 + \frac{i}{2}H_{in}(\tau)\ \delta\ .$$

В этом приближении оператор (9) запишется как

$$\tilde{P}_{\alpha\beta}(x,y) \simeq P_{\alpha\beta}(x,y) + P^{(1)}_{\alpha\beta}(x,y)\ , \tag{34}$$

где оператор $P_{\alpha\beta}(x,y)$ (20) составлен из свободных полевых операторов и

$$P^{(1)}_{\alpha\beta}(x,y) = \frac{i}{2}(uy)\{[H_{in}(\tau), \psi^+_\beta(x_+)]\psi_\alpha(x_-) - \psi^+_\beta(x_+)[H_{in}(\tau), \psi_\alpha(x_-)]\}\ . \tag{35}$$

Подставив (34) в соотношение (33), перепишем последнее в виде ($-\partial_\mu\partial^\mu = \Box$):

$$A_{\alpha\beta}(x,p) \; = \; \frac{i}{2}\int dy e^{-ipy}\ < \{\Box\psi^+_\beta(x_+)\}\ \psi_\alpha(x_-) -$$

$$- \; \psi^+_\beta(x_+)\Box\psi_\alpha(x_-) >_\tau + (2\pi)^4 A^{(1)}_{\alpha\beta}(x,p)\ , \tag{36}$$

$$A^{(1)}_{\alpha\beta}(x,p) = -i(2\pi)^{-4}\int dy\ e^{-ipy}\ < \partial^\mu(y)\ \partial_\mu(x)\ P^{(1)}_{\alpha\beta}(x,y) >_\tau \ . \tag{37}$$

Таким образом, описанная процедура действительно приводит к исключению свободной эволюции полей. Однако окончательный результат зависит от способа разделения полного гамильтониана на "невозмущенную" часть $H_0(\tau)$ и возмущение $H_{in}(\tau)$. В рамках уже введенного ограничения (21) гамильтониан $H_0(\tau)$ может описывать систему свободных полей или, например, систему полей в приближении среднего поля. С учетом таких ситуаций волновые уравнения для полевых операторов представим в следующем виде:

$$(\Box - m^2)\psi(x) = Q(x) \ , \qquad (\Box - m^2)\psi^+(x) = Q^+(x) \ . \tag{38}$$

Конструкция источников $Q(x)$ и $Q^+(x)$ определяется статистикой полей, взаимодействием в системе (формирующим средние поля) и взаимодействием с внешними полями. Однако всегда предполагается, что

$$\frac{\delta Q(x)}{\delta < P(x,y) >_\tau} = 0 \ . \tag{39}$$

В некоторых случаях это требование может нарушаться (например, в моделях с четырехфермионным взаимодействием типа Намбу-Йона-Лазинио), и тогда обсуждаемый формализм нуждается в обобщении.

Используя теперь соотношения (31), (34), (36) и (38) для преобразования правой части (30), получим

$$p\,\frac{\partial f_{\alpha\beta}(x,p)}{\partial x} = (2\pi)^{-4}\int dy\; e^{-ipy}\; < R_{\alpha\beta}(x,y) >_\tau +$$
$$+i\;(2\pi)^{-4}\sqrt{p^2}\int dy\; e^{-ipy}\; < [H_{in}(\tau), P_{\alpha\beta}(x,y)] >_\tau + B_{\alpha\beta}(x,p) \ , \tag{40}$$

где оператор $R_{\alpha\beta}(x,y)$ определен соотношением

$$R_{\alpha\beta}(x,y) = \frac{i}{2}\,\{Q^+_\beta(x_+)\,\psi_\alpha(x_-) - \psi^+_\beta(x_+)\,Q_\alpha(x_-)\} \ , \tag{41}$$

а поправка $B_{\alpha\beta}(x,p)$ является следствием приближения (34) и имеет вид

$$B_{\alpha\beta}(x,p) = -i(2\pi)^{-4}\int dy\; e^{-ipy}\; < \partial^\mu(y)\;\partial_\mu(x)\;P^{(1)}_{\alpha\beta}(x,y) -$$
$$-\sqrt{p^2}\;[H_{in}(\tau), P^{(1)}_{\alpha\beta}(x,y)] >_\tau \ . \tag{42}$$

В правой части соотношения (40) статистическое усреднение выполняется с помощью неравновесного статистического оператора $\rho(\tau)$. Использование этого оператора не решает основной задачи кинетической теории – представления высших корреляционных функций через одночастичные.

Однако это оказывается возможным, если в операции статистического усреднения (40) использовать результаты итерационной процедуры в правой части интегрального уравнения (26). В этом случае усреднение в высших корреляционных функциях будет выполняться с помощью квазиравновесного статистического оператора (22), где оператор энтропии (23) определен билинейной формой полевых операторов (20) в представлении взаимодействия. Такая структура квазиравновесного статистического оператора $\rho_q(\tau)$ обеспечивает справедливость термодинамической теоремы Вика. Применение этой теоремы приводит к расщеплению высших корреляционных функций и, в конечном итоге, – к замкнутой форме РКУ.

