

СЗ43а

Б-24

23/VII-73

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА



2686/2-73

P7 - 7165

В.С. Барашенков, Ф.Г. Жереги,

А.С. Ильинов, В.Д. Тонеев

ОБРАЗОВАНИЕ И РАСПАД КОМПАУНД-ЯДЕР
В РЕАКЦИЯХ С ТЯЖЕЛЫМИ ИОНАМИ

1973

ЛАБОРАТОРИЯ ЯДЕРНЫХ РЕАКЦИЙ

P7 - 7165

В.С. Баращенков, Ф.Г. Жереги,¹
А.С. Ильинов, В.Д. Тонеев²

ОБРАЗОВАНИЕ И РАСПАД КОМПАУНД-ЯДЕР
В РЕАКЦИЯХ С ТЯЖЕЛЫМИ ИОНАМИ

¹ Институт прикладной физики АН
Молдавской ССР, г. Кишинев.

² Лаборатория теоретической физики,
Объединенный институт ядерных исследований

Барашенков В.С., Жереги Ф.Г., Ильинов А.С., Тонеев В.Д. Р7 - 7165

Образование и распад компаунд-ядер в реакциях с тяжелыми ионами

Рассмотрена статистическая модель ядерных реакций с тяжелыми ионами, протекающих через образование и распад составного ядра. Обсуждается конкуренция процессов деления и испарения. Путем сравнения с экспериментом оценивается точность и выясняются границы применимости статистической модели.

Дальнейшее развитие статистической теории требует значительно более детального рассмотрения процесса слияния тяжелых ядер, учета зависимости барьеров деления и параметров плотности уровней от энергии возбуждения и других характеристик распадающегося ядра; необходимо также принимать во внимание вклад взаимодействий, происходящих без образования компаунд-ядра.

Препринт Объединенного института ядерных исследований.

Дубна, 1973

Barashenkov V.S., Gereghi F.G., Iljinov A.S., P7 - 7165
Toneev V.D.

Formation and Decay of Compound Nuclei in the Heavy Ion Induced Reactions

A statistical model of heavy ion nuclear reactions passing through the compound nucleus formation and decay are considered. Competition of the fission and evaporation processes is discussed. The accuracy is estimated and the boundaries of statistical model applicability are elucidated by comparing with experiment.

Further development of statistical theory demands more detailed consideration of the process of heavy ion fusion and taking account of the dependence of the fission barriers and the density level parameters on the excitation energy and other characteristics of decaying nucleus. It is necessary also to take into account the contributions of non-compound process.

Preprint. Joint Institute for Nuclear Research.

Dubna, 1973

I. ВВЕДЕНИЕ

Многочисленные экспериментальные исследования, выполненные с тяжелыми ионами, показали, что при энергиях выше кулоновского барьера столкновение иона с ядром-мишенью с большой вероятностью приводит к образованию единой сильно возбужденной системы – составного ядра – обладающей большим угловым моментом. Если массовое число такого составного ядра $A \leq 150$, то ядро теряет энергию возбуждения, как правило, путем последовательного "испарения" нескольких частиц, преимущественно нейтронов, и последующей эмиссии γ -квантов при небольших остаточных возбуждениях. Для тяжелых компаунд-ядер, при $A > 150$, появляется еще один процесс снятия возбуждения – деление, конкурирующее с процессом испарения. Роль деления становится все более существенной по мере роста заряда компаунд-ядра Z .

Конечно, указанные процессы не исчерпывают всего многообразия ядерных реакций, происходящих при столкновении иона с ядром-мишенью. Наряду с реакциями, реализующимися через стадию равновесного компаунд-ядра, происходят также реакции, при которых налетающий ион и ядро-мишень не теряют своей индивидуальности и взаимодействуют посредством электромагнитных сил или путем обмена одним или сразу целой группой нуклонов. Такие каналы реакции становятся очень важными при энергиях $T > 10-20$ Мэв/нуклон^{*)} и в случае столкновений очень тяжелых ядер (таких, например, как $U+Xe$), когда большая величина кулоновского и центробежного барьеров препятствует образованию единого составного ядра, и взаимодействия в значительной степени происходят при

^{*)} Здесь и везде далее T – кинетическая энергия налетающего иона в лабораторной системе координат, энергия относительного движения иона в системе центра масс ион + ядро мы будем обозначать через E , а кинетическую энергию вылетающей из компаунд-ядра частицы γ -го сорта в системе центра масс – через E_γ .

больших параметрах удара. В частности, в результате таких взаимодействий тяжелое ядро-мишень может испытать процесс деления (так называемое "прямое деление"); оценки показывают, что при $T > 10-20$ Мэв/нуклон сечение такого процесса должно быть довольно заметным (Ср. /1,2/).

Вместе с тем следует иметь в виду, что общепринятая простая картина, когда взаимодействия резко подразделяются на два типа - реакции, проходящие через стадию компаунд-ядра, и прямые периферические столкновения, - является весьма упрощенной и требует существенного уточнения. Как показали недавние эксперименты с очень тяжелыми ионами, неупругое взаимодействие иона с ядром во многих случаях происходит таким образом, что образуется система двух ядер, между которыми, по крайней мере, частично, устанавливается статистическое равновесие, но которые, тем не менее, не теряют при этом своей индивидуальности. Такая "составная система", очевидно, отличается от того, что принято называть "составным ядром"^{xx)}.

При переходе к энергиям $T \geq 30-50$ Мэв/нуклон существенную роль начинает играть механизм внутриядерных каскадов.

В данной статье мы ограничимся лишь реакциями, идущими через компаунд-ядро. Для описания таких реакций обычно используют статистические подходы, основанные на гипотезе об установлении термодинамического равновесия в составной системе. При этом в некоторых случаях эти подходы являются настолько усредненными, что фактически становятся эквивалентными определенным феноменологическим выражениям с параметрами, подбираемыми из сравнения с конкретным экспериментом. Примером может служить

^{xx)} Мы благодарны Г.Н.Флерову, В.В.Волкову, Ю.Ц.Оганесяну и В.Л.Михееву за подробное разъяснение этого вопроса и многочисленные обсуждения.

известная модель Джексона для вероятности испарения χ нейтронов /3/. Хотя основное допущение этой модели о том, что ядерная температура и другие характеристики ядра остаются постоянными, независимо от величины энергии возбуждения, трудно обосновать с точки зрения более точных моделей ядра, тем не менее, путем соответствующего подбора параметров результаты расчетов по формуле Джексона можно подогнать под эксперимент и использовать далее для предсказаний в тех точках, где измерения не выполнялись.

Как показывают детальные расчеты /56/, таким путем, как правило, удается достаточно хорошо воспроизвести форму и положение максимума функций возбуждения при испускании χ нейтронов. Что же касается абсолютной величины сечений χn -реакций, то наилучшее согласие (с точностью до фактора ≈ 2) имеет место для реакций с испусканием четырех и пяти нейтронов. Для меньших и больших значений χ согласие с опытом существенно ухудшается: сечения $3\pi n$ -реакций оказываются завышеными, а сечения с $\chi \geq 6$ - значительно заниженными по сравнению с экспериментом. При этом расхождение расчетных и измеренных величин увеличивается по мере возрастания массы налетающего иона. (Например, в реакции $^{160}_{\Lambda} + ^{238}_{\Lambda} U$ для $\chi = 3$ и $\chi = 8$ при $T \approx 5$ Мэв/нуклон это различие достигает двух порядков; подробнее см. работу /56/).

Нашей задачей сейчас является рассмотрение более детальной модели распада компаунд-ядра с тем, чтобы выяснить возможность теоретических предсказаний на основе достаточно общих ядерных характеристик. Это особенно важно, когда дело касается экспериментов по синтезу тяжелых трансуранных элементов, ядерные свойства которых, как правило, известны лишь весьма ориентировочно.

а недостаток экспериментальных данных о сечениях реакций существенно затрудняет использование полуфеноменологических аппроксимаций типа формулы Джексона. С другой стороны, обнаружение существенных расхождений теоретических результатов с опытом или очень сильная зависимость этих результатов от каких-либо параметров является важным указанием на необходимость усовершенствования теории в соответствующих пунктах.

В основу наших расчетов мы положим метод Монте-Карло, математическая природа которого наиболее естественным образом отражает стохастический аспект процессов распада компаунд-ядер и, что очень важно, позволяет, кроме того, избежать многих математических упрощений, использовавшихся в более ранних работах^{x)}. Последнее позволит быть уверенным в том, что расхождения с экспериментом – там, где они обнаружатся – действительно обусловлены самой моделью, а не являются следствием использованных при вычислениях приближений.

Хотя наше рассмотрение будет касаться компаунд-ядер, а не "составных систем", тем не менее не исключено, что в отношении средних характеристик свойства реакций с образованием таких "составных систем" будут иметь много общего с реакциями, протекающими через компаунд-ядро, подобно тому, как, например, известная в физике высоких энергий статистическая теория Ферми, вывод которой основан на грубо модельном предположении об образовании при столкновении двух частиц единой возбужденной системы, передает многие средние черты периферических реакций. Поведение статистических, фазовых факторов часто оказывается более важным, чем детальная структура матричного элемента.

^{x)} С основными идеями этого метода в применении к задачам ядерной физики можно познакомиться в монографии /4/.

Статистическое рассмотрение реакций образования и распада компаунд-ядер в случае столкновений ион + ядро значительно упрощается благодаря тому обстоятельству, что угловые моменты компаунд-ядер, как правило, очень велики, и для описания распада возбужденного составного ядра можно использовать квазиклассический предел, подобно тому, как это было сделано, например, в работах Эрикссона и Струтинского /5,6/.

Применение метода Монте-Карло позволяет достаточно точно учесть последовательное испускание нескольких частиц и происходящее при этом изменение свойств возбужденного ядра, т.е. каскадный характер испарительного процесса, а также конкуренцию с процессом деления на каждой стадии девозбуждения. Эта конкуренция становится весьма существенной для ядер с массовыми числами $A > 150$, однако во всех более ранних работах она рассматривалась весьма приближенно. В частности, серьезные возражения встречают использовавшиеся во многих работах предположения о величине отношения испарительной и делительной ширин Γ_n / Γ_d , его зависимости от энергии возбуждения E^* , от массовых и зарядовых чисел распадающихся ядер (см., например /7,8/).

Мы обсудим также влияние оболочечных эффектов на вероятность процесса деления, что очень важно, в частности, для проблемы синтеза трансурановых элементов.

В соответствии с нашей задачей мы рассмотрим сначала монте-карловскую модель испарения возбужденного ядра с большим угловым моментом и применим эту модель для расчета различных характеристик ядерной реакции. После этого мы обсудим весьма удобное для расчетов полуфеноменологическое описание барьеров деления B_d и вычисление на его основе отношения испарительной

и делительной шириной Γ_n/Γ_f . Это дает нам возможность далее рассмотреть общий случай распада возбужденного ядра путем конкурирующих между собой процессов деления и испарения. Сравнение расчетных величин с известными экспериментальными данными позволит оценить точность рассматриваемого статистического подхода и получить представление о границах его применимости.

Мы хотим еще раз подчеркнуть, что наше рассмотрение относится лишь к весьма усредненным характеристикам неупругих взаимодействий ионов с ядрами и его следует рассматривать как очень грубый, но необходимый этап исследований.

I. Оценка сечения образования составного ядра.

Анализ экспериментальных данных по сечениям взаимодействия тяжелых ионов с ядрами показывает, что в области энергий $T < 10$ Мэв/нуклон неупругие взаимодействия ионов с ядрами можно с достаточной точностью рассматривать в приближении "черного ядра с резкой границей" (см., например, /9-10/. Сечение образования составного ядра в этом случае

$$\sigma_c = \pi \lambda^2 \sum_{L=0}^{L_{\max}} (2L+1), \quad (I)$$

где $\lambda = \hbar / \sqrt{2M(E-V)}$ — длина деброильевской волны относительного движения (M — приведенная масса иона и ядра — мишени, $V = Z_1 Z_2 e^2 / R_{B3}$ — высота соответствующего кулоновского барьера, $R_{B3} \approx r_{B3} (A_1^{1/3} + A_2^{1/3})$ — эффективный радиус ядерного взаимодействия), а суммирование выполняется по всем угловым моментам L ядраплоть до $L_{\max} = R_{B3} / \lambda$, если $\lambda \geq R_{B3} / L_{kp}$, и $L_{\max} = L_{kp}$, если $\lambda < R_{B3} / L_{kp}$; L_{kp} — "критический" угловой момент, выше которого образование составного ядра становится невозможным вследствие кулоновских и центробежных эффектов /1,2,II,12/.

В работе /13/ значения L_{kp} оценивались на основе анализа экспериментальных данных. В частности, для фиксированных масс иона и ядра-мишени эти значения оказались практически не зависящими от энергии T. Однако данные работы /13/ можно рассматривать лишь как ориентировочные; величина L_{kp} в настоящее время фактически является одним из подгоночных параметров теории.

Если определить "критическую энергию" $E_{kp} = L_{kp}^2 / 2MR_{B3}$, то сечение (I) запишется в виде

$$\sigma_c = \begin{cases} \pi R_{B3}^2 (1 - V/E), & \text{если } E \leq E_{kp} \\ \pi L_{kp}^2 / 2ME, & \text{если } E > E_{kp}. \end{cases} \quad (2)$$

Возможен более точный подход к вычислению сечения σ_c , когда в формулу (I) вводится отличный от единицы коэффициент прохождения $\xi(E, L)$ через суммарный ядерный и кулоновский потенциал

$$V_L(\tau) = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{\tau} + \frac{\hbar^2 L(L+1)}{2M\tau^2} + V_0 \exp \frac{R_{B3} - \tau}{d},$$

где V_0 , R_{B3} , d — параметры, подбираемые из сравнения с экспериментальными сечениями σ_c и сечениями упругого рассеяния иона на ядре $\sigma(\theta)$. Если воспользоваться известным "приближением перевернутой параболы" /57/, то

$$\xi(E, L) = \left\{ 1 + \exp [2\pi(B-E)/\hbar\omega] \right\}^{-1},$$

где B — высота барьера $V_L(\tau)$ и $\omega = \sqrt{-Md^2V_L/d\tau^2}$ вычисляются в точке, где $dV_L/d\tau = 0$; E — энергия налетающего иона в системе центра масс.

Следует подчеркнуть, что как выражение (2), так и более точное выражение, использующее значение $\xi(E, L) \neq 1$, представляют собой всего лишь оценку, особенно в случае взаимодействия тяжелого иона с тяжелым ядром-мишенью, когда вероятность образования

компаунд-ядра в его общепринятом понимании становится, по-видимому, весьма незначительной. К сожалению, достаточно удовлетворительной теории для расчета сечений слияния, учитывающей "вязкость" ядерного вещества, эффекты деформации, влияние оболочечных поправок на форму потенциальной ямы и т.д., еще не разработано, а все известные до настоящего времени уточнения к формуле (2) имеют характер полуфеноменологических поправок с дополнительными параметрами и во многих случаях сравнимы по своей величине с другими неучтеными эффектами. Поэтому мы далее ограничимся простым выражением (2), тем более, что, как мы увидим ниже, точность предсказаний на основе рассматриваемой статистической модели становится весьма низкой значительно раньше, чем становится неприменимым выражение (2)^{x)}.

П. Вероятности различных каналов испускания частиц

Поскольку угловой момент составного ядра, образующегося в реакциях с ионами, очень велик, $L \sim R_{\text{вз}} / \lambda \gg 1$, то спинами испускаемых частиц, а также спином остаточного ядра можно пренебречь. Спинами частиц мы будем учитывать лишь в соответствующих статистических факторах $g = 2s + 1$, а с величинами углового момента \vec{L} и орбитального момента испущенной частицы \vec{l} будем оперировать как с обычными классическими векторами.

В соответствии с таким квазиклассическим подходом вероятность испускания компаунд-ядром Y -ой частицы в направлении

^{x)} В принципе, к расчету сечений слияния можно было бы подойти на основе предположения о том, что процесс слияния иона с ядром является в определенной степени обратным процессу деления ядра. В этом случае для расчетов можно использовать методы, сходные с теми, что разрабатывались Гейликманом, Струтинским, Никсоном и др. в применении к делению ядер /14-16/. Однако таких расчетов пока еще не выполнено.

$\vec{n} = \{\cos\theta, \varphi\}$ за единицу времени в системе центра масс /17/

$$P_Y(L, E_Y, \vec{n}) dE_Y d\Omega = \frac{m_Y g_Y dE_Y d\Omega}{2\pi^2 \hbar^2 \rho(E^*, L)} \int \chi^2 S(\vec{n}, \vec{l}) \xi(E_Y, l) \rho(E^*, L - \vec{l}) d\vec{l}. \quad (3)$$

Здесь E_Y, m_Y, g_Y – кинетическая энергия, масса и статистический фактор испущенной частицы, $E_k^* = E^* - E_Y - B_Y$ – энергия возбуждения остаточного ядра, B_Y – энергия связи частицы в исходном распадающемся ядре с энергией возбуждения E^X (для определения энергии можно воспользоваться работой Камерона /18/).

Индекс Y отмечает испускание $n, p, ^2H, ^3H, ^3He, ^4He$ и -квантов.

$\xi(E_Y, l)$ – коэффициент прохождения, для которого мы снова воспользуемся выражением, полученным в приближении черного ядра с резкой границей

$$\xi(E_Y, l) = \begin{cases} 0, & \text{если } l > l_m, \\ 1, & \text{если } l < l_m \equiv R_{\text{вз}} \sqrt{2\mu(E_Y - V_0) / \hbar}, \end{cases} \quad (4)$$

где μ – приведенная масса ядра и испущенной частицы,

V_0 – кулоновский барьер. Плотность уровней в распадающемся и остаточном ядрах ρ определим в приближении, когда ядро рассматривается как ротор с энергией вращения $E_{\text{rot}} = \hbar^2 L^2 / 2I$, где I – соответствующий момент инерции, и считается, что на испарение частиц может быть затрачена лишь энергия внутренних "тепловых" возбуждений $E^* - E_{\text{rot}}$. В этом случае

$$\rho(E^*, L) = \rho(E^* - E_{\text{rot}}, 0) = \\ = \text{Const} \exp \{2\sqrt{\alpha A(E^* - E_{\text{rot}})}\}, \quad (5)$$

где α – параметр плотности уровней, A – массовое число рассматриваемого ядра.