Следует отметить, что доказательство теоремы Вика-Блоха-Доминисиса обычно проводится до выполнения термодинамического предельного перехода. В этом случае оператор энтропии (23) допускает диагонализацию в представлении чисел заполнения, квазиравновесный статистический оператор (22) приобретает форму, характерную для идеального газа [15]. При отсутствии аномальных средних это позволяет обобщить термодинамическую теорему Вика на релятивистский случай [12]. Например, возвращаясь в координатное представление, для двухчастичной корреляционной функции получим

$$< \psi^+(1)\;\psi^+(2)\;\psi(3)\;\psi(4)\; >_{q\tau} =$$
$$= < \psi^+(1)\;\psi(4)\; >_{q\tau} < \psi^+(2)\;\psi(3)\; >_{q\tau} \pm$$
$$\pm < \psi^+(1)\;\psi(3)\; >_{q\tau} < \psi^+(2)\;\psi(4)\; >_{q\tau} \ .$$

Здесь для простоты введены цифровые аргументы $n = (x_n, \alpha_n)$; верхний и нижний знаки соответствуют статистикам Бозе-Эйнштейна и Ферми-Дирака. Ниже, при построении кинетической теории представление одночастичных корреляционных функций типа $< \psi^+(1)\;\psi(2)\; >_{q\tau}$ через лагранжевы множители $F_{\alpha\beta}(x,y)$ не является необходимым, и поэтому здесь не приводится.

В последующем при реализации намеченной выше программы ограничимся первой итерацией в интегральном уравнении (26). Это приводит к обобщенному квантовому РКУ с ИС второго порядка по параметру взаимодействия (5):

$$p\,\frac{\partial f(x,p)}{\partial x} + I^{(1)}(x,p) = -I^{(2)}(x,p). \tag{43}$$

Здесь $I^{(1)}(x,p)$ - дрейфовый интеграл власовского типа,

$$I^{(1)}(x,p) = I^{(1')}(x,p) + I^{(1'')}(x,p) \ , \tag{44}$$

$$I^{(1')}_{\alpha\beta}(x,p) = -(2\pi)^{-4} \int dy\ e^{-ipy}\ < R_{\alpha\beta}(x,y) >_{q\tau}, \tag{45}$$

$$I^{(1'')}_{\alpha\beta}(x,p) = -i(2\pi)^{-4}\sqrt{p^2} \int dy\ e^{-ipy}\ < [H_{in}(\tau), P_{\alpha\beta}(x,y)] >_{q\tau} . \tag{46}$$

Наконец, $I^{(2)}(x,p)$ - интеграл столкновений,

$$I^{(2)}(x,p) = \sum_{i=1}^{4} J^{(i)}(x,p) . \tag{47}$$

В первых двух интегралах учтены все связанные диаграммы второго порядка,

$$J^{(1)}_{\alpha\beta}(x,p) \ = \ i(2\pi)^{-4} \int_{-\infty}^{\tau} d\tau' e^{\varepsilon(\tau'-\tau)} \times \\ \times \int dy\ e^{-ipy}\ < [H_{in}(\tau'), R_{\alpha\beta}(x,y)] >_{q\tau'}, \tag{48}$$

$$J^{(2)}_{\alpha\beta}(x,p) \ = \ (2\pi)^{-4}\sqrt{p^2} \int_{-\infty}^{\tau} d\tau' e^{\varepsilon(\tau'-\tau)} \int dy\ e^{-ipy} \times \\ \times\ < [H_{in}(\tau'), [H_{in}(\tau), P_{\alpha\beta}(x,y)]] >_{q\tau'} . \tag{49}$$

Два оставшихся компенсирующих интеграла удаляют из этих интегралов соответствующие вклады от слабосвязанных диаграмм,

$$J^{(3)}_{\alpha\beta}(x,p) = i(2\pi)^{-4} \int_{-\infty}^{\tau} d\tau' e^{\varepsilon(\tau'-\tau)} \int dy\ e^{-ipy} \int d\sigma_{\tau'}(\xi'|u) \times \\ \times < [P_{\gamma\delta}(\xi'), H_{in}(\tau')] >_{q\tau'}\ Sp\ R_{\alpha\beta}(x,y) \frac{\delta\rho_q(\tau')}{\delta < P_{\gamma\delta}(\xi') >_{\tau'}} , \tag{50}$$

$$J^{(4)}_{\alpha\beta}(x,p) = (2\pi)^{-4}\sqrt{p^2} \int_{-\infty}^{\tau} d\tau' e^{\varepsilon(\tau'-\tau)} \int dy\ e^{-ipy} \int d\sigma_{\tau'}(\xi'|u) \times \\ \times < [P_{\gamma\delta}(\xi'), H_{in}(\tau')] >_{q\tau'}\ Sp\ [P_{\alpha\beta}(x,y), H_{in}(\tau)] \frac{\delta\rho_q(\tau')}{\delta < P_{\gamma\delta}(\xi') >_{\tau'}} . \tag{51}$$

В конкретных ситуациях часть интегралов (45), (46) и (48)-(51), как правило, обращается в ноль. Для случая, когда внешние и средние поля отсутствуют или являются слабыми ($R_{\alpha\beta}(x,y) = 0$), интегралы (46), (49) и (51) были получены нами ранее в работе [11].

При выводе обобщенного РКУ (43) были опущены поправки, обусловленные разложением (34) ($\Delta^{(1)}(\tau)$ в уравнении (26) и $B_{\gamma\delta}(x,y)$ (42)). Это мотивировано тем, что все они имеют более высокий порядок пространственно-временных производных по сравнению с другими членами того же порядка по взаимодействию, которые дают вклад в обобщенное РКУ (43). Другими словами, разложение (34) по "быстрому" инвариантному времени $\delta \sim uy$ с учетом формулы (32) эквивалентно специальному виду градиентных разложений типа

$$K(x+y,y) \simeq K(x,y) + y\ \partial(x)\ K(x,y) ,$$

где x^μ и y^μ - "медленные" и "быстрые" переменные. Такого рода аппроксимации широко используются в квантовой теории кинетических уравнений, начиная с известной работы Каданова и Бейма [6]. Целесообразность градиентных разложений обусловлена тем, что теория возмущения по параметру взаимодействия приводит к замкнутым кинетическим уравнениям, которые в общем случае являются нелокальными (и, в частности, немарковскими). Однако для достаточно медленных процессов эффектами нелокальности можно пренебречь, что и оправдывает введение градиентных разложений.

К сожалению, использование градиентных разложений не ограничивается выводом обобщенного РКУ (43). Необходимость в них снова возникает на втором этапе вывода РКУ, который соответствует заданию конкретного гамильтониана системы и преобразованию интегралов (44)-(51) с использованием термодинамической теоремы Вика. Однако и на этом этапе развиваемый в работе формализм позволяет получать достаточно общие результаты в рамках того или иного класса квантовополевых теорий с взаимодействием полиномиального типа.

Заметим также, что отождествление (29) вектора нормали n^μ с вектором "скорости" u^μ не вносит дополнительной зависимости от импульса в определение функции Вигнера (1). Чтобы убедиться в этом, достаточно записать уравнение Лиувилля (16) в представлении Гайзенберга

$$\frac{d\rho_H(\tau)}{d\tau} = -\varepsilon\{\rho_H(\tau) - \rho_{qH}(\tau)\} .$$

Отсюда следует, что в пределе $\varepsilon \to 0$ неравновесный статистический оператор $\rho_H(\tau)$, с помощью которого выполняется усреднение в формуле (1), не зависит от τ и, как следствие, не зависит от n^μ.

Использованный выше метод исключения из правой части соотношения (30) членов, отвечающих свободной эволюции системы, в какой-то мере напоминает процедуру квадрирования уравнений, часто применяемую в релятивистской кинетической теории при описании ферми-систем [12]. В рассматриваемом подходе этот прием испльзуется независимо от статистики полей. Кроме того, здесь не возникает дополнительных уравнений, эквивалентных условию нахождения квазичастиц на массовой поверхности. В принципе, это открывает дополнительные возможности развиваемого формализма для кинетического описания систем, содержащих квазичастицы с распределенной массой (например, Δ-резонансы в возбужденной ядерной материи).

3 Релятивистские кинетические уравнения в адродинамике

В этом разделе будет рассмотрен достаточно широкий класс теорий, описывающих взаимодействие фермионной подсистемы, характеризуемой операторами $\psi(x)$ и $\bar{\psi}(x) = \psi^+(x)\gamma^0$, с системой бозонных полей (внешних и вторично-квантованных). Соответствующий гамильтониан взаимодействия адронов запишем в виде

$$H_{in} = \int d\sigma_\tau \; \mathcal{H}_{in}(x) \; , \tag{52}$$

$$\mathcal{H}_{in}(x) = \bar{\psi}(x) \; A(x) \; \psi(x) \; , \tag{53}$$

где оператор $A(x)$ является линейной комбинацией бозонных полей.

Важным частным случаем теории такого рода является адродинамика – квантовополевая теория ядерной материи при промежуточных энергиях. Для иллюстрации мы ограничимся случаем, когда барионная подсистема состоит только из нуклонов, вырожденных по изотопическому спину, а мезонная подсистема представлена совокупностью полей скалярных и векторных мезонов, так что [9]

$$A(x) = -g_S \; \phi(x) + g_V \; \omega^\mu(x) \; \gamma_\mu \; . \tag{54}$$

В релятивистской ядерной физике общепризнанным является мнение о существенной роли средних ядерных полей. В соответствии с этим включим