Что касается момента инерции I , то, вообще говоря, можно было бы воспользоваться значениями, полученными на основе каких-либо ядерных моделей, или использовать точки, определенные

из анализа эксперимента. Однако получаемые таким образом оценки величины I весьма неточны, очень плохо известна зависимость $I(E^*, L)$; поэтому в настоящее время представляется более оправданным рассматривать величину I как некоторый подгоночный параметр. Этот параметр должен не слишком отличаться от теоретических предсказаний и известных экспериментальных оценок, которые показывают, что при больших энергиях возбуждения I близко к своему "твердотельному" значению $I_0 = 0,4 m_N A R^2$, где m_N — масса нуклона, R — радиус ядра (см., например, работу /6/).

Полная вероятность распада компаунд-ядра в состоянии с угловым моментом L и испусканием частицы сорта ν

$$P_\nu(L) = \Gamma_\nu(L)/\hbar = \int P_\nu(L, E_\nu, R) dE_\nu d\Omega_\nu. \quad (6)$$

Для вычисления этой вероятности будем использовать метод Монте-Карло. Это требует прежде всего розыгрыша типа испускаемой частицы ν и значений соответствующих величин E_ν , R , ℓ_ν . Такой розыгрыш можно осуществить по известным плотностям условных вероятностей определяемых характеристик, которые получаются соответствующим интегрированием выражений (3) и (6).

Следует заметить, что представление угловых и энергетических распределений испущенной частицы в аналитическом виде также, требует интегрирования выражений (3), (6). В частности, Эриксон и Струтинский /5,6/ с помощью ряда упрощающих предположений получили угловое распределение для частиц с фиксированной энергией и орбитальным моментом ℓ , а Каммури удалось проинтегрировать эти результаты по энергии E /19/; к сожалению, сложность полученных таким образом выражений практически исключает возможность розыгрыша по ним характеристик процесса. В то же время метод Монте-Карло позволяет одновременно получить информацию сразу обо всех интересую-

щих нас характеристиках и поэтому, в отличие от работ /5,6,19/, извлечение сведений, например, об угловом распределении частиц не связано с определенным порядком интегрирования. Удачный выбор порядка интегрирования и системы координат, в которой оно выполняется, позволяет в этом случае получить довольно простые выражения для вероятностей величин ℓ/l и Ψ , не прибегая при этом к обычно используемому приближенному разложению плотности уровней (5).

Подставив далее выражения (4) и (5) в (6) и проинтегрировав по направлениям вектора $\vec{\ell}/\ell$, получим

$$\Gamma_\nu(L) = \text{Const} \int \exp \left\{ 2\sqrt{\alpha A [E_\nu^* - (L^2 + \ell^2) \hbar^2/2I + L\ell \cos \theta_\ell \hbar^2/I]} - 2\sqrt{\alpha A (E_\nu^* - L^2 \hbar^2/2I)} \right\} l dl dE_\nu d\Omega_\nu, \quad (7)$$

где θ_ℓ — угол между векторами \vec{L} и $\vec{\ell}$.

Как видно, $\Gamma_\nu(L)$ не зависит от азимутального угла вылета частицы. Интеграл по $\cos \theta_\ell$ также вычисляется весьма просто, особенно в системе координат с осью Z , направленной вдоль \vec{L} . Однако оказалось более эффективным рассматривать подинтегральную функцию в (7) как трехмерную плотность вероятности величин ℓ ,

E_ν , $\cos \theta_\ell$ и делать их одновременную "брековку", используя метод "существенной выборки" /20/. Область задания этих величин определяется максимальной энергией частицы, соответствующим значением орбитального момента с учетом связи типа (4) и требования, чтобы подкоренные выражения в показателе экспоненты в (7) оставались большими нуля.

*) Благодаря ортогональности \vec{L} и $\vec{\ell}$ это интегрирование очень просто выполнить в системе координат с осью Z , параллельной вектору \vec{L} .

Использование непосредственно выражения (7) для определения типа испускаемой частицы оказывается весьма трудоемким благодаря многократному интегрированию, которое невозможно выполнить в аналитическом виде без ряда грубых упрощений. Вместе с тем результаты таких расчетов, как правило, очень близки к тому, что получается на основе приближенного соотношения

$$\frac{\Gamma_1(L)}{\Gamma_2(L)} \approx \frac{m_1 g_1}{m_2 g_2} \frac{\langle \rho(E_{k_1}^* - L_{k_1}^2 \hbar^2 / 2I_1) \rangle}{\langle \rho(E_{k_2}^* - L_{k_2}^2 \hbar^2 / 2I_2) \rangle}, \quad (8)$$

где символом $\langle \dots \rangle$ отмечено усреднение по характеристикам соответствующей испущенной частицы /21/. Этим соотношением мы далее и будем пользоваться.

Кроме нейtronов, мы будем учитывать испарение протонов и легких одно- и двухзарядных ядер 2H , 3H , 3He , 4He .

Как уже отмечалось выше, переход возбужденного ядра в основное состояние, как правило, заканчивается эмиссией

γ -квантов. Парциальную ширину для этой эмиссии можно получить на основании принципа детального баланса:

$$\Gamma_\gamma(E^*, L) = \frac{1}{\pi^2} \frac{3}{(\hbar c)^2} \int_{E_{tot}^*}^{E^*} \sigma(E_\gamma) \frac{\rho(E^* - E_\gamma, L)}{\rho(E^*, L)} E_\gamma^2 dE_\gamma. \quad (9)$$

(Мы еще учили, что основной вклад дают дипольные переходы, причем $\rho(E_k^*, L) \approx \rho(E_k^*, L-1) \approx \rho(E_k^*, L+1)$.)

Тогда сечение поглощения γ -кванта с энергией E_γ , $\sigma_\gamma(E_\gamma)$, можно отождествить с экспериментально измеряемым сечением фотопоглощения в области гигантского резонанса, которое хорошо аппроксимируется функцией

$$\sigma(E_\gamma) = \sigma_0 \frac{\Gamma^2 E_\gamma^2}{(E_\gamma^2 - E_R^2)^2 + \Gamma^2 E_\gamma^2}, \quad (10)$$

где Γ — ширина гигантского резонанса, $E_R = 82A$ Мэв — положение его максимума. Параметр σ_0 можно определить с помощью правила сумм /22/

$$\int \sigma(E_\gamma) dE_\gamma = 0,06 \frac{(A-Z)^2}{A}.$$

Это дает $\sigma_0 = 0,06 \frac{(A-Z)^2}{A} \frac{2}{\pi \Gamma}$.

Зависимость отношения ширин $\Gamma_\gamma / (\Gamma_n + \Gamma_\gamma)$ от "тепловой" энергии возбуждения показана на рис. I. В качестве примера выбрано ядро ^{153}Dy . Как видно, значительное увеличение эмиссии γ -квантов происходит вблизи энергии связи нейтрона. С увеличением величины параметра плотности уровней этот эффект проявляется сильнее.

Соотношение (9) хотя и не учитывает тонкой структуры гигантского резонанса и вклад γ -переходов более высокой мультипольности, однако, определяет основную часть ширины $\Gamma_\gamma(E^*, L)$, а при большей детализации выражения $\rho(E^*, L)$ неплохо описывает даже радиационные ширины нейтронных резонансов /23/. Уость энергетической области, где существенна конкуренция γ -квантов (ср.рис. I), позволяет на практике при расчете многих характеристик пренебречь конкуренцией испускания γ -квантов, ограничившись простым условием: если для всех типов испускаемых частиц выполняется неравенство $E^* - B_\gamma - V_\gamma - E_{tot}^* < 0$, то оставшееся возбуждение ядра снимается путем испускания γ -квантов /24/.

Поскольку на опыте, как правило, образуются компаунд-ядра с различными угловыми моментами, то выражения (7), (9) следует еще усреднить по всем возможным значениям L . В рассматриваемом

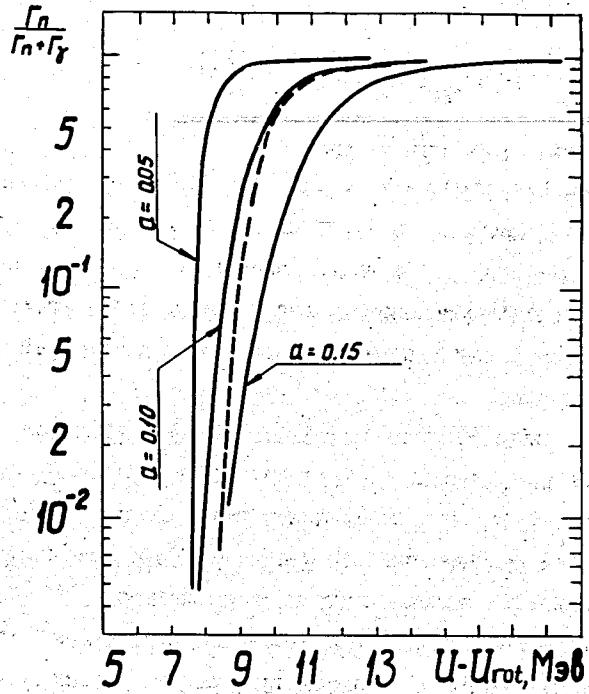


Рис. I. Относительная вероятность эмиссии нейтронов и γ -квантов. Сплошные кривые - расчет с использованием соотношения (9) для различных значений α , пунктир - результаты Говера и Гилата [30].

нами приближении ядра с резким краем это усреднение будет выполняться автоматически, если согласно (4) каждому разыгрываемому параметру соударения иона с ядром поставить в соответствие определенный угловой момент \vec{L} .

III. Схема расчетов испарительного каскада

Изложенной в предыдущих разделах физической картине распада компаунд-ядра соответствует следующий алгоритм расчета:

1. Разыгрывается параметр соударения тяжелого иона с ядром, вычисляется угловой момент составного ядра \vec{L} и его энергия возбуждения в системе центра масс сталкивающихся ядер.
2. Рассчитываются максимальные остаточные энергии $\epsilon_v = E^* - V - B_v - E_{\text{rot}}^*$, согласно (9), далее среди всех $\epsilon_v > 0$ разыгрывается тип испускаемой частицы.
3. В соответствии с плотностью вероятностей, задаваемой подинтегральной функцией (2), для определенного типа частицы v выполняется одновременная выборка значений E , \vec{l} и $\cos \theta_v$.
4. В системе координат с осью \vec{z} , параллельной моменту \vec{L} , разыгрывается азимутальный угол вектора \vec{l} .
5. В системе координат с осью \vec{z}_v , параллельной вектору \vec{l}_v , разыгрывается азимутальный угол вылетающей частицы.
6. Все найденные величины преобразуются в систему центра масс сталкивающихся ядер и вычисляются характеристики остаточного ядра $\vec{L}_k = \vec{L} - \vec{l}_v$, $E_k^* = E^* - V - B_v - E_v$.
7. Вся процедура, начиная с пункта 2, заново повторяется в применении к остаточному ядру. Процесс обрывается, если окажется, что $\epsilon_v \leq 0$ для всех частиц v . Предполагается, что оставшаяся энергия возбуждения уносится γ -квантами.

В наших расчетах, как правило, для каждого значения энергии налетающего иона разыгрывалось 400-1000 испарительных каскадов, что и определяет статистическую точность вычислений.

IV. Сравнение теоретических и экспериментальных данных для испарительного каскада.

Подгоночные параметры. Соотношения, описывающие ядерную реакцию, в которой образуется неделяющееся компаунд-ядро, зависят от пяти параметров. Два из них определяют сечение образования этого компаунд-ядра: параметр $\tau_{\text{вз}}$ и критический угловой момент $L_{\text{кр}}$; три других параметра определяют свойства самого компаунд-ядра: момент инерции этого ядра I , параметр плотности уровней q , параметр τ_0 , характеризующий радиус образовавшегося компаунд-ядра и влияющий, главным образом, на высоту кулоновского барьера для испускаемой частицы (см. выражение для E_k^* в формуле (3)). Из общих соображений следует, что параметры $\tau_{\text{вз}}$ и τ_0 должны быть близкими, но в общем случае не совпадающими по величине.

Следует подчеркнуть, что наличие сразу пяти подгоночных параметров в действительности вовсе не означает, что существует большой произвол в их выборе, поскольку мы должны согласовать с опытом не только различные функции возбуждения, но также ряд других характеристик и, прежде всего, множественность вторичных частиц, их угловые и энергетические распределения. Кроме того, используемые значения параметров не должны сильно отличаться от оценок, которые получаются на основе других подходов к анализу взаимодействий частиц и ядер с ядрами. Практически оказы-

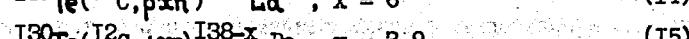
вается, что для подгоночных параметров можно использовать значения, расположенные где-то в интервале $\tau_0 \approx (1,1-1,5) \cdot 10^{-13}$ см; $I \approx (0,7-2) I_0$; $q \approx (0,05-0,1) \text{Мэв}^{-1}$, величина $L_{\text{кр}}$ близка к тому, что получено из сравнения с опытом в работе /13/, а значение $\tau_{\text{вз}} \approx (1,3-1,5) \cdot 10^{-13}$ см достаточно жестко фиксируется сравнением с полными сечениями неупругих взаимодействий ион + ядро^{x)}. Если пользоваться приближением ядра с резким краем, то $\tau_{\text{вз}} \approx 1,5 \cdot 10^{-13}$ см; при этом получается наилучшее согласие с опытом также для положения максимума в функциях возбуждения, которое зависит от $\tau_{\text{вз}}$ через максимальный угловой момент L_{max} .

Расчеты показали, что лучшее согласие с экспериментом в области неделяющихся ядер достигается, если выбрать значения параметров: $\tau_{\text{вз}} = 1,5 \cdot 10^{-13}$ см, $\tau_0 = 1,2 \cdot 10^{-13}$ см, $q = 0,1 \text{ Мэв}^{-1}$, $I = I_0$, а для $L_{\text{кр}}$ использовать значения, которые близки к тому, что следует из данных работы /13/. Такой набор параметров мы в дальнейшем будем называть "основным набором". Во всех случаях, когда это специально не оговорено, для параметров будут использоваться значения из "основного набора".

Функция возбуждения, т.е. выход отдельных изотопов в зависимости от энергии налетающего иона, является наиболее важной характеристикой неупругого взаимодействия иона с ядром. В то же время расчеты этих функций весьма чувствительны к параметрам модели, и в этом смысле функции возбуждения представляют собой значительно более тонкую характеристику взаимодействия, чем, например, средние угловые или энергетические распределения испущенных частиц (см. ниже).

^{x)} Уместно напомнить, что популярная среди экспериментаторов, но значительно более грубая модель Джексона /3/, предназначенная для описания лишь относительного поведения функций возбуждения в реакциях с испусканием одних только нейтронов, содержит два подгоночных параметра.

Для анализа функций возбуждения мы выберем следующие реакции /24/:



Эти реакции наиболее полно изучены экспериментально, а сопоставление измерений, выполненных различными авторами, позволяет получить представление о реальной точности имеющихся данных.

Кроме того, совместный анализ реакций (II), (I2), протекающих через составное ядро ^{156}Dy , дает возможность проследить влияние углового момента на функции возбуждения. Большое количество измеренных остаточных ядер является привлекательной чертой реакции $^{12}\text{C} + ^{130}\text{Te}$. Реакции (I4), (I5) представляют также примеры процессов с испусканием заряженных частиц.

Вместе с этим было проанализировано также большое число функций возбуждения для других экспериментально изучавшихся реакций, однако это дало мало новой информации.

Зависимость функций возбуждения от параметров модели иллюстрируется рис. 2. "Основной набор" параметров позволяет получить значения, довольно близкие к экспериментальным. Уменьшение радиуса τ_0 приводит к подавлению каналов с испусканием заряженных частиц, соответственно увеличивая сечения реакций с испусканием нейтронов σ_{xn} . Поскольку при этом изменяется и величина вращательной энергии $E_{rot}^* = \hbar^2 L^2 / 2I$, то сдвигается также

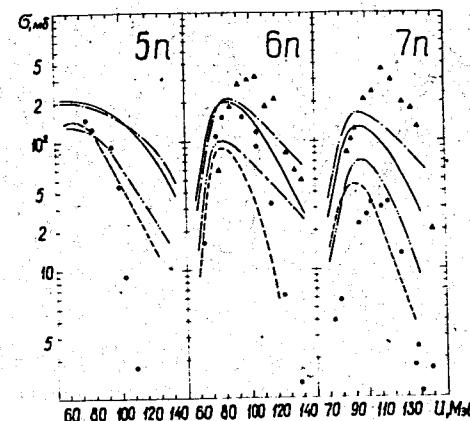


Рис. 2. Функции возбуждения для реакции $^{116}\text{Cd}(^{40}\text{Ar},x_n)$ $^{156-x}\text{Dy}$ при $x = 5, 6, 7$. Сплошные кривые - расчет для параметров $\alpha = 0,1 \text{ Мэв}^{-1}$, $\tau_0 = 1,2 \cdot 10^{-13} \text{ см}$, пунктирные кривые - для $\alpha = 0,05 \text{ Мэв}^{-1}$, $\tau_0 = 1,2 \cdot 10^{-13} \text{ см}$, точечные и штрих-пунктирные кривые - соответственно для наборов параметров $\alpha = 0,1 \text{ Мэв}^{-1}$, $\tau_0 = 1,1 \cdot 10^{-13} \text{ см}$ и $\alpha = 0,05 \text{ Мэв}^{-1}$, $\tau_0 = 1,1 \cdot 10^{-13} \text{ см}$. Во всех случаях $\tau_{k3} = 1,5 \cdot 10^{-13} \text{ см}$, $I = I_0$, $L_{kp} = L_{max}$. Указаны статистические погрешности расчета. Значками ● и ▲ нанесены экспериментальные данные из работ /25, 26/.

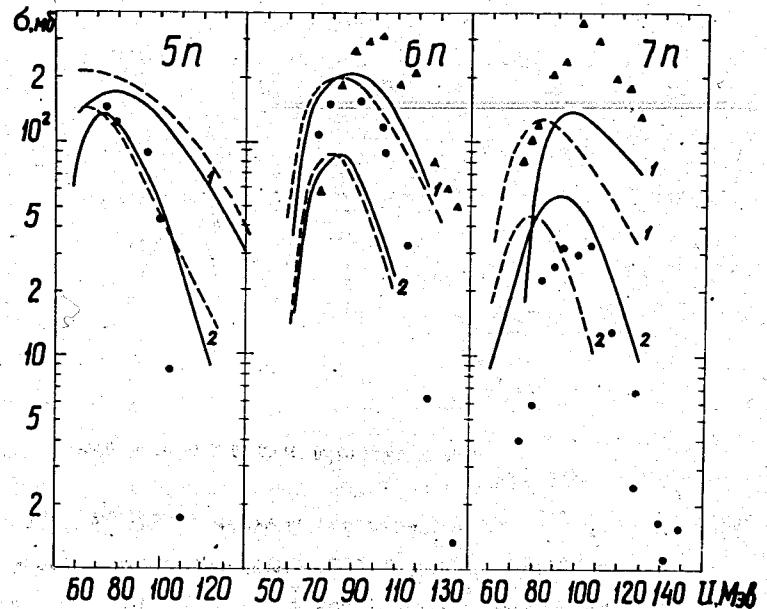


Рис. 3. Функции возбуждения для реакции $^{130}\text{Te} + (^{12}\text{C}, \text{d}, \text{xn}) ^{138-\text{x}}\text{Ba}$ при $\text{x} = 4, 5, 6$. Значками \blacktriangle нанесены экспериментальные данные из работы /27/. Все остальные обозначения те же, что и на рис. 2.

и максимум функции возбуждения. Противоположное влияние на сечения оказывает изменение параметра a : уменьшение этого параметра увеличивает эмиссию заряженных частиц и, следовательно, понижает сечения σ_{ex} , а в результате возрастания средней энергии \bar{E}_ν , уносимой испаряющейся частицей, максимум функции возбуждения сдвигается в сторону больших энергий. По сравнению с другими подгоночными параметрами неопределенность в выборе параметра плотности уровней наиболее сильно сказывается на функциях возбуждения.

Обращают на себя внимание расхождения экспериментальных данных различных авторов, особенно заметные для изотопов, образующихся после эмиссии заряженных частиц. Эти расхождения существенно затрудняют теоретический анализ эксперимента.

Значительно большие, чем на рис. 2, различия расчетных и экспериментальных величин имеют место для реакций с испусканием α -частиц (см. рис. 3). Однако здесь дают вклад прямые реакции, о чем свидетельствует и сама форма наблюдаемых на опыте функций возбуждения /27/.

Следует отметить, что точность, с которой определяется положение максимума расчетных функций возбуждения, зависит от того, насколько хорошо известны энергии связи частиц B_ν . Как уже говорилось выше, для вычисления B_ν мы используем формулы Камерона /18/. Наряду с этим для реакций (II), (I2) были выполнены расчеты с экспериментальными значениями B_ν , а там, где последние отсутствовали, — с использованием теоретических данных Майерса и Святецки /29, 30/. В случае реакций (II), (I2) это не изменило ни положения максимума функции возбуждения, ни ее абсолютной величины. Однако степень точности всех известных

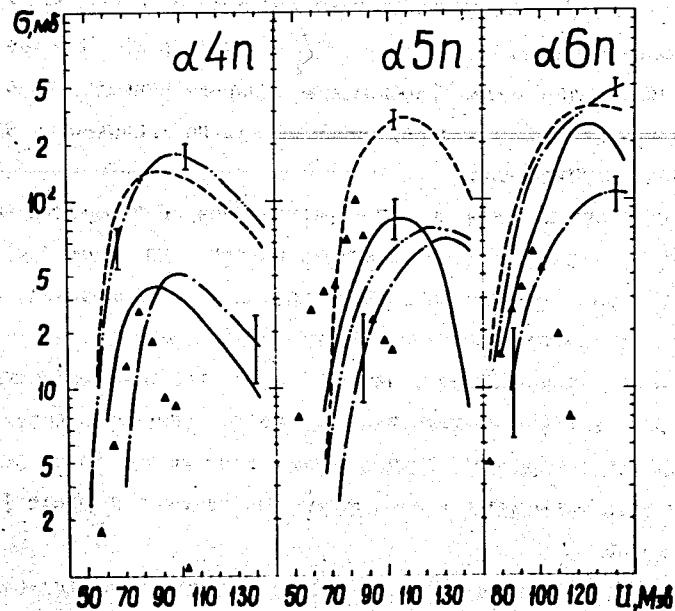


Рис. 4. Влияние конкуренции испускания γ -квантов на выход изотопов в реакции $^{116}\text{Cd}(^{40}\text{Ar}, x\pi)^{156-x}$. Сплошные кривые рассчитаны с учетом, а пунктирные – без учета эмиссии γ -квантов. Кривые 1 и 2 отличаются величиной параметра α (соответственно $\alpha = 0,1$ и $0,05 \text{ МэВ}^{-1}$). Во всех случаях $\tau_{\text{в}} = 1,5 \cdot 10^{-13} \text{ см}$, $\tau_0 = 1,2 \cdot 10^{-13} \text{ см}$, $I = I_0$, $L_{\text{кр}} = L_{\text{max}}$. Значками \bullet и Δ показаны экспериментальные точки из работ /25, 26/.

сейчас аппроксимаций E_y (в том числе и формул Камерона /18/) в различных областях таблицы Менделеева неодинакова, благодаря чему в отдельных случаях максимум функции возбуждения может сдвигаться на 5–10 Мэв в зависимости от того, какая массовая формула используется в расчете.

На положение максимума функции возбуждения влияет также неточность определения энергии, при которой обрывается испарительный каскад, или, другими словами, – энергии, уносимой γ -квантами.

Из рис. 4 видно, что учет этого эффекта сдвигает максимум в сторону больших энергий. Кроме того, при небольших "тепловых" возбуждениях, вблизи E_{tot}^* , когда разность $E^* - (E_y + V_y + E_{\text{tot}}^*)$ близка к нулю, в ядре может уже проявляться дискретная структура уровней, а это приведет к тому, что момент инерции I будет отличаться от его твердотельного значения /31/, соответственно изменится E_{tot}^* и, в конечном счете, сместится максимум функции возбуждения. Формальный учет этого обстоятельства путем варьирования величины

$I = K I_0$, где K – постоянная, не зависящая от энергии возбуждения E^* и углового момента ядра L , существенно не улучшает согласия расчета с опытом. Более точному количественному анализу влияния этих эффектов в настоящее время мешает неточность в определении положения максимума экспериментальных функций возбуждения.

Из сопоставления экспериментальных и теоретических данных не-трудно усмотреть, что последние при больших энергиях оказываются заметно завышенными и тем более, чем тяжелее налетающий ион. Это расхождение представляет особый интерес в связи с попытками, предпринимавшимися многими авторами, извлечь из наклона высокозенергетических ветвей функций возбуждения величину критического углового момента $L_{\text{кр}}$. Однако, из рис. 2 видно, что производная функция возбуждения по энергии весьма чувствительна к параметру τ_0 и, следовательно, к эмиссии заряженных частиц.

К тому же в высокозенергетическую часть функции возбуждения дает вклад и неравновесные процессы /33/, что еще более затрудняет интерпретацию полученных результатов. В конечном итоге путем сравнения расчетных и измеренных функций возбуждения можно получить лишь оценки величины L_{kp} .

Для того, чтобы выяснить, каким образом введение критического углового момента влияет на функции возбуждения, нами были проведены вычисления с различными значениями L_{kp} /24/. Из рис. 5-8 видно, что варьированием величины L_{kp} можно несколько улучшить согласие с опытом. При этом значение L_{kp} , данное наилучшее согласие с опытом, возрастает по мере того, как увеличивается масса налетающего иона. Этот вывод согласуется с предсказаниями модели Калинкина и Петкова /II, I2/, но противоречит работе /I3/.

Более определенный вывод о величине L_{kp} можно сделать из анализа поведения суммарных сечений $\sum_x \sigma_{xn}$ и $\sum_x (\sigma_{xn} + \sigma_{d,xn})$. В частности, из данных рис. 9 для реакции (I3) следует значение $L_{kp} \approx 30 \text{ h}$, что согласуется с предсказаниями работ /II, I2/.

Иножественность испаряющихся частиц \bar{N}_v , т.е. среднее число частиц сорта v , образующихся в расчете на одно неупругое взаимодействие, идущее через компаунд-ядро, является другой весьма показательной характеристикой процесса испарения. Статистическая теория предсказывает значения \bar{N}_v , весьма близкие к экспериментальным. Это видно, в частности, из таблицы I, где в качестве примера рассмотрено взаимодействие иона кислорода с никелевой мишенью.

Угловые распределения испаряющихся частиц, $W(\theta)$ показаны на рис. IO и II. В лабораторной системе координат эти распределения обладают сильной асимметрией, увеличивающейся с ростом массы налетающего иона, что объясняется увелличением переносной

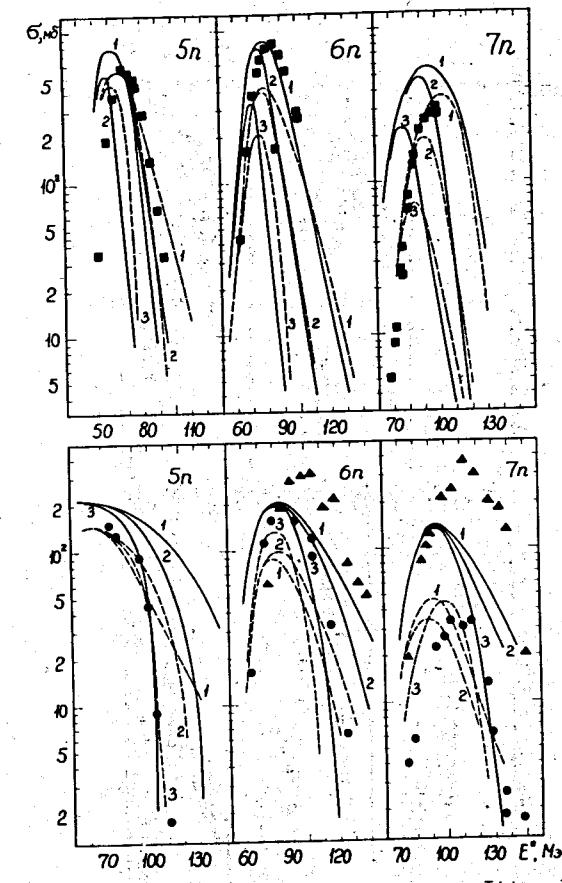


Рис. 5. Выход изотопов диспрозия в реакциях $^{144}\text{Nd}(^{12}\text{C}, xn)^{156-x}$ (три верхних рис.) и $^{116}\text{Cd}(^{40}\text{Ar}, xn)^{156-x}$ Φ_y (три нижних рис.). Сплошные и пунктирные кривые - расчет соответственно для $\alpha = 0, 1$ и $0,05 \text{ MeV}^{-1}$; кривые 1, 2, 3 на верхних рисунках рассчитаны соответственно для значения $L_{kp} = L_{\max}$ 50 h и 30 h, кривые 1, 2, 3 на нижних рисунках, для значений $L_{kp} = L_{\max}$, 90 h, 70 h. Во всех случаях $\tau_{B3} = 1,5 \cdot 10^{-13} \text{ см}$, $\tau_0 = 1,2 \cdot 10^{-13} \text{ см}$, $I = I_0$. Значками ■, ●, ▲ нанесены экспериментальные данные из работ /32, 25, 26/.

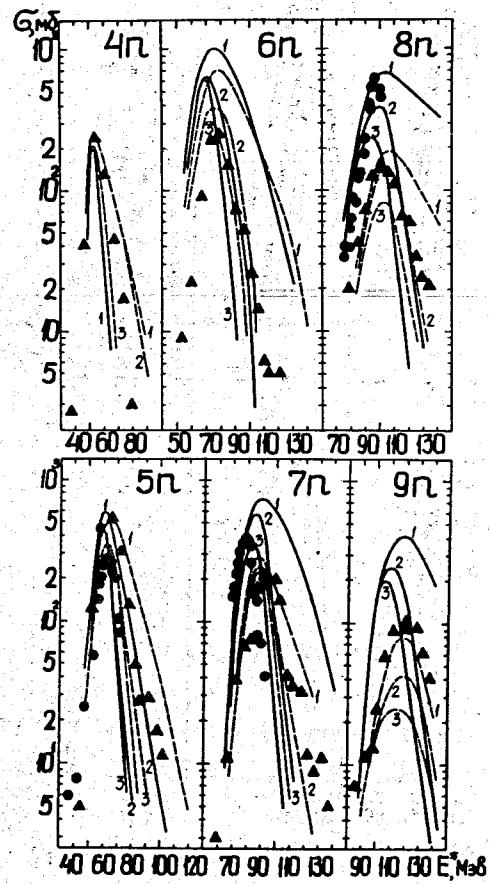


Рис. 6. Выход изотопов церия в реакции $^{130}\text{Te} (^{12}\text{C}, \alpha n) ^{142-x}\text{Ce}$. Кривые 1,2,3 рассчитаны соответственно для значений $L_{\text{кр}} = L_{\text{max}}$, 40h , 30h . Значками \bullet и \blacktriangle нанесены экспериментальные данные из работ /28,27/. Все остальные обозначения и значения параметров – те же, что и на рис. 5.

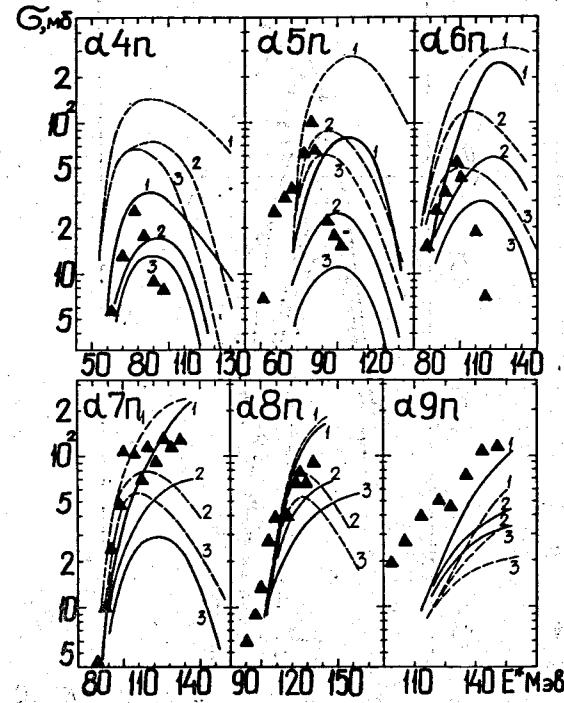


Рис. 7. Выход изотопов бария в реакции $^{130}\text{Te} (^{12}\text{C}, \alpha n) ^{138-x}\text{Ba}$. Все обозначения и значения параметров – как на рис. 6.

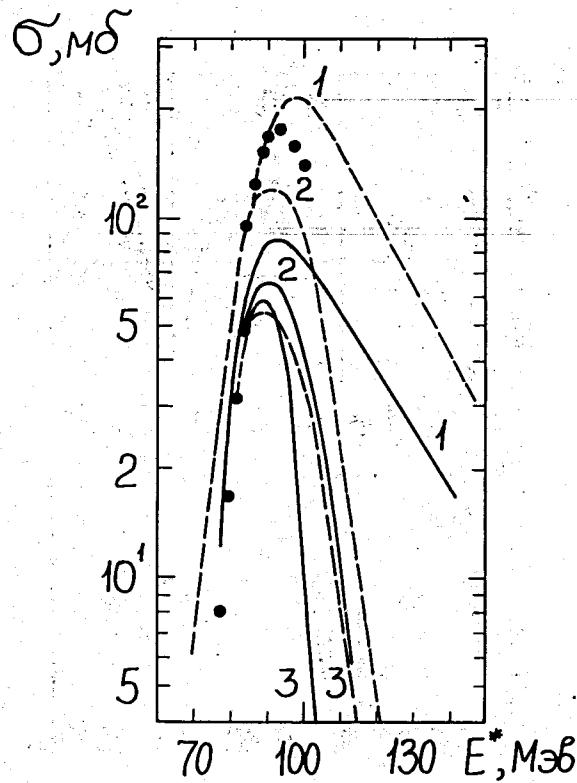


Рис.8. Функция возбуждения для реакции $^{130}\text{Te}(\text{${}^1\text{H}$}, \text{p}, 6\text{n})^{135}\text{La}$.
Все обозначения и значения параметров - как на рис.6.