средние мезонные поля $\tilde{\phi}(x) =< \phi(x) >_\tau$ и $\tilde{\omega}^\mu(x) =< \omega^\mu(x) >_\tau$ в основной гамильтониан

$$\tilde{H}_{in}(\tau) = H_0(\tau) + \tilde{H}_{in}(\tau) \; , \tag{55}$$

где $\tilde{H}_{in}(\tau)$ соответствует замене

$$A(x) \to \tilde{A}(x) = -g_S \; \tilde{\phi}(x) + g_V \; \tilde{\omega}_\mu(x) \; \gamma^\mu \tag{56}$$

в гамильтониане (52), (53). Оставшееся взаимодействие

$$h_{in}(\tau) = H_{in}(\tau) - \tilde{H}_{in}(\tau) \tag{57}$$

обусловлено флуктуациями мезонных полей и учтывается по теории возмущения. Таким образом, имеем

$$h_{in} = \int d\sigma_\tau(x|n) \; \bar{\psi}(x) \; \mathcal{A}(x) \; \psi(x) \; , \tag{58}$$

где теперь $\mathcal{A}(x) = A(x) - \tilde{A}(x)$. Поскольку в этом случае $< h_{in}(\tau) >_\tau = 0$, то обощенные интегралы (46), (48), (50) и (51) обращаются в ноль. Оставшиеся два интеграла и составляют основу второго этапа вывода РКУ в модели Валечки. Дрейфовый интеграл (45) в приближении среднего поля приводит к РКУ власовского типа (подраздел 3.1), а ИС (49) - к системе РКУ типа Блоха для нуклонной и мезонной подсистем (подраздел 3.2). Наконец, в подразделе 3.3 будет дан вывод квантового релятивистского ИС типа Больцмана-Улинга-Уленбека.

Во всех этих случаях при вычислениях удобно пользоваться формулой

$$\int d\sigma_\tau(x|n) \; S_{\alpha\beta}(x'-x) \; F_\beta(x) = i u_\mu \gamma^\mu_{\alpha\beta} \; F_\beta(x'), \qquad x' \in \sigma_\tau(x|n) \; , \tag{59}$$

где $F_\beta(x)$ - произвольная функция полевых операторов, а $S_{\alpha\beta}(x)$ - перестановочная функция спинорного поля,

$$[\, \psi_\alpha(x), \; \bar{\psi}_\alpha(x') \,]_+ = -i S_{\alpha\beta}(x-x') \; .$$

Формула (59) является ковариантным обобщением известного соотношения для перестановочной функции $S_{\alpha\beta}(\vec{x}, 0) = i\gamma^0_{\alpha\beta} \; \delta(\vec{x})$, которое легко получить с помощью преобразования буста с 4-скоростью u^μ. Другой способ проверки формулы (59) дан в Приложении А.

3.1 Релятивистское кинетическое уравнение типа Власова

Дрейфовую часть РКУ, обусловленную сильными средними мезонными полями, можно найти с помощью обобщенного интеграла (45). Операторные источники Q и $Q^+ \to \bar{Q} = Q^+\gamma^0$ волновых уравнений (38) в приближении среднего поля (56) равны

$$Q = \{-2g_S\tilde{\phi}M_N + g_S^2\tilde{\phi}^2 - i\gamma_\mu(\partial_\mu M_N^\star) + \frac{g_V}{2}\sigma^{\mu\nu}\tilde{F}_{\mu\nu} + 2ig_V\tilde{\omega}^\mu\overleftarrow{\partial}_\mu - g_V^2\tilde{\omega}^2\}\,\psi\ ,$$

$$\bar{Q} = \bar{\psi}\{-2g_SM_N\tilde{\phi} + g_S^2\tilde{\phi}^2 + i\gamma_\mu(\partial_\mu M_N^\star) + \frac{g_V}{2}\sigma^{\mu\nu}\tilde{F}_{\mu\nu} - 2ig_V\partial_\mu\tilde{\omega}^\mu - g_V^2\tilde{\omega}^2\}\ ,$$

где $M_N^\star = M_N - g_S\tilde{\phi}$ – эффективная масса нуклона, $\sigma^{\mu\nu} = \frac{i}{2}(\gamma^\mu\gamma^\nu - \gamma^\nu\gamma^\mu)$. Предполагается, что выполняется условие поперечности векторного поля $\partial_\mu\omega^\mu = 0$. В дальнейшем при преобразованиях оператора R (41) полезно учесть, что

$$\tilde{\omega}^\mu(x_+)\,[\partial_\mu(x_+)\bar{\psi}_\beta(x_+)]\,\psi_\alpha(x_-) + \tilde{\omega}^\mu(x_-)\bar{\psi}_\beta(x_+)\partial_\mu(x_-)\psi_\alpha(x_-) \simeq$$

$$\simeq \tilde{\omega}^\mu(x)\partial_\mu(x)\,[\bar{\psi}_\beta(x_+)\psi_\alpha(x_-)] + y^\nu\,[\partial_\nu(x)\tilde{\omega}^\mu(x)]\,\partial_\mu(y)\,[\bar{\psi}_\beta(x_+)\psi_\alpha(x_-)]\ .$$

Здесь оставлены минимальные порядки градиентных разложений среднего векторного поля. Аналогичная аппроксимация вводится и при анализе остальных членов РКУ. Кроме того, несмотря на отсутствие калибровочной инвариантности в стандартной модели Валечки, удобно перейти от канонических импульсов к кинетическим [7]: $p \to P = p - g_V\tilde{\omega}^\mu$. Результатом является следующее квантовое РКУ типа Власова:

$$P\frac{\partial f}{\partial x} - g_SM_N^\star\frac{\partial\tilde{\phi}}{\partial x}\frac{\partial f}{\partial P} + g_VP^\mu\tilde{F}_{\mu\nu}\frac{\partial f}{\partial P_\nu} - \frac{g_S}{2}\frac{\partial\tilde{\phi}}{\partial x^\mu}\{\gamma^\mu, f\} - \frac{g_V}{4i}\tilde{F}_{\mu\nu}\,[\sigma^{\mu\nu}, f] = 0. \quad (60)$$

Это уравнение описывает достаточно медленные (в минимальном порядке градиентных разложений средних мезонных полей) дрейфовые кинетические процессы с учетом эффектов среднего поля второго порядка. В этом приближении оно учитывает все основные релятивистские эффекты, характерные для модели Валечки, включая спиновые эффекты. Аналогичное РКУ впервые было получено в работе авторов [11] в линейном по среднему полю приближении с заменой $M_N^\star \to M$ в уравнении (60). В этом приближении нетрудно установить эквивалентность РКУ (60) и соответствующего РКУ работы [11], если принять во внимание, что в представлении Вигнера

согласно формуле (32) импульсной переменной можно сопоставить дифференциальный оператор в координатном пространстве. С учетом квадратичных по средним мезонным полям эффектов уравнение типа (60) было получено в работе [17]. Отличие проявляется в структуре последнего слагаемого и в замене $P \to -P$, обусловленной различием в определениях функции Вигнера.

Разложение функции Вигнера по базису алгебры Клиффорда и пренебрежение всеми спиновыми эффектами приводит к простейшей квазиклассической версии РКУ (60) относительно скалярной части функции Вигнера (см. [11]).

3.2 Релятивистские кинетические уравнения типа Блоха

В этом разделе выводятся ИС второго порядка блоховского типа для стандартной модели Валечки с гамильтонианом взаимодействия (58). Вычисления основаны на обобщенных ИС (49) и (51), формуле (59) и термодинамической теореме Вика. В барионном секторе модели Валечки в минимальном порядке градиентных разложений в результате получим ИС, который в соответствии с уравнением (43) должен войти как дополнительный член в правую часть РКУ типа Власова (60)

$$\begin{aligned} I^{(B)}_{\alpha_1\alpha_2} = -\pi^4 \int dq\, dk\, \big(\, & \delta(p-q-k)\ u_\mu\gamma^\mu_{\alpha_2\alpha}\ \{\ f_{\alpha_1\delta}(x,p)\bar{f}_{\gamma\beta}(x,q)\times \\ & \times\,[(2\pi)^4\mathcal{P}_{\alpha\beta|\gamma\delta}(-k) + B_{\alpha\beta|\gamma\delta}(x,-k)] - \bar{f}_{\alpha_1\delta}(x,p)f_{\gamma\beta}(x,q) + B_{\alpha\beta|\gamma\delta}(x,-k)\ \} - \\ & -\delta(p-q+k)\ u_\mu\gamma^\mu_{\beta\alpha_1}\ \{\ f_{\alpha\delta}(x,q)\bar{f}_{\gamma\alpha_2}(x,p)\,[(2\pi)^4\mathcal{P}_{\alpha\beta|\gamma\delta}(-k) + \\ & + B_{\alpha\beta|\gamma\delta}(x,-k)] - \bar{f}_{\alpha\delta}(x,q)f_{\gamma\alpha_2}(x,p)\ B_{\alpha\beta|\gamma\delta}(x,-k)\ \}\,\big)\ , \end{aligned} \quad (61)$$

где введено следующее обозначение для релятивистского фактора подавления из-за принципа Паули:

$$\bar{f}_{\alpha\beta}(x,p) = i\ (2\pi)^4\ S_{\alpha\beta}(-p) - f_{\alpha\beta}(x,p)\ . \quad (62)$$

Матричная функция $\mathcal{P}_{\alpha\beta\ldots}(x,y)$ в ИС (61) составлена из перестановочных функций мезонных полевых операторов модели (54)

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_{\alpha_1\beta_1|\alpha\beta}(x,y) &= [A_{\alpha_1\beta_1}(x), A_{\alpha\beta}(y)] = \\ &= g_V^2\ \gamma^\mu_{\alpha_1\beta_1}\gamma^\nu_{\alpha\beta}\ D_{\mu\nu}(x-y) - ig_S^2\ \delta_{\alpha_1\beta_1}\delta_{\alpha\beta}\ D(x-y)\ , \end{aligned} \quad (63)$$