30

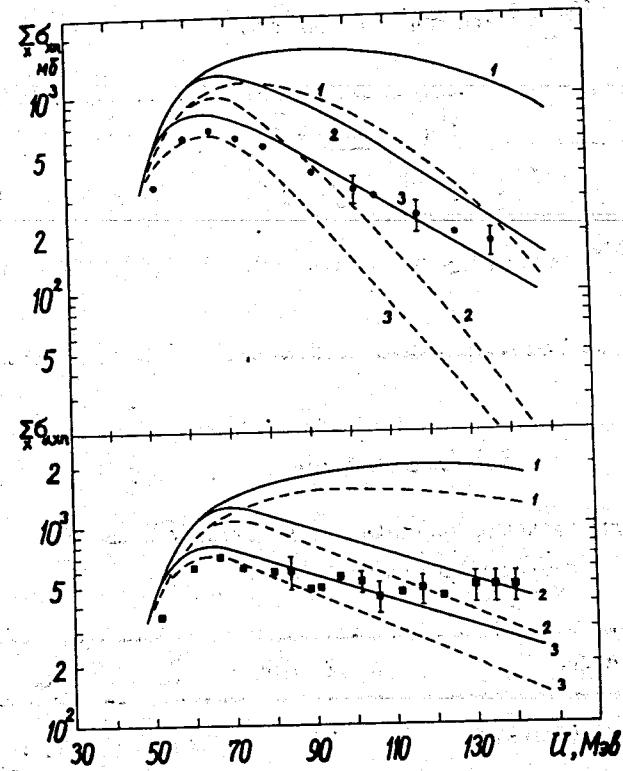


Рис. 9. Влияние величины "критического" углового момента $L_{\text{кр}}$ на суммарные сечения $\sum_x \sigma_{\text{хп}}$ (верхний рис.) и $\sum_x \sigma_{\text{хп}} + \sum_x \sigma_{\text{диф}}$ (нижний рис.) реакции $\text{${}^{12}\text{C}$} + ^{130}\text{Te}$. Экспериментальные точки из работы /27/. Все остальные обозначения и значения параметров - как на рис.6.

31

ТАБЛИЦА I

Множественность испарившихся частиц в реакции
 $^{16}_0 + ^{59}_{\text{Ni}}$ при $T = 160$ Мэв.

	\bar{n}_n	\bar{n}_p	\bar{n}_d	$\sum \bar{n}_v$
Расчет	$1,3 \pm 0,1$	$2,9 \pm 0,1$	$0,9 \pm 0,1$	$5,1 \pm 0,3$
Опыт /34/	$1,4 \pm 0,3$	$2,0 \pm 0,5$	$1,3 \pm 0,3$	$4,7 \pm 1,1$

ТАБЛИЦА II

Средние значения орбитального момента, уносимого
частицей (в единицах \hbar).

Реакция	T Мэв	\bar{l}_n	\bar{l}_p	\bar{l}_d
$^{40}\text{Ar} + ^{64}\text{Cu}$ (расчет)	200	$1,6 \pm 0,2$	$1,9 \pm 0,2$	$4,9 \pm 0,5$
$^{40}\text{Ar} + ^{116}\text{Cd}$ (расчет)	230	$1,6 \pm 0,2$	$1,6 \pm 0,2$	$4,4 \pm 0,4$
$^{16}_0 + ^{59}_{\text{Ni}}$ (расчет)	160	$1,6 \pm 0,2$	$1,7 \pm 0,2$	$4,5 \pm 0,4$
$^{16}_0 + ^{59}_{\text{Ni}}$ (опыт /34/)	160	2	2	4

скорости составного ядра. Анизотропия угловых распределений, наблюдаемая в системе центра масс, связана с большим угловым моментом составного ядра и представляет собой одну из наиболее характерных особенностей неупругих взаимодействий тяжелых ионов с ядрами.

Из рис. IO и II видно, что для "основного набора" параметров расчетные распределения $W(\theta)$ неплохо согласуются с опытом. Увеличение момента инерции I уменьшает вращательную энергию ядра и, соответственно, приводит к уменьшению анизотропии углового распределения. Эффективно такое же действие оказывает уменьшение параметра плотности уровней a . На рис. IO также показано, как изменяется угловое распределение в зависимости от типа испускаемой частицы. В частности, большая анизотропия углов вылета α -частиц обусловлена их большей массой и, следовательно, большей величиной уносимого ими углового момента ℓ (см. ниже табл. II).

Энергетические спектры частиц из неупругих взаимодействий ионов с ядрами $W(E_v)$, рассчитанные в рамках статистического подхода, близки к экспериментальным как по своей форме (см. рис. 12), так и по положению максимума распределения, причем учет углового момента заметно смещает максимум в сторону меньших энергий. Для заряженных частиц некоторое расхождение с опытом проявляется в области кулоновского барьера $E_v \approx V_0$. Это, по-видимому, обусловлено резким обрезанием коэффициента прохождения $\gamma(E_v, \ell)$ на границе ядра.

Уменьшение параметра a вдвое приводит к значительно более жесткому энергетическому распределению испущенных частиц, что объясняется увеличением эффективной температуры процесса; изменение других параметров слабо влияет на форму спектра $W(E_v)$.

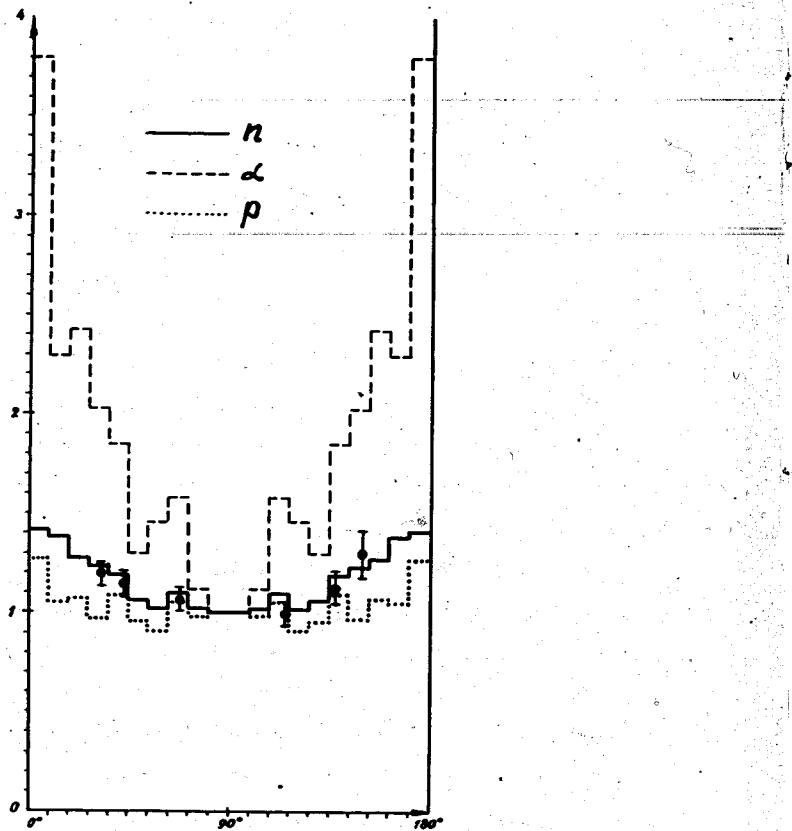


Рис. 10. Угловые распределения нейтронов, протонов и α -частиц, образованных в реакции $^{40}\text{Ar} + ^{64}\text{Cu}$ при $T = 200$ Мэв. Система центра масс. Расчет выполнен для "основного набора" параметров. Экспериментальные точки для нейтронов взяты из работы /35/.

34

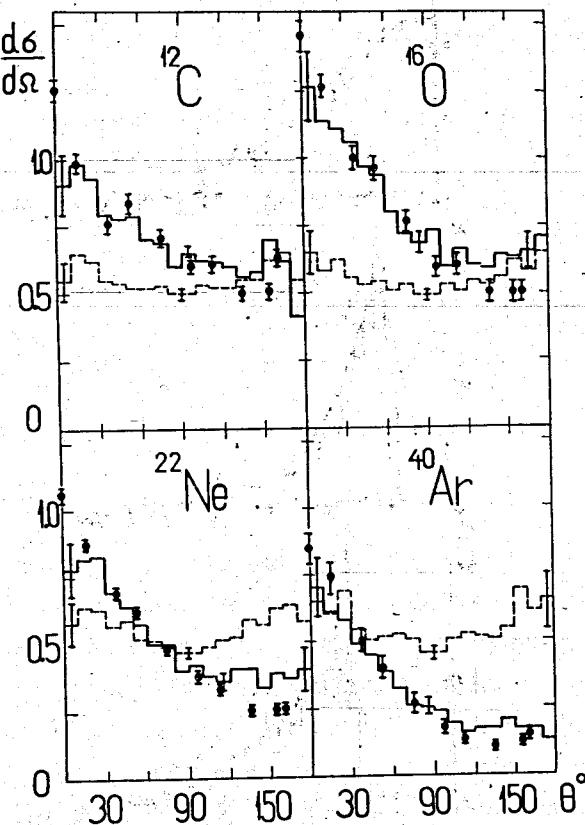


Рис. II. Угловые распределения нейтронов, образующихся при облучении молибденовой мишени ионами ^{12}C , ^{16}O , ^{22}Ne , ^{40}Ar с энергией, равной соответственно 81, 135, 175 и 245 Мэв (в относительных единицах). Гистограммы – расчет с "основным набором" параметров, сплошная гистограмма – для лабораторной системы координат, пунктирная – для системы центра масс. Экспериментальные точки /36/ относятся к лабораторной системе координат.

35

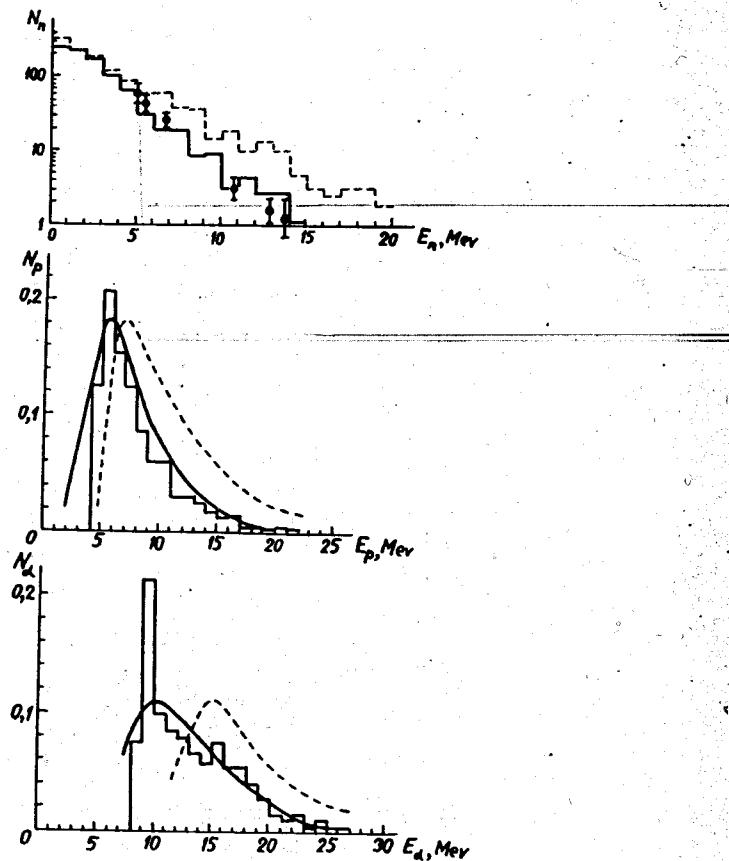


Рис. 12. Энергетические распределения (в относительных единицах) нейтронов, образованных в реакции $^{40}\text{Ar} + ^{64}\text{Cu}$ ($T = 200\text{МэВ}$), а также протонов и α -частиц, испущенных при взаимодействии $^{16}\text{O} + ^{59}\text{Ni}$ ($T = 160\text{ МэВ}$). Сплошная гистограмма – расчет для основного набора параметров; пунктирная гистограмма – расчет с параметром плотности уровней $a = 0,05\text{ МэВ}^{-1}$. Пунктирной кривой показаны результаты расчета, выполненного без учета влияния углового момента /37/. Точки и сплошная кривая – экспериментальные данные из работ /35, 34/.

Орбитальные моменты испущенных частиц слабо зависят как от массового и зарядового чисел сталкивающихся ядер, так и от величины кинетической энергии иона T . Влияние параметров модели на распределение $W(l)$ также сравнительно невелико, сильнее всего оно проявляется в случае эмиссии α -частиц.

Типичный пример распределения испаряющихся частиц по величине их углового момента показан на рис. 13. В таблице II приведены значения среднего углового момента частиц различных сортов $\langle l \rangle$. Экспериментальные и теоретические значения весьма близки друг к другу.

x x
 x

Таким образом, сравнение расчетных и известных сейчас экспериментальных данных показывает, что изложенный выше статистический метод расчета распада неделившихся компаунд-ядер позволяет достаточно хорошо воспроизвести данные опыта. В частности, при использовании "основного набора" параметров сечения выхода изотопов могут быть оценены с точностью до фактора $K = (2-3)$, а положение максимума функции возбуждения – с точностью до $\Delta E^* \approx 5-10\text{ МэВ}$. Для того, чтобы построить более детальную теорию, требуется прежде всего более точные экспериментальные данные по функциям возбуждения.

Перейдем теперь к рассмотрению распада тяжелых компаунд-ядер, где процесс испарения конкурирует с делением.

У. БАРЬЕРЫ ДЕЛЕНИЯ

В то время как статистическая теория испарения рассматривалась многими авторами (правда, в большинстве случаев на основе весьма приближенной формулы Джексона), до самого последнего

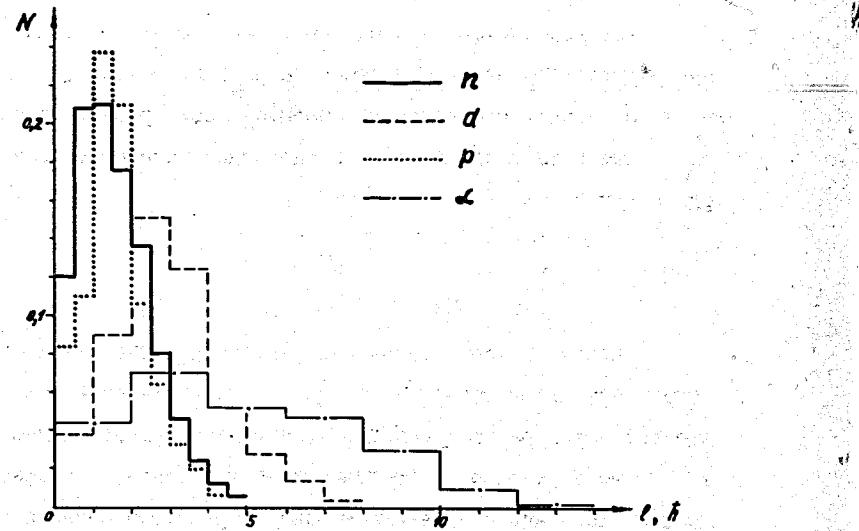


Рис. 13. Распределение частиц, испускаемых в реакции $^{40}\text{Ar} + ^{64}\text{Cu}$ при $T = 200$ Мэв по величине их орбитального момента ℓ .
Расчет выполнен для "основного" набора параметров.

времени не было выполнено фактически ни одного достаточно подробного и систематического расчета, учитывающего деление возбужденных компаунд-ядер. Как правило, рассмотрение конкуренции процессов испарения и деления основывалось на приближенном подборе параметров, описывавших какую-то одну весьма ограниченную группу экспериментальных данных. Понятно, что результаты такого рассмотрения имеют лишь ориентировочное значение; тем более, что они очень чувствительны к параметрам модели. Использование при монте-карловском розыгрыше вероятностей деления и испарения различных феноменологических описаний отношения ширин Γ_n / Γ_i (см., например, работы /7, 8, 38/) также имеет весьма ограниченное значение, поскольку может быть приближенно обосновано лишь для небольших групп ядер и узких областей энергии /4/.

Расчеты показывают, что вероятность деления возбужденных ядер особенно чувствительна к величине барьера деления, определяемого как разность масс ядра в седловой точке и в основном состоянии:

$$B_f(A, Z) = M_{sp}(A, Z) - M(A, Z). \quad (16)$$

К сожалению, экспериментальные данные по барьерам деления сейчас известны только для сравнительно небольшого числа изотопов и в ряде случаев содержат значительные ошибки. Поэтому прежде чем приступить к какому-либо более или менее систематическому расчету распада тяжелых компаунд-ядер, необходимо иметь согласующийся с экспериментом способ расчета барьеров B_f .

В настоящее время известно несколько подходов к расчету барьеров деления (см., например, работы /15, 16/, где указана подробная библиография), однако эти подходы, как правило, слишком сложны, чтобы их можно было выполнить в ходе монте-карловского расчета конкурирующих процессов деления и испарения. Кроме того,

барьеры деления, явившись малой разностью двух больших величин, весьма чувствительны к погрешностям этих величин, поэтому использование теоретических значений масс сопряжено с дополнительными неточностями в значениях B_f , и для согласования с опытом приходится вводить дополнительные подгоночные параметры. Для расчетов ядерных реакций представляется более удобным непосредственно использовать экспериментальные значения барьеров деления, выделив из них феноменологическую "нерегулярную часть", зависящую от оболочечных поправок, остаточных взаимодействий и других эффектов ядерной структуры, и аппроксимировав оставшуюся "гладкую часть" простой аналитической зависимостью /40-41/.

Нерегулярную часть барьера мы разделим на два члена: поправку к массе основного состояния $\Delta(A, Z)$ и поправку к массе ядра в седловой точке $\delta(A, Z)$. Поправку Δ определим как разность между экспериментальным значением массы, аппроксимируемым феноменологической формулой Камерона /18/, и величиной $M(A, Z)$, рассчитанной по модели жидкого ядра. Что касается поправки на оболочечные эффекты в седловой точке, то эти эффекты хотя и обуславливают структуру зависимости массы ядра M_{sp} от параметра деформации, однако в сильно деформированном возбужденном ядре их влияние на "максимальное значение" M_{sp} , определяющее величину B_f , не столь существенно, как в основном состоянии. Поэтому можно ожидать, что поправка $\delta(A, Z)$ сводится, в основном, к феноменологическому учету нечетно-четных эффектов (эффектов спаривания и т.д.) и, как правило, значительно меньше поправки $\Delta(A, Z)$.