а $B_{\alpha\beta\ldots}(x,y)$ – совокупность соответствующих корреляционных функций мезонных операторов:

$$B_{\alpha_1\beta_1|\alpha\beta}(x,y) =< A_{\alpha_1\beta_1}(y)A_{\alpha\beta}(x) >_\tau =< \mathcal{A}_{\alpha_1\beta_1}(y)\mathcal{A}_{\alpha\beta}(x) >_\tau = \\ = g_V^2\ \gamma^\mu_{\alpha_1\beta_1}\gamma^\nu_{\alpha\beta} < \omega_\mu(y)\omega_\nu(x) >_\tau + g_S^2\ \delta_{\alpha_1\beta_1}\delta_{\alpha\beta}\ < \phi(y)\phi(x) >_\tau\ . \qquad (64)$$

Структура формул (63) и (64) допускает простое обобщение на другие типы мезонных полей, которыми может быть дополнена модель (54).

ИС (61) является аналогом известного в квантовой теории твердого тела электрон-фононного ИС Блоха (см., например, [2, 18]). В рассматриваемой модели ИС (61) описывает различные процессы перераспределения нуклонов по состояниям в результате эмиссии или поглощения мезона.

Входящий в ИС (61) фурье-образ $B_{\alpha\beta\ldots}(x,p)$ матричной функции (64) выражается через соответствующую линейную комбинацию ковариантных функций Вигнера мезонных полей, с помощью которых описывается неравновесное состояние мезонных подсистем. Простейшая аппроксимация основана на предположении, что времена релаксации мезонных подсистем пренебрежимо малы по сравнению со временем релаксации нуклонной подсистемы. В этом случае оправдана замена неравновесных мезонных подсистем совокупностью мезонных термостатов, температура которых определяется медленно эволюционирующей барионной подсистемой.

В более общем случае необходимо дополнить РКУ для нуклонной подсистемы с ИС (61) системой РКУ для мезонных подсистем. Для случая скалярных мезонов ИС блоховского типа был получен в работе [11].

3.3 Интеграл столкновений типа Больцмана-Улинга-Уленбека

В неравновесной системе, состоящей из взаимодействующих между собой по типу (53) ферми- и бозе-подсистем, совокупность РКУ типа Блоха является наиболее адекватной. Однако в некоторых случаях представляет интерес и оказывается возможным неполное кинетическое описание, основанное на рассмотрении эволюции только фермионной подсистемы. Одна из таких ситуаций, когда легкая бозонная подсистема заменяется равновесным термостатом, была упомянута в предыдущем разделе. Другой подход также заимствован из квантовой теории твердого тела и связан с перестройкой гамильтониана взаимодействия типа (52), (53) путем исключения из него промежуточного бозонного поля [18]. В адронной динамике эта процедура

также использовалась в ряде работ (например, [19, 20]) при выводе на динамической основе РКУ типа Больцмана-Улинга-Уленбека. Этот прием будет применен и ниже. Исключая в гамильтониане взаимодействия (52), (53) виртуальные мезонные поля с помощью уравнений движения, записанных в интегральной форме (уравнения типа Янга-Фелдмана), получим плотность гамильтониана эффективного взаимодействия в виде

$$\mathcal{H}_{in}(x) = \frac{1}{2} \int dx'\ \bar\psi_\alpha(x)\ \bar\psi_\beta(x')\ V_{\alpha\beta,\alpha'\beta'}(x-x')\ \psi_{\beta'}(x')\ \psi_{\alpha'}(x)\ , \qquad (65)$$

с матрицей взаимодействия

$$V_{\alpha\beta,\alpha'\beta'}(x-x') = g_V^2\ D^R_{\mu\nu}(x-x')\ \gamma^\mu_{\alpha\beta}\gamma^\nu_{\alpha'\beta'} - g_S^2\ D^R(x-x')\ \delta_{\alpha\beta}\delta_{\alpha'\beta'}\ , \qquad (66)$$

где $D^R(x)$ и $D^R_{\mu\nu}(x)$ – запаздывающие функции Грина свободных скалярного и векторного полей. Здесь предполагалось, что при выключении барионных источников мезонные поля отсутствуют.

Выполняя стандартный набор процедур второго этапа вывода РКУ (вычисление коммутаторов, использование термодинамической теоремы Вика, перегруппировка слагаемых), в минимальном порядке градиентных разложений на основе обобщенных ИС (49) и (51) приходим к следующему квантовому релятивистскому ИС типа Больцмана-Уллинга-Уленбека:

$$I^{(2)}_{\alpha\beta}(x,p) = -\int \prod_{i=1}^{4} dp_i\ w_{\alpha\beta;11',22',33',44'}(p|p_1,p_2,p_3,p_4)\times \\ \times\{\ f_{11'}(x,p_1)f_{22'}(x,p_2)\bar f_{33'}(x,p_3)\bar f_{44'}(x,p_4) - \\ - \bar f_{11'}(x,p_1)\bar f_{22'}(x,p_2)f_{33'}(x,p_3)f_{44'}(x,p_4)\ \} \qquad (67)$$