Если в первом приближении поправкой δ пренебречь, то значения $B_f^0 = B_f^{exp}(A, Z) + \Delta(A, Z)$, соответствующие "гладкой

части" барьера деления^{x)} и рассматриваемые в зависимости от параметра Z^2/A , имеют заметно меньший разброс, чем исходные экспериментальные точки B_f^{exp} , и их легче аппроксимировать простой аналитической зависимостью (см. рис. 14). При этом следует иметь в виду, что при переходе от тория к бериллию барьеры B_f , определенные по экспериментальным значениям периодов полураспада $t_{1/2}$ и из измерения ширин Γ_n/Γ_f , значительно уменьшаются по своей величине, в то время как величина барьеров деления, найденных непосредственно в опытах по измерению энергетической зависимости сечений деления, оказывается почти постоянной (рис. 14). Это связано с тем, что в тяжелых ядрах барьер деления имеет сложную двугорбую структуру и простое феноменологическое его описание с помощью всего лишь одной величины – эффективной высоты барьера деления B_f является весьма приближенным; для различных явлений определяющими могут быть различные детали структуры барьера, благодаря чему величина B_f может также изменяться^{xx)}.

Для тяжелых делящихся ядер наша аппроксимация, таким образом, дает некоторые "средне-эффективные" значения барьеров. Насколько удовлетворительным является такой подход, покажет сравнение расчетных значений Γ_n/Γ_f с опытом.

x) Отметим, что поправка Δ входит здесь со знаком плюс, поскольку она относится ко второму члену в формуле (16).

xx) Последнее обстоятельство не так заметно, если высоту барьера рассматривать как функцию отношения Z^2/A , однако сразу же обращает на себя внимание, если рассмотреть зависимость B_f от A и Z . (ср. рис. 14 и 19).

Мы благодарны Д.П. Гангрскому за подробное разъяснение вопросов, связанных с различными способами измерения барьеров деления.

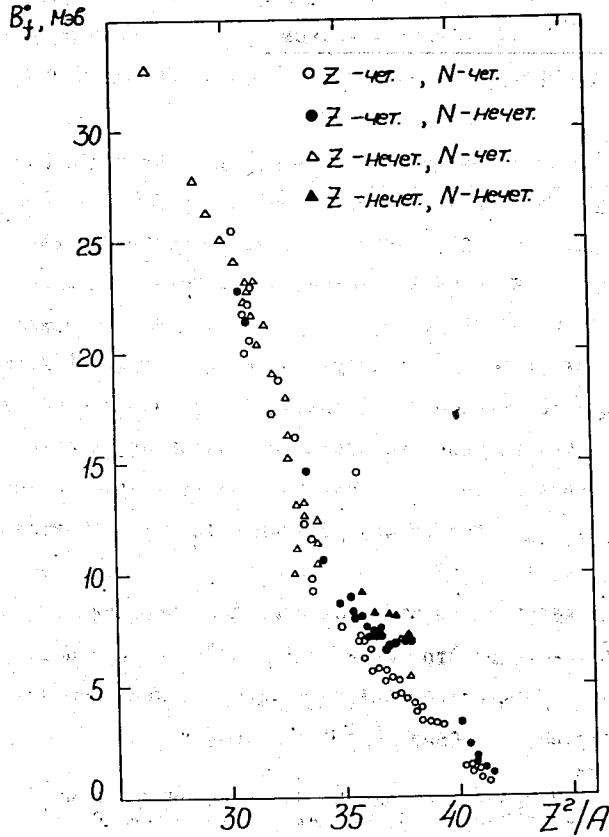


Рис. 14. Зависимость величин $B_f^0 = B_f^{\text{exp}} + \Delta$ от параметра Z^2/A .

VI. ОТНОШЕНИЯ Γ_n/Γ_f И НЕЧЕТНО-ЧЕТНЫЕ ЭФФЕКТЫ.

С помощью полученного описанным выше способом выражения для барьеров деления $B_f(A, Z) = B_f^0(Z^2/A) - \Delta(A, Z)$ теперь можно вычислить величину

$$\frac{\Gamma_n}{\Gamma_f} = \frac{4m_n}{\pi\hbar^2} \int_0^{E^*-B'_n-E_{n,\text{tot}}^*} \epsilon \sigma_n(E^*, \epsilon) \rho_n(E^*-B'_n-\epsilon, L) d\epsilon / \int_0^{E^*-B'_f-E_{f,\text{tot}}^*} \rho_f(E^*-B'_f-\epsilon, L) d\epsilon =$$

$$= 4a_n m_n R^2 \hbar^2 (a_n A_f / a_n A_n) [1 + (\alpha_f - 1) \exp(\alpha_f)]^{-1} \times$$

$$\times \{ (E^*-B'_n-E_{n,\text{tot}}^* + \beta_n) [1 + (\alpha_n - 1) \exp(\alpha_n)] -$$

$$- (4a_n A_n)^{-1} [6 + (\alpha_n^3 - 3\alpha_n^2 + 6\alpha_n - 6) \exp(\alpha_n)] \}. \quad (I7)$$

Здесь

$$\sigma_n = \pi R_n^2 a_n (1 + \beta_n / \epsilon)$$

- сечение обратной реакции, значения величин a_n и β_n при этом можно взять те же, что и в известных работах Достровского и др. /37, 42/ (при $R = 1,3 \cdot A^{1/3} \cdot 10^{-13}$ см); $\alpha_i = 2\sqrt{a_i A_i (E^* - E_{i,\text{tot}}^* - B'_i)}$, $B'_i \equiv B_i + \theta_i$ - эффективный барьер деления и энергия связи нейтрона.

$$\theta_i = \begin{cases} 2\theta_i^0 & \text{для четных } A-Z \text{ и } Z \\ \theta_i^0 & \text{если } A \text{ нечетное} \\ 0 & \text{для нечетных } A-Z \text{ и } Z \end{cases}$$

- поправка на четно-нечетные эффекты в плотности уровней (поправка θ_n относится к ядру, оставшемуся после вылета ней-

трана). В соответствии с экспериментальными данными мы считали, что $\beta_f \approx 1$ Мэв, $\beta_n \approx 12 A^{-1/2}$ Мэв. Для определения величины $B(A, Z)$ можно снова воспользоваться формулами Камерона /18/.

Плотность уровней ядра $\rho_1(E^*, L)$ определяется выражением (5), где E_{rot}^* - вращательная энергия ядра после испарения из него нейтрона, E_{rot}^* - вращательная энергия делящегося ядра в седловой точке (с соответствующими значениями моментов инерции Γ_n и Γ_f)^x.

Следует иметь в виду, что при вычислениях по методу Монте-Карло отношение Γ_n/Γ_f автоматически оказывается усредненным по моментам L (см. § III).

Так же как и в разделе IV, мы будем сейчас считать, что параметр плотности уровней (в данном случае a_n и a_f) - постоянная, не зависящая ни от энергии возбуждения, ни от массового и зарядового чисел распадавшегося ядра, хотя это, конечно, - всего лишь первое приближение. (Частично зависимость структуры уровней от A и Z учитывается введением поправок δ_1 ; о чувствительности расчетов к конкретному выбору величины параметров a_n и a_f см. ниже).

Расчеты показывают, что теоретические значения Γ_n/Γ_f довольно близки к экспериментальным, однако, в отличие от последних, теоретические значения для четных и нечетных изотопов оказываются сдвинутыми относительно друг друга. Варьированием величины постоянных δ_n и δ_f эти сдвиги можно было бы устранить, однако согласие с опытом при этом ухудшается (см. рис. 15,

^x) Мы сейчас не рассматриваем эффект изменения барьера деления вследствие деформации вращающегося ядра.

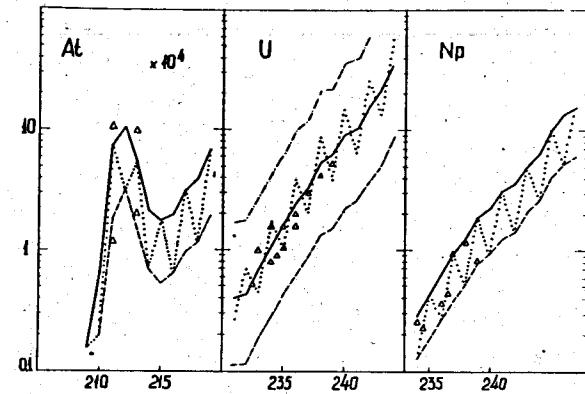


Рис. 15. Влияние феноменологической поправки $\delta(A, Z)$ на величину отношения Γ_n/Γ_f для изотопов астатина, урана и нептуния. Сплошная, точечная и пунктирная кривые - расчет соответственно для случаев ($\delta \neq 0, \delta_n \neq 0, \delta_i \neq 0$), ($\delta = 0, \delta_n \neq 0, \delta_i \neq 0$), ($\delta = 0, \delta_n \neq 0, \delta_i = 0$). Для урана штрих-пунктирной кривой дополнительно нанесены результаты вычислений для случая ($\delta = 0, \delta_n = 0, \delta_i = 0$). Численные значения различных от нуля параметров δ , δ_n и δ_i указаны в тексте.

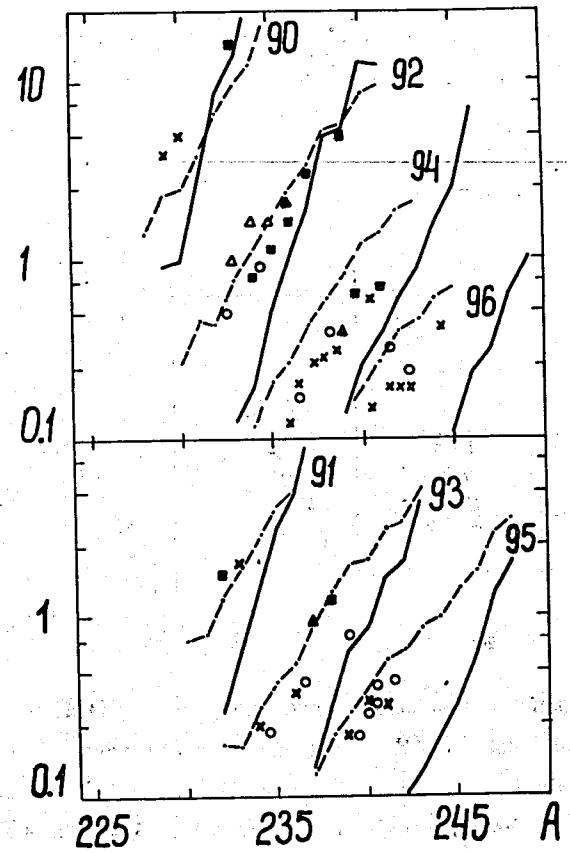


Рис. 16. Зависимость величины Γ_n/Γ_γ от массового числа распадающегося ядра. Пунктирные и сплошные кривые соединяют расчетные значения соответственно для $E^* = 20$ и 10 Мэв. $a_\gamma = a_n = 1/15$ Мэв $^{-1}$. Указаны заряды ядер Z . Экспериментальные точки взяты из работы /45/: значки \blacksquare и \triangle относятся к данным опытов с поглощением нейтронов и γ -квантов соответственно при $E^* = 3$ и $8\text{--}12$ Мэв; значками \circ и \times нанесены средние $\langle \Gamma_n/\Gamma_\gamma \rangle$, полученные по функциям возбуждения для $E^* = 13$ и $18\text{--}23$ Мэв.

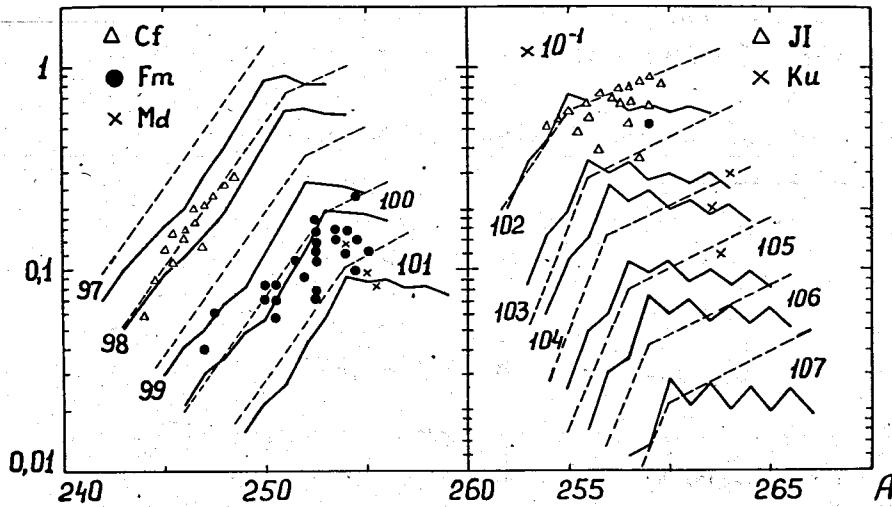


Рис. 17. Зависимость отношения Γ_n/Γ_γ от массового числа A в случае тяжелых трансуранных и трансфермевых ядер. Указаны заряды ядер Z . Сплошные кривые соединяют результаты расчетов при $E^* = 16$ Мэв, пунктир — феноменологическая зависимость Сиокланда (6).

$a_\gamma = a_n = 1/15$ Мэв $^{-1}$. Экспериментальные точки, полученные из анализа функций возбуждения, взяты из работ /7, 45/. Заштрихованным кружком указано единственное известное сейчас экспериментальное значение для элемента с $Z = 103$ /48/.

где это иллюстрируется на примере ядер астатина, урана и нептуния; там же видна чувствительность расчетов к величине постоянных B_n и B_f / 39, 41/.

Для того, чтобы улучшить согласие с опытом, учтем теперь поправку $\delta(A, Z)$, определив ее из условия, чтобы разность $B_f^0 \equiv B_f^{\text{exp}}(A, Z) + \Delta(A, Z) - \delta(A, Z)$ оставалась достаточно гладкой функцией параметра Z^2/A , а отношения Γ_n/Γ_f для четных и нечетных изотопов укладывались бы на одну кривую. Таким образом мы нашли, что

$$\begin{aligned} S(A, Z) = & \begin{cases} -0,5 \text{ Мэв, если } Z \text{ четное} \\ 0, \quad \text{если } Z \text{ нечетное} \end{cases} \\ & + \begin{cases} 0, \text{ если } N = A - Z \text{ четное} \\ + 1 \text{ Мэв, если } N \text{ нечетное} \end{cases} \quad (18) \end{aligned}$$

Из рис. 15 и рис. 16, 17, где приведены отношения Γ_n/Γ_f для более тяжелых ядер — вплоть до ядра с $Z = 107$, видно, что при указанном выборе поправки δ небольшой сдвиг значений для четных и нечетных изотопов остается заметным лишь для очень тяжелых трансфермийевых ядер^{x)}. Во всей остальной области зависимость Γ_n/Γ_f от массового числа является плавной, если не считать окрестностей магических чисел $A - Z = 126$ (см. рис. 15) и $A - Z = 152$ (см. рис. 17), где имеются резкие изломы, которые, однако, хорошо передают поведение известных экспериментальных данных.

^{x)} Эти расхождения можно устраниТЬ, введя в $S(A, Z)$ дополнительную зависимость от A (например, степенную), однако нам сейчас не ясно, насколько гладкой является зависимость самих экспериментальных значений Γ_n/Γ_f от очень больших массовых чисел.

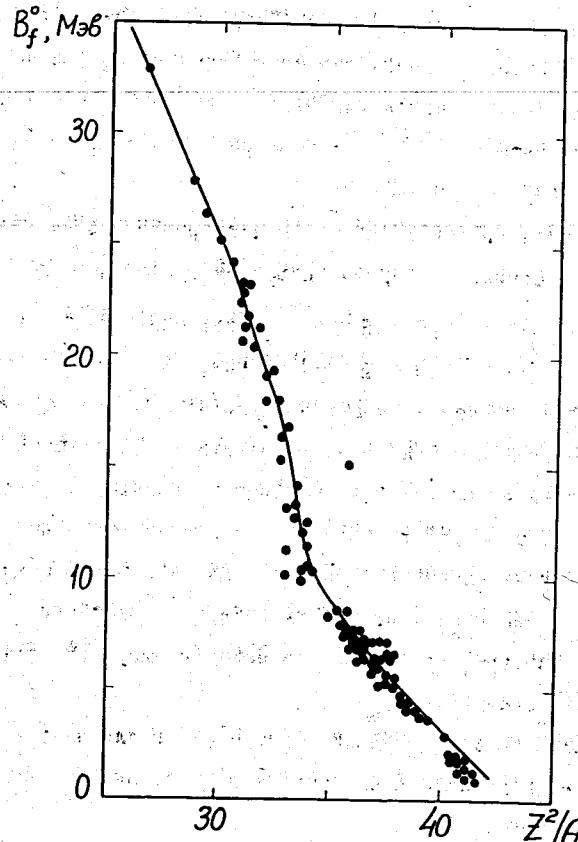


Рис. 18. Зависимость величин $B_f^0 = B_f^{\text{exp}} + \Delta - S$ от параметра Z^2/A .

Кривая — аппроксимация (19).

Как и ожидалось, величина $\delta(A, Z)$ в широком диапазоне значений A и Z зависит лишь от нечетно-четных эффектов. При этом следует отметить, что численное значение $\delta(A, Z)$ существенно зависит от выбранной аппроксимации B_f ; в частности, если нечетно-четные эффекты учитывать с помощью часто используемой поправки Святецки /43/, то согласие с опытом для Γ_n/Γ_t оказывается значительно худшим.

Оставшаяся "регулярная" часть экспериментальных барьеров деления B_f^0 (см. рис. 18) хорошо аппроксимируется функцией

$$B_f^0 = 12,5 + \begin{cases} +4,7(33,5 - Z^2/A)^{3/4} \text{ МэВ, если } Z^2/A < 33,5 \\ -2,7(33,5 - Z^2/A)^{2/3} \text{ МэВ, если } Z^2/A > 33,5. \end{cases} \quad (19)$$

Соответствующие значения барьеров $B_f(A, Z) = B_f^0(Z^2/A) - \Delta(A, Z) + \delta(A, Z)$ близки к экспериментальным даже в области тяжелых трансфермийевых ядер. Это видно из рис. 19 и из таблицы III, в которой дано сопоставление с опытом барьеров деления, рассчитанных различными методами. В частности, наша аппроксимация дает значения более близкие к эксперименту, чем расчет по методу Майерса и Святецки. При этом зависимость барьеров от A и Z в области ядер $T_{\text{R}} - T_{\text{M}}$ оказывается довольно слабой.

Обращает на себя внимание, что барьеры для ядер с четными Z , в общем, несколько лучше согласуются с опытом, чем для ядер с нечетными Z ^{x)}.

В выражении (19) в качестве аргумента использовано отношение Z^2/A , однако для ядер, удаленных от линии β -стабильности, более оправданным является использование переменной

x) При вычислении $\Delta(A, Z)$ мы использовали феноменологическую формулу Камерона из работы /18/. Однако результаты мало изменяются, если воспользоваться формулой из более поздней работы Камерона /44/: некоторое различие имеет место лишь в области нейтронизбыточных ядер.

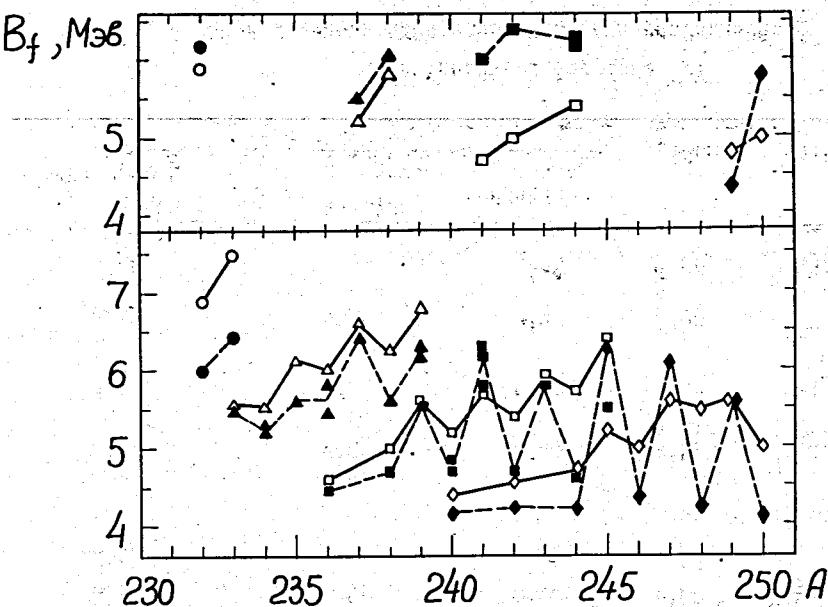


Рис. 19. Барьеры деления: а) верхний рис. - для изотопов протактиния (○), нептуния (Δ), америция (□) и берклия (◊); б) нижний рис. - для изотопов тория (○), урана (Δ), плутония (□) и кюрия (◊). Заштрихованными значками нанесены соответствующие экспериментальные значения.

Обращают на себя внимание более низкие значения барьеров деления для четно-четных ядер, которые были получены из анализа угловой анизотропии осколков деления. В этом случае из экспериментальных данных извлекаются сведения о внешнем барьеере, а не о максимальном значении двугорбого барьера деления.

ТАБЛИЦА III.

Теоретические и экспериментальные значения порогов деления
для изотопов различных ядер

Изотоп	Опыт ^{x)}	Расчет		
		Наша аппроксим.	Майерс и Святешки /29, 30/	Модель /жидкой капли/ /29, 30/
I ⁴⁹ Eu ₆₃	32,5	32,1	37,9	40,4
I ¹⁵⁷ Hf ₆₇	26,5	26,6	32,0	34,7
I ¹⁷⁵ Ta ₇₃	25,1	24,3	24,9	27,6
I ¹⁸⁶ Os ₇₆	24,2	23,2	23,2	24,3
I ¹⁸⁷ Rh ₇₆	22,5			
	22,5	23,8	23,5	24,6
I ¹⁸⁸ Os ₇₆	23,7	24,0	24,0	23,9
I ¹⁸⁵ Hf ₇₇	20,4	20,1	19,4	21,6
I ¹⁸⁹ Ta ₇₇	21,7	22,1	21,8	22,9
I ¹⁹¹ Ta ₇₇	22,8	22,9	23,2	23,5
I ¹⁹⁴ Hg ₈₀	19,6	18,4	18,3	17,6
I ¹⁹⁸ Hg ₈₀	21,8	20,4	22,2	18,8
I ²¹⁰ Po ₈₄	20,4	20,2	21,0	13,8
	18,6			
I ²¹¹ Po ₈₄	21,5	20,3	20,0	14,0
I ²¹² Po ₈₄	18,6	19,8	19,1	14,2
I ²¹³ At ₈₅	15,8	15,4	16,2	12,7
	16,8			
I ²²⁷ Ra ₈₈	8,30	8,60	6,69	10,5
I ²³³ U ₉₂	5,49	5,65	4,29	6,65
I ²³⁴ U ₉₂	5,20	5,54	4,24	6,76

	1	2	3	4	5
I ²³⁵ U ₉₂		5,30			
I ²³⁶ U ₉₂		5,75	6,14	4,25	6,86
I ²³⁷ U ₉₂		5,80	5,96	4,14	6,96
I ²³⁸ U ₉₂		5,44			
I ²³⁹ U ₉₂		6,40	6,59	4,42	7,05
I ²³⁷ Np ₉₃		5,60			
I ²³⁸ Np ₉₃		6,15	6,79	4,16	7,24
I ²⁴¹ Am ₉₅		6,29			
I ²⁴² Am ₉₅		5,49	5,18	3,79	6,12
I ²⁴³ Am ₉₅		6,04	5,79	3,98	6,21
I ²⁴⁴ Am ₉₅		6,00	4,67	3,18	4,81
I ²⁴⁵ Am ₉₅		6,40	5,18	3,25	4,89
I ²⁴⁶ Cm ₉₆		6,21	5,37	3,00	5,04
I ²⁴⁷ Cm ₉₆		4,15	4,35	2,74	4,00
I ²⁴⁸ Cm ₉₆		4,25	5,56	2,84	4,16
I ²⁴⁹ Cm ₉₆		4,35	5,00	2,74	4,54
I ²⁵⁰ Cm ₉₆		4,10	4,96	3,01	4,73
I ²⁴⁶ Cf ₉₈		3,85	4,18	2,43	3,16
I ²⁴⁸ Cf ₉₈		3,85	4,48	2,47	3,29
I ²⁵⁰ Cf ₉₈		3,95	4,78	2,42	3,15
I ²⁵² Cf ₉₈		3,65	4,39	1,93	3,54
I ²⁵¹ Pt ₁₀₂		2,69	3,85	0,38	1,54
I ²⁵² Pt ₁₀₂		2,77	3,60	0,37	1,59
I ²⁵³ Pt ₁₀₂		2,94	4,20	1,07	1,63
I ²⁵⁴ Pt ₁₀₂		2,92	3,88	1,72	1,68
I ²⁵⁵ Pt ₁₀₂		2,95	4,08	2,19	1,72
I ²⁵⁶ Pt ₁₀₂		2,76	3,45	0,55	1,77

1	2	3	4	5
^{257}Fr	102	2,86	3,64	0,58
^{259}Fr	102	3,16	3,25	0,65

x) Барьеры для колиотия вычислены по формуле $B_f = 0,125 \times [21,5 + \log t_{1/2} \text{сек}]$ изв для периодов полураспада $t_{1/2}$, взятых из обзора /54/. Для других ядер мы воспользовались сводкой значений B_f из работы /55/.

$$x = \frac{Z^2/A}{c[1-d(\frac{N-Z}{A})^2]}, \quad (20)$$

где $N = A - Z$, $c \approx 50,9$, $d \approx 1,78$.

УП. ЗАВИСИМОСТЬ ВЕЛИЧИНЫ Γ_n/Γ_f ОТ ЭНЕРГИИ ВОЗБУЖДЕНИЯ.

На рис. 20 и 21 более детально показано, как отношение ширин Γ_n/Γ_f зависит от энергии возбуждения ядра E^* .

В соответствии с экспериментом эта зависимость является очень сильной для ядер с $Z < 90$. Для согласования с опытом здесь необходимо выбрать значение $a_n \approx 1/8$ и допустить, что параметр плотности уровней для делящегося ядра a_f несколько больше, чем a_n . (Переход к большим значениям a_f сдвигает кривые вверх, увеличение отношения a_f/a_n делает кривые более круто падающими).

В области $Z \approx 90$ сильная зависимость от E^* остается для малых ($E^* \approx B_f$) и больших ($E^* \gg B_f$) энергий возбуждения, в то время как во всей промежуточной области изменения Γ_n/Γ_f невелики. Из рис. 21 видно, что последнее обстоятельство связано с изменением знака производной $d(\Gamma_n/\Gamma_f)/dE^*$ при переходе от области, где слабо возбужденные ядра теряют свою энергию, главным образом, благодаря процессу испарения ($\Gamma_n/\Gamma_f \gg 1$), к области, где при $E^* \approx B_f$ преимущественным является деление ($\Gamma_n/\Gamma_f \ll 1$). /39-41/ .

Что касается ядер с большими Z , то роль процессов испарения быстро повышается с ростом энергии возбуждения. Этот вывод кажется противоречием заключению ряда экспериментальных работ о том, что для всех изотопов ядра с $Z > 90$

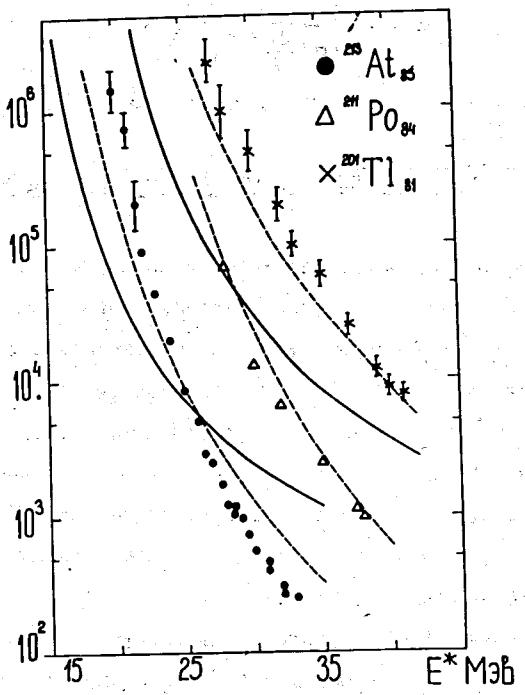


Рис. 20. Величина отношения Γ_n/Γ_γ для ядер с зарядом $Z < 90$ при различных энергиях возбуждения. Нижняя сплошная кривая относится к ядру астатина, верхняя сплошная кривая - к ядрам полония и таллия (результаты расчетов для этих ядер практически совпадают); кривые рассчитаны для $a = 1/15 \text{ МэВ}^{-1}$. Пунктир - расчет для параметров $a_\gamma \approx 1,14 a_n$, $a_n = 1/8 \text{ МэВ}^{-1}$ в случае астатина и полония и $a_\gamma = 1,04 a_n$, $a_n = 1/8 \text{ МэВ}^{-1}$ в случае таллия. Экспериментальные точки взяты из работы /45/ и относятся к компаунд-ядрам $\text{At}, \text{Po}, \text{Tl}$, образовавшимся при взаимодействии ионов ${}^{40}\text{He}$ соответственно с ядрами ${}^{209}\text{Bi}$, ${}^{206}\text{Po}$, ${}^{197}\text{Au}$.

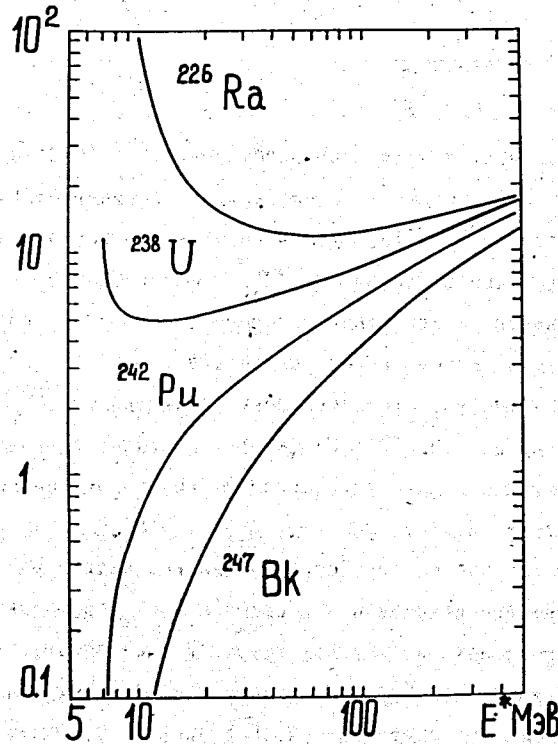


Рис. 21. Зависимость отношения Γ_n/Γ_γ от энергии возбуждения для $Z > 90$.

значения Γ_n/Γ_f укладываются практически на одну кривую

$$\log(\Gamma_n/\Gamma_f) = -0,276Z + \begin{cases} 5,46+0,140N & \text{если } N=A-Z \leq 153 \\ 19,23+0,050N & \text{если } N > 153 \end{cases}$$

$$+ \begin{cases} 0,12 & \text{для нечетных } Z \\ 0 & \text{для четных } Z \end{cases} \quad (21)$$

независимо от величины энергии возбуждения /7/ (см.рис. I6 и I7, построенные в соответствии со сводками экспериментальных результатов из работ /7,45,46/). Однако известные в настоящее время "экспериментальные значения" Γ_n/Γ_f фактически не являются непосредственными результатами измерений, а получены из них путем пересчета на основе некоторых весьма грубых оценочных соотношений. В частности, при определении величины Γ_n/Γ_f или эквивалентной ей величины $\Gamma_n/(\Gamma_n+\Gamma_f)$ из экспериментальных функций возбуждения для испускания x нейтронов обычно предполагается, что в среднем $\langle \Gamma_n/(\Gamma_n+\Gamma_f) \rangle = [\sigma(c,x)/\sigma_c P_x]^{1/x}$, (здесь σ_c - полное сечение образования компаунд-ядра, $\sigma(c,x)$ - сечение реакции с испусканием x нейтронов, P_x - средняя вероятность испускания точно x нейтронов). Тот факт, что полученные таким образом значения оказываются практически не зависящими от x и от кинетической энергии T , рассматривается как доказательство независимости отношения Γ_n/Γ_f от энергии возбуждения (см., например /7,45-47/). Однако из таблицы IУ видно, что на самом деле почти постоянные значения $\langle \Gamma_n/(\Gamma_n+\Gamma_f) \rangle$ могут соответствовать парциальным отношениям $\Gamma_n/(\Gamma_n+\Gamma_f)$, существенно изменяющимся с ростом энергии налетающих частиц T и, следовательно, сильно зависящим от энергии возбуждения компаунд-ядра E*/39-41/.

ТАБЛИЦА IУ.

Расчетные значения отношений $\langle \xi_x \rangle = \prod_{i=1}^x [\Gamma_n/(\Gamma_n+\Gamma_f)]_i$ и $\langle \xi_x \rangle \equiv \langle \Gamma_n/(\Gamma_n+\Gamma_f) \rangle = (\xi_x)^{1/x}$ для функций возбуждения $^{209}\text{Bi}(^{12}\text{C}, x_n)^{221-x}\text{Ac}$ и $^{238}\text{U}(^{12}\text{C}, x_n)^{250-x}\text{Cs}$ при энергии T^x .

Мишень	x	$T, \text{ МэВ}$	ξ_x	$\langle \xi_x \rangle$
Bi	3	70	0,36	0,71
	4	70	0,38	0,78
	5	80	0,23	0,74
	6	90	0,14	0,72
	7	100	0,11	0,72
	8	110	0,11	0,76
U	4	70	$8,0 \cdot 10^{-3}$	0,30
	5	70	$1,9 \cdot 10^{-3}$	0,29
	6	70	$1,3 \cdot 10^{-4}$	0,23
	5	80	$7,1 \cdot 10^{-4}$	0,23
	6	80	$9,2 \cdot 10^{-4}$	0,31
	6	90	$4,3 \cdot 10^{-4}$	0,28
	7	90	$1,6 \cdot 10^{-4}$	0,29
	7	100	$3,1 \cdot 10^{-5}$	0,23
	8	100	$1,8 \cdot 10^{-4}$	0,34
	8	110	$1,6 \cdot 10^{-5}$	0,25

x). Расчеты выполнены для параметров плотности уровней $a_n = 1/20 \text{ МэВ}^{-1}$ и $a_f = 1,1 a_n$ в случае Ac, $a_f = 1,04 a_n$ в случае Cs.