с матрицей переходов

$$w_{\alpha\beta;11',22',33',44'}(p|p_1,p_2,p_3,p_4) = \frac{1}{4}\ (2\pi)^8\ \delta(p_1+p_2-p_3-p_4)\ \delta(p+p_1)\times \\ \times\{\delta_{\alpha 1'}V'_{\beta 2',43}(p_1-p_4)\ [\tilde V_{4'3',21}(p_1-p_3) - \tilde V_{3'4',21}(p_1-p_4)\ ] + \\ + \delta_{\beta 1}V''_{3'4',\alpha 2}(p_1-p_3)\ [\tilde V_{1'2',34}(p_1-p_3) - \tilde V_{1'2',43}(p_1-p_4)\ ]\}\ . \qquad (68)$$

Здесь введены обозначения

$$V'_{\beta 1',22'}(p-p_1) = \hat\gamma_{\beta 1}\ V_{11',22'}(p_1-p) - i\int dw\ V_{11',22'}(p-p_1+uw)\ S_{\beta 1}(p+uw)\ ,$$

$$V''_{11',\alpha 2'}(p-p_1) = \hat{\gamma}_{2\alpha}\, V_{11',22'}(p-p_1) - i \int dw\; V_{11',22'}(p_1 - p + uw)\; S_{2\alpha}(p-uw)\ ,$$

$$\tilde{V}_{11',22'}(p) = \frac{1}{2}\,\{V_{11',22'}(p) + V_{1'1,2'2}(p)\}\ ,$$

$\hat{\gamma}_{\alpha\beta} = p_\mu \gamma^\mu_{\alpha\beta}/\sqrt{p^2}$ и $V_{...}(p)$ — фурье-образ эффективного потенциала (66). Релятивистский фактор подавления Паули $\bar{f}_{\alpha\beta}(x,p)$ был определен выше уравнением (62).

4 Обсуждение результатов

Выведенные выше квантовые релятивистские ИС типа Блоха (61) и типа Больцмана-Улинга-Уленбека (67) обладают рядом общих особенностей. Действительно, оба ИС получены в сходных предположениях (второй порядок теории возмущения по соответствующему параметру взаимодействия (5) и минимальный порядок градиентных разложений, что эквивалентно полному пренебрежению эффектами нелокальности). В рамках этих предположений ИС (61) и (67) точно учитывают все квантовые и релятивистские эффекты, характерные для модели Валечки с гамильтонианом взаимодействия (52)-(54): состояния с положительной и отрицательной энергией, мезонные и спиновые степени свободы, эффекты запаздывания и тождественности частиц, влияние сильных средних полей на процесс рассеяния (после замены $M_N \to M^\star_N$ и $p \to P$). Пренебрежение той или иной группой перечисленных эффектов приводит к различным упрощениям. Если оставить лишь релятивистские кинематические эффекты и не пренебрегать тождественностью частиц, то получим простейший релятивистский аналог ИС Больцмана-Улинга-Уленбека, который в нерелятивистском случае переходит в ИС Каданова-Бейма [6].

ИС (61) и (67) не содержат требования, чтобы квазичастица находилась на массовой поверхности, которое в принципе может быть дополнительно введено на этапе перехода от спинорного представления к спиновому [12]. Если не вводить таких условий, то открывается возможность включения в кинетическое описание квазичастичных состояний типа Δ-резонансов с распределенными значениями масс без использования искусственных феноменологических приемов (например, [21]).

Барионная функция Вигнера $f(x,p)$ включает в себя состояния как с положительной, так и с отрицательной энергиями. По этой причине ИС (61)

и (67) в компактной форме учитывают всевозможные прцессы перераспределения по состояниям нуклонов и антинуклонов.

Основное различие ИС (61) и (67) проявляется в различной роли мезонных полей: в ИС (67) они выполняют лишь роль посредников взаимодействия между фермионами, тогда как в ИС (61) и соответствующих ему мезонных ИС фермионные и бозонные поля выступают равноправным образом.

Настоящее исследование оказалось возможным отчасти благодаря гранту $N^{\underline{o}}$ $MP8300$ Международного научного фонда и Российского Правительства, а также поддержке Комитета по науке и высшей школе Российской Федерации, грант $N^{\underline{o}}$ $2-61-1-2$.