Нам известна всего лишь одна экспериментальная работа /48/, авторы которой из анализа сечений образования изотопов Fm , Md и L при облучении урана ионами кислорода, фтора и неона пришли к выводу о сильной зависимости Γ_n/Γ_f от энергии E^* . Полученные в этой работе оценочные значения Γ_n/Γ_f качественно согласуются с расчетными величинами (см. рис.22), однако, для количественного согласия требуется весьма большое значение параметра $Q \approx 1/7 \text{ Мэв}^{-1}$. Возможно, это обусловлено тем, что при определении отношений Γ_n/Γ_f в работе /48/ был использован ряд весьма грубых допущений - в частности, предположение о независимости величины Γ_n/Γ_f от углового момента L .

Во всяком случае, мы видим, что достаточно точное сравнение экспериментальных и теоретических величин требует анализа метода получения каждой отдельной экспериментальной точки.

Вместе с тем интересно отметить, что хотя расстояние между расчетными кривыми для $E^* = 10$ и 20 Мэв на рис.16 и возрастает по мере перехода к большим Z , тем не менее все же можно получить не только качественное, но и в ряде случаев весьма неплохое количественное согласие с экспериментальными точками в интервале $Z=90-102$, выбрав некоторую среднюю энергию возбуждения E^* (см. рис.17). Это, в частности, объясняет, почему не зависящие от E^* феноменологические выражения типа формулы Сиккеланда (21) описывают экспериментальные данные /39-41/.

Несколько результаты расчетов чувствительны к выбору величины параметра плотности уровней, видно из рис. 20, 22, 23. Наиболее сильная зависимость имеет место при больших возбуждениях $E^* > 100 \text{ Мэв}$; в этом случае весьма важным становится также учет испарения заряженных частиц.

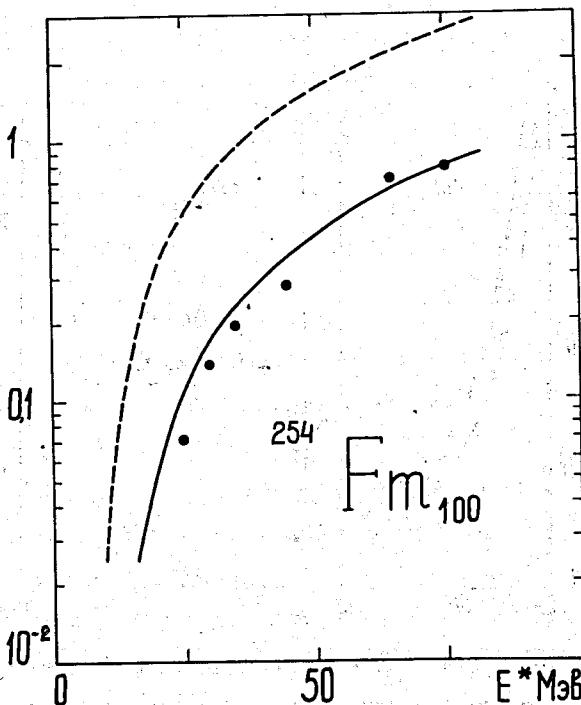


Рис.22. Зависимость отношения Γ_n/Γ_f от энергии возбуждения для ядра фермия. Сплошная и пунктирная кривые - результат расчета соответственно для параметров $\alpha_f = \alpha_n = 0,15$ и $0,06 \text{ Мэв}^{-1}$. При вычислениях учитывался угловой момент (см. § 5). Экспериментальные точки взяты из работы /48/.

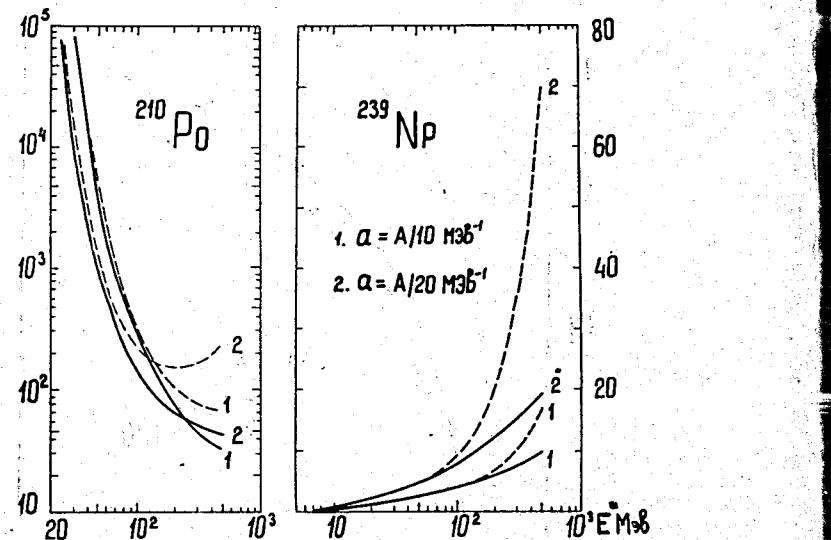


Рис.23. Зависимость расчетных величин от параметра плотности уровней. Сплошные кривые – отношения ширин Γ_n/Γ_f , пунктир – отношения Γ/Γ_f , где $\Gamma = \sum \Gamma_i$ – сумма ширин для испарения $n, p, {}^2H, {}^3H, {}^3He, {}^4He$. Индексами 1 и 2 отмечены кривые соответственно для $\alpha_3 = \alpha_4 = I/10$ и $I=20 \text{ МэВ}^{-1}$.

Зависимость отношения Γ_n/Γ_f от углового момента L показана на рис. 24, где приведены результаты расчетов, выполненных для ядер ¹⁹⁶Tl и ²³³Pu. Значения моментов инерции I_{sp} брались из работы /49/, где они рассчитывались с помощью модели жидкокапельной ядерной структуры. Из этой работы следует, что момент инерции ядра в седловой точке в несколько раз превосходит величину момента инерции I_n , для которого использовалось твердотельное значение I_0 . Меньшее значение вращательной энергии ядра в седловой точке, чем при испускании нейтрона, приводит к уменьшению величины Γ_n/Γ_f (см. уравнение (17)), причем этот эффект увеличивается с ростом углового момента L .

Как видно, угловой момент ядра весьма существенно оказывается на результатах расчета и должен обязательно приниматься во внимание при определении величины отношения Γ_n/Γ_f из экспериментальных функций возбуждения.

В заключение этого параграфа очень важно подчеркнуть, что все приведенные выше результаты получены в предположении, что величина барьера деления B_f^* не зависит от энергии возбуждения E^* . Однако этот вопрос далеко не ясен. Что касается оболочечных поправок, то из общих соображений можно заключить, что их вклад должен уменьшаться с ростом E^* , хотя конкретная энергетическая зависимость оболочечных эффектов для различных компаунд-ядер остается пока еще фактически не исследованной. Еще менее ясным является вопрос об энергетической зависимости гладкой части барьера B_f^* . Вполне возможно, что эта часть также уменьшается при переходе к сильно возбужденным ядрам (т.е., образно говоря, с ростом E^* компаунд-ядро становится все более "рыхлым"); во всяком случае, для лучшего согласования с извест-

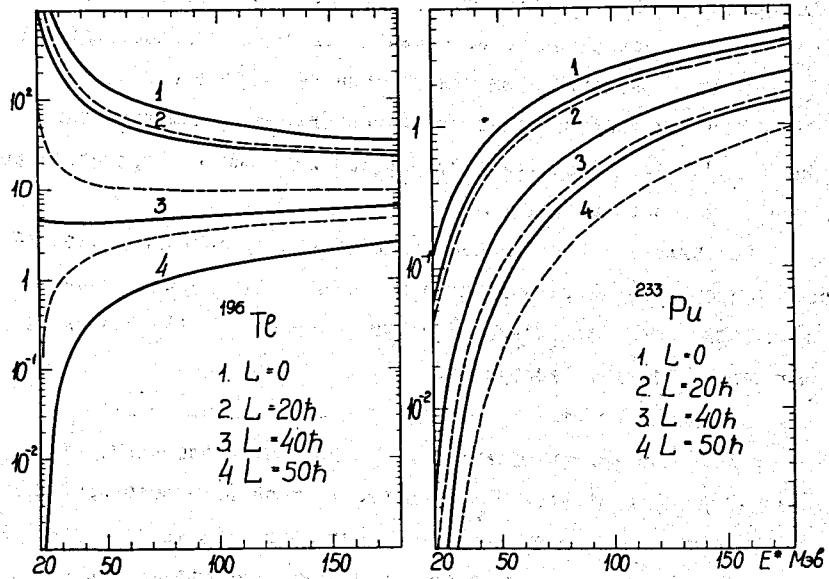


Рис. 24. Влияние углового момента на величину Γ_n/Γ_f . Сплошные кривые рассчитаны при $I_{sp} = 3I_0$ для ядра ^{196}Te и при $I_{sp} = 1,5 I_0$ для ядра ^{233}Pu , пунктирные — при $I_{sp} = 2I_0$.

ными экспериментальными сечениями деления ядер под действием высокознергетических протонов следует предположить такую зависимость /58/.

Понятно, что включение энергетической зависимости в величину B_f скажется и на энергетической зависимости отношения Γ_n/Γ_f . Этот интересный вопрос требует еще изучения. (Некоторые грубые теоретические соображения о зависимости $B(E^*)$ для не слишком высоких энергий E^* приводятся в работе /59/).

УШ. СЕЧЕНИЯ ДЕЛЕНИЯ

При учете конкуренции процессов испарения и деления сечение канала реакции с испусканием x частиц определяется соотношением /50/

$$\sigma_x = \sigma_c P_x \left\langle \prod_{i=1}^x \left(\frac{\Gamma_y}{\Gamma_t} \right)_i \right\rangle, \quad (22)$$

а сечение деления

$$\sigma_f = \sigma_c \left[1 - \left\langle \prod_{i=1}^x \left(\frac{\Gamma_y}{\Gamma_t} \right)_i \right\rangle \right], \quad (23)$$

где P_x — вероятность испускания x частиц, вычисленная методом Монте-Карло без учета процесса деления (см. § П, формулу (7) и другие), Γ_y — парциальная ширина эмиссии частицы y -го типа^{x)}; $\Gamma_t = \Gamma_f + \sum_{y=1}^6 \Gamma_y$ — полная ширина распада возбужденного ядра, образующегося на i -ой ступени испарительного каскада. Символом $\langle \dots \rangle$ отмечено усреднение по всем испарительным каскадам.

^{x)} Как и в других случаях, кроме испускания нейтронов и протонов мы учитываем также испускание легких ядер ^2H , ^3H , ^3He , ^4He .

По сравнению с прямым моделированием процесса деления подобный способ учета деления с помощью весовых функций позволяет значительно увеличить точность вычислений величин σ_f и σ_{f} , особенно для сильно- и слабоделящихся компаунд-ядер.

В реакциях с образованием слабоделящихся компаунд-ядер, где сечение деления σ_f составляет лишь малую часть полного сечения σ_{tot} , величина σ_f оказывается значительно более чувствительной к различным предположениям о конкуренции с процессом испарения, чем сечения выхода отдельных изотопов. Наоборот, для сильно делящихся ядер $\sigma_f \approx \sigma_{\text{tot}}$ и изменения отношения Γ_n/Γ_f наиболее существенно сказываются на функциях возбуждения $\rho(T)$.

Из рис. 25-27, где показаны расчетные значения σ_f для реакций с ионами ^{160}O , хорошо видно, что в случае, когда $\alpha_s = \alpha_n$, уменьшение параметра плотности уровней увеличивает сечение менее вероятного процесса. Так, для составного ядра ($^{160}\text{O} + ^{197}\text{Au}$), где $\Gamma_n/\Gamma_f < 1$, уменьшение α уменьшает величину σ_f ; в реакции $^{160}\text{O} + ^{141}\text{Pr}$, где $\Gamma_n/\Gamma_f > 1$, наоборот – чем меньше α , тем больше σ_f . В промежуточном случае реакции $^{160}\text{O} + ^{174}\text{Yb}$, где отношение Γ_n/Γ_f принимает значения, большие или меньшие единицы, в зависимости от величины энергии возбуждения, кривые $\sigma_f(T)$, рассчитанные для различных значений α , пересекаются при некотором значении T .

Увеличение отношения α_s/α_n приводит к возрастанию сечения σ_f (см. среднюю часть рис. 25 и 26 и правую часть рис. 27). Расчеты показывают, что этот рост становится тем более существенным, чем более различаются по своей величине барьер деления B_f и энергия отделения нейтрона B_n .

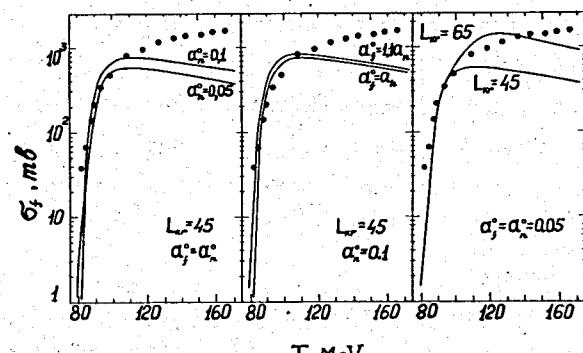


Рис. 25. Сечение деления ядер ^{197}Au под действием ионов ^{160}O . Кривые – расчет, экспериментальные точки взяты из работы /51/.

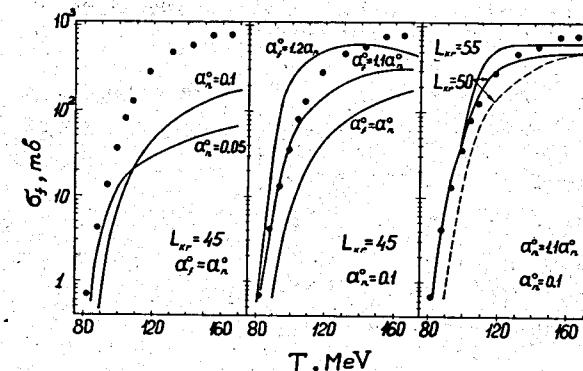


Рис. 26. Сечение деления ядер ^{174}Yb под действием ионов ^{160}O . Кривые – расчет (см.сл пунктирной кривой см.в тексте). Экспериментальные точки взяты из работы /51/ .

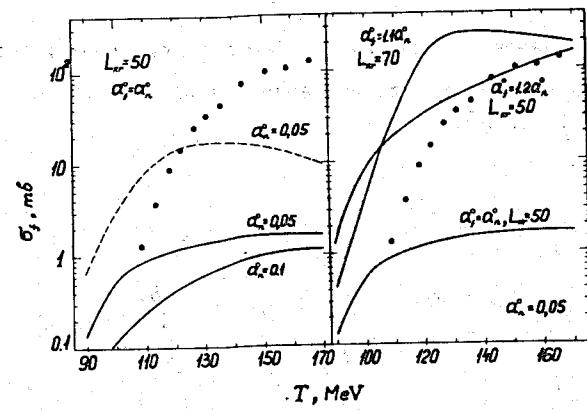


Рис. 27. Сечение деления ядер ^{141}Pr под действием ионов ^{16}O .
Кривые-расчет (смыл пунктирной кривой см. в тексте).
Экспериментальные точки взяты из работы /51/.

Для согласования теоретических и экспериментальных сечений следует выбрать $\alpha_i > \alpha_n$.

Правая часть рис. 25-27 иллюстрирует чувствительность сечения σ_f к изменению величины критического углового момента. При больших энергиях налетающего иона уменьшение L_{kp} уменьшает сечение деления, что обусловлено, в основном, уменьшением сечения σ_c .

Важно отметить, что величина σ_f для слабоделящихся ядер существенно зависит от того, насколько точно определяется энергия вращения ядра в седловой точке. Это видно, в частности, из сравнения сплошных и пунктирных кривых на рис. 26 и 27, соответствующих различным значениям момента инерции I_{sp} : сплошные кривые на рис. 25 и 27 рассчитаны для $I_{sp} = 2I_0$, пунктирая кривая — для $I_{sp} = 4,7I_0$; сплошные и пунктирные кривые рис. 26, наоборот, относятся к значениям $I_{sp} = 4,7I_0$ и $I_{sp} = 2I_0$. Сечение σ_f быстро возрастает при увеличении I_{sp} . Все это указывает на необходимость весьма тщательного рассмотрения E_{tot}^* .

Изменения параметров α_n , α_i , L_{kp} при различных значениях I_{sp} одинаковым образом влияют на величину сечения σ_f . Статистическая теория правильно передает характер изменения энергетической зависимости $\sigma_f(T)$ при $T \approx T_{kp}$, однако расчетные сечения при больших энергиях во всех случаях оказываются заниженными по сравнению с экспериментом. По-видимому, это связано с вкладом неравновесных процессов деления, происходящих без образования компаунд-ядра, либо с изменением величины отношения α_i/α_n при больших энергиях возбуждения. Этот вопрос требует еще дальнейшего изучения.

В области слабоделящихся ядер, подобных составному ядру ($^{160}_{\Lambda} + ^{141}_{\Lambda} \text{Pr}$), согласие расчетных и экспериментальных величин можно надеяться улучшить путем уточнения величины барьеров деления B_f , известных здесь сейчас с большими ошибками. Кроме того, величина B_f изменится, если учесть зависимость барьера B_f от энергии возбуждения E^* .

Этот вопрос также заслуживает более детального изучения^{x)}.

IX. ФУНКЦИИ ВОЗБУЖДЕНИЯ ДЛЯ ДЕЛЯЩИХСЯ ЯДЕР.

Учет процесса деления, естественно, уменьшает сечения реакций $A_1 Y (A_2 X, x_n) A_1 + A_2 - X Z$. Функции возбуждения становятся при этом значительно более узкими (см. рис. 28), что особенно заметно в случае сильно делающихся тяжелых ядер и является непосредственным отражением сильной зависимости отношения Γ_b / Γ_f от энергии возбуждения ядра E^* (см. § УП).

Зависимость функций возбуждения от параметров модели видна из рис. 29-31. В целом расчетные и экспериментальные значения можно согласовать между собой (как это и делалось во многих работах; см., например^{7/}), однако результаты расчетов очень чувствительны к выбору величин a_f и a_n , благодаря чему не удается подобрать единого набора параметров для всех рассмотренных реакций. Можно лишь указать, что лучшее согласие с опытом получается, если положить $a_f > a_n$ и выбрать для a_n значение, несколько большее 0,05; причем с увеличением заряда компонент-ядра отношение $a_f/a_n \rightarrow 1$.

^{x)} Сведения о характере зависимости $B_f(E^*)$ можно надеяться получить также из анализа деления ядер под действием высокозенергетических протонов, которое реализуется, как правило, при больших угловых моментах делающегося ядра и не требует введения параметра I_{sp} . В этом случае не требуется вводить также и подгоночного параметра $L_{kp}/4,58/$.

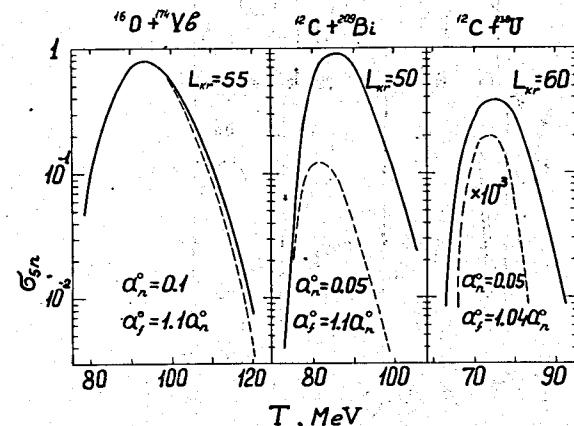


Рис. 28. Влияние процесса деления на вид функций возбуждения с испусканием пяти нейтронов. Сплошные кривые рассчитаны без учета деления, пунктир-расчет с учетом конкуренции процессов деления и испарения ($I_{sp} = 2 I_0$ для $I^{160}_0 + I^{174}\text{Y}8$ и $I^{12}\text{C} + ^{209}\text{Bi}$; $I_{sp} = 1,5 I_0$ для $I^{12}\text{C} + ^{238}\text{U}$. Значения остальных параметров указаны на рисунке).

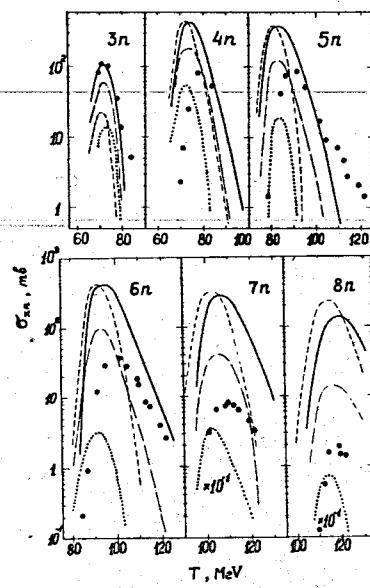


Рис. 29. Функции возбуждения $^{209}\text{Bi}(^{12}\text{C}, \text{xn})^{221-\text{x}}\text{Ac}$.
Сплошные и пунктирные кривые рассчитаны соответственно для случаев $\alpha_s = \alpha_n = 0,05$ и $\alpha_s = \alpha_n = 0,1$; штрих-пунктирные и точечные кривые соответствуют выбору параметров $\alpha_s = 1,1 \alpha_n$, $\alpha_n = 0,05$ и $\alpha_s = 1,2 \alpha_n$, $\alpha_n = 0,05$. Во всех случаях $L_{kp} = 50 \hbar$, $I_{sp} = 21_0$. Экспериментальные точки взяты из работы [52].

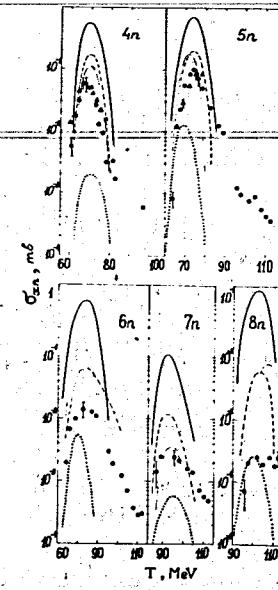


Рис. 30. Функции возбуждения $^{238}\text{U}(^{12}\text{C}, \text{xn})^{250-\text{x}}\text{Cf}$.
Сплошные и пунктирные кривые рассчитаны соответственно для случаев $\alpha_s = \alpha_n = 0,05$ и $\alpha_s = 1,04 \alpha_n$, $\alpha_n = 0,05$; штрих-пунктирные и точечные кривые соответствуют выбору параметров $\alpha_s = \alpha_n = 0,067$ и $\alpha_s = \alpha_n = 0,1$. Во всех случаях $L_{kp} = 60 \hbar$, $I_{sp} = 1,5 I_0$. Экспериментальные точки из работ [7, 51] нанесены соответственно полыми треугольниками и заштрихованными кругами.

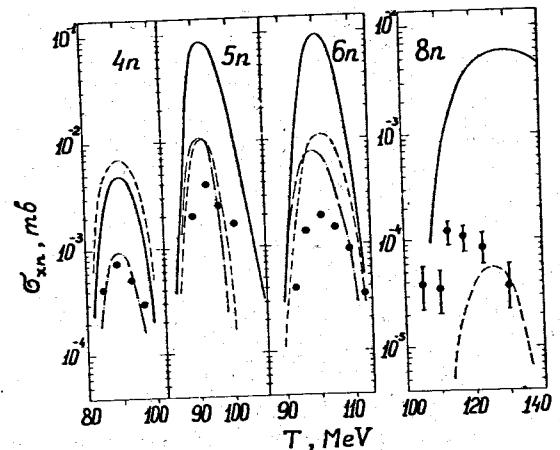


Рис.5.

Функции возбуждения $^{238}\text{U}(^{160}, xn)^{254-x}\text{Fm}$.
Сплошные, пунктирные и штрих-пунктирные кривые относятся соответственно к выбору параметров
 $\alpha_4 = \alpha_n = 0,05$; $\alpha_4 = 1,04 \alpha_n$, $\alpha_n = 0,05$;
 $\alpha_4 = \alpha_n = 0,067$. Во всех случаях $L_{kp} = 60\hbar$,
 $I_{sp} = 1,35 I_0$. Экспериментальные точки взяты из работы [43].

Обращает на себя внимание, что величина α_n почти вдвое меньше того, что необходимо для согласования расчетных и экспериментальных данных в случае неделяющихся компаунд-ядер. Однако это заключение требует еще подтверждения.

В области больших энергий Т расчетные сечения σ_{xn} , так же как и сечения σ_4 , оказываются значительно меньшими экспериментальных: теория, не учитывая вклад нестационарных процессов, не описывает наблюдаемые на опыте пологие "хвосты" функций возбуждения.

Что касается реакций с испусканием заряженных частиц, то учет процесса деления помимо уменьшения сечений этих реакций приводит к увеличению их относительного вклада, поскольку отношение Γ_n/Γ_4 растет с уменьшением заряда ядра (см.рис.20,21). Чувствительность расчетных характеристик этих реакций к параметрам модели в общих чертах такова же, как и для реакций с испусканием нейтронов.

Мы видим, что в каждом отдельном случае специальным подбором параметров можно получить удовлетворительное согласие экспериментальных и теоретических величин в широкой области энергий Т. Однако для более детального и обоснованного анализа экспериментальных данных необходимо располагать значительно более подробной информацией о зависимости параметров плотности уровней α_4 и α_n от величин A , Z , E^* , а также иметь более точные сведения о зависимости $B_4(E^*)$. В этой связи представляет интерес также учет "двугорбой структуры" барьера деления. При больших энергиях возбуждения эта структура, как и другие оболочные эффекты, несущественна, однако в области $E^* \sim$ нескольких десятков Мэв учет структуры барьера деления может дать весьма заметный вклад.

При энергиях $T > 10$ Мэв/нуклон следует принимать во внимание нестационарные процессы деления и испускания частиц.

X. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Подобные расчеты и сравнение их с опытом, выполненные в предыдущих разделах, показывают, что даже весьма грубый статистический подход к расчету процессов образования и распада компаунд-ядер в реакциях с ионами при $T < 10$ Мэв/нуклон позволяет понять основные закономерности этих процессов, в частности выяснить характер зависимости функций возбуждения от наиболее важных величин, таких как энергия возбуждения составного ядра, его угловой момент и момент инерции, параметры плотности уровней и т.д.

Вместе с тем оказывается, что возможности статистической модели значительно меньше, чем это обычно принято думать. Во многих случаях таким путем достаточно надежно удается получить лишь относительные данные; что же касается абсолютных значений величин, то они весьма чувствительны к параметрам теории. Особенно это относится к области тяжелых делящихся ядер, где с помощью рассмотренной статистической модели, даже если задаться величиной полного сечения σ_c , довольно трудно получить хотя бы грубые количественные оценки абсолютных значений функций возбуждения. Специальным подбором параметров здесь, вообще говоря, также можно получить хорошее согласие с экспериментом, однако каких-либо количественных закономерностей в изменении подгоночных параметров при переходе от одного случая к другому при этом установить не удается. В частности, даже небольшое ($\sim 0\%$)

варьирование параметра a_1 часто изменяет функции возбуждения на порядок. С практической точки зрения в этом случае более эффективным является использование модели Джексона с постоянной ядерной температурой. Хотя, как уже отмечалось выше, постоянство ядерной температуры очень трудно обосновать с позиций более детального статистического подхода, тем не менее, если модель Джексона рассматривать в качестве некоторой феноменологической аппроксимации экспериментальных результатов с подобранными из сравнения с опытом параметрами, эта модель оказывается весьма полезной для интерполяции и экстраполяции известных экспериментальных данных в те области, где измерений еще не выполнено.

В области очень тяжелых делящихся ядер более точные по сравнению с моделью Джексона статистические подходы в настоящее время предпочтительнее использовать не для предсказаний величины функций возбуждения, а для решения обратной задачи: получения сведений о свойствах возбужденных ядер из сравнения с экспериментальными данными по сечениям реакций.

Приведенные в предыдущих параграфах результаты указывают на то, что соотношения рассмотренной нами статистической теории нуждаются в серьезном усовершенствовании. Прежде всего необходимо более точно учсть структуру барьеров деления, выяснить их зависимость от энергии возбуждения, в явном виде выделить сильную зависимость параметров от A , Z и E^* , принять во внимание вклад процессов, которые протекают, минуя стадию равновесного компаунд-ядра. Последнее обстоятельство, связанное с разработкой более детальной картины слияния тяжелого иона с ядром-мишенью, представляется особенно важным.

В заключение мы считаем своим приятным долгом поблагодарить Г.Н.Флерова, С.А.Карамяна, В.П.Пашкевича за обсуждения и стимулирующую критику.

ЛИТЕРАТУРА:

1. А.Г.Ситенко. ЖЭТФ, 1959, 36, 793.
2. Б.Н.Калинкин, В.П.Пермяков. Сообщение ОИИ Р4-6149, Дубна, 1971.
3. Jackson J.D., Canad.Journ.Phys., 1956, 34, 767.
4. В.С.Барашенков, В.Д.Тонеев. Взаимодействия высокозергетических частиц и ядер с ядрами. И., Атомиздат, 1972.
5. Ericson T., Strutinsky V., Nucl.Phys., 1958, 8, 234.
6. Ericson T., Adv.Phys., 1960, 9, 425.
7. Sikkeland T., Ghorso A., Nurmia M.J., Phys.Rev., 1968, 172, 1232.
8. Sikkeland T., Ark.Fys., 1966, 36, 539.
9. В.В.Бабиков. ЖЭТФ, 1960, 38, 274.
10. В.В.Бабиков. Сообщение ОИИ Р-1351, Дубна, 1963.
11. Б.Н.Калинкин, И.Ж.Петков. Acta Phys.Polon., 25, 265(1964).
12. Б.Н.Калинкин, И.Ж.Петков. Сообщение ОИИ Р4-5019, Дубна, 1970.
13. Natowitz J.B., Phys.Rev., 1970, 10, 623.
14. Gelikman B.T., Paper P/652, the 2nd UN Intern.Conf. on the Peaceful Uses of Atomic Energy, 1958.
15. Brack M., Damgaard J., Jensen A.S., Pauli M.C., Strutinsky V.M., Wong C.Y., Rev. Mod.Phys., 1972, 44, 320.
16. Bolsterli M., Fiset E.O., Nix J.R., Norton J.L., Phys.Rev. 1972, 5C, 1050.
17. А.С.Ильинов, В.Д.Тонеев "Ядерная физика", 1968, 9, 48.
18. Cameron A.G.W., Canad.Journ.Phys., 1957, 35, 1021.
19. Kammuri T., Prog.Theor.Phys., 1961, 25, 235.
20. Symposium on Monte Carlo Methods, ed. by N.A.Meyer, New York, 1956.
21. Williams D.C., Thomas T.D., Nucl. Phys., 1967, A92, 1.
22. Э.Л.Фуллер, Э.Хейворд. Ядерные реакции, т.II, И., Атомиздат, 1964, стр. II4.
23. С.М.Захарова, В.С.Ставинский, Ю.Н.Шубин. Nuclear Data for Reactors, vol.II, IAEA, Vienna, 1970, p.909.
24. А.С.Ильинов, В.Д.Тонеев. Сообщение ОИИ Р7-6608, Дубна, 1972.
25. J.B.Natowitz, J.M.Alexander, Phys.Rev., 1969, 188, 1734.
26. Г.Кумпф, В.А.Карнаухов. ЖЭТФ, 1964, 46, 1546.
27. Ю.Ц.Оганесян, Ю.Э.Пенионжекович, А.О.Шамсутдинов, Нгуен Так Ань. Сообщение ОИИ Р7-5912, Дубна, 1971.
28. G.R.Choppin, T.J.Klingen, Phys.Rev., 1963, 130, 1990.
29. W.D.Myers, W.J.Swiatecki, Report UCRL-11980, Berkeley, 1965.
30. W.D.Myers, W.J.Swiatecki, Nucl.Phys. 1966, 81, 1.
31. J.R.Grover, J.Gilat, Phys.Rev., 1967, 152, 814.
32. J.M.Alexander, G.N.Simonoff, Phys.Rev., 1964, 133B, 93.
33. В.М.Николаев, В.А.Щеголев. "Ядерная физика", 1972, 16, 469.
34. W.J.Knox, A.R.Quinton, C.E.Anderson, Phys.Rev., 1960, 120, 2120.
35. Г.Юнгклавсен "Ядерная физика", 1965, 2, 986.
36. А.С.Ильинов, С.А.Карамян, Нгуен Так Ань, К.Н.Шарифов. "Ядерная физика", 1972, 16, 465.
37. I.Dostrovsky, Z.Frankel, G.Friedlander, Phys.Rev., 1959, 116, 683.
38. M.Lindner, A.Turkevich, Phys.Rev., 1960, 119, 1632.
39. В.С.Барашенков, Ф.Г.Жереги, А.С.Ильинов, В.Д.Тонеев. Сообщение ОИИ Р7-6619, Дубна, 1972.
40. V.S.Barashenkov, K.K.Gudima, F.G.Gereghi, A.S.Iljinov, V.D.Toneev, Comm.JINR E2-6706, Dubna, 1972.
41. В.С.Барашенков, Ф.Г.Жереги, А.С.Ильинов, В.Д.Тонеев. Сообщение ОИИ Р7-6741, Дубна, 1972.
42. I.Dostrovsky, H.Gauvin, M.Lefort, Phys.Rev., 1965, 169, 836.
43. W.J.Swiatecki, Phys.Rev., 1956, 101, 97.

44. J.W.Tzurani, A.G.W.Cameron, Proc.of the Intern.Conf.on
the Properties of Nuclei Far from the Region of Beta-
Stability, Leysin, 1970, 1,275.
45. R.Vandenbosch, J.R.Huizenga, Paper P/688, the 2nd UN
Conf. on the Peaceful Uses of Atomic Energy, 1958.
46. T.D.Thomas, B.G.Harvey, G.T.Seaborg, Paper P/1429, the 2nd
UN-Intern.Conf. on the Peaceful Uses of Atomic Energy, 1958.
47. B.L.Hahn, Nucl.Phys. 1972, A185, 241.
48. Е.Л.Донец, В.А.Шеголев, В.А.Ермаков. "Ядерная физика", 1965,
2, 1015.
49. В.М.Струтинский. "Ядерная физика", 1965, I, 821.
50. В.С.Барашенков, Ф.Г.Кереги, А.С.Ильинов, В.Д.Тонеев.
Сообщение ОИЯИ Р7-6798, Дубна, 1972.
51. T.Sikkeland, Phys.Rev., 1964, 135B, 669.
52. A.Grough, R.D.Macfarlane, Proc. Intern. Conf. on Nuclear
Reactions Induced by Heavy Ions, Heidelberg, 1969, p.673.
53. В.В.Волков, Л.И.Пусева, А.С.Пасюк, Н.И.Тарантин, К.В.Филиппова.
ЖЭТФ, 1959, 36, 762.
54. Г.Н.Флеров, И.Звара. Сообщение ОИЯИ Д7-6013, Дубна, 1971.
55. R.W.Hase, Ann.of Phys. 1971, 68, 377.
56. А.С.Ильинов. Сообщение ОИЯИ Р7-7108, Дубна, 1973г.
57. D.L.Hill and J.A.Wheeler, Phys.Rev., 89, 1102(1953).
58. В.С.Барашенков, Ф.Г.Кереги, А.С.Ильинов, В.Д.Тонеев.
Сообщение ОИЯИ Р7-6767, Дубна, 1973.
59. Y.Yamaguchi, Progress Theor.Phys. 1951, 6, 529.

рукопись поступила в издательский отдел
17 мая 1973 года.