A Приложение

Чтобы проверить справедливость (59), примем во внимание соотношения между коммутационными функциями спинорных и скалярных полей

$$S_{\alpha\beta}(x) = (i\gamma^{\nu}_{\alpha\beta}\frac{\partial}{\partial x^{\nu}})\ D(x)$$

и следующее свойство функции Паули-Иордана, справедливое для любого пространственно-подобного вектора x^{μ} : $D(x) = -D(-x)$ и $D(0) = 0$. Отметим также связь скалярных и векторных элементов гиперплоскости $\sigma(x,u)$: $\sigma(x|u) = \sigma_{\alpha}(x|u)\ u^{\alpha}$. Тогда можно выполнить следующие преобразования (спинорные индексы легко восстанавливаются, $x \in \sigma(x|u)$):

$$\int d\sigma(x'|u)\ S(x-x')y(x') = \int d\sigma(x'|u)\ [(i\gamma^{\nu}\frac{\partial}{\partial x^{\nu}} + m)D(x-x')]\ y(x') =$$

$$= \int d\sigma(x'|u)\ [i\gamma^{\nu}\frac{\partial}{\partial x'^{\nu}}\ D(x'-x)]\ y(x') =$$

$$= \int d\sigma_{\mu}(x'|u)\ u^{\mu}\frac{\partial}{\partial x'^{\nu}}\ [i\gamma^{\nu}D(x'-x)\ y(x')] =$$

$$= \int d\sigma_{\nu}(x'|u)\ u^{\mu}\frac{\partial}{\partial x'^{\mu}}\ [i\gamma^{\nu}D(x'-x)\ y(x')] =$$

$$= \int d\sigma^{\mu}(x'|u)\ u_{\nu}\frac{\partial}{\partial x'^{\mu}}\ [i\gamma^{\nu}D(x'-x)\ y(x')] =$$

$$= \int d\sigma^{\mu}(x'|u)\ [\frac{\partial}{\partial x'^{\mu}}D(x'-x)]\ i\gamma^{\nu}u_{\nu}y(x') = i\gamma\ u\ y(x).$$

В частности, здесь использовано равенство [16]

$$\int d\sigma_{\mu}(x'|u)\ \frac{\partial F(x')}{\partial x'^{\nu}} = \int d\sigma_{\nu}(x'|u)\ \frac{\partial F(x')}{\partial x'^{\mu}}\ .$$

ЛИТЕРАТУРА

[1] Киржниц Д.А. УФН, 1978, **125**, 169.

[2] Зубарев Д.Н. *Неравновесная статистическая термодинамика*, "Наука", М., 1971.

[3] Mc Lennan K. *Introduction to Nonequilibrium Statistical Mechanics*, New Jersey, Prentica Hall, 1989.

[4] Смолянский С.А., Панферов А.Д. *Введение в релятивистскую статистическую гидродинамику нормальной жидкости*, Саратовский Университет, Саратов, 1988.

[5] Репке Г., Шульц Х., Гудима К.К., Тонеев В.Д. ЭЧАЯ, 1990, **21**, 364.

[6] Kadanoff L., Baym G. *Quantum Statistical Mechanics*, W.A. Benjamin INC, New York, 1962.

[7] Elze H.-Th., Gyulassy M., Vasak D., Heinz H., Stöcker H., Greiner W. Mod. Phys. Lett., 1987 **A2**, 451.

[8] Knoll J., Voskresensky D.N. Preprint GSI-95-15, Darmstadt, 1995.

[9] Serot B.D., Walecka J.D. Adv. Nucl. Phys., 1986 **16**, 1.

[10] Stöcker H., Greiner W. Phys. Rep., 1986, **137**, 277; Тонеев В.Д., Шульц Х., Гудима К., Репке Г. ЭЧАЯ, 1986 **17**, 1093; Bertsch G.F., Das Gupta S. Phys. Rep., 1988 **160**, 189; Cassing W., Metag V., Mosel U., Niita K. Phys. Rep., 1990, **188**, 363; Aichelin J. Phys. Rep., 1991 **202**, 233; Blättel B., Koch V. Mosel U. Rep. Progr. Phys., 1993 **56**, 1.

[11] Ерохин С.В., Прозоркевич А.В., Смолянский С.А., Тонеев В.Д. Теор. Мат. Физика, 1993, **95**, 74; Prozorkevich A.V., Smoliansky S.A., Toneev V.D. Preprint GSI-93-26, Darmstadt, 1993.

[12] De Groot C., van Leeuwen V., van Weert Ch.G. *Relativistic Kinetic Theory*, North Holland Publ. Comp., 1980.

[13] Прозоркевич А.Б., Смолянский С.А. Теор. Мат. Физика, 1976, **28**, 262.

[14] Покровский Л.А. ДАН СССР, 1968, **183**, 806; Зубарев Д.Н., Калашников В.П. Теор. Мат. Физика, 1970, **5**, 406.

[15] Боголюбов Н.Н., Боголюбов Н.Н.(мл.) *Введение в квантовую статистическую механику*, "Наука", М., 1984.

[16] Ахиезер А.И., Пелетминский С.В. *Методы статистической физики*, "Наука", М., 1977.

[17] Mrówcziński S., Heinz U. Ann. Phys. (N.Y.), 1994, **229**, 1.

[18] Ziman J.M. *Electrons and Photons*, Oxford Press, 1960.

[19] Cassing W., Mosel U. Prog. Part. Nucl. Phys., 1990, **25** 235.

[20] Wang Sh.-J., Li B.-A., Bauer W., Randrup J. Ann. Phys.(N.Y.), 1991, **209**, 251.

[21] Mrówczyńsky S. Ann. Phys. (N.Y.), 1986, **169**, 48